

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 75 (1957)
Heft: 13

Artikel: Momentenausgleichsverfahren durchlaufender Platten, mit Berücksichtigung des Torsionswiderstandes der Unterstützungsträger
Autor: Brunner, W.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-63329>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Momentenausgleichsverfahren durchlaufender Platten, mit Berücksichtigung des Torsionswiderstandes der Unterstützungsträger

DK 624.073.12

Von Dipl. Ing. W. Brunner, Dietikon

In der Schweiz. Bauzeitung vom 10. Dezember 1955 (73. Jahrgang, Nr. 50, S. 771) habe ich ein Verfahren entwickelt, das ermöglicht, durchlaufende Platten ähnlich dem bekannten Cross-Verfahren für durchlaufende Träger mittels einer Reihe von Momentenausgleichen zu berechnen. Dabei besteht das Berechnungsprinzip darin, dass für die Plattenränder Drehsteifigkeiten — genannt Randsteifigkeiten — bestimmt werden und die Volleinspannmomente der aneinander grenzenden Einfeldplatten in bekannter Weise im Verhältnis der Randsteifigkeiten ausgeglichen werden.

Der Torsionswiderstand von Unterstützungsträgern lässt sich sehr einfach berücksichtigen, indem für die Träger analog der Randsteifigkeit der Platten der Begriff der Drehsteifigkeit K_{Tr} eingeführt wird. Dabei soll definitionsgemäss die Träger-Drehsteifigkeit K_{Tr} dasjenige sinusförmig am Träger angreifende Moment bedeuten, das in Trägermitte die Verdrehung 1 erzeugt. Der Momentenausgleich der Durchlaufplatten gestaltet sich wie bisher. Die Ausgleichsmomente sind lediglich nicht nur auf die anliegenden Platten, sondern auch auf die Träger im Verhältnis der Rand- und Träger-Drehsteifigkeiten zu verteilen. Der Berechnungsgang entspricht dem Momentenausgleich nach Cross für einen Rahmenknoten, wobei die Platten die Funktion der Rahmenriegel und die Träger diejenige der Rahmenstützen ausüben.

1. Drehsteifigkeit für hohe schlanke Träger

Hohe schlanke Träger können als dreiseitig gelenkig gelagerte Rechteckplatten betrachtet werden. Der freie Plattenrand entspricht der Trägerunterkante. Die Träger-Drehsteifigkeit K_{Tr} ist identisch der Randsteifigkeit K des Randes α (siehe Bild 1). Die Randsteifigkeit K wird wie bei den vierseitig gelagerten Platten aus dem Drehwinkel α im Randmittelpunkt (Punkt 1) infolge sinusförmig angreifendem Randmoment

$$1 \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

berechnet. Die Formel für den Drehwinkel α befindet sich verschiedentlich in der Literatur.

Es gilt:

$$\alpha = \frac{1}{2\pi} \frac{3 \cos^2 \beta + \beta^2 + 1}{3 \sin \beta \cos \beta + \beta} \frac{l}{N}$$

Bild 1

Dabei bedeuten:

$$\beta = \frac{\pi h}{l} \quad N = \frac{E b^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

Aus der Bedingung $K\alpha = 1$ folgt die gesuchte Träger-Drehsteifigkeit

$$K = K_{Tr} = \frac{1}{\alpha} = 2\pi \frac{3 \sin \beta \cos \beta + \beta}{3 \cos^2 \beta + \beta^2 + 1} \frac{N}{l}$$

Für die Dimensionierung der Träger benötigen wir noch die Grösse des durch das angreifende Moment $m \sin \frac{\pi x}{l}$ hervorgerufenen seitlichen Momentes, dessen Maximum in Trägermitte an der Unterkante (Punkt 2) auftritt.

Es gilt für $\nu = 0$:

$$m_{y \max} = m \frac{\beta \cos \beta + \sin \beta}{3 \sin \beta \cos \beta + \beta} = \mu m$$

Das grösste Torsionsmoment an den Trägerenden beträgt:

$$T_{\max} = \frac{l}{\pi} m = 0,318 l m$$

Die Träger-Drehsteifigkeiten K_{Tr} sowie die Momentenfortleitungszahlen μ können für verschiedene Verhältnisse l/h direkt der untenstehenden Tafel (Bild 2) entnommen werden:

l/h	$\bar{K}_{Tr}$	μ	l/h	$\bar{K}_{Tr}$	μ
1,00	6,13	0,12	3,5	4,22	0,44
1,10	6,07	0,15	4,0	3,88	0,45
1,20	6,01	0,18	4,5	3,65	0,46
1,30	5,92	0,20	5,0	3,33	0,47
1,40	5,83	0,22	5,5	3,12	0,47
1,50	5,75	0,25	6,0	2,92	0,48
1,60	5,66	0,27	7,0	2,58	0,48
1,70	5,57	0,29	8,0	2,29	0,49
1,80	5,48	0,30	10,0	1,38	0,49
1,90	5,40	0,32	12,0	1,60	0,49
2,00	5,32	0,33	14,0	1,37	0,49
2,25	5,13	0,36	16,0	1,21	0,49
2,50	4,93	0,38	18,0	1,08	0,50
2,75	4,75	0,40	20,0	0,98	0,50
3,00	4,52	0,42	∞	0	0,50

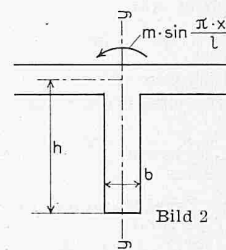


Bild 2

 l = Trägerlänge

$$N = \frac{E \cdot b^3}{12} \quad (\nu = 0)$$

$$K_{Tr} = \bar{K}_{Tr} \cdot \frac{N}{l}$$

$$m_{y \max} = \mu \cdot m$$

2. Drehsteifigkeit für gedrungene Träger

In der Praxis sind hohe, schlanke Träger relativ selten. Niedrige, gedrungene Träger hingegen bilden die Regel, da die zur Verfügung stehenden Bauhöhen meist sehr gering sind. Solche gedrungene Träger dürfen nicht mehr als dreiseitig gelagerte Platten berechnet werden. Somit ist es erforderlich, hierfür eine neue Berechnungsmethode zu entwickeln.

Wir betrachten einen Träger (Bild 3) mit der Höhe h und der Breite b , der durch zwei angrenzende Plattenränder im Abstand e^* von seinem Schwerpunkt S gegen seitliches Verschieben festgehalten ist. Wird derselbe durch angreifende Momente einer Deformation ausgesetzt, so erleidet sein Schwerpunkt eine seitliche Verschiebung um y und eine Verdrehung um den Winkel φ .

Bild 4 zeigt ein Trägerelement von der Länge dx , belastet durch das angreifende Moment

$$m \sin \frac{\pi x}{l} dx$$

Die Momentengleichgewichtsbedingung bezüglich der Drehaxe ergibt:

$$m \sin \frac{\pi x}{l} dx - T - Q e^* + T + dT + (Q + dQ) e^* = 0$$

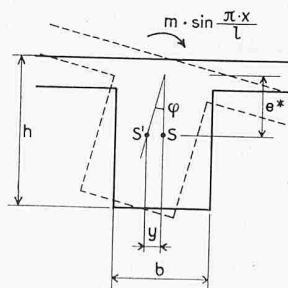


Bild 3

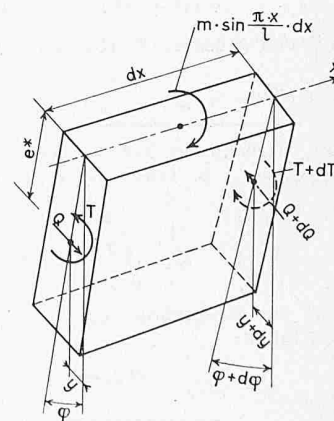


Bild 4 rechts

Obige Gleichung durch dx dividiert liefert die Differentialgleichung

$$(1) \quad m \sin \frac{\pi x}{l} + e^* Q' + T' = 0$$

Es gilt:

$$(2) \quad dy = d\varphi e^* \text{ und daraus } y'' = \varphi'' e^*$$

Aus den bekannten Beziehungen

$$\varphi' = \frac{T}{G J_d} \text{ resp. } \varphi'' = \frac{T'}{G J_d} \text{ und } y'' = -\frac{M}{E J_y}$$

in Gleichung (2) eingesetzt erhält man:

$$(3) \quad y'' = -\frac{M}{E J_y} = e^* \varphi'' = \frac{T' e^*}{G J_d} \text{ resp. } T' = -\frac{G J_d}{e^* E J_y} M$$

Ferner gilt:

$$(4) \quad Q' = M''$$

Gleichung (3) und (4) in Gleichung (1) eingesetzt, liefert die Differentialgleichung für die seitlichen Biegemomente:

$$m \sin \frac{\pi x}{l} + e^* M'' - \frac{G J_d}{e^* E J_y} M = 0$$

Zur Vereinfachung der Rechnung führen wir die Abkürzung

$$r = e^* \sqrt{\frac{E J_y}{G J_d}}$$

ein und erhalten

$$\frac{1}{r^2} M - M'' = \frac{m}{e^*} \sin \frac{\pi x}{l}$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung lautet:

$$M = C_1 e^{x/r} + C_2 e^{-x/r} + \frac{r^2 l^2}{e^* (l^2 + \pi^2 r^2)} m \sin \frac{\pi x}{l}$$

Wir setzen voraus, dass die Träger an den Trägerenden gegen Verdrehung, nicht aber gegen seitliches Ausbiegen gehalten sind. Die Berücksichtigung der gegenseitigen Beeinflussung bei mehreren Trägern (Trägerrost) würde eine einfache Berechnungsart verunmöglichen, so dass stets jeder Träger für sich behandelt wird. Die getroffene Annahme entspricht einer Gabellagerung der Trägerenden mit den Randbedingungen:

$$\begin{aligned} x = 0 & \quad M = 0 \\ x = l & \quad M = 0 \end{aligned}$$

Die konstanten C_1 und C_2 verschwinden. Die Gleichung der Biegemomente lautet nun

$$M = \frac{r^2 l^2 m}{e^* (l^2 + \pi^2 r^2)} \sin \frac{\pi x}{l}$$

Das grösste Moment in Feldmitte beträgt:

$$M_{max} = \frac{r^2 l^2}{e^* (l^2 + \pi^2 r^2)} m$$

Durch Integration von Gleichung (3) ergeben sich die Torsionsmomente:

$$T = \frac{l^3 m}{\pi (l^2 + \pi^2 r^2)} \cos \frac{\pi x}{l}$$

mit den grössten Werten an den Trägerenden:

$$T_{max} = \frac{l^3 m}{\pi (l^2 + \pi^2 r^2)}$$

Zur Berechnung der Träger-Drehsteifigkeit wird der Drehwinkel φ_{max} in Trägermitte benötigt

$$\varphi_{max} = \frac{1}{G J_d} \int_0^{l/2} T dx = \frac{1}{G J_d} \frac{l^4 m}{\pi^2 (l^2 + \pi^2 r^2)}$$

Aus der Bedingung $\varphi_{max} = 1$ ergibt sich die Träger-Drehsteifigkeit:

$$m = K_{Tr} = \frac{G J_d \pi^2 (l^2 + \pi^2 r^2)}{l^4}$$

Für die am häufigsten vorkommenden Rechteckträger (Bild 5) kann die Berechnung von K_{Tr} , T_{max} und M_{max} tabellarisch durchgeführt werden, indem alle drei Grössen als Funktionen von h/b und l/h' dargestellt werden. Es gilt:

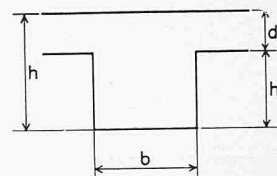


Bild 5

$$J_y = \frac{1}{12} h b^3 \quad e^* = \frac{h}{2} - \frac{d}{2} = \frac{h'}{2} \quad G = \frac{3}{7} E$$

und gemäss Annahme

$$r = e^* \sqrt{\frac{E J_y}{G J_d}}$$

Nach K. Beyer (siehe Literaturnachweis) gilt für den Rechteckquerschnitt:

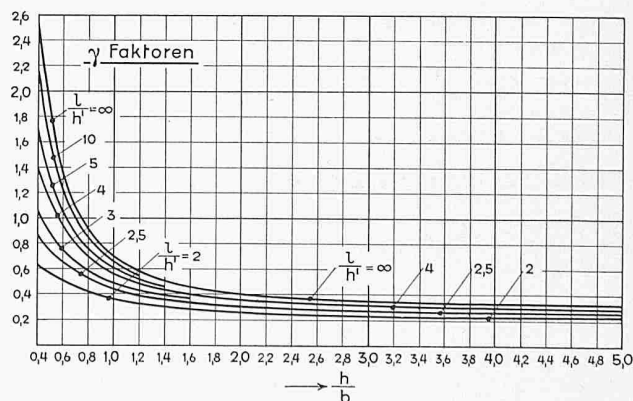
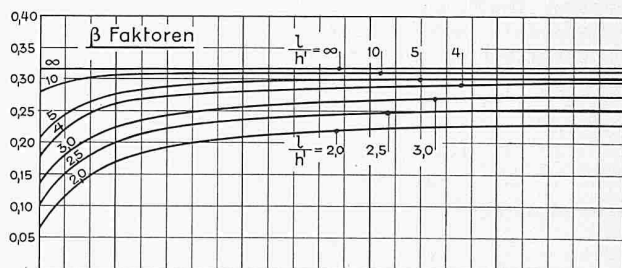
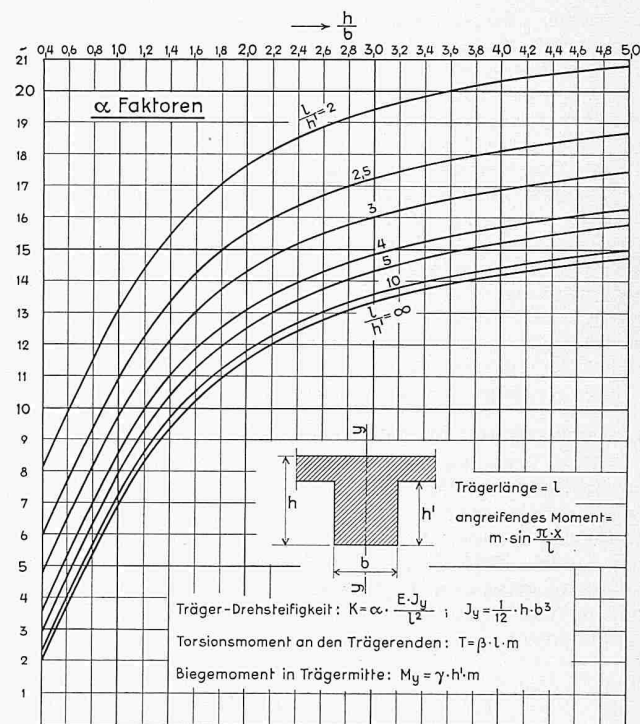


Bild 6. Diagramme für gedrungene Rechteckträger

$$\begin{aligned} \text{für } n = \frac{h}{b} \geq 1 \quad J_d &= \psi_3 h b^3 \\ \text{mit } \psi_3 &= \frac{1}{3n} \left(n - 0,630 + \frac{0,052}{n^4} \right) \\ \text{für } n = \frac{h}{b} \leq 1 \quad J_d &= \psi_3 n^2 h b^3 \\ \text{mit } \psi_3 &= \frac{n}{3} \left(\frac{1}{n} - 0,630 + 0,052 n^4 \right) \end{aligned}$$

Zur Vereinfachung der Berechnung werden drei Faktoren α , β und γ eingeführt. Diese Faktoren definieren wir zu:

$$\begin{aligned} \text{für } \frac{h}{b} = n \geq 1 \quad \alpha &= \frac{36\pi^2}{7} \psi_3 + \frac{\pi^4}{4} \left(\frac{h'}{l} \right)^2 \\ \beta &= \frac{36\pi}{7} \frac{\psi_3}{\alpha} \\ \gamma &= \frac{\pi^2}{2\alpha} \\ \text{für } \frac{h}{b} = n \leq 1 \quad \alpha &= \frac{36\pi^2}{7} \psi_3 n^2 + \frac{\pi^4}{4} \left(\frac{h'}{l} \right)^2 \\ \beta &= \frac{36\pi}{7} \frac{\psi_3 n^2}{\alpha} \\ \gamma &= \frac{\pi^2}{2\alpha} \end{aligned}$$

Mit den Faktoren α , β und γ , die direkt dem nebenstehenden Diagramm (Bild 6) entnommen werden können, berechnen sich die gesuchten Werte wie folgt:

Träger-Drehsteifigkeit:

$$K_{Tr} = \alpha \frac{EJ_y}{l^2}$$

Grösstes Torsionsmoment an den Trägerenden:

$$T_{max} = \beta l m$$

Grösstes Biegemoment M_y in Trägermitte:

$$M_{y,max} = \gamma h' m$$

Die Richtigkeit der Formeln lässt sich durch Einsetzen der Ausdrücke für α , β und γ leicht nachweisen.

Abschliessend ist noch zu bemerken, dass die angegebene Berechnungsmethode dieselbe ist, die oftmals zur Berechnung von torsionssteifen Sektorschützen im Stahlwasserbau verwendet wird. Der einzige Unterschied besteht darin, dass bei Sektorschützen die angreifenden Momente konstant angenommen werden können, während wir es hier voraussetzungsgemäss mit sinusförmigem Momentenangriff zu tun haben.

3. Vergleich der beiden Berechnungsmethoden, Anwendungsbereich

Für Träger mit einem Verhältnis von $h/b \approx 3 \div 5$ wollen wir im folgenden die Resultate der beiden Berechnungsarten einander gegenüberstellen. Zum Vergleich der Träger-

Drehsteifigkeiten genügt es, die α -Faktoren miteinander zu vergleichen. Dies bedingt jedoch, dass wir die Steifigkeitsberechnung nach Abschnitt 1 (Bild 2) umformen zu

$$K_{Tr} = \bar{K}_{Tr} \frac{N}{l} = \alpha' \frac{EJ_y}{l^2}$$

wobei $\bar{K}_{Tr}$ den Zahlenfaktor von Bild 2 darstellt. Bei $\nu = 0$ erhalten wir für den gesuchten Faktor α :

$$\alpha = \bar{K}_{Tr} \frac{l}{h} \approx \bar{K}_{Tr} \frac{l}{h'}$$

Bei Berechnung als gedrungener Träger können wir α direkt dem in Bild 6 angegebenen Diagramm entnehmen.

Bild 7 zeigt den Verlauf der α -Faktoren für die beiden Berechnungsmethoden.

Für Verhältnisse $l/h' \geq 3,5$ stimmen die beiden Berechnungsmethoden relativ gut überein, während man für geringe Verhältnisse l/h' (kurze Träger) nach Bild 6 wesentlich grössere Träger-Drehsteifigkeiten erhält als nach Bild 2. Dies ist leicht verständlich, wenn man bedenkt, dass die Steifigkeitsberechnung als gedrungener Träger die Trägerverbiegung senkrecht zur Trägeraxe nicht berücksichtigt. Andererseits darf man auch nicht über die Tatsache hinwegsehen, dass die Berechnung nach Abschnitt 1 ebenfalls nur näherungsweise die wirklichen Steifigkeitsverhältnisse erfasst, da Träger mit $h/b = 3 \div 5$ eigentlich nicht mehr als Platten berechnet werden dürfen. Deshalb empfiehlt es sich, alle Träger mit $h/b \leq 5$ als gedrungene Träger nach Bild 6 zu berechnen. Grössere Fehler können nur in dem für die Praxis unwichtigen Bereich $l/h' = 2 \div 3,5$ (gedrungene, sehr kurze Träger) auftreten. Träger mit $h/b > 5$ können stets als hohe, schlanke Träger nach Bild 2 berechnet werden.

4. Berechnungsbeispiel

Wir betrachten die Dreifeldplatte Bild 8. Platte a sei 20 cm, die Platten b und c 16 cm stark. Der rechte Rand der Platte b ist total eingespannt, während die übrigen Aussenränder frei drehbar gelagert angenommen werden. Die Kontinuitätsränder zwischen Platte a und b und zwischen Platte a und c werden durch Betontträger gestützt (Träger 1 und 2). Wir denken uns die Platte a mit 2 t/m² und die Platten b und c mit 0,5 t/m² belastet.

4.1 Plattensteifigkeiten (Annahme $\nu = 0$)

$$\text{Platte a: } N = \frac{E \times 20^3}{12(1-\nu^2)} \approx \frac{20^3}{12} = 667$$

$$\text{Platte b, c: } N = \frac{E \times 16^3}{12(1-\nu^2)} \approx \frac{16^3}{12} = 342$$

4.2 Randsteifigkeiten und Uebergangszahlen:

Die K -Werte und Uebergangszahlen können der Tafel I, Schweiz. Bauzeitung vom 10. Dezember 1955, entnommen werden:

$$\text{Platte a: Plattenart 4 mit } \frac{l_y}{l_x} = \frac{5,00}{5,00} = 1,00$$

$$\underline{K} = 7,01 \times \frac{N}{l_x} = \frac{7,01 \times 667}{500} = \underline{9,36} \quad \mu' = 0,293$$

$$\text{Platte b: Plattenart 5 mit } \frac{l_y}{l_x} = \frac{5,00}{4,00} = 1,25$$

$$\underline{K} = 5,72 \times \frac{N}{l_x} = \frac{5,72 \times 342}{400} = \underline{4,88} \quad \mu = 0,267$$

$$\text{Platte c: Plattenart 3 mit } \frac{l_y}{l_x} = \frac{6,50}{5,00} = 1,30$$

$$\underline{K} = 6,31 \times \frac{N}{l_x} = \frac{6,31 \times 342}{500} = \underline{4,32}$$

4.3 Träger-Drehsteifigkeiten

4.3.1 Träger 1

Träger 1 ist nach Abschnitt 1 als hoher, schlanker Träger zu berechnen, da $h/b = \frac{100}{18} = 5,6 > 5$ ist.

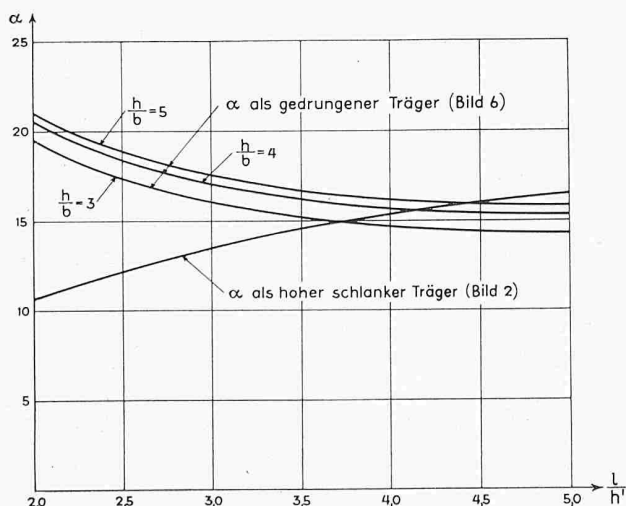


Bild 7. α -Faktoren für die beiden Berechnungsmethoden

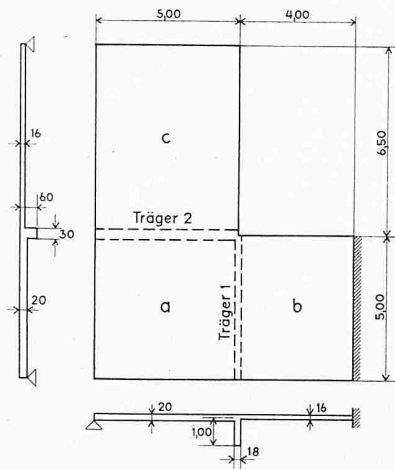


Bild 8

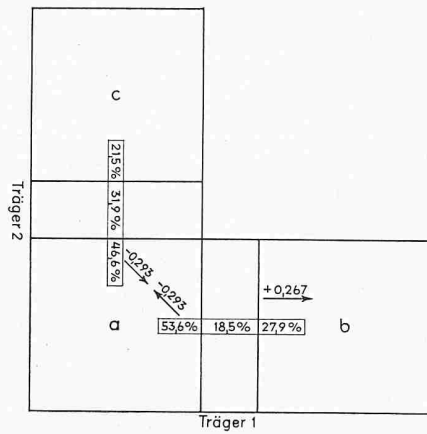


Bild 9

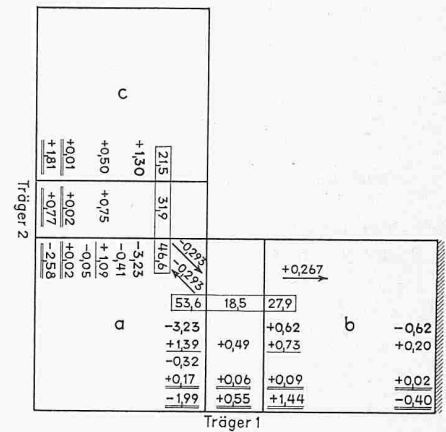


Bild 10

Mit $\frac{l}{h} = \frac{500}{100} = 5$ und $N = \frac{E \times b^3}{12(1-\nu^2)} \sim \frac{18^3}{12} = 486$

($\nu = 0$ angenommen) beträgt die gesuchte Träger-Drehsteifigkeit:

$$K_{Tr} = 3,33 \times \frac{N}{l} = \frac{3,33 \times 486}{500} = 3,24$$

4.32 Träger 2

Träger 2 wird als gedrungener Träger nach Abschnitt 2 berechnet. (Die Trägerhöhe h' beträgt im Mittel 42 cm).

Mit $\frac{h}{b} = \frac{60}{30} = 2,00$ und $\frac{l}{h'} = \frac{500}{42} = 11,9$ ergibt sich nach Bild 6:

$$\begin{aligned} \alpha &= 11,85 \\ \beta &= 0,31 \\ \gamma &= 0,41 \end{aligned}$$

Ferner gilt: $J_y = \frac{1}{12} \times 60 \times 30^3 = 135\,000$

Die gesuchte Träger-Drehsteifigkeit beträgt:

$$K_{Tr} = \alpha \times \frac{EJ_y}{l^2} \sim \frac{11,85 \times 135\,000}{500^2} = 6,40$$

4.4 Verteilung der Ausgleichsmomente

Die Verteilung der Ausgleichsmomente erfolgt wie beim üblichen Cross-Verfahren im Verhältnis der verschiedenen Steifigkeiten. Es entfallen

beim Träger 1 auf Platte a: $\frac{9,36}{9,36 + 4,88 + 3,24} \times 100 = 53,6\%$

auf Platte b: $\frac{4,88}{9,36 + 4,88 + 3,24} \times 100 = 27,9\%$

auf Träger 1: $\frac{3,24}{9,36 + 4,88 + 3,24} \times 100 = 18,5\%$

beim Träger 2 auf Platte a: $\frac{9,36}{9,36 + 4,32 + 6,40} \times 100 = 46,6\%$

auf Platte c: $\frac{4,32}{9,36 + 4,32 + 6,40} \times 100 = 21,5\%$

auf Träger 2: $\frac{6,40}{9,36 + 4,32 + 6,40} \times 100 = 31,9\%$

Bild 9 zeigt das Schema der Verteilzahlen und Uebertragungsfaktoren.

4.5 Volleinspannmomente

Die Volleinspannmomente betragen im vorliegenden Fall:

Platte a: ($l_y/l_x = 1,00$; $p = 2 \text{ t/m}^2$)
 $m = 1/15,5 \times 2,0 \times 5,00^2 = 3,23 \text{ t}$

Platte b: ($l_y/l_x = 1,25$; $p = 0,5 \text{ t/m}^2$)
 $m = 1/12,8 \times 0,5 \times 4,00^2 = 0,62 \text{ t}$

Platte c: ($l_y/l_x = 1,30$; $p = 0,5 \text{ t/m}^2$)
 $m = 1/9,6 \times 0,5 \times 5,00^2 = 1,30 \text{ t}$

4.6 Momentenausgleich, Tragerbeanspruchung

In Bild 10 ist der Momentenausgleich dargestellt. Da uns in diesem Zusammenhang nur die Momentenbeanspruchung auf die Träger interessiert, erübrigt es sich, die Feldmomente der Platten zu bestimmen. Wie der Ausgleich zeigt, entfallen auf Träger 1 0,55 mt/m und auf Träger 2 0,77 mt/m.

Träger 1 erhält an den Trägerenden ein Torsionsmoment von $T_{max} = 0,318 \times l \times m = 0,318 \times 5,00 \times 0,55 = 0,88 \text{ mt}$

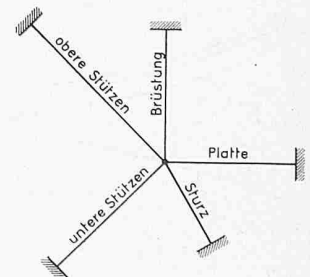
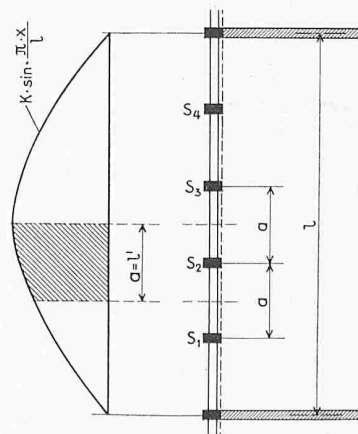
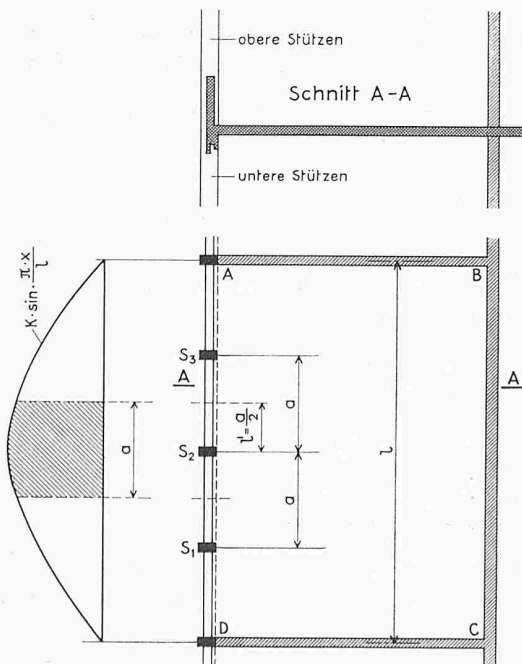


Bild 11 (links)

Bild 12 (mitte)

Bild 14 (rechts)

Das seitliche Biegemoment m_y an der Trägerunterkante beträgt nach Bild 2 $m_y = 0,47 \times m = 0,47 \times 0,55 = 0,26 \text{ mt/m}$

Bei Träger 2 sind das Torsionsmoment an den Trägerenden und das seitliche Biegemoment in Trägermitte mit den in Abschnitt 4.32 ermittelten Faktoren β und γ wie folgt zu bestimmen:

$$T_{\max} = \beta l m = 0,31 \times 5,00 \times 0,77 = 1,19 \text{ mt}$$

$$M_{\max} = \gamma h' m = 0,41 \times 0,42 \times 0,77 = 0,13 \text{ mt}$$

5. Erweiterung des Verfahrens

Eine interessante Anwendung der Methode besteht darin, dass wir bei Geschossdecken nicht nur die Torsionssteifigkeit der Fensterstürze und gegebenenfalls betonierten Brüstungen, sondern auch die Mitwirkung der Fassadenstützen in die Plattenberechnung miteinbeziehen. Bild 11 zeigt Grundriss und Schnitt einer Geschossdecke mit betonierten Stützen, Fenstersturz und Brüstung. Gesucht wird die Einspannung der Decke $ABCD$ in der Brüstung und im Fenstersturz AD sowie in den Stützen S_1 , S_2 und S_3 .

Da die allfällige Einspannung der Decke in der Fassade für die Dimensionierung der Decke nur von untergeordneter Bedeutung ist, ist die Umkehrung obiger Fragestellung meistens viel wichtiger. Somit interessiert uns vor allem die Momentenbeanspruchung des Brüstungsträgers, Fenstersturzes und der Fassadenstützen, die bei vollständig monolithischem Zusammenwirken der einzelnen Konstruktionsteile infolge Belastung der Decke auftritt. Mit der folgenden Berechnungsmethode lässt sich die Grössenordnung dieser Momente rasch und zuverlässig abschätzen. Zuerst wird die Randsteifigkeit der Decke bestimmt. Dann ist die Träger-Drehsteifigkeit der Brüstung als hoher, schlanker Träger und diejenige des Fenstersturzes als gedrungener Träger zu ermitteln. Zur Bestimmung der Steifigkeit der Stützen S_1 , S_2 und S_3 denken wir uns die Stützenköpfe resp. Stützenfüsse mit einem sinusförmig angreifenden Moment $k \sin \frac{\pi x}{l}$ beansprucht. Da die Berechnung der Randsteifigkeiten der Platten nur für die Randmittelpunkte gilt, berücksichtigen wir konsequenterweise nur Stütze S_2 . Auf S_2 entfällt angenähert der schraffierte Teil des sinusförmig angreifenden Momentes. Die gesuchte Stützensteifigkeit $k \sin \frac{\pi x}{l}$ ist nun dasjenige sinusförmig angreifende Moment, dessen auf die Stütze S_2 wirkender Momentenanteil (schraffierte Fläche) den Stützenkopf resp. Stützenfuss um den Drehwinkel 1 verdreht. Bei gerader

Stützenanzahl (Bild 12) ist zu berücksichtigen, dass der Drehwinkel des Stützenkopfes S_2 resp. S_3 lediglich

$$1 \cdot \sin \frac{\pi}{l} \left(\frac{l}{2} - \frac{a}{2} \right)$$

beträgt, weil die Stütze S_2 resp. S_3 sich nicht im Randmittelpunkt befindet. Wie sich leicht nachweisen lässt, betragen die gesuchten Stützen-Steifigkeiten:

Fall I: Ungerade Stützenanzahl, d.h. eine Stütze direkt im Randmittelpunkt (Bild 11)

$$K = \frac{K_{\text{Cross}}}{a \eta_1}$$

Fall II: Gerade Stützenanzahl, d.h. Mittelstützen um den halben Stützenabstand vom Randmittelpunkt entfernt (Bild 12)

$$K = \frac{K_{\text{Cross}}}{a \eta_1} \eta_2$$

Dabei ist: K_{Cross} die übliche Steifigkeit des Cross-Verfahrens

$$\left(\frac{3 EJ}{l} \text{ resp. } \frac{4 EJ}{l} \right),$$

η_1 ein Korrekturfaktor zur Berücksichtigung des sinusförmigen Momentenangriffes. Es gilt

$$\eta_1 = \frac{\cos \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{2l'}{l} \right)}{\pi \frac{l'}{l}}$$

η_2 ein Korrekturfaktor, der berücksichtigt, dass der Drehwinkel im Fall II kleiner als 1 ist. Es gilt

$$\eta_2 = \sin \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{l'}{l} \right)$$

Die Korrekturfaktoren η_1 und η_2 können mit dem nebenstehenden Hilfsdiagramm (Bild 13) ermittelt werden. Es ist lediglich zu beachten, dass im Fall I l' den halben Stützenabstand a , im Falle II jedoch den ganzen Stützenabstand a bedeutet. (Vergleiche auch Bilder 11 und 12.)

Sind alle Steifigkeiten bestimmt, geht der Momentenausgleich wie üblich vor sich. Er entspricht dem Momentenausgleich nach Cross für einen Knotenpunkt mit 5 Riegeln (Bild 14). Von dem durch den Momentenausgleich erhaltenen, auf die Stützen wirkenden Moment $m \sin \frac{\pi x}{l}$ erhält die Mittelstütze den Anteil $M = m a \eta_1$.

Die hier entwickelte Ermittlung der Stützensteifigkeiten stellt selbstverständlich nur eine grobe Näherungslösung dar, die allerdings innerhalb den Annahmen des Momentenausgleichsverfahrens durchlaufender Platten bei unendlich vielen Stützen gleicher Steifigkeit streng richtig wäre. Bei der in Wirklichkeit meistens sehr geringen Stützenanzahl würde die genauere mathematische Erfassung der statischen Verhältnisse eine einfache, dem Momentenausgleichsverfahren entsprechende Methode verunmöglichen. Bei grösserer Stützenanzahl lohnt es sich nicht, die Abminderungsfaktoren η_1 und η_2 zu berücksichtigen. Es ergibt sich somit die einfache Regel: Stützensteifigkeit = normale Steifigkeit nach Cross dividiert durch Stützenabstand.

Literaturnachweis

H. Bleich: Berechnung kreuzweise bewehrter Eisenbetonplatten bei beliebiger Stellung der Verkehrslasten. «Beton und Eisen» 36 (1937).

K. Girkmann, Flächentragwerke, Wien: Springer-Verlag, 1954.

K. Beyer, Die Statik im Stahlbetonbau, Berlin: Springer-Verlag, 1948.

Adresse des Verfassers: W. Brunner, Dipl. Ing. ETH, Schöneggstrasse 42, Dietikon.

Wettbewerb für kirchliche Bauten an der Saatlenstrasse in Zürich-Schwamendingen

DK 726.5

Aus dem Bericht des Preisgerichtes

Innert der vorgeschriebenen Frist sind bei der Kirchengpflege Zürich-Schwamendingen 71 Projekte eingereicht worden. Das Preisgericht versammelte sich vollzählig mit den Ersatzleuten Dienstag, den 3. Juli 1956. Auf Grund des Berichtes der Vorprüfung und nach einer orientierenden Besichtigung

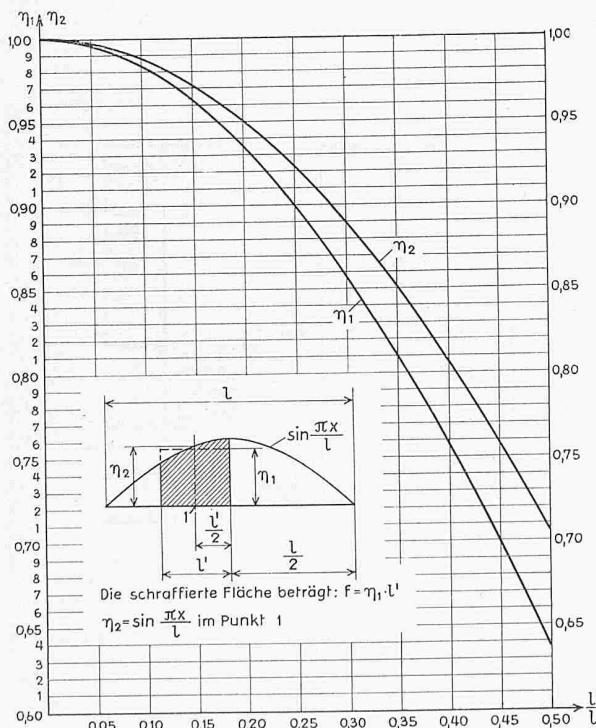


Bild 1. Korrekturfaktoren η_1 und η_2