

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 67 (1949)
Heft: 3: Zum Rücktritt von Schulrats-Präsident Rohn

Artikel: Ueber die Strömung von Gasen durch ungestaffelte Profilgitter
Autor: Ackeret, J. / Rott, N.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-83982>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Speziell für den kritischen Punkt wird

$$\kappa_T \text{ krit.} = 0$$

$$(15) \quad \kappa_S \text{ krit.} = 6(\kappa_{\text{Gas}} - 1)$$

Die zahlenmässige Auswertung lässt das charakteristische Verhalten von κ_T , c_p/c_v und κ_S als Funktion der Zustandsgrössen v_{red} und p_{red} erkennen (Bild 1): Während der Exponent der Isotherme κ_T besonders in Sättigungsnähe und mit steigendem Druck vom Wert 1 stark abfällt, um schliesslich im kritischen Punkt auf Null zu sinken, steigt c_p/c_v gegen ∞ an; der Exponent der Adiabate κ_S aber weicht im weitem Bereich verhältnismässig wenig von dem gewählten Grundwert $\kappa_{\text{Gas}} = 1,3$ ab.

Ueber die Strömung von Gasen durch ungestaffelte Profiltmitter¹⁾

[DK 621.135]

Von Prof. Dr. J. ACKERET und Dr. N. ROTT, Zürich

Gasströmungen mit Mach'schen Zahlen in der Nähe von Eins bieten für die theoretische Behandlung besondere Schwierigkeiten, die zum grossen Teil noch ungelöst sind. Es ist deshalb von einem gewissen Interesse, einfache und übersichtliche Fälle zu untersuchen, bei denen die Strömung einige typische Züge aufweist, von denen man hoffen darf, dass sie auch bei komplizierteren Anordnungen erkennbar sind.

Wir haben mit dieser Absicht ungestaffelte Gitter von symmetrischen Profilen im Hochgeschwindigkeitskanal untersucht. Bild 1 zeigt eine der verschiedenen Anordnungen. Das Verhältnis t/l ist von $2/3$ in fünf Stufen auf 4 variiert worden. Die Profile haben ein Dickenverhältnis $d/l = 0,0785$. Die Tiefe l betrug 90 mm. Gemessen wurden die statischen und die Gesamtdrücke über einer Teilung in 18 mm Abstand von den Hinterkanten. Sodann wurden auch statische Drücke an der Profil-Oberfläche und in der Mittelebene zwischen zwei Profilen bestimmt. Mit Hilfe der Schlierenapparatur konnten auftretende Verdichtungsstösse sichtbar gemacht werden.

A) Sperrung (Blockierung)

Es ist naheliegend, für die Strömung zwischen den Schaufeln die einfache «Querschnittstheorie», d. h. die eindimensionale Theorie der Lavaldüse zu verwenden. Mit den Bezeichnungen von Bild 1 und der Einführung von

T_0 = Ruhetemperatur (absolut)

p_0 = Ruhedruck der Anströmung

a^* = invariable (kritische) Schallgeschwindigkeit

$$= \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} g R T_0}$$

$$M^* = \frac{w}{a^*} = \text{Machzahl, bezogen auf } a^*$$

$$M = \frac{w}{a} = \text{Machzahl, bezogen auf die lokale Schallgeschwindigkeit } a = \sqrt{g \kappa R T}$$

lässt sich nach bekannten Methoden die Abhängigkeit von Geschwindigkeit und Querschnitt leicht angeben.

Bei Steigerung der Geschwindigkeit w_1 wird schliesslich ein Strömungszustand erreicht, bei dem im engsten Querschnitt gerade die kritische Schallgeschwindigkeit auftritt. Eine weitere Steigerung der Anströmgeschwindigkeit w_1 ist bei fester Ruhetemperatur T_0 nicht mehr möglich; es tritt, wie man sagt, «Sperrung» oder «Blockierung» ein. Für diesen Fall gilt²⁾:

$$(1) \quad \frac{f}{f_{\min}} = \frac{1}{M^*} \left\{ \frac{\kappa+1}{2} - \frac{\kappa-1}{2} M^{*2} \right\}^{-\frac{1}{\kappa-1}}$$

bzw.

$$(1a) \quad \frac{f}{f_{\min}} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{2}{\kappa+1} + \frac{\kappa-1}{\kappa+1} M^2 \right\}^{\frac{1+\kappa}{2(\kappa-1)}}$$

Da es sich hier um Fälle handelt, wo f nicht wesentlich grösser wird als $f_{\min}$, so kann man an Stelle von (1) eine daraus entwickelte Näherungsformel benutzen: Mit $M^* - 1 = x$ folgt für nicht zu grosse x :

¹⁾ Im Auszug vorgetragen am 6. Internationalen Kongress für angewandte Mechanik in Paris 1946.

²⁾ R. Sauer: Gasdynamik, Berlin 1943, S. 10.

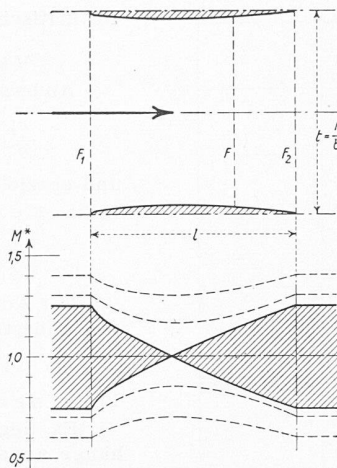


Bild 1. Bezeichnungen und Machzahl-Verlauf nach Querschnittstheorie. Stark ausgezogen: Sperrzustände

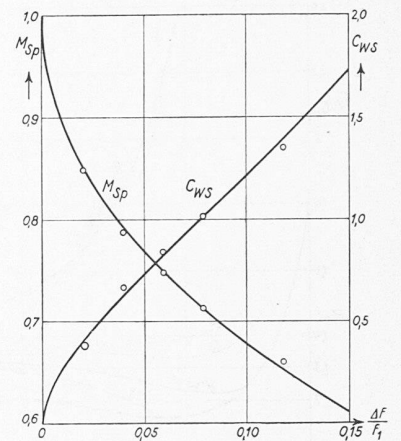


Bild 2. Gerechnete und gemessene Werte der Sperrmachzahlen und der maximalen Widerstände. Ausgezogen: theoretische Werte

$$(2) \quad \frac{f}{f^*} = 1 + \frac{\kappa+1}{2} x^2 - \frac{(\kappa+1)(3-2\kappa)}{6} x^3 + \dots$$

wobei es weiterhin genügt, nur die ersten zwei Glieder zu berücksichtigen und $f^* \approx f$ zu setzen. Wir haben daher mit $\Delta f = f - f^*$, $\Delta f/f = \frac{1}{2}(\kappa+1)x^2$, und die beiden Lösungen:

$$(2a) \quad M^* = 1 - \sqrt{\frac{2}{\kappa+1} \frac{\Delta f}{f}} < 1$$

$$M^* = 1 + \sqrt{\frac{2}{\kappa+1} \frac{\Delta f}{f}} > 1$$

In Bild 1 unten sind die M^* -Verläufe längs dem Kanal für verschiedene Anfangszustände eingetragen. Die stark gezeichneten Kurven entsprechen den beiden Lösungen mit a^* im engsten Querschnitt. Schliesslich kann man noch von M^* auf M übergehen gemäss:

$$(3) \quad M = \frac{M^*}{\sqrt{\frac{\kappa+1}{2} - \frac{\kappa-1}{2} M^{*2}}}$$

In unserem Falle war $\Delta f_{\max} = f_1 - f_{\min}$; die entsprechenden Machzahlen M^*_1 und M^*_2 entsprechen Unter- bzw. Ueber-schallgeschwindigkeit vor bzw. hinter dem Gitter. Die Sperrmachzahl ist also näherungsweise

$$(4) \quad M^*_1 \text{ Sp} = 1 - \sqrt{\frac{2}{\kappa+1} \frac{f_1 - f_{\min}}{f_1}}$$

Zum Vergleich mit dem Versuch (Bild 2) sind die genauen Werte der Gleichung (1a) genommen worden. Die Übereinstimmung der gerechneten und gemessenen Werte ist im ganzen untersuchten Bereich, wie man sieht, sehr gut.

B) Widerstand der Profile

Es ist leicht möglich, mit der eindimensionalen Methode den Widerstand eines Gitterprofils zu rechnen, falls angenommen wird, dass rechts vom engsten Querschnitt Ueber-schallgeschwindigkeit herrscht und keine Verdichtungsstösse auf dem Profil auftreten. Offenbar ist dann der Widerstand ein Maximum. Reibung soll vernachlässigt werden; es handelt sich um einen reinen Druckwiderstand. Während bei $M < 1$ (im ganzen Bereich) zu jedem Querschnitt in der erwähnten Näherung eindeutig ein Druck gehört, also der Druckwiderstand insgesamt verschwindet, ferner auch die exakte Theorie zwar nicht genau Symmetrie aber auch verschwindende Gesamtkraft liefert, so ist bei gemischter Strömung (Durchgang durch die Schallgeschwindigkeit) eine fundamentale Unsymmetrie vorhanden. Diese Zweideutigkeit des Druckes in Abhängigkeit vom Querschnitt ist die eigentliche Ursache des Druckwiderstandes. Mindestens in unserem speziellen Falle ist somit der Widerstandsanstieg nicht durch Ablösungen und dergleichen hervorgerufen, sondern er stellt ein Phänomen der rationalen Gasdynamik dar.

Anstatt die Drücke auf der Profil-Oberfläche zu integrieren, können wir mit dem Impulssatz den Widerstand berechnen.

Es wird (Index 1 bezieht sich auf eine Ebene vor, Index 2 auf eine solche nach dem Gitter):

$$W = f_1 (p_1 + \varrho_1 w_1^2 - p_2 - \varrho_2 w_2^2) \\ = f_1 \varrho_1 w_1 \left\{ \frac{p_1}{\varrho_1 w_1} + w_1 - \frac{p_2}{\varrho_2 w_2} - w_2 \right\}, \\ \text{da } \varrho_1 w_1 = \varrho_2 w_2 \text{ ist.}$$

Mit der bekannten Beziehung:

$$\kappa \frac{p}{\varrho} = a^2 = \frac{\kappa + 1}{2} a^{*2} - \frac{\kappa - 1}{2} w^2$$

folgt nach einigen Umformungen:

$$(5) \quad W = \frac{\kappa + 1}{2\kappa} f_1 \varrho_1 w_1 a^* \left\{ M_1^* + \frac{1}{M_1^*} - M_2^* - \frac{1}{M_2^*} \right\}.$$

Als Widerstandsbeiwert, bezogen auf die Stirnfläche $ab = \Delta f$, ergibt sich:

$$(5a) \quad c_{ws} = \frac{W}{\frac{\varrho_1}{2} w_1^2 \Delta f} \\ = \frac{\kappa + 1}{\kappa} \frac{f_1}{\Delta f} \frac{1}{M_1^*} \left\{ M_1^* + \frac{1}{M_1^*} - M_2^* - \frac{1}{M_2^*} \right\},$$

oder bezogen auf die Tiefe l des Profils:

$$(5b) \quad c_{wl} = \frac{\kappa + 1}{\kappa} \frac{f_1}{bl} \frac{1}{M_1^*} \left\{ M_1^* + \frac{1}{M_1^*} - M_2^* - \frac{1}{M_2^*} \right\}.$$

Auch hier kann man eine Näherungsformel angeben: Mit

$$x = \sqrt{\frac{2}{\kappa + 1} \frac{\Delta f}{f_1}} \text{ folgt nämlich nach einiger Rechnung}^3):$$

$$(6) \quad c_{ws} = \frac{8}{3} \frac{(1 - M_1^*) \{1 + \alpha(1 - M_1^*)\}}{M_1^{*2} (2 - M_1^*)}$$

$$\text{wo } \alpha = \frac{(3 + \kappa)(3 - 2\kappa)}{6\kappa} \text{ ist.}$$

Für $\kappa = 1,4$ ist $\alpha \approx 0,1$. Mit $c_{wl} = lc_{ws}/d$ ergibt sich ein entsprechender Näherungsausdruck für c_{wl} .

Für die fünf untersuchten Anordnungen erhält man die Werte der Tabelle 1.

Tabelle 1

Messreihe	I	II	III	IV	V
t/l	2/3	1	4/3	2	4
M_1^*	0,687	0,744	0,778	0,819	0,872
M_1	0,653	0,713	0,749	0,793	0,852
c_{ws}	1,388	1,006	0,818	0,620	0,402
c_{wl}	0,109	0,079	0,0642	0,0487	0,0316

(Schluss folgt)

Beitrag zur Theorie der Energiewirtschaft

Von Prof. Dr. B. BAUER, Zürich

DK 330.12:620.9

(Vorbemerkung der Redaktion. Der vorliegende Aufsatz, in dem erstmalig ein grundlegendes Problem der Wirtschaftstheorie in der Denkweise und Darstellungsart des Ingenieurs abgeklärt wird, stellt einen Abschnitt eines in Bearbeitung stehenden Buches des Verfassers über Energiewirtschaft dar.)

Die Lehre von den theoretischen Grundlagen der Energiewirtschaft bezweckt die Erforschung der Vorgänge und Gesetzmässigkeiten, die sich im Zuge der Deckung der Energiebedürfnisse des Menschen abspielen. Sie strebt nur nach der Erkenntnis dieser Zusammenhänge, und je klarer sie sich diese Aufgabe abgrenzt, umso brauchbarer und standfester ist die damit geschaffene Grundlage, auf der sich die praktische Energiewirtschaft aufbaut. Diese forscht nach den Mitteln und Wegen zur Erreichung einer gesicherten und rationalen Energieversorgung, wobei der Umstand erschwern in Erscheinung tritt, dass die Energiebedürfnisse des Menschen mengenmässig unbegrenzt, die Mittel zu deren Befriedigung aber nur in beschränktem Umfang vorhanden sind. Die Energiewirtschaftslehre begnügt sich also nicht allein mit der Betrachtung der betriebswirtschaftlichen Beziehungen der Produktions- und Verbraucherbetriebe; sie hat vielmehr

³⁾ Es ist hierfür notwendig, M_1^* und M_2^* etwas besser zu approximieren als in den Gleichungen (2a). Ist M_1^* genau $1 - x$, so folgt für M_2^* : $M_2^* = 1 + x + (3 - 2\kappa)x^2/3$.

in letzter Linie den gesamtwirtschaftlichen Aspekt im Auge. In diesem Sinne stellt sie offenbar nur ein Sonderproblem der Nationalökonomie dar, gleich wie z. B. die Landwirtschaft.

Merkwürdigerweise findet man aber in den führenden volkswirtschaftlichen Lehrbüchern die Energiewirtschaft kaum erwähnt. Ueber die Elektrizitätswirtschaft, eines ihrer Teilgebiete, wird gesagt, dass die Elektrizitätsliefer-Unternehmungen als Monopolbetriebe anzusprechen seien, weshalb die Preisbildung der elektrischen Energie nicht auf Grund der Marktesetze erfolge. Der Grund dieser irrthümlichen Auffassung ist offenbar im Umstand zu suchen, dass die betreffenden Autoren umsonst nach einem Elektrizitätsmarkt Ausschau hielten, auf dem der Vielheit von Elektrizitätsverbrauchern auch eine Vielheit von Produzenten elektrischer Energie gegenübersteht. In der Tat fehlt dieses Merkmal des Markts, das Konkurrenzprinzip, weil sich die Elektrizitätsunternehmungen auf öffentlich-rechtlichem oder privatrechtlichem Weg das alleinige Lieferrecht in ihren zugeordneten Versorgungsgebieten gesichert haben. Die Ausschaltung der Konkurrenz ist hier wirtschaftlich begründet, weil andernfalls die Mehrkosten, die aus dem Nebeneinanderbestehen mehrfacher Produktions-, Fortleitungs- und Verteilanlagen erwachsen müssten, dem Verbraucher der elektrischen Energie am Ende selbst zur Last fielen. Der Vorteil der Konkurrenz wäre zu teuer erkauft.

Das Liefermonopol der Produzenten bringt diese aber trotzdem nicht in den Genuss des Preisdiktats, weil die elektrische Energie auf der Nutzenergieseite dem Wettbewerb der andern Rohenergieträger begegnet. Die Verbraucher benötigen eben diese Träger in den meisten Anwendungsfällen nicht als solche, sondern sie brauchen Licht, mechanische Arbeit, Wärme und chemische Energie, und es ist ihnen unter Voraussetzung gleichen Nutzens privatwirtschaftlich gleichgültig, ob diese Nutzenergieformen aus Kohle, Brennholz, Oel, Gas oder elektrischer Energie erzeugt werden. Trotz der Monopolstellung der Elektrizitäts- und Gaswerke und einem faktischen Preisdiktat der Brennstoffproduzenten verbleibt daher den Verbrauchern die Freiheit in der Auswahl der Rohenergieträger, vorausgesetzt, dass ihnen dieser Vorzug nicht durch eine gelenkte Verteilung vereitelt wird. Man darf daher, immer unter dieser Voraussetzung, zwar nicht von einem Elektrizitäts- oder Gasmarkt, wohl aber von einem Energiemarkt reden.

Dieser Markt weicht in seiner Struktur allerdings etwas ab vom Gedankenmodell des klassischen freien Marktes. Es steht einer grossen Zahl von Verbrauchern nur eine verhältnismässig kleine Anzahl von Lieferanten mit grosser Produktionskapazität gegenüber. Auch ist die Qualität der Güter verschieden, die je zum Tausch gelangen. Zwar messen wir die Gütermengen alle im gleichen Energiemass, aber der effektive Nutzen der Rohenergieeinheit ist verschieden, je nach dem Grad der Eignung ihres Trägers zur Umwandlung in eine bestimmte Nutzenergieform. Er verändert sich auch für ein und die selbe Rohenergieart, je nach der Nutzenergieform, die erzeugt werden soll. Es spielen hier der physikalische Wert der Energien und der Stand der Technik ihrer Umwandlung hinein. Benötigt der Verbraucher z. B. 1000 kcal Nutzwärme in Form von Dampf, so hat er im Fall der Verwendung von Kohle vielleicht 1250 kcal Rohenergie aufzubringen, wogegen sich der Aufwand auf 1050 kcal verringert, wenn er die Kohle durch elektrische Energie ersetzen kann. Will der Verbraucher aber 1000 kcal mechanische Arbeit erzeugen, so sind hierfür mindestens 3000 kcal «Kohlenenergie» nötig, jedoch nur etwa 1200 kcal elektrische Energie.

Wir denken uns das Modell des Energiemarkts aus m Produktionsbetrieben $P_I, P_{II} \dots P_m$ und n Verbrauchern $V_a, V_b \dots V_n$ aufgebaut (Bild 1), wobei n mehrfach grösser ist als m . Die Brennstofflieferer können hierbei in Konkurrenz unter sich je mehrfach auftreten. Die Rechtecke U symbolisieren die Energieumwandlungsgeräte beim Verbraucher, welche die «zufließenden» Rohenergien (in Form von Brennstoff oder Elektrizität) in die Nutzenergien umformen, z. B. in Licht (L), in mechanische Arbeit (M), in Nutzwärme (W) oder in chemische Energie (Ch). Grundsätzlich vermag jede Rohenergieart vermittle einer geeigneten Umwandlungseinrichtung jede verlangte Nutzenergieform beim Verbraucher zu erzeugen, so dass jeder der m Produzenten bei hinreichender Produktionskapazität den Anspruch darauf erheben könnte, den gesamten Nutzenergiebedarf der n Verbraucher zu decken.