

Fehlerrechnung bei kleinen Stichproben

Autor(en): **Linder, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **127/128 (1946)**

Heft 5

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-83881>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

nannten Grenzen ist aus Bild 3 ersichtlich, dass sich die Amortisationszeit von Koks-Trockenkühanlagen zwischen 0,6 und 3,6 Jahren bewegt.

B. Die drei Grundtypen von Koks-Trockenkühanlagen

Je nach den vorliegenden Betriebs- und Lageverhältnissen werden die Anlagen nach dem Behälter-, Kammer- oder Flammrohrtyp gebaut.

a) Behältertyp

Disposition und Arbeitsweise sind in den Bildern 3 und 4 dargestellt. Bei Beendigung des Entgasungsprozesses in einer bestimmten Ofenkammer werden Koks wagen 6 und Koks kuchenführung 10 (Bild 4) zur Aufnahme des Glühkokes vor die entsprechende Kammer gebracht. Bei der gezeichneten Horizontalkammer-Ofenanlage wird der Glühkoks mit der Stossmaschine 11 über die Koks kuchenführung 10 in den Koks wagen 6 gestossen, der dann möglichst rasch vor die Koks kühanlage 1 gefahren wird. Hier wird der Wageninhalt in den Kübel G des Aufzuges F (Bild 3) entleert. Kurz vor der Ankunft des Kübels in der oberen Endlage öffnet sich automatisch die Einfüllöffnung des Kühlbehälters A, und der Koks entleert sich durch automatisches Kippen des Kübels in den Kühlbehälter. Darauf kehrt Kübel G wieder zur unteren Endlage des Aufzuges zurück und die Kühlbehälter-Einfüllöffnung schliesst sofort automatisch wieder. Die ganze Förder einrichtung wird mit einer elektrischen Druckknopfsteuerung betätigt.

Das Kühlen des Kokes erfolgt nach dem bewährten, von Gebrüder Sulzer entwickelten Gasumwälzverfahren. Im praktischen gasdichten Kreislaufsystem A-C-B hält der Ventilator D ein indifferentes Gasgemisch als Wärmeträger in Pfeilrichtung in Umlauf, das die im Glühkoks gespeicherte Wärme an den Ueberhitzer C sowie an den Dampfkessel B übermittelt. Der Koks kühlt sich dabei gleichmässig und langsam ab, wobei er im Gegensatz zum Nasslöschbetrieb weitgehend geschont wird. Mit einer speziellen Austragvorrichtung wird der gekühlte Koks aus dem Behälter A abgezogen, dem Förderband J (Bild 3) bzw. 9 (Bild 4) übergeben und zur Koks-Sortieranlage 13 gefördert. Die für den Nasslöschbetrieb erforderliche Koksrampe 8 wird auch nach Einbau der Trocken kühanlage ihre Bedeutung nicht ganz verlieren. Falls nur eine Koks kühanlage vorhanden ist, muss während ihrer Revisionszeit der Glühkoks vorübergehend nass gelöscht werden. Die bestehende Rampe kann in dieser Zeit, wie früher, als Koks entleerestelle benützt werden, von wo aus das Förderband 9 den Weitertransport des gelöschten Kokes übernimmt.

Die Kühlbehälter werden in Eisenbeton ausgeführt und mit erstklassigem feuerfestem und hartem Material ausgemauert, das hitzebeständig und gegen Abrieb sehr widerstandsfähig ist. Kessel- und Behältersystem werden zwecks Beschränkung der Wärmeverluste isoliert.

Bild 6 zeigt eine Gross-Kokstrockenkühanlage, die nach dem Behältertyp von Gebrüder Sulzer gebaut und im Jahre 1934 für das Kokerei- und Hochofenwerk der Ford Motor Co. in Dagenham bei London in Betrieb gesetzt wurde. Die aus zwei Einheiten bestehende Kühanlage kann in 24 Stunden 900 t Koks so weit kühlen, dass eine Wiederentzündung bei Ausbreiten an freier Luft nicht mehr stattfindet. In den Dampfkesseln wird Dampf von 14 atü und 315° C Ueberhitzungstemperatur für das eigene Werk erzeugt. (Schluss folgt)

Fehlerrechnung bei kleinen Stichproben

Von Prof. Dr. A. LINDER, Genf

(Schluss von Seite 41)

5. Grenzen der Anwendung der klassischen Fehlerrechnung

Wie aus den Erläuterungen des vorigen Abschnitts hervorgeht, können wir die klassische Fehlerrechnung auf das Prüfen von Durchschnitten anwenden, solange wir die Streuung σ der Grundgesamtheit kennen. Das ist nun in den industriellen Anwendungen und im praktischen Versuchswesen meistens nicht der Fall. Wenn wir im vorigen Abschnitt annahmen, dass wir den Durchschnitt und die Streuung der Grundgesamtheit kennen, so taten wir das nur um zu zeigen, welche Schlüsse sich dann ziehen lassen.

Im industriellen Versuchswesen muss man sich meist mit kleinen Stichproben begnügen. Die Bestimmung von Griffzeiten ist dafür ein bezeichnendes Beispiel. Hier werden wir die Streuung σ der Grundgesamtheit nicht kennen. Damit fällt auch die Möglichkeit dahin, die Verfahren der klassischen Fehlerrechnung anzuwenden.

Nun werden zwar diese Methoden trotzdem noch sehr oft auch bei kleinen Stichproben angewandt. In den Lehrbüchern

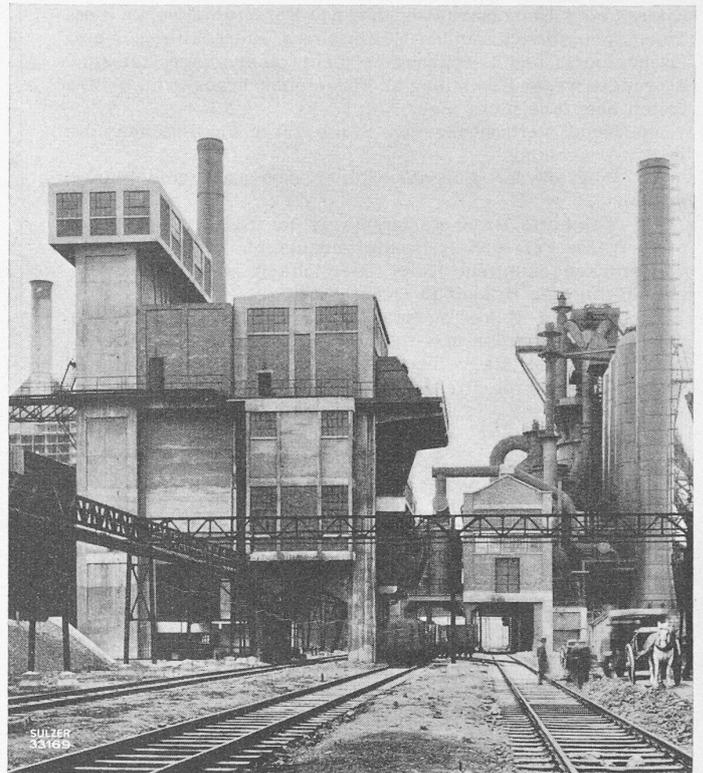


Bild 6. Koks kühanlage der Kokerei der Ford-Werke in Dagenham bei London. Links Koks aufzüge mit Windenkabine, anschliessend Kühlbehälter mit Filterapparaturen, rechts davon Kesselhaus, links hinten die Koksöfen, ganz rechts der Hochofen

der Physik und anderer angewandter Wissenschaften wird dies immer wieder in fehlerhafter Weise vorgeführt. Die Ausführungen des vorigen Abschnittes dürften indes gezeigt haben, dass es durchaus falsch ist, die Formel (5) zu benutzen und dabei an die Stelle der unbekannteren Streuung σ der Grundgesamtheit den aus der Stichprobe berechneten Wert s zu setzen.

Die klassische Fehlerrechnung darf demnach bei kleinen Stichproben nicht verwendet werden. Es stellt sich die Frage, ob eine Möglichkeit bestehe, die Abweichung eines Durchschnitts von seinem theoretischen Wert oder den Unterschied zwischen zwei Durchschnitten zu prüfen, wenn wir es mit einer kleinen Anzahl von Einzelwerten zu tun haben? Wir können diese Frage bejahen. Welche Ueberlegungen der sogenannten Theorie der kleinen Stichproben zu Grunde liegen, wollen wir im folgenden Abschnitt darlegen.

6. Kleine Stichproben

Da wir bei kleinen Stichproben nicht mehr in der Lage sind, die Streuung σ der Grundgesamtheit zuverlässig zu schätzen, muss ein Prüfverfahren für kleine Stichproben so beschaffen sein, dass es für alle Stichproben gilt, unabhängig davon, wie gross die Streuung der Grundgesamtheit ist.

In einer im Jahre 1908 in der englischen Zeitschrift «Biometrika» erschienenen Arbeit «The probable error of a mean» hat der unter dem Namen «Student» schreibende W. S. Gosset gezeigt, wie man ein Prüfverfahren finden kann, das die Forderung erfüllt, von der Streuung σ der Grundgesamtheit unabhängig zu sein.

Wir wollen den Gedankengang von «Student» an unserem Beispiel der Griffzeiten erläutern. Wir setzen wiederum voraus, dass als Grundgesamtheit die normale Verteilung von Bild 1 zu Grunde liegt.

Wie im Abschnitt über die klassische Fehlerrechnung dargestellt wurde, ist:

$$x = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{N}$$

eine Grösse, die normal verteilt ist, wenn wir sie für alle zufällig aus einer normalen Grundgesamtheit gezogenen Stichproben von N Werten berechnen.

Wie schon erwähnt, kennen wir aber bei kleinen Stichproben im allgemeinen die Streuung σ der Grundgesamtheit nicht. Es liegt nahe zu fragen, was man erhält, wenn man in der soeben

angeführten Formel an Stelle von σ die Streuung s der Stichprobe eingesetzt. Nennen wir die sich in diesem Falle ergebende Grösse t , so stellt sich mit andern Worten die Frage, mit welcher Häufigkeit jeder Wert:

$$(7) \quad t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{N}$$

in Stichproben aus einer Grundgesamtheit zu erwarten steht.

Die dem Mathematiker hier zufallende Aufgabe kann wiederum mit einem bestimmten Urnenschema ganz anschaulich dargestellt werden. Entsprechend Bild 2 stellen wir uns wiederum ein normales Fächergestell vor, das mit Kärtchen angefüllt ist, auf denen die Zahl x eingetragen ist, die sich am Fusse des Gestells in der Mitte zwischen den jeweiligen beiden Seitenwänden befindet. Die Häufigkeit der Kärtchen, auf denen der Wert x steht, ist proportional zu:

$$(8) \quad f_x = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

wobei auch hier $\mu = 12,4$ und $\sigma^2 = 7,5$ sei.

Wir werfen alle Kärtchen in eine Urne und mischen sie tüchtig durcheinander. Hierauf ziehen wir 16 Kärtchen blindlings aus der Urne, schreiben die 16 Werte auf, berechnen den Durchschnitt \bar{x} und die Streuung s aus diesen 16 Werten. Nachdem wir die 16 Kärtchen in die Urne zurückgelegt und tüchtig gemischt haben, ziehen wir eine zweite Stichprobe von 16 Kärtchen. Dieses Spiel wiederholen wir sehr oft und berechnen für jede so erhaltene Stichprobe den Durchschnitt \bar{x} und die Streuung s aus den 16 Werten. Ferner berechnen wir für jede dieser Stichproben den Wert t gemäss der Formel (7).

Wir ordnen hierauf die so erhaltenen Werte von t nach ihrer Grösse und sehen zu, mit welcher Häufigkeit jeder Wert auftritt. Nennen wir diese Häufigkeit $\varphi(t)$, so lautet das Ergebnis der mathematischen Analyse des soeben beschriebenen Problems für Stichproben von N Werten:

$$(9) \quad \varphi(t) = \frac{\left(\frac{N-3}{2}\right)!}{\left(\frac{N-4}{2}\right)! \sqrt{(N-1)\pi}} \left(1 + \frac{t^2}{N-1}\right)^{-\frac{N-1}{2}}$$

Aus dieser Formel ersieht man, dass die durch Gleichung (7) festgelegte Grösse t der Forderung genügt, dass ihre Häufigkeitsverteilung von der Streuung σ der Grundverteilung unabhängig ist. Ob also die Grundverteilung eine kleine oder eine grosse Streuung aufweist, bleibt ohne jeden Einfluss auf die Häufigkeitsverteilung der Werte t . Diese Häufigkeitsverteilung hängt im wesentlichen einzig von N , der Zahl der Werte der Stichprobe, ab. Die Häufigkeitsverteilung ist symmetrisch, da $+t$ und $-t$ dieselbe Häufigkeit $\varphi(t)$ erhalten.

«Student» und R. A. Fisher haben die Häufigkeitsverteilung von t tabelliert, wie die normale Verteilung tabelliert worden war. Wir geben anschliessend einen kleinen Ausschnitt aus der Tabelle von R. A. Fisher und zwar wieder für die gleichen Sicherheitsschwellen wie bei der Normalverteilung. Tabelle 4 gibt für bestimmte Werte von N an, welcher Bruchteil P der gesamten Fläche der Häufigkeitsverteilung von t ausserhalb von $+t$ und $-t$ liegt.

Tabelle 4: Sicherheitsschwellen für t

N	$P = 0,05$	$P = 0,01$
...
14	2,145	2,977
15	2,131	2,947
16	2,120	2,921
17	2,110	2,898
...
∞	1,960	2,576

Wenn wir also Stichproben von je 16 Werten betrachten, liegen von den Werten t , die wir aus allen zufällig herausgezogenen Stichproben berechnen können, deren 5% unterhalb von $-2,120$ oder oberhalb von $+2,120$.

Eine erste Anwendungsmöglichkeit bietet sich uns für die Theorie der kleinen Stichproben, wenn wir entscheiden wollen, ob die Durchschnitte der Griffzeiten für die Arbeiter A, B, C vom Wert $\mu = 12,4$ wesentlich abweichen oder nicht.

Berechnen wir t gemäss (7), wobei wir haben: $\bar{x} = 11,857$, $s^2 = 5,364$, $N = 14$, so wird:

$$t = \frac{11,857 - 12,4}{\sqrt{5,364}} \sqrt{14}$$

$$t = -0,877$$

Dieser Wert liegt innerhalb der in Tabelle 4 angegebenen inneren Sicherheitsschwellen ($P = 0,05$). Der Durchschnitt der Griffzeiten des Arbeiters A könnte demnach aus einer Grundgesamtheit stammen, deren Durchschnitt $\mu = 12,4$ beträgt.

Für den Arbeiter B finden wir mit $\bar{x} = 12,733$, $s^2 = 0,781$ und $N = 15$:

$$t = 1,460$$

Auch hier ergibt sich keine wesentliche Abweichung vom Wert $\mu = 12,4$.

Was schliesslich den Arbeiter C betrifft, finden wir, da $\bar{x} = 9,059$, $s^2 = 5,434$ und $N = 17$:

$$t = -5,909$$

Dieser Wert liegt weit ausserhalb der äusseren Sicherheitsschwellen ($P = 0,01$). Die Stichprobe der Griffzeiten für den Arbeiter C kann nicht aus einer Grundgesamtheit stammen, deren Durchschnitt $\mu = 12,4$ beträgt.

Eine zweite Anwendungsmöglichkeit liegt im Vergleich der Durchschnitte der Griffzeiten der Arbeiter untereinander. Die Theorie der kleinen Stichproben zeigt uns, wie wir mit der Verteilung von t auch den Unterschied zwischen den Durchschnitten zweier Stichproben prüfen können, ohne dass wir also die Streuung σ der Grundgesamtheit zu kennen brauchen, wie die klassische Fehlerrechnung es voraussetzt.

Wie aus der Tabelle 4 ersichtlich ist, kann die klassische Fehlerrechnung als Grenzfall der Theorie der Stichproben betrachtet werden; in der Tat sind die Sicherheitsschwellen für $N = \infty$ genau jene, denen wir im Abschnitt über die klassische Fehlerrechnung begegneten.

7. Schlussbemerkungen

Streng mathematisch betrachtet gilt die oben skizzierte Theorie der Stichproben nur, wenn die Grundgesamtheit normal ist (allerdings darf sie, wie gesehen, eine beliebige Streuung aufweisen). Diese Einschränkung kann auf den ersten Blick ein gewisses Unbehagen auslösen. Es dürfte indessen genügen auf einige Umstände hinzuweisen, die der Einschränkung einen grossen Teil ihres Gewichtes nehmen.

In erster Linie konnte festgestellt werden, dass der Wert t auch dann noch nach der Formel (9) verteilt ist, wenn die Grundgesamtheit nicht genau einer normalen Verteilung entspricht. Es genügt im allgemeinen, wenn sie eingipflig und einigermaßen symmetrisch ist.

Zweitens lassen sich ausgesprochen schiefe Verteilungen oft durch eine einfache Transformation in eine normale Verteilung überführen. In diesem Zusammenhang erweist es sich vielfach als nützlich, statt mit x mit $\log x$ zu rechnen.

Drittens trachtet man bei allen Versuchen darnach, systematische Einflüsse auszuschalten, sodass die verbleibenden Unterschiede in den Versuchsergebnissen der normalen Verteilung entsprechen.

Die neueren Prüfverfahren, die vom mathematischen Standpunkt aus infolge ihrer Anlehnung an die normale Grundgesamtheit scheinbar einen begrenzten Anwendungsbereich besitzen, sind demnach trotzdem sehr viel öfter anwendbar, als man bei oberflächlicher Betrachtung annehmen könnte.

Literaturverzeichnis

- R. A. Fisher: Statistical Methods for Research Workers. Oliver and Boyd, Edinburgh and London. 8th edition 1941.
- W. A. Shewhart: Economic Control of Quality of Manufactured Product. D. van Nostrand Cy. Inc., New York, 1931.
- A. Linder: Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure. Birkhäuser, Basel, 1945.

Wettbewerb für ein Stadtspital auf der Waid in Zürich

Aus dem jedem der 14 eingeladenen, mit je 4000 Fr. fest honorierten Teilnehmern überreichten Wettbewerbsprogramm geben wir folgende Vorbemerkungen über Zweckbestimmung, Betrieb, ärztliche Versorgung, bauliche Anlage und Raumprogramm wieder. Wie man daraus ersieht, lag hier eine neuartige Aufgabe vor. Dies veranlasst uns, die Entwürfe im 1. und 2. Rang, die das Preisgericht mit Abstand vor die übrigen klassiert hat, ausführlicher als gewöhnlich zur Darstellung zu bringen. Dafür werden wir uns bei den fünf übrigen preisgekrönten Entwürfen auf die Wiedergabe eines isometrischen Schemas beschränken und auch noch einen nicht prämierten Entwurf zeigen, der eine originelle Lösung bringt, die für eine andere Situation hervorragend geeignet sein könnte.

Red.

Zweckbestimmung. Das Stadtspital soll die bestehenden und im Bau begriffenen Zürcher Krankenhäuser entlasten und ergänzen, vor allem durch seine Abteilung für die bisher unzweck-