

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 127/128 (1946)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Fehlerrechnung bei kleinen Stichproben  
**Autor:** Linder, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-83876>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 08.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Fehlerrechnung bei kleinen Stichproben

Von Prof. Dr. A. LINDER, Genf

## 1. Einleitung

Die klassische Fehlerrechnung, die man gewöhnlich mit dem Namen von Gauss verbindet, wird angewandt, wenn man entscheiden will, ob zwei Durchschnitte voneinander wesentlich abweichen. Bekanntlich wird bei der Fehlertheorie vorausgesetzt, dass die Zahl der Beobachtungen gross sei. Daher das Bestreben, möglichst viele Versuche durchzuführen, um zu schlüssigen Ergebnissen zu kommen.

In sehr vielen Fällen, insbesondere in der industriellen Praxis und Forschung, ist es nun aber nicht möglich, eine grosse Zahl von Beobachtungen anzustellen; man muss sich mit *kleinen Stichproben* begnügen. Wir werden zunächst zeigen, dass die klassische Fehlerrechnung in diesen Fällen versagt. Sodann wird dargelegt, dass es ein neueres Verfahren gibt, das auch bei kleinen Stichproben den Unterschied zweier Durchschnitte zu beurteilen gestattet.

Um unseren Ueberlegungen eine anschauliche Bedeutung zu geben, haben wir sie am Beispiel der *Auswertung von Zeitaufnahmen* erläutert. Selbstverständlich beanspruchen aber die Ausführungen über dieses Anwendungsbeispiel hinaus allgemeine Geltung. Die neueren Methoden werden denn auch in den angelsächsischen Ländern in grossem Maßstabe angewandt, so z. B. für die Qualitätskontrolle und die Normung. Auf einige andere Anwendungen werden wir in einem nächsten Aufsatz zurückkommen.

## 2. Durchschnitt und Streuung

Aus einer Serie von Zeitaufnahmen für einen bestimmten gleichen Arbeitsprozess (nachfolgend als «Griff» bezeichnet), die unter der Leitung von Dipl. Ing. P. Fornallaz ermittelt wurden, greifen wir die Angaben nach Tabelle 1 heraus.

Tabelle 1: Griffzeiten für drei Arbeiter

Zeit in 1/100 min	Häufigkeit $f_x$ der nebenstehenden Griffzeiten für den Arbeiter		
	A	B	C
6	—	—	1
7	—	—	2
8	1	—	6
9	1	—	3
10	3	—	3
11	1	—	—
12	2	7	—
13	3	6	—
14	1	1	1
15	1	1	1
16	1	—	—
Summe	14	15	17

Was sagen uns die drei Zahlenreihen? Wir bemerken zunächst, dass der Arbeiter C im grossen und ganzen rascher gearbeitet hat als A und B. Von diesen beiden weist A eine erhebliche Schwankung der Leistung auf, B dagegen eine bemerkenswerte Gleichförmigkeit.

Diese etwas unbestimmt gehaltene Kennzeichnung der drei Arbeitsleistungen lässt sich dadurch etwas bestimmter fassen, dass man einmal den *Durchschnitt* oder das arithmetische Mittel der drei Zahlenreihen ermittelt. Wir erhalten dafür:

Arbeiter	Durchschnitt $\bar{x}$
A	11,857
B	12,733
C	9,059

Die schwächste durchschnittliche Leistung zeigt B, eine bessere A, und C eine deutlich überlegene. Der Durchschnitt gibt uns einen einfachen Massstab für die unterschiedliche Leistung. Allgemein gesprochen kennzeichnet der Durchschnitt die Lage einer Verteilung auf der Axe der Variablen.

Wie kann man zahlenmäßig den hohen Grad von Gleichförmigkeit angeben, der den Arbeiter B auszeichnet? Es geschieht dies dadurch, dass man

die *Streuung* berechnet, und zwar werden wir die sog. mittlere quadratische Abweichung bestimmen. Behalten wir die oben gewählten Bezeichnungen  $x$  = Griffzeiten in 1/100 min;  $f_x$  = Häufigkeit der Griffzeit  $x$ ;  $\bar{x}$  = Durchschnitt der Griffzeiten (arithmetisches Mittel) bei, so wird die mittlere quadratische Abweichung  $s$ , die wir auch kurz als *Streuung*<sup>1)</sup> bezeichnen wollen, nach der folgenden Formel berechnet:

$$(1) \quad s^2 = \frac{1}{N-1} \sum f_x (x - \bar{x})^2$$

Für die drei Arbeiter erhalten wir folgende Streuungen:

Arbeiter	Streuung $s^2$
A	5,364
B	0,781
C	5,434

Die Arbeiter A und C verzeichnen ungefähr gleich grosse Streuungen, der Arbeiter B dagegen eine wesentlich kleinere.

## 3. Das Beurteilen von Durchschnitten

Wie wir feststellten, weichen die durchschnittlichen Leistungen von A und B mit 11,857 und 12,733 nur wenig voneinander ab. Wenn die Leistungen der beiden Arbeiter noch näher beieinander liegen — wenn die Durchschnitte beispielsweise 12,4 und 12,3 betrügen — würde es niemandem mehr einfallen, die Leistungen als voneinander wesentlich verschieden zu betrachten. Wenn die Griffzeiten für den einzelnen Arbeiter in derart weiten Grenzen streuen, wie es Tabelle 1 zeigt, so darf man einem kleinen Unterschied zwischen zwei Durchschnitten keine wesentliche Bedeutung beimessen. Außerdem muss man noch berücksichtigen, dass die wenigen Messungen, die in Tabelle 1 niedergelegt sind, die Leistungen der beiden Arbeiter nur ungenügend charakterisieren. In der Tat geben uns diese Zahlen nur eine kleine Stichprobe von der Leistungsfähigkeit der betreffenden Arbeiter. Selbstverständlich können wir die Beurteilung des Unterschiedes zweier Durchschnitte nicht dem Gefühl überlassen; wir müssen vielmehr eine strenge Methode finden, die uns zu entscheiden gestattet, wann zwei Durchschnitte wesentlich voneinander abweichen.

Die klassische Fehlerrechnung ist eine solche Methode. Wie wir aber sogleich sehen werden, lässt uns diese Methode leider in vielen Fällen arg im Stich. Demgegenüber hilft uns die neuere *Theorie der Stichproben*, die auf den Arbeiten englischer Statistiker beruht, auch dann noch weiter, wenn die klassische Fehlerrechnung versagt. Um die Vorteile der neueren Theorie voll würdigen zu können, wollen wir zunächst zeigen, wie wir die klassische Fehlertheorie auf unser Beispiel anwenden können.

## 4. Die klassische Fehlerrechnung

Nehmen wir einmal an, wir hätten für einen Arbeiter eine sehr grosse Zahl von Griffzeiten — theoretisch gesprochen unendlich viele — messen können. Nehmen wir weiter an, die Häufigkeit dieser Griffzeiten sei gemäss der Kurve in Bild 1 verteilt. Es handelt sich hier um eine sog. *normale* oder *Gauss-Laplace'sche Verteilung*. Für die Häufigkeit  $f_x$ , die zu jedem Werte  $x$  gehört, gilt die Formel:

$$(2) \quad f_x = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

In unserem Beispiel ist  $\mu = 12,4$  und  $\sigma^2 = 7,5$ .

Man kann zeigen, dass  $\mu$  den Durchschnitt und  $\sigma$  die Streuung der Normalverteilung darstellen.  $\mu$  gibt die Abszisse an, um die herum die Kurve der Normalverteilung symmetrisch verläuft. Auch  $\sigma$  hat eine einfache geometrische Bedeutung;  $\sigma$  stellt nämlich den Abstand der beiden Wendepunkte der Kurve von der Ordinate im Punkte  $x = \mu$  dar.

Um die Darlegungen über die Anwendung der klassischen Fehlerrechnung auf unsere Frage möglichst anschaulich zu gestalten, wollen wir uns mit Hilfe der normalen Verteilung nach Bild 1 ein gewisses Urnschema zurechtlegen. Wir denken uns

<sup>1)</sup> Wir wollen sowohl  $s$  wie  $s^2$  als Streuung bezeichnen.

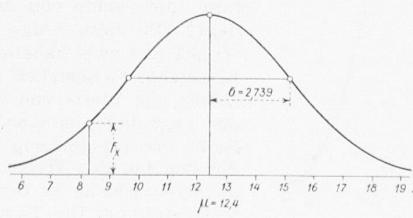


Bild 1

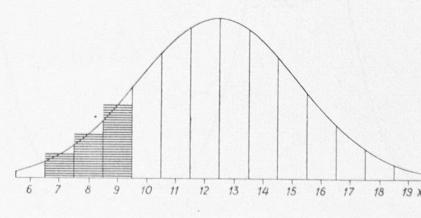


Bild 2

ein Gestell mit Fächern derart angefertigt, dass die Höhe eines jeden Faches durch die Ordinaten  $f_x$  der normalen Verteilung gemäss Bild 1 bestimmt ist (Bild 2).

Und nun denken wir uns jedes Fach mit einem Stoss gleichdicker Kärtchen angefüllt. Auf jedes dieser Kärtchen schreiben wir diejenige Zahl  $x$ , die sich am Fusse des Gestells, in der Mitte zwischen den beiden Seitenwänden befindet. Demnach verfügen wir nun zu jedem ganzzahligen Wert von  $x$  über eine Anzahl von Kärtchen, die proportional den Häufigkeiten  $f_x$  ist. Alle diese Kärtchen werfen wir in eine Urne und vermischen sie gründlich.

Wir entnehmen nun der Urne 16 Kärtchen, indem wir darauf achten, dass unsere Wahl immer rein zufällig vor sich geht. Das bedeutet mit anderen Worten, dass bei jedem Zug jedes in der Urne enthaltene Kärtchen mit gleicher Wahrscheinlichkeit gezogen werden könnte. Die Wahrscheinlichkeit dafür, auf einem gezogenen Kärtchen die Zahl  $x$  zu finden, ist demnach proportional zu  $f_x$ . Die Zahlen auf den so gezogenen 16 Kärtchen bilden eine sogenannte «zufällige Stichprobe aus einer normalen Grundgesamtheit».

Als *Grundgesamtheit* bezeichnen wir die theoretische Gesamtheit aller Werte, die wir erhalten, wenn wir unsere Beobachtung unendlich oft wiederholen würden und zwar unter immer gleichen Bedingungen. Eine gemäss dem beschriebenen Urneschema zufällig aus der Grundgesamtheit entnommene Reihe von Zahlen bezeichnen wir als *Stichprobe*.

Wir können die in Tabelle 1 zusammengestellten Ergebnisse für einen bestimmten Arbeiter als Stichproben betrachten. Als Grundgesamtheit müssten wir die theoretische Gesamtheit aller Griffzeiten betrachten, die wir erhalten, wenn wir eine sehr grosse Zahl von Griffzeiten messen könnten.

Nehmen wir nun weiter an, dass wir aus den Zahlen auf den 16 herausgezogenen Kärtchen den Durchschnitt  $\bar{x}$  berechnen. Da wir für eine gute Durchmischung der Kärtchen in der Urne gesorgt hatten, werden wir für  $\bar{x}$  einen Wert erhalten, der vermutlich nicht erheblich vom Durchschnitt der Grundgesamtheit  $\mu = 12,4$  abweicht. Immerhin wäre es ja möglich, dass wir «zufällig» gerade 16 Kärtchen gezogen hätten, deren Zahlen alle beispielsweise grösser als 14 wären, sodass also der Durchschnitt  $\bar{x}$  ebenfalls grösser als 14 ausfällt. Ein solcher Wert wird aber nur mit einer verhältnismässig kleinen Wahrscheinlichkeit zu erwarten sein.

Man erkennt nun, wie wichtig es ist, die Wahrscheinlichkeit genau angeben zu können, mit der wir bei einer zufälligen Stichprobe von 16 Kärtchen einen bestimmten Wert für den Durchschnitt  $\bar{x}$  zu erwarten haben. Um uns darüber ein Bild machen zu können, wollen wir uns vorstellen, dass wir die 16 Kärtchen der ersten Stichprobe in die Urne zurücklegen, hierauf eine zweite Stichprobe von 16 Kärtchen ziehen und wiederum den Durchschnitt berechnen. Wir wiederholen dies sehr oft und notieren uns bei jeder neuen Stichprobe von 16 Kärtchen jedesmal den Durchschnitt  $\bar{x}$ . Schliesslich wollen wir die so erhaltenen Durchschnitte nach ihrer Grösse ordnen und feststellen, wie oft wir jeden Wert von  $\bar{x}$  angetroffen haben. Das Ergebnis dieser Betrachtung der Häufigkeit aller Durchschnitte  $\bar{x}$  aus Stichproben von 16 Werten findet sich auf Bild 3. Wir bezeichnen mit  $f_{\bar{x}}$  die Häufigkeit, mit der ein Wert von  $\bar{x}$  angetroffen wurde. Mit  $\mu_{\bar{x}}$  und  $\sigma_{\bar{x}}$  bezeichnen wir den Durchschnitt und die Streuung der Verteilung des Durchschnitts.

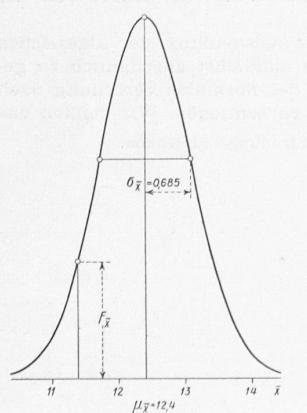


Bild 3

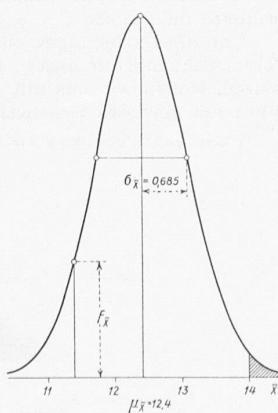


Bild 4

Der Kurvenverlauf auf Bild 3 lässt ohne weiteres erkennen, dass die Verteilung die Form der normalen Verteilung besitzt. Wie man mathematisch nachweisen kann, handelt es sich bei der Häufigkeitsverteilung des Durchschnitts  $\bar{x}$  in der Tat ebenfalls um eine normale Verteilung. Zwischen den Parametern  $\mu_{\bar{x}}$  und  $\sigma_{\bar{x}}$  der Verteilung des Durchschnitts und den entsprechenden Parametern  $\mu$  und  $\sigma$  der Grundgesamtheit bestehen die folgenden einfachen Beziehungen:

$$(3) \quad \begin{cases} \mu_{\bar{x}} = \mu \\ \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{N} \end{cases}$$

wobei  $N$  die Anzahl der Griffen der Stichproben bezeichnet. In unserem Beispiele hatten wir  $N = 16$  gewählt.

Bild 3 und die Formeln (3) geben uns darüber Aufschluss, welche Abweichungen  $\bar{x} - \mu$  wir zwischen dem Durchschnitt einer Stichprobe  $\bar{x}$  und dem Durchschnitt  $\mu$  der Grundgesamtheit zu erwarten haben.

Die Fläche zwischen der in Bild 3 dargestellten Kurve und der Abszissenaxe stellt die gesamte Häufigkeit aller theoretisch möglichen Durchschnitte  $\bar{x}$  dar. Bestimmen wir für einen gegebenen Wert von  $\bar{x}$ , beispielsweise für  $\bar{x} = 14$ , die Fläche rechts von seiner Ordinate, so gibt uns diese Fläche (in Bild 4 schraffiert) im Verhältnis zur gesamten Fläche die Wahrscheinlichkeit dafür, in einer Stichprobe von 16 Werten einen Durchschnitt zu erhalten, der grösser als 14/100 min ist.

Um diese Flächen zu beliebigen Werten der Abszisse rasch aufzufinden zu können, bedient man sich der standardisierten Normalverteilung. Für diese haben wir die Parameter  $\mu = 0$  und  $\sigma = 1$ . Die zu jedem Wert der Abszisse gehörenden Flächen finden sich in Tabellen zusammengestellt. Bevor wir einen kurzen Auszug aus einer solchen Tabelle geben, wollen wir noch zeigen, wie man von einer beliebigen Normalverteilung zur standardisierten Normalverteilung übergehen kann und umgekehrt.

Wir wollen mit  $x$  kurzerhand die Abszisse der standardisierten Normalverteilung bezeichnen. Nebenbei sei bemerkt, dass die gesamte Fläche zwischen der Kurve der standardisierten Normalverteilung und der Abszisse gleich 1 ist.

Vergleichen wir beispielsweise gerade die Verteilung des Durchschnitts, von der wir gesehen haben, dass es eine normale Verteilung ist, mit der standardisierten Normalverteilung! Erinnern wir uns noch daran, dass der Durchschnitt jener Verteilung gleich  $\mu_{\bar{x}}$  und die Streuung gleich  $\sigma_{\bar{x}}$  sind.

Wenn wir statt der Werte  $\bar{x}$  die Werte  $\bar{x} - \mu_{\bar{x}}$  betrachten, so haben wir die ursprüngliche Häufigkeitsverteilung von  $\bar{x}$  in eine solche übergeführt, deren Durchschnitt gleich Null ist. Dividieren wir nun noch  $\bar{x} - \mu_{\bar{x}}$  durch  $\sigma_{\bar{x}}$ , so erhalten wir eine normale Verteilung, deren Durchschnitt gleich Null und deren Streuung gleich 1 ist, also eine standardisierte Normalverteilung. Wir können also schreiben:

$$(4) \quad x = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}}$$

Dank dieser Beziehung können wir von den Werten  $\bar{x}$  der Verteilung der Durchschnitte aus Stichproben von  $N$  Werten zu den Abszissenwerten  $x$  einer standardisierten Normalverteilung übergehen.

Wir können nunmehr auf die früher gestellte Frage, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Durchschnitt  $\bar{x}$  aus 16 Beobachtungen grösser als 14/100 min ausfallen werde, zurückkommen. Dem Wert  $\bar{x} = 14$  entspricht nach der Beziehung (4) ein Wert von  $x$  der sich berechnet zu:

$$x = \frac{14 - 12,4}{\sqrt{\frac{7,5}{16}}} = 2,337$$

Wenn wir die Werte von  $\mu_{\bar{x}}$  und  $\sigma_{\bar{x}}$  gemäss den Beziehungen (3) in (4) einsetzen, erhalten wir:

$$(5) \quad x = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{N}$$

Wie gross ist die Fläche der standardisierten Normalverteilung, die rechts von der Ordinate im Abszissenwert  $x = 2,337$  liegt? Um diese Frage zu beantworten, wollen wir einen Ausschnitt aus zwei Tabellen der standardisierten Normalverteilung herstellen. Es bestehen zwei grundsätzlich verschiedene Möglichkeiten, die Werte von  $x$  und die entsprechenden Flächen einander gegenüberzustellen. Im ersten Fall gibt die Tabelle eine Reihe von regelmässig aufeinanderfolgenden Werten von  $x$  und die zugehörigen Werte  $A$  der Flächenanteile der rechts von  $x$  liegenden Fläche an der Gesamtfläche der standardisierten Normalverteilung. Die Tabelle 2 zeigt für einige Werte in der Nähe von  $x = 2,337$  die Werte  $A$  wie untenstehend dargestellt. Rechts

Tabelle 2.

$x$	$A$	$P$
2,0	0,02275	0,04550
2,1	0,01786	0,03573
2,2	0,01390	0,02781
2,3	0,01072	0,02145
2,4	0,00820	0,01640
2,5	0,00621	0,01242
2,6	0,00466	0,00932

von  $x = 2,3$  liegen demnach 1,072 % der Fläche der standardisierten Normalverteilung, rechts von  $x = 2,4$  noch 0,820 %. Wenn wir keine besonderen Ansprüche hinsichtlich der Genauigkeit stellen, können wir auch sagen, die Fläche rechts von  $x = 2,337$  mache 1/100 der gesamten Fläche aus.

Kehren wir nun zu unserer ursprünglichen Frage zurück! Wir hatten feststellen wollen, mit welcher Wahrscheinlichkeit bei der durch Bild 1 dargestellten Grundgesamtheit eine Stichprobe von 16 Werten einen Durchschnitt  $\bar{x}$  ergebe, der grösser als 14/100 min sei. Antwort: Diese Wahrscheinlichkeit beträgt 1/100. Oder anders ausgedrückt: Von allen zufällig herausgegriffenen Stichproben von je 16 Werten wird etwa jede hundertste einen Durchschnitt  $\bar{x}$  ergeben, der grösser ausfällt als 14/100 min.

In vielen Fällen richtet man das Augenmerk bloss auf die Abweichung des Durchschnitts  $\bar{x}$  der Stichprobe vom Durchschnitt  $\mu$  der Grundgesamtheit. Ob  $\bar{x}$  grösser oder kleiner sei als  $\mu$  ist oft belanglos; wichtig ist lediglich der absolute Betrag des Unterschiedes  $|\mu - \bar{x}| = d$ . Infolgedessen frägt man dann auch nicht nach der Wahrscheinlichkeit, dass  $\bar{x}$  grösser sei als ein bestimmter Wert, wie wir dies oben taten, sondern man sucht die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Durchschnitt einer Stichprobe kleiner als  $\mu - d$  oder grösser als  $\mu + d$  ausfalle.

Da aber die Normalkurve symmetrisch ist, erhalten wir die gesuchte Wahrscheinlichkeit für den Anteil der links von  $-\bar{x}$  und rechts von  $+\bar{x}$  liegenden Fläche an der Gesamtfläche der standardisierten Normalverteilung, die wir mit  $P$  bezeichnen, indem wir die oben angegebenen Flächenwerte verdoppeln (Tabelle 2). Wir hatten  $\mu = 12,4$  als Durchschnitt der Grundgesamtheit. Wenn wir nach der Wahrscheinlichkeit fragen, dass der Durchschnitt  $\bar{x}$  einer Stichprobe von 16 Werten kleiner als 10,8 oder grösser als 14,0 ausfalle, so gibt uns die obige Tabelle darauf die Antwort: Die Wahrscheinlichkeit  $P$  beträgt rd. 2 %. Von allen zufälligen Stichproben von je 16 Werten aus unserer Grundgesamtheit werden demnach rd. 2 % einen Durchschnitt  $\bar{x}$  ergeben, der kleiner als 10,8 oder grösser als 14,0 ausfällt, oder der vom «theoretischen Durchschnitt» (dem Durchschnitt der Grundgesamtheit)  $\mu = 12,4$  um mehr als 1,6 abweicht.

Eine zweite, grundsätzlich verschiedene Art, die standardisierte Normalverteilung zahlenmäßig zu erfassen, besteht darin, von der Fläche  $P$  auszugehen und die zugehörigen Werte von  $x$  anzugeben. Wir wollen aus einer derartigen Tabelle wiederum einen Teil wiedergeben, und zwar einen solchen in der Nähe von  $x = 2,337$  bzw.  $P = 0,02$ . Nach den nebenstehenden Zahlen liegt 1 % der Fläche der standardisierten Normalverteilung ausserhalb von  $x = -2,576$  und  $x = +2,576$ . Ausserhalb von  $x = -1,960$  und  $x = +1,960$  liegen 5 % der Gesamtfläche. Auf die Verteilung der Durchschnitte  $\bar{x}$  von je 16 Werten aus unserer Grundgesamtheit lassen sich die soeben angeführten Werte von  $x$  wie folgt übertragen. Nach (5) finden wir für  $\bar{x}$ :

$$(6) \quad \bar{x} = \mu + x \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

Setzen wir  $\mu = 12,4$ ;  $\sigma^2 = 7,5$ ;  $N = 16$ , so finden wir leicht zu den oben angegebenen Werten von  $P$  und  $x$  die zugehörigen Werte von  $\bar{x}$ , wobei zu berücksichtigen ist, dass  $x$  jeweilen positiv und negativ zu wählen ist (Tabelle 3).

Tabelle 3: Sicherheitsschwellen für  $x$  und  $\bar{x}$ 

$P$	$x$	$\bar{x}$
0,01	2,576	10,64
0,02	2,326	10,81
0,03	2,170	10,91
0,04	2,054	10,99
0,05	1,960	11,06

Von den zufällig herausgegriffenen Stichproben weisen 1 % einen Durchschnitt auf, der kleiner als 10,64 oder grösser als 14,16 ist. Kleiner als 11,06 oder grösser als 13,74 sind 5 % der Durchschnitte aller Stichproben von je 16 Einzelwerten.

Man pflegt in der neueren mathematischen Statistik die Werte von  $x$  und von  $\bar{x}$ , die zu  $P = 0,01$  und  $P = 0,05$  gehören, als die *Sicherheitsschwellen* zu bezeichnen. Die Werte, die zu  $P = 0,05$  gehören, heissen die *inneren*, die zu  $P = 0,01$  gehörenden die *äußeren* Sicherheitsschwellen.

Wenn ein aus 16 Einzelwerten berechneter Durchschnitt *innerhalb* der *inneren* Sicherheitsschwellen  $\bar{x} = 11,06$  und  $\bar{x} = 13,74$  liegt, betrachten wir den Unterschied zwischen dem in Frage stehenden Durchschnitt und dem «theoretisch zu erwartenden» Wert  $\mu = 12,4$  bloss als *zufällig*. Liegt dagegen der berechnete Durchschnitt *ausserhalb* der *äußeren* Sicherheitsschwellen  $\bar{x} = 10,64$  und  $\bar{x} = 14,16$ , so betrachten wir ihn als wesentlich verschieden von dem theoretisch zu erwartenden Wert  $\mu = 12,4$ . Wir sagen dann, der Unterschied sei *gesichert* (daher die Bezeichnung *Sicherheitsschwelle*).

Die Wahl dieser Sicherheitsschwellen bei  $P = 0,05$  und  $P = 0,01$  ist bis zu einem gewissen Grade willkürlich; diese Grenzen haben sich im Versuchswesen als zweckmässig erwiesen. Man kann aber selbstverständlich strengere oder weniger strenge Massstäbe anlegen.

Um die Zweckmässigkeit der oben angegebenen Sicherheitsschwellen beurteilen zu können, muss man sich noch ihre praktische Auswirkung vergegenwärtigen. Wenn wir die *äußeren* Sicherheitsschwellen bei  $P = 0,01$  wählen, so bedeutet dies, dass wir alle Durchschnitte  $\bar{x}$ , die kleiner als 10,64 oder grösser als 14,16 ausfallen, als wesentlich verschieden von  $\mu = 12,4$  betrachten. Das bedeutet, dass wir praktisch annehmen werden, die 16 Werte stammten aus einer anderen Grundgesamtheit als der in Bild 1 angegebenen. Wir sind uns bewusst, dass wir damit auch Stichproben als nicht aus dieser Grundgesamtheit stammend bezeichnen werden, die eigentlich aus ihr hervorgehen, aber *zufällig* einen Durchschnitt aufweisen, der *ausserhalb* der *äußeren* Sicherheitsschwellen liegt. Da wir aber wissen, dass dies in 1 % aller Stichproben aus der Grundgesamtheit der Fall sein wird, kennen wir das Risiko, das die Wahl der Sicherheitsschwelle  $P = 0,01$  mit sich bringt.

Damit haben wir die Anwendung der klassischen Fehlerrechnung auf das Prüfen von Durchschnitten erläutert. Es bleibt lediglich beizufügen, dass wir nicht nur den Unterschied zwischen dem Durchschnitt einer Stichprobe und dem Durchschnitt der Grundgesamtheit, sondern auch den Unterschied zwischen den Durchschnitten zweier Stichproben prüfen können. Wir wollen uns mit dieser Feststellung hier begnügen, da diese Erweiterung der Fehlerrechnung nichts grundsätzlich Neues bringt.

(Schluss folgt)

## Das vorfabrizierte Haus System Schindler-Göhner

Durch Studien und Versuchsausführungen, die zwei Jahre in Anspruch genommen haben, hat der durch seine Luftschutzbauten bekannt gewordene Architekt G. Schindler in Zürich in Zusammenarbeit mit der Firma Ernst Göhner A.-G. (Zürich) ein System der Vorfabrikation zur Reife entwickelt, das nachstehend so genau beschrieben werden soll, als es die Interessen der Erfinder zulassen. Denn mit dem Augenblick, da der seit langem erhobene Wunsch nach Industrialisierung des Wohnbaues an einem Punkte Wirklichkeit zu werden beginnt, muss sich der Redaktor des Fachblattes mit Bedauern davon Rechenschaft geben, dass er nun auch auf dem Gebiet der Architektur aus verständlichen Gründen jener Zurückhaltung begegnet, die in der Industrie üblich ist und leider schon manche Darstellung aus dem Gebiet der Maschinentechnik verunmöglichte.

So mögen für heute unsere Leser mit einigen Andeutungen über die grundsätzliche Lösung vorlieb nehmen. Fundament und Dach des Hauses (bei dem an der Ueberlandstrasse in Zürich-Schwamendingen soeben erbauten zweistöckigen Vierfamilien-Häusern auch das gemeinsame Treppenhaus) werden nach herkömmlicher Weise ausgeführt, sodass sich die Vorfabrikation auf die eigentlichen Wohngeschosse beschränkt. Hier allerdings ist sie sehr weit gediehen. Sämtliche Wände und die Decken werden als Schreinerarbeit in der Werkstätte hergestellt und dort auch sogleich mit allen Teilen der Einrichtung versehen, die normalerweise an den betreffenden Wänden vorhanden sind: also Fenster, Rolläden, Vorhangschienen, Türen, Leitungen für elektrischen Strom. Diese Wände sind in Elemente unterteilt, die so gross sind, dass sie von zwei bis vier Mann mit Hilfe einfacher Walzen und Flaschenzüge (siehe Bild 1 bis 6) am Bau