

# Diagramme und Verfahren zur Berechnung beliebig belasteter, elastisch gestützter Balken

Autor(en): **Manger, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **125/126 (1945)**

Heft 12

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-83622>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Inhalt: Diagramme und Verfahren zur Berechnung beliebig belasteter, elastisch gestützter Balken. — Spaltschieber-Regelung bei Kreiselpumpen. — Eidg. Anstalt für Wasserversorgung, Abwasserreinigung und Gewässerschutz. — Zwei Projekte des Fryburger Architekten Denis Honegger. — Mitteilungen: Geschichtliche Entwicklung der Schweissverfahren. Die neue Maschinenanlage des M. S. «Säntis». Individual-Heizung. Ufersicher-

ung an der Seestrasse Goldbach-Küsnacht (Zürich). Von der Entwicklung der Grossgasturbine. Der Schweiz. Verband für die Materialprüfungen der Technik (SVMT). Persönliches. Der Schweiz. Energiekonsumentenverband. Der Verband Schweiz. Maschinen- und Werkzeughändler. Technikum Winterthur. — Nekrologe: Karl Imhof. — Wettbewerbe. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Vortragskalender.

Band 125 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 12

### Diagramme und Verfahren zur Berechnung beliebig belasteter, elastisch gestützter Balken

Von Ing. Dr. A. MANGER, in Firma Ed. Züblin & Cie., A.-G., Zürich

Förtsetzung von Seite 128

#### 4. Querkräfte, Momente in Zwischenschnitten, Tangenten der $\mu$ -Linien

Für die Querkraft in einem Schnitt  $S$  eines Balkenfeldes  $L - R$  setzen wir analog Gl. (2):

$$Q_S = \eta_s P \dots \dots \dots (6)$$

Für die Einfluss-Ordinate  $\eta_s$  folgt, laut Definition der Querkraft:

$$\eta_s = c_a + c_b + \dots + c_l - (1) = \sum_a^l c_n - (1) \dots (7)$$

Das eingeklammerte Glied (1) fällt für die Ordinaten rechts des Schnittes  $S$  weg<sup>1)</sup>.

Die Einflusslinie der Querkraft  $Q_s$  ist also identisch mit der Summenlinie der  $c$ -Ordinaten der Stützdrücke links des Schnittes  $S$ , die aber links von  $S$  um  $-1$ , d. h. um 1 nach oben zu verschieben ist. Abb. 3 zeigt z. B. wie die  $Q_s$ -Linie im zweiten Balkenfeld aus der Summe der  $c_a + c_b$ -Linien entsteht.

Für das Moment  $M_s$  in Schnitt  $S$  eines Feldes  $n = L - R$  (Abb. 4a) setzen wir, analog Gl. (3):

$$M_s = \mu_s P l \dots \dots \dots (8)$$

Nach Abb. 4a wird  $M_s = M'_s + M_{os}$ , also

$$\mu_s = \mu'_s + \mu_{os} \dots \dots \dots (9)$$

Da nun  $M'_s$  auf der Geraden  $M_l - M_n$  liegt, unterteilt die Ordinate  $\mu'_s$  die Differenz der Ordinaten  $\mu_l$  und  $\mu_n$  linear, d. h. im Verhältnis der Abstände  $d, d'$  von  $S$  zu  $L$  bzw. zur Feldmitte  $n$ . Die Ordinate  $\mu_{os}$  ist ferner die Einflussordinate des Momentes  $M_{os}$  im einfachen Balken  $L - n = l/2$ , die durch das Dreieck Abb. 4b dargestellt ist. Es wird, wenn  $P$  über  $S$  steht:

$$M_{os \max} = \frac{d d'}{d + d'} P = \frac{2 d d'}{l} P$$

Somit

$$\mu_{os \max} = \frac{M_{os \max}}{P l} = \frac{2 d d'}{l^2} \dots \dots \dots (10)$$

Steht dagegen  $P$  in Abb. 4a ausserhalb  $L - n$ , so fällt in Gl. (9) das Glied  $\mu_{os}$  weg. Hieraus folgt (Abb. 4c): Die Einflusslinie  $\mu_s$  liegt beidseits von  $L - n$  überall zwischen der  $\mu_l$ - und der  $\mu_n$ -Linie und unterteilt ihre Abstände im Verhältnis  $d/d'$ .

Es ist also in Abb. 4c an beliebiger Stelle links von  $L$  oder rechts von  $n$ :

$$\frac{a'}{a} = \frac{d'}{d}$$

und es liegt die  $\mu_s$ -Linie näher an  $\mu_n$ , wenn  $d' < d$ .

Zwischen  $L$  und  $n$  gilt dieses Verhältnis ebenso für die gestrichelte  $\mu'_s$ -Linie, zu der endlich die Ordinaten des Einfluss-Dreieckes Abb. 4b zu addieren sind, mit dem Maximalwert  $\mu_{os \max}$  nach Gl. (10).

<sup>1)</sup>  $l$  ist hier als Abkürzung für «links» nicht mit der Spannweite  $l$  zu verwechseln.

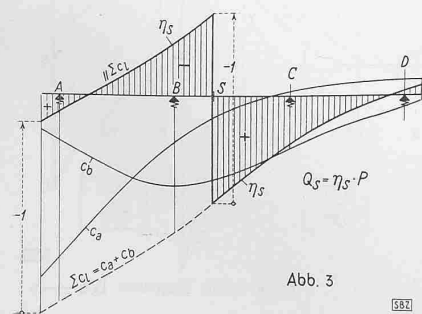


Abb. 3

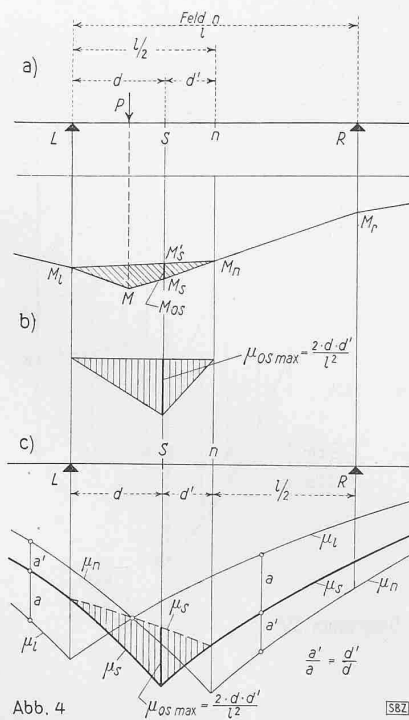


Abb. 4

Zur schärferen Zeichnung der  $\mu$ -Einflusslinien können noch gewisse Tangenten wie folgt bestimmt werden:

Für  $M_s$  in irgend einem Schnitt  $S$  wird, wie aus Abb. 5a leicht folgt, die Einfluss-Ordinate  $\mu_{sx}$  an der Stelle  $x$ :

$$\mu_{sx} = c_a \left(2 + \frac{d}{l}\right) + c_b \left(1 + \frac{d}{l}\right) + c_c \left(0 + \frac{d}{l}\right) - (1) \left(2 + \frac{d}{l} - \frac{x}{l}\right) \dots \dots \dots (11)$$

Das Einklammern des Wertes (1) im letzten Glied deutet wieder an, dass es wegfällt, wenn  $P$  rechts von  $S$  steht. Aus Gl. (11) folgt für den Neigungswinkel  $\alpha$  der Tangente  $t$  an der  $\mu_s$ -Linie bei  $x$ :

$$\text{tg } \alpha = \frac{d c_a}{d x} \left(2 + \frac{d}{l}\right) + \frac{d c_b}{d x} \left(1 + \frac{d}{l}\right) + \frac{d c_c}{d x} \left(0 + \frac{d}{l}\right) + (1) \frac{1}{l}$$

Nennt man allgemein

$$\frac{d c_a}{d x} = \text{tg } a, \quad \frac{d c_b}{d x} = \text{tg } b, \text{ usw.},$$

und multipliziert beidseits mit  $l$ , so folgt mit den weiteren Bezeichnungen

$$T = \text{tg } \alpha \frac{l}{2} \dots \dots \dots (12a)$$

$$T_a = \text{tg } a \left(2 + \frac{d}{l}\right) l, \quad T_b = \text{tg } b \left(1 + \frac{d}{l}\right) l$$

$$T_c = \text{tg } c \left(0 + \frac{d}{l}\right) l \dots \dots \dots (12b)$$

endlich:

$$T = \frac{T_a + T_b + T_c + (1)}{2} \dots \dots \dots (13)$$

Die Längen  $T_a, T_b \dots$  Gl. (12b) erhält man nach Abb. 5b einfach, indem bei  $x$  die Tangenten  $t_a, t_b, t_c$  an den  $c_a, c_b, c_c$ -Linien gelegt und Parallelen dazu durch die Auflager  $A, B, C$ , gezogen werden. Die Abschnitte dieser letzten auf der Senkrechten durch  $S$  ergeben  $T_a, T_b, T_c$  (positiv nach unten). Man greift diese Werte am einfachsten einzeln ab, berechnet dann  $T$  nach Gl. (13) und trägt es (gemäss Gl. (12a)) im Massstabe der  $\mu$  in Abb. 5a im Abstände  $l/2$  rechts von  $x$  auf, womit die gesuchte Tangente an der  $\mu_s$ -Linie bestimmt ist.

Besonders wertvoll und einfach wird diese Konstruktion für die Tangenten im Schnitt  $S$  selbst, d. h. beidseits der Spitze der  $\mu_s$ -Linie: Die Tangenten an den  $c_a, c_b, c_c$ -Linien werden dann in  $S$  gelegt und daraus  $T_a, T_b, \dots$  wie vor bestimmt (Abb. 5c). Nach Gl. (13) folgt nun für die Tangenten  $t_l, t_r$  beidseits  $S$  (Abb. 5d):

$$T_r = \frac{T_a + T_b + T_c}{2} = \frac{\sum T_{a, b, c}}{2} \dots \dots \dots (14)$$

$$T_l = -T_r - 0,5 \dots \dots \dots (15)$$

Daraus folgt in Abb. 5d der Mittelwert  $T_m = -0,25$

und also für die Konstruktion der Tangenten  $t_l, t_r$ :

Nach Berechnung von  $T_r$  aus Gl. (14) mit den Werten  $T_a, T_b, T_c$  aus Abb. 5c trägt man es auf der Waagrechten durch die  $\mu_s$ -Spitze im Abstand  $l/2$  rechts davon auf (Punkt 2), ferner den Punkt 3 im Abstand  $-0,25$  über Punkt 1 und erhält

<sup>5)</sup> Minuszeichen, weil in Abb. 5d  $T_l$  in  $l/2$  links der Spitze aufgetragen ist.

Balken auf 6 Stützen

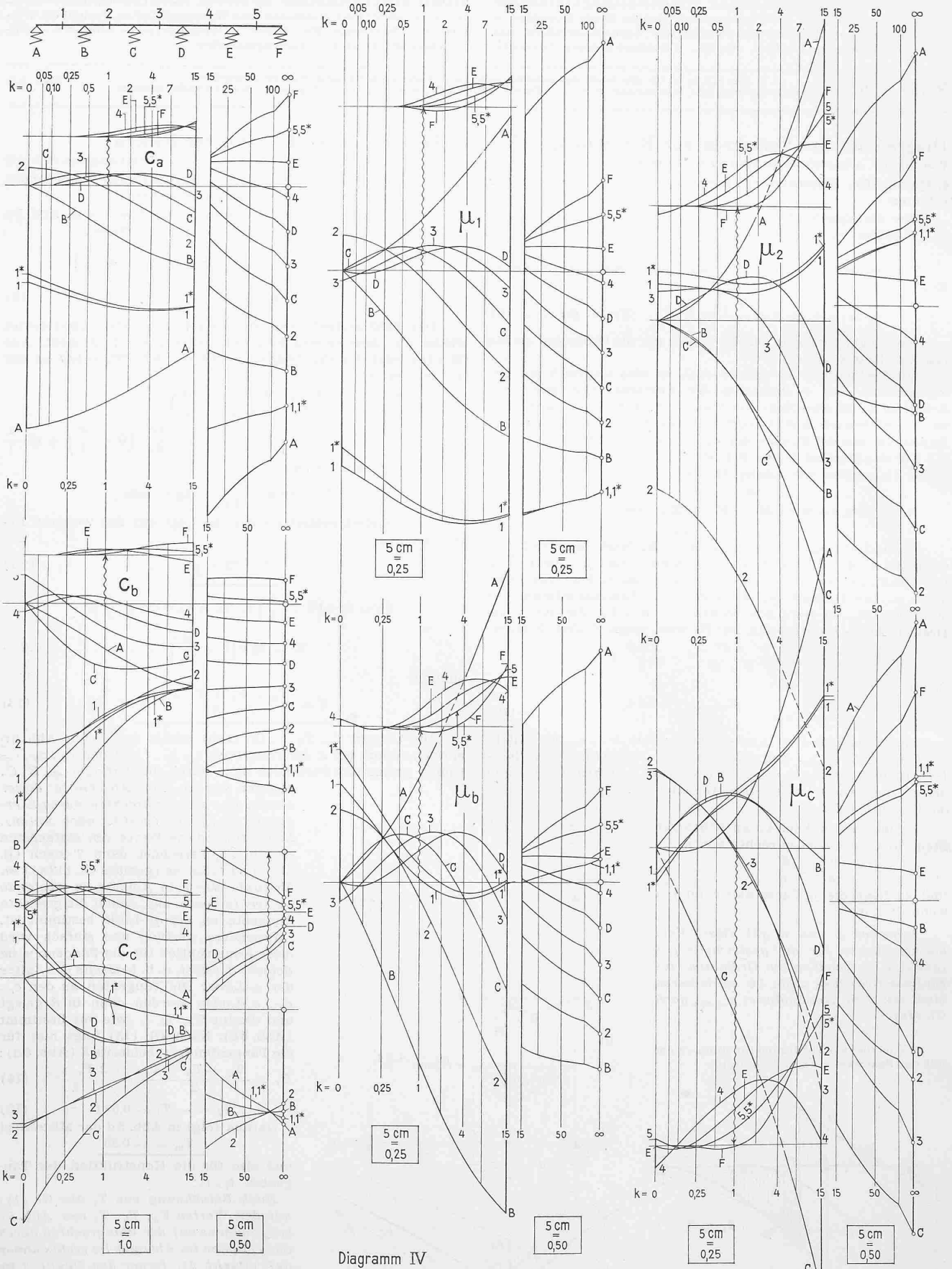


Diagramm IV

Folge siehe Diagramm IVa →

562

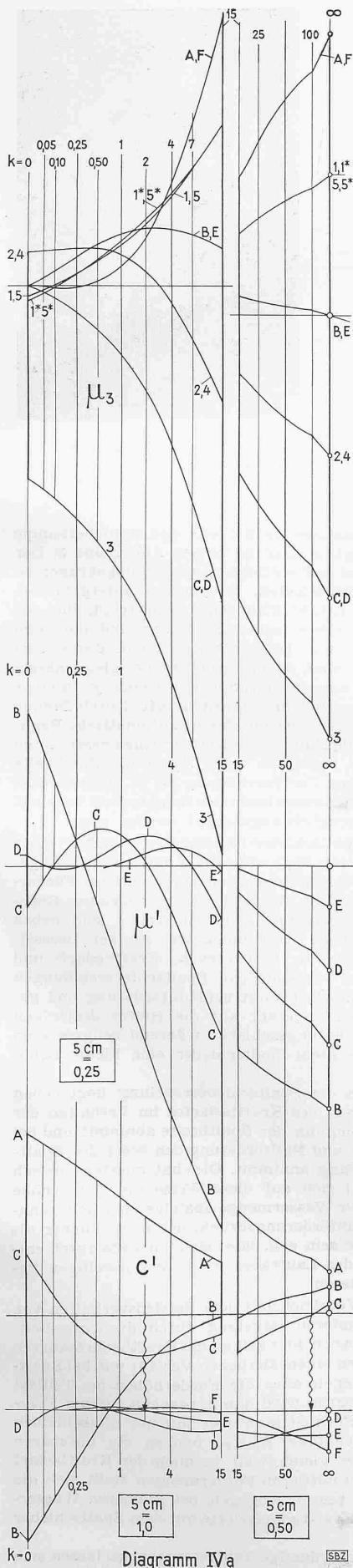


Diagramm IVa

damit Punkt 4 auf der Geraden 2-3. Die Geraden 1-2 und 1-4 sind dann die gesuchten Tangenten  $t_l$  und  $t_r$ .

$T_l$  braucht man also nicht zu berechnen.

Die einfache Konstruktion gilt für jeden beliebigen Schnitt  $S$  und kann auch ohne genaue Ermittlung von  $T_r$ , d. h. ohne die  $c$ -Linien verwendet werden, indem eine der beiden Tangenten einfach schätzungsweise gezeichnet und daraus, mit  $T_m = -0,25$  die andere folgt. Diese einfachste gegenseitige Kontrolle der Spitzentangenten der  $\mu_s$ -Linien ist stets zu empfehlen (siehe Abb. 1b).

**5. Anwendungen**

a) Die Diagramme zeigen für die massgebenden Grössen sofort, wie gross der Einfluss der Stützensenkenbarkeit im Vergleich zu Balken auf festen Stützen ( $e = k = 0$ ) wird, womit eine leichtere Beurteilung der Vorschrift Art. 99<sub>1</sub>, Norm 112 S. I. A. (1935) erreicht wird. Auch bei nicht normalen Systemen wird ein wenigstens angenäherter Vergleich möglich.

b) Die Diagramme zeigen auch, ob ein System gegenüber gewissen, möglichen Schwankungen der Kennziffer  $k$  empfindlich ist, was z. B. bei Brücken-Querträgern mit schwer erfassbarem wirksamem Trägheitsmoment von Interesse ist.

c) Von gewissen Werten  $k$  an sind die Ordinaten der verschiedenen Kurvengruppen nicht mehr viel von denjenigen bei  $k = \infty$  verschieden, was bedeutet, dass man den Trägern näherungsweise als starren Balken betrachten kann. So folgt z. B. aus Diagramm I und II, dass der Balken auf drei Stützen schon bei  $k \cong 10$  und der Balken auf vier Stützen bei  $k \cong 25$  praktisch als starr wirken.

d) Der Vergleich der Diagramme für drei, vier, fünf, sechs

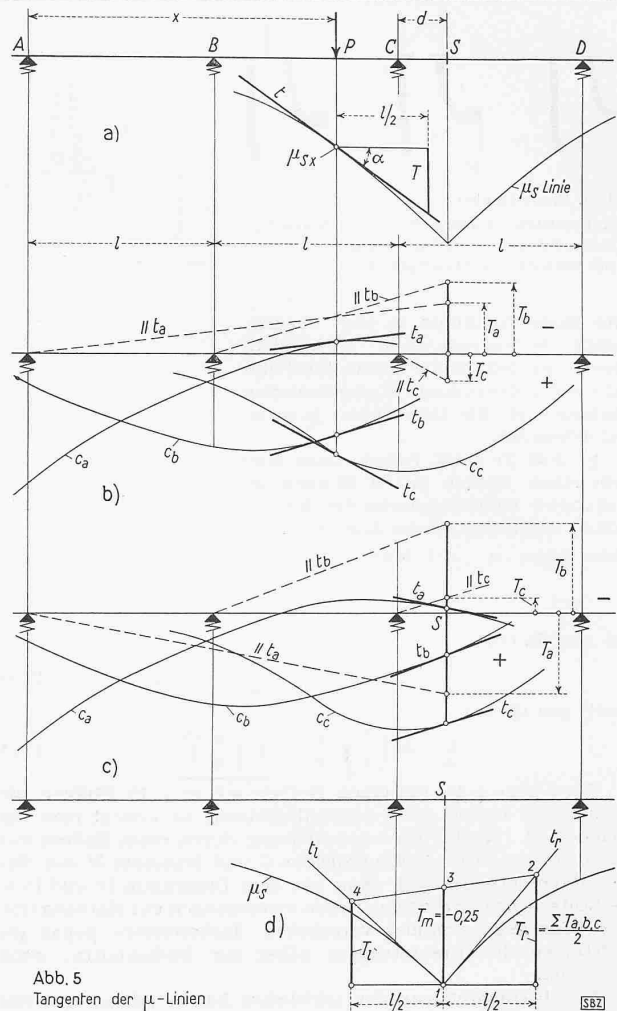


Abb. 5  
Tangenten der  $\mu$ -Linien

Stützen zeigt, dass die massgebenden Grössen  $c_{aa}$ ,  $c_{bb}$ ,  $\mu_{11}$ ,  $\mu_{bb}$  für das erste Feld, bei kleinen  $k$  von Diagramm wenig ändern und dass die Differenzen von drei zu vier Stützen, bzw. von vier zu fünf, bzw. von fünf zu sechs Stützen immer mehr verschwinden. Beim Vergleich von fünf zu sechs Stützen sind sie bis  $k \cong 4$  praktisch Null und betragen bei  $k \cong 15$  nur rd. 3%.

Daraus folgt, dass bis  $k \cong 15$  die  $c_{aa}$ ,  $c_{bb}$ ,  $\mu_{11}$ ,  $\mu_{bb}$  auch bei viel grösserer Stützenszahl praktisch auf wenige Prozente gleich bleiben. Solange  $k \leq 15$  können somit auch bei Balken auf vielen Stützen die Endfelder nach Diagramm IV und IVa für sechs Stützen behandelt werden.

e) Für Systeme, bei denen das elastische Senkmass der Stützen von der ersten bis zur letzten Stütze stetig ändert, können, da der Einfluss anormalen Stützen auf weit entfernte Trägerstellen abklingt, die Diagramme mit guter Annäherung benutzt werden. Man führt dann die linksseitige bzw. rechtsseitige Zahl  $k$  für die Felder links bzw. rechts ein und verwendet also das selbe Diagramm zweimal mit verschiedenem  $k$ . Für die Mittelfelder gelten dann ungefähr die Mittelwerte beider Untersuchungen.

f) Man kann auch, wie in § 9 der in Fussnote 3 genannten Schrift erläutert, Balken auf stetiger, elastischer Unterlage näherungsweise durch Balken auf einzelnen Stützen ersetzen und also mit den Diagrammen untersuchen. Der Balken liege auf einer Länge  $L$  auf der elastischen Bettung auf. Die Auflagebreite sei  $b$  und die Bodenkonstante  $B$  ( $t/m^3$  oder  $kg/cm^3$ ).

Man teilt dann  $L$  z. B. in vier gleiche Teile  $l$ . Die vier Stützen des Ersatzbalkens liegen dann in der Mitte dieser Teilstücke und ihr elastisches Senkmass wird

$$e = \frac{1}{lbB} \dots \dots \dots (16)$$

Die Genauigkeit wird noch erhöht, wenn man  $L$  in sechs kürzere Strecken unterteilt, also mit einem Ersatzbalken auf sechs Stützen rechnet.

Die Stützendrücke des Ersatzbalkens werden zuletzt gleichmässig auf die Strecken  $l$  verteilt und die so erhaltene, gestaf-

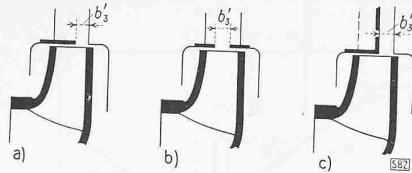


Abb. 1. Spaltschieber

- a) mit seitlicher Laufradaustrittsöffnung  $b'_3$
- b) mit mittlerer Austrittsöffnung
- c) mit seitlicher Diffusorplatte

felte Bodendrucklinie in eine ausgleichende *Bodendruckkurve* verwandelt. Ebenso werden in die Momenten-Polygone stetig gekrümmte Momentenlinien eingezeichnet, die ihre Seiten je zweimal schneiden.

g) Aus f) folgt ferner, dass man auch einen Balken mit  $n'$ -Stützen im Abstände  $l'$  näherungsweise durch einen Balken mit  $n$ -Stützen im Abstände  $l$  ersetzen kann ( $n \geq n'$ ). Man setzt dann für den letztgenannten:

$$l = l' \frac{n'}{n} \dots \dots \dots (17a)$$

und aus Gl. (16):

$$e = e' \frac{l'}{l} = e' \frac{n}{n'} \dots \dots \dots (17b)$$

somit, aus Gl. (1):

$$k = k' \left(\frac{l'}{l}\right)^3 \frac{e}{e'} = k' \left(\frac{n}{n'}\right)^4 \dots \dots \dots (17c)$$

Wird also z. B. für einen Balken mit  $n' = 10$  Stützen die  $M'$ -Linie für irgend einen Lastfall gesucht, so ersetzt man ihn nach den Gl. (17 a bis 17 c) zweckmässig durch einen Balken mit  $n = 6$  Stützen. Die Auflagerdrücke  $C$  und Momente  $M$  des Ersatzbalkens ergeben sich dann aus dem Diagramm IV und IV a. Die Stützen beider Systeme liegen symmetrisch zur Balkenmitte, sind aber gegeneinander verschoben. Insbesondere liegen die Endstützen des Ersatzträgers näher zur Balkenmitte, wenn  $n' > n$  ist.

Nun betrachtet man den *wirklichen Balken* näherungsweise als *starr gelagert* und belastet ihn mit den  $C$  des Ersatzbalkens. Daraus folgen auf bekannte Art die wirklichen Stützdrücke  $C'$  und eine Zusatz-Momentenlinie die, den  $M$  überlagert, die  $M'$ -Linie mit Polygonecken bei den wirklichen Stützen ergibt.

Praktisch genügt es meist, nur die Gestalt der Zusatz-Momentenlinie ohne Rechnung zu überlegen und sie der  $M$ -Linie so zu überlagern, dass die Polygonecken bei den Stützen  $n$  verschwinden und auf die Stützen  $n'$  verschoben werden. Dabei wird auch das Moment unter der Last meist etwas abgeändert.

Analog kann man auch *Balken mit ungleichen Spannweiten* zuerst als Normalbalken mit gleichen Stützenabständen untersuchen und *zusätzlich* die erhaltenen Stützdrücke  $C$  als Lasten des wirklichen, dann näherungsweise als starr gelagert betrachteten Balkens einführen. (Schluss folgt)

### Spaltschieber-Regelung bei Kreiselpumpen

Von Ing. K. RÜTSCHI in Firma Müller A.-G., Brugg

Obschon der Spaltschieber für die Regelung bei Turbinen und Kreiselpumpen grundsätzlich bekannt ist, wurde er bis heute so gut wie nicht angewandt, z. T. weil eine einfache konstruktive Lösung fehlte. Siebrecht<sup>1)</sup> hatte wohl seinerzeit die Wirkungsweise des Spaltschiebers bei Kreiselpumpen eingehend untersucht, ohne dass hernach aber eine praktische Anwendung desselben Verbreitung gefunden hätte. Abb. 1 zeigt die von ihm untersuchten drei Spaltschieberformen, wobei die Ausführungen a und b mit seitlicher und mittlerer Laufradöffnung  $b'_3$  ziemlich übereinstimmende Drosselkurven und Kraftbedarfslinien ergaben. Wider Erwarten zeigte dagegen die verbesserte Ausführung c mit anschliessender Diffusorplatte beim Schliessen des Spaltschiebers eine raschere Senkung der Drosselkurve bei ungefähr gleichem Verlauf des Kraftbedarfs, sodass also hier die Wirkungsgrade entsprechend niedriger wurden. Eigene Versuche mit einer Spaltschieberform, die ausser dem Laufradaustritt gleichzeitig auch noch den Laufradeintritt abschliesst, ergaben auch keine merklichen Verbesserungen. Für die konstruktive Weiter-

<sup>1)</sup> Dr. Ing. W. Siebrecht: «Beitrag zur Regelung der Kreiselpumpen». 1929, VDI-Forschungsheft 321.

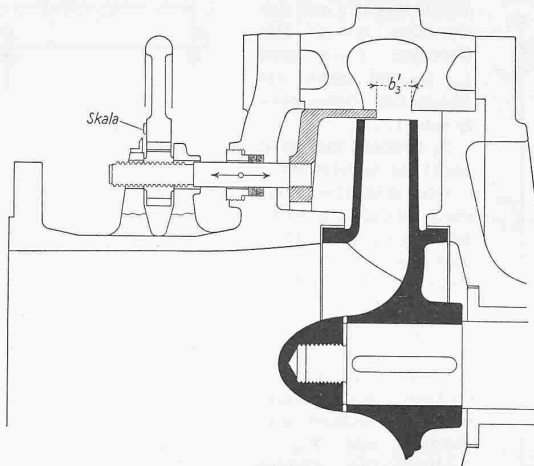


Abb. 2. Schnitt durch einstufige Pumpe mit Spaltschieber

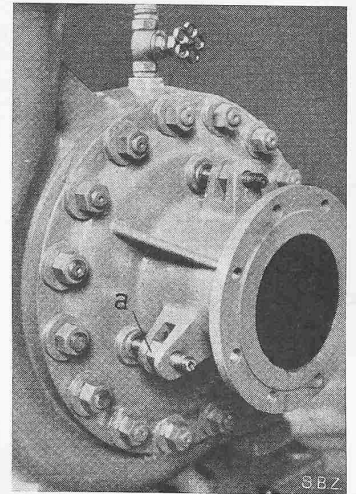


Abb. 3. Versuchsausführung mit Sechskant-Muttern a anstelle von Zahnradmuttern mit Zahnkranz

entwicklung konnte deshalb ohne weiteres auf die einfachste Lösung a gegriffen werden.

Eine auf dieser Grundlage entwickelte Spaltschieberpumpe mit einseitig beaufschlagtem Laufrad zeigen Abb. 2 und 3. Der zylindrische Ringschieber mit seitlichem Verstärkungskragen ist in einem besonders ausgebildetem Saugdeckel untergebracht, der am Umfang eine Anzahl Führungsbolzen trägt, die zur axialen Verschiebung des Spaltschiebers dienen und die beim Austritt aus dem Deckel wie Schieberkeil-Spindeln durch eine Stopfbüchse abgedichtet sind. Damit jede Spindel gleichmässig verschoben wird, drehen diese an ihrem Gewindeende je in einer Zahnradmutter, über die ein Zahnradkranz greift. Durch Drehen des Zahnkranzes, von Hand oder durch eine automatische Reguliervorrichtung, werden die Führungsbolzen um einen bestimmten Betrag axial verschoben, wobei an einer Skala die Spaltweite  $b'_3$  abgelesen werden kann. Die Vorrichtung ist so einfach, dass sie sogar lediglich durch Auswechseln des Saugdeckels bei sonst normalen Pumpen nachträglich angebracht werden kann.

Der Vorteil der Spaltschieber-Regelung gegenüber einer solchen mit Drosselschieber liegt vor allem im wesentlich geringeren Kraftbedarf bei Teillasten, der bei kleinsten Fördermengen sogar noch unter die Werte der komplizierteren Regelung mit drehbaren Leitschaufeln sinkt. In Abb. 4 sind neben den punktiert ausgezogenen Kennlinien, wie sie bei Drosselregelung erhalten werden, die Q/H-Kurven, Kraftbedarf- und Wirkungsgradkurven für verschiedene Spaltschieberstellungen eingezeichnet. Der Kraftbedarf sinkt bei Nullförderung und geschlossenem Spaltschieber ungefähr auf die Hälfte desjenigen bei geschlossenem Druckleitungsschieber, während bei grösseren Wassermengen und verengtem Spaltschieber eine kleine Erhöhung eintritt.

Das Kennzeichnende der Spaltschieberregelung liegt neben dem beschriebenen Verlauf des Kraftbedarfes im Verhalten der Förderhöhe, die bei Verengung der Spaltbreite abnimmt und bei vollständigem Abschluss und Nullförderung den Wert des Spaltdruckes am Laufradumfang annimmt. Dies hat meistens jedoch keinerlei Nachteile, weil sich auf diese Weise die Förderhöhe gut einer mit wachsender Wassermenge ansteigenden Rohrkenlinie anpasst. Dieser Nullförderungsdruck, der nicht kleiner als die statische Förderhöhe sein soll, lässt sich übrigens durch entsprechende Ausbildung des Laufrades leicht den jeweiligen Betriebsverhältnissen anpassen.

Interessant ist ein Vergleich mit dem Betriebsverhalten von Pumpen mit der bekannteren Regelung durch drehbare Leitschaufeln nach Abb. 5. Auch hier zeigen die Kraftbedarfskurven bei kleinen Fördermengen einen ähnlichen Verlauf wie bei Spaltschieberdrosselung, wogegen aber die Förderhöhen bei Teillast ansteigen. Der Wirkungsgrad wird damit, bezogen auf die Pumpenförderhöhe, besser. Rechnet man aber mit der tatsächlichen Förderhöhe der Rohrkenlinie  $H_r$ , so bleiben die nutzbaren Wirkungsgrade ungefähr gleich, weil ja auch der Kraftbedarf ähnlich ist. Lediglich bei mittleren Fördermengen stellt sich die Leitschaufelregulierung besser, wogegen bei kleineren Wassermengen die niedrigsten Kraftbedarfswerte mit dem Spaltschieber erhalten werden.

Ganz ausserordentlich günstige Teillastergebnisse lassen sich bei der Verwendung des Spaltschiebers bei doppelseitigen Lauf-