

# Die Verbundwirkung zwischen vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton und ihre Anwendung auf den Plattenbalkon mit vorgespanntem Steg

Autor(en): **Soutter, P.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **123/124 (1944)**

Heft 9

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-54002>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**INHALT:** Die Verbundwirkung zwischen vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton und ihre Anwendung auf den Plattenbalken mit vorgespanntem Steg. — Wohnhaus eines Musikers in Bern. — Wiederherstellung von gebrauchten Maschinenteilen. — Aus dem Geschäftsbericht für 1943 des Eidg. Post- und Eisenbahn-Departements. — Mitteilungen:

Statische Berechnung von Rohrleitungen. Einführung der Hauptverkehrsstrassen in grosse Städte. «Roter Pfeil» der SBB mit Anhängewagen. Der Schweiz. Wasserwirtschafts-Verband. — Wettbewerbe: Bebauungsplan Sursee. — Nekrologe: Marius Cioc. Fritz Nötzli. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine.

Band 124

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Verelnsorgane nicht verantwortlich  
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 9

## Die Verbundwirkung zwischen vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton und ihre Anwendung auf den Plattenbalken mit vorgespanntem Steg

Von Dipl. Ing. P. SOUTTER, Zürich

Die Verbundwirkung zwischen vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton ist im Ausland schon vor Jahren erforscht und ausgenützt worden. Es sei z. B. neben den französischen Ausführungen von Freyssinet an die deutschen Ausführungen der Neuen Wayss & Freytag A. G. hingewiesen. In Italien sind Verbundkonstruktionen aus vorgespanntem und nicht vorgespanntem Beton auch in Verbindung mit Tonkörpern ausgeführt worden. Die Entwicklung des vorgespannten Betons ist bis jetzt besonders in der Schweiz durch Patentschwierigkeiten verhindert worden. Die Idee des Spannbetons an sich ist nicht patentfähig, da sie seit Jahren in verschiedenen Ländern langsam entwickelt worden ist; patentfähig sind dagegen u. U. bestimmte besondere praktische Verfahren zur Herstellung von vorgespannten Konstruktionen. Insbesondere die Idee der Verbundwirkung von vorgespannten Beton-Elementen mit nachträglich betonierten Konstruktionen ist nicht patentfähig und auch nicht neu. Sie liegt ganz natürlich im Zuge der Entwicklung des vorgespannten Betons. Es ist an der Zeit, dass die Fachleute im Interesse der Entwicklung der Bautechnik ihre berufliche Tätigkeit weniger auf Patentrechte als auf fachliches Können und auf konstruktive Geschicklichkeit aufbauen.

Der Verfasser hat im Jahre 1943 Verbundkonstruktionen mit vorgespannten Beton-Elementen studiert und entsprechende Versuche in Verbindung mit der Firma Locher & Cie. in Zürich durchgeführt. Es sollen nachstehend am Beispiel des Plattenbalkens mit vorgespanntem Steg die auf Grund dieser Studien gemachten Erfahrungen und das Ergebnis der Belastungsprobe eines Versuchs balkens mitgeteilt werden.

### Die Berechnung des Plattenbalkens mit vorgespanntem Steg

Dieser Fall ist gegenüber andern Verbundkonstruktionen für die Praxis deshalb wichtig, weil er gestattet, die Vorteile der Fertigungskonstruktionen auszunützen (keine Schalungen und Stütperungen am Bau, trockene Bauweise, sichere Ausführung des armierten Steges auf dem Werkplatz u. s. w.). Ebenfalls ist es möglich, im vorgespannten Steg des Plattenbalkens, gleich wie im vorgespannten Balken die Hauptzugspannungen durch die Vorspannungen unschädlich zu machen, was bei andern Verbundquerschnitten oft ohne Zusatzarmierung nicht geht. Diese Lösung ermöglicht auch, einen vollständig rissfreien Eisenbetonbalken herzustellen.

Die Berechnung des vorgespannten Trägers wurde in der Literatur schon mehrfach behandelt<sup>1)</sup>. Die Theorie ist jedoch vielfach den Bedürfnissen der Praxis wenig angepasst. Das nachstehend beschriebene einfache Berechnungsverfahren kann sinn gemäss für den vorgespannten Balken und für jeden beliebigen Verbundquerschnitt angewendet werden.

In der Berechnung sind drei verschiedene Zustände zu unterscheiden. Wir bezeichnen den vorgespannten Träger ohne Belastung als *Zustand I*. Wird nun der Träger verlegt und mit seinem Eigengewicht, bzw. dem Gewicht der aufbetonierten Platte belastet, so sprechen wir von *Zustand II*. Nach Erhärten der Platte wirken Träger und Platte zusammen, was wir als *Zustand III* bezeichnen.

#### 1. Biegung

Wir beginnen die Berechnung mit der Ermittlung der äusseren Kräfte (Abb. 1).

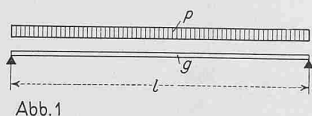


Abb. 1

$$Mg = \frac{gl^2}{8}; Mp = \frac{pl^2}{8}$$

$$Qg = \frac{gl}{2}; Qp = \frac{pl}{2}$$

<sup>1)</sup> u. a. Moersch: Der Spannbetonträger. Stuttgart 1943.  
Dr. P. Lardy: «Schweiz. Bauzeitung» Nr. 20, Band 121, S. 51\* u. 239\* (1943), Band 123, S. 209\* (1944).  
F. Panchaud: «Bulletin technique de la Suisse Romande» v. 30, Okt. 1943.

Es werden dann die Querschnittswerte ermittelt und zwar getrennt für die drei Zustände. Das Kriechen, d. h. die plastische Deformation des Betons ist nur beim *Zustand I* voll zu berücksichtigen, da es einen Abfall der Vorspannung bewirkt. Die Belastung, vor allem die veränderliche Belastung, kann erst später und teilweise oder zeitweise wirken, zum Beispiel wenn ein vorgespannter Balken nach langer Lagerung versetzt wird. Da das Kriechen infolge der Belastung sich entlastend auswirkt, ist es nur teilweise oder sicherheitshalber überhaupt nicht in Rechnung zu setzen. Die Berücksichtigung des Kriechens infolge der Vorspannung erfolgt am zweckmässigsten durch eine passende Wahl der Zahl *n*. Das Kriechen wird für die vorhandenen Verhältnisse im Mittel dreimal grösser als die elastische Deformation angenommen. Die totale Dehnung beträgt somit

$$\epsilon_b^{\text{Total}} = \epsilon_b^{\text{el}} + \epsilon_b^{\text{Kriechen}} = 4 \epsilon_b^{\text{el}} \text{ oder } E_b^{\text{Total}} = \frac{1}{4} E_b^{\text{el}}$$

daraus:  $n = \frac{E_e}{E_b^{\text{Total}}} = \frac{4 \times 2000000}{400000} = 20$

d. h. mit *n* = 20 gerechnet, ist sowohl die elastische, als auch die plastische Deformation des Betons berücksichtigt.

#### a) Querschnittswerte

Wir führen in der Berechnung die ideellen Festwerte *F<sub>I</sub>*, *F<sub>II</sub>*, *F<sub>III</sub>* bzw. *J<sub>I</sub>*, *J<sub>II</sub>*, *J<sub>III</sub>* wie folgt ein:

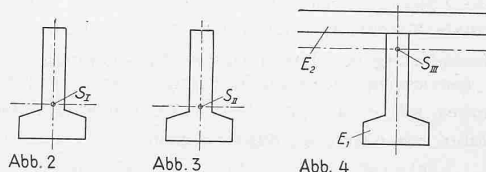


Abb. 2

Abb. 3

Abb. 4

*Zustand I*, Vorspannung (Abb. 2): *n* = 20

$$F_I = F_b + 20 F_e \quad J_I = J_b + 20 J_e$$

*Zustand II* (Abb. 3): *g* = *g'* + *g''*; *n* = 5

$$F_{II} = F_b + 5 F_e \quad J_{II} = J_b + 5 J_e$$

*Zustand III*: *p*; *n* = 5

Um den Unterschied in der Betonqualität vom vorgespannten, auf dem Werkplatz betonierten Steg und von der an Ort und Stelle nachträglich betonierten Druckplatte in Rechnung zu setzen, sind die Festwerte unter Berücksichtigung der verschiedenen *E* zu ermitteln (Abb. 4)

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{300000}{400000} = 0,75$$

$$F_{III} = F_{b1} + 0,75 F_{b2} + 5 F_e \quad J_{III} = J_{b1} + 0,75 J_{b2} + 5 J_e$$

#### b) Spannungen infolge der äusseren Kräfte

Dabei ist der Querschnitt voll zu rechnen, da infolge der Vorspannung keine Zugspannungen entstehen.

*Zustand II* (Abb. 5): *g* = *g'* + *g''*

Nach der allgemeinen Spannungsformel erhält man für die Betonspannung im Abstand *c<sub>II</sub>* von der Neutralaxel

$$\sigma_g = \pm \frac{M_g}{J_{II}} c_{II}$$

*Zustand III* (Abb. 6):

$$\text{in der Platte: } \sigma_p = + \frac{0,75 M_p}{J_{III}} c_{III}$$

$$\text{im Steg: } \sigma_p = \pm \frac{M_p}{J_{III}} c_{III}$$

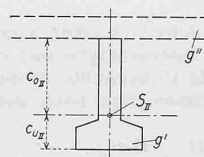


Abb. 5

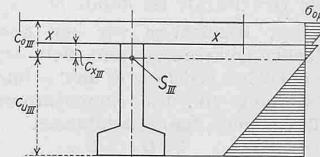


Abb. 6

Die Spannungen von Zustand II und Zustand III sind zu superponieren

$$\text{in der Platte: } \sigma_{g+p} = + \frac{0,75 M_p}{J_{III}} c_{III}$$

$$\text{im Steg: } \sigma_{g+p} = \pm \left( \frac{M_g}{J_{II}} c_{II} \pm \frac{M_p}{J_{III}} c_{III} \right)$$

Für den Balken ohne Druckplatte vereinfachen sich die Ausdrücke wie folgt wenn  $M_q = M_g + M_p$

$$\sigma_q = \pm \frac{M_q}{J_{II}} c_{II}$$

**2. Schwinden**

Die ursprüngliche Vorspannung  $\sigma_e^{v'}$  wird infolge Schwindens des Betonquerschnitts eine Reduktion erleiden. Setzt man nach den S. I. A. Normen  $\epsilon_s \approx 0,0004$  und für  $E_e = 200000 \text{ kg/cm}^2$ , so ergibt sich eine Abminderung der Vorspannung  $\epsilon_s E_e = 800 \text{ kg/cm}^2$ . Da aber die Druckplatte nach dem Versetzen des Stegs betoniert wird, erfolgt in der Regel zudem ein zeitlich ungleiches Schwinden beider Elemente. Der Verbundquerschnitt schwindet gleichmässig um das Mass des nach dem Betonieren der Platte noch verbleibenden Schwindens des Steges. Nach fertigem Schwinden des Steges schwindet die Druckplatte weiter um das Mass  $\epsilon_s'$ . Dieses Mehrschwinden der Platte verursacht Zusatzspannungen, die aber durch ein entsprechendes Kriechen reduziert werden.

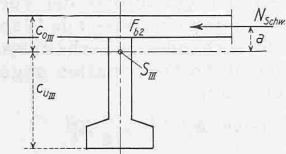


Abb. 7

Diese Spannungen betragen (Abb. 7):

$$\text{in der Platte: } \sigma_{Schw} = 0,46 \left[ 0,75 \left( \frac{N_{Schw}}{F_{III}} + \frac{M_{Schw}}{J_{III}} c_{III} \right) - \sigma'_{Schw} \right]$$

$$\text{im Steg: } \sigma_{Schw} = 0,46 \left[ \frac{N_{Schw}}{F_{II}} \pm \frac{M_{Schw}}{J_{II}} c_{II} \right]$$

wobei  $\sigma'_{Schw} = \epsilon_s' E_b$ ;  $N_{Schw} = F_{b2} \sigma'_{Schw}$ ;  $M_{Schw} = N_{Schw} a$

Für normale Verhältnisse kann  $\epsilon_s' = 0,0001$  eingesetzt werden.

**3. Dimensionierung der erforderlichen Vorspannung**

Wir bezeichnen die Randspannungen im Steg infolge der Vorspannung mit  $\sigma_u^v$  und  $\sigma_u^r$ . Die resultierenden Randspannungen erhalten wir durch die Superposition

$$\sigma_u^r = \sigma_u^v + \sigma_u^r \quad \sigma_u^r = \sigma_u^v + \sigma_u$$

Man stellt nun an den vorgespannten Beton die Anforderung, dass keine Betonzugspannungen entstehen sollen. Daraus erhalten wir zwei Bedingungsungleichungen

a) Im Zustand I (reine Vorspannung) muss  $\sigma_o^v > 0$  sein.

Um eine gewisse Sicherheit gegen Zugspannungen zu haben, (Transport, Verlegen u. s. w.), wird man für  $\sigma_o \approx 10 \text{ kg/cm}^2$  einsetzen. In bestimmten Fällen kann man auf diese Druckspannung verzichten, oder sogar eine kleine Zugspannung zulassen, was die erforderliche Vorspannung entsprechend herabsetzt.

b) Im Endzustand muss  $\sigma_u^r = \sigma_u^v + \sigma_u > 0$  sein, d. h.  $\sigma_u^v > \sigma_u$ .  $\sigma_u^v$  wird sicherheitshalber etwa 4 bis 10  $\text{kg/cm}^2$  grösser gewählt als  $\sigma_u$ .

Aus diesen beiden Bedingungen sind nun die Randspannungen  $\sigma_o^v$  und  $\sigma_u^v$  infolge der Vorspannung festzusetzen. Dabei ist jedoch zu beachten, dass auch die Betondruckspannung einen gewissen Wert nicht überschreiten darf. Dies gilt

sowohl bei der Vorspannung  $\sigma_u^v \leq \sigma_b \text{ zul}$

als auch im Endzustand  $\sigma_o^r \leq \sigma_b \text{ zul}$

Die zulässige Betondruckspannung hängt von der Qualität des Betons ab. Die heutige Technik der Betonherstellung gestattet  $\sigma_b \text{ zul} = 200 \text{ kg/cm}^2$  zu setzen.

Bei der Dimensionierung der Vorspannung haben wir nun zwei Unbekannte: den erforderlichen Eisenquerschnitt und die Verteilung der Eisen. Wir bezeichnen mit  $\sigma_e^v$  die bleibende Vorspannung der Eiseneinlagen.

Die Druckkraft ist damit  $D = \sigma_e^v F_e$

Ferner bezeichnen wir den Abstand des Schwerpunktes vom ideellen Querschnitt zum Schwerpunkt der Eiseneinlagen mit  $e$ . Die beiden Grössen  $D$  und  $e$  führen wir als Unbekannte in die Rechnung ein. Die Randspannungen berechnen sich nach der allgemeinen Spannungsformel

$$\sigma_o^v = + \frac{D}{F_I} - \frac{D e}{J_I} c_{0I} \quad \sigma_u^v = + \frac{D}{F_I} + \frac{D e}{J_I} c_{uI}$$

Nach der Unbekannten  $D$  aufgelöst, erhält man (Abb. 8)

$$D = \frac{F_I}{h} \left( c_{0I} \sigma_o^v + c_{uI} \sigma_u^v \right)$$

Für  $\sigma_o^v = 0$  ist  $D = \frac{F_I \sigma_u^v c_{0I}}{h}$

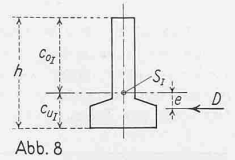


Abb. 8

Hat man  $D$  nach dieser Gleichung ermittelt, so lässt sich auch noch  $e$  aus einer der beiden Spannungsformeln berechnen

$$e = \frac{J_I}{c_{0I}} \left( \frac{1}{F_I} - \frac{\sigma_o^v}{D} \right)$$

oder umgeformt

$$e = \frac{J_I}{F_I h} \left( \frac{\sigma_u^v - \sigma_o^v}{\sigma_s^v} \right)$$

wobei  $\sigma_s^v$  die Vorspannung im Schwerpunkt bedeutet.

Für  $\sigma_o^v = 0$   $e = \frac{J_I}{F_I c_{0I}}$

Der Eisenquerschnitt selbst ergibt sich aus

$$F_e = \frac{D}{\sigma_e^v}$$

$\sigma_e^v$  hat darin die Bedeutung der bleibenden Vorspannung, die wie folgt ermittelt wird:

$$\sigma_e^v = \sigma_e^{v'} - \epsilon_s E_e - \epsilon_{K_e} E_e$$

Zu der Abminderung infolge Schwindens des Betons kommt noch der Spannungsabfall infolge Kriechen des Stahldrahtes selbst hinzu.

Nach der EMPA kann  $\epsilon_{K_e} = \left( \frac{\sigma_e^{v'}}{0,45 \sigma_s} - 1 \right) 0,7$  in  $\text{‰}$  eingesetzt werden ( $\sigma_s = \text{Streckgrenze}$ ).

Für  $\frac{\sigma_e^{v'}}{\sigma_s} = 0,9$  wird  $\epsilon_{K_e} = 0,0007$  und  $\epsilon_{K_e} E_e = 1400 \text{ kg/cm}^2$ .

Man erhält dann:

$$\sigma_e^v = \sigma_e^{v'} - 800 \text{ kg/cm}^2 - 1400 \text{ kg/cm}^2 = \sigma_e^{v'} - 2200 \text{ kg/cm}^2$$

unter der für die Praxis zweckmässigen Annahme, dass die mechanische d. h. die ursprüngliche Vorspannung  $\sigma_e^{v'}$  90% der Streckgrenze des hochwertigen Drahtes (Zugfestigkeit  $> 14 \text{ t/cm}^2$ ) aufweisen. Mit Rücksicht auf den Spannungsabfall infolge Kriechen und Schwinden des Betons sind die Drähte möglichst hoch vorzuspannen, um eine rationelle Ausnutzung des Stahls zu erreichen. Da nun die zulässige Vorspannung auf höchstens 75% der Zugfestigkeit festgesetzt werden kann, ist mit einer zulässigen mechanischen Vorspannung von 10 bis 15  $\text{t/cm}^2$  zu rechnen. Dabei darf die zulässige Vorspannung des Stahls höchstens 90% der Streckgrenze betragen. Wir haben nun den Eisenquerschnitt und die Lage des Eisenschwerpunktes ermittelt. Damit ist die Dimensionierungsfrage gelöst.

Es befinden sich gegenwärtig im Handel besonders bearbeitete Drähte mit Einkerbungen, die eine Zugfestigkeit von 14 bis 20  $\text{t/cm}^2$  aufweisen. Mit Rücksicht auf den Spannungsabfall infolge Kriechen und Schwinden des Betons sind die Drähte möglichst hoch vorzuspannen, um eine rationelle Ausnutzung des Stahls zu erreichen. Da nun die zulässige Vorspannung auf höchstens 75% der Zugfestigkeit festgesetzt werden kann, ist mit einer zulässigen mechanischen Vorspannung von 10 bis 15  $\text{t/cm}^2$  zu rechnen. Dabei darf die zulässige Vorspannung des Stahls höchstens 90% der Streckgrenze betragen. Wir haben nun den Eisenquerschnitt und die Lage des Eisenschwerpunktes ermittelt. Damit ist die Dimensionierungsfrage gelöst.

Eine erste ganz grobe Schätzung der erforderlichen Trägerhöhe und des Eisenquerschnitts kann je nach der Form des Profils in Analogie zu folgender Betrachtung des Rechteckquerschnitts gemacht werden (Abb. 9):

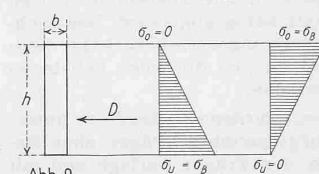


Abb. 9

Endzustand:

$$\sigma_u = 0 = \sigma_B - \frac{M_q}{J} c_u = \sigma_B - \frac{6 M_q}{b h^2}$$

$$h = c \sqrt[3]{M_q} \quad \text{wobei } c = \sqrt[3]{\frac{6}{\sigma_b \lambda}} \quad \text{und } \lambda = \frac{b}{h}$$

Zustand der Vorspannung:

$$\sigma_u = \sigma_B = \frac{2D}{b h} \quad D = F_e \sigma_e = \frac{\sigma_e b h}{2} \quad F_e = \frac{\sigma_b b h}{2 \sigma_e}$$

zum Beispiel für  $\sigma_b = 150 \text{ kg/cm}^2$  und  $\lambda = \frac{1}{3}$  oder  $\sigma_b = 200 \text{ kg/cm}^2$

und  $\lambda = \frac{1}{4}$

$$h \approx 0,5 \sqrt[3]{M_q}; \quad F_e = \frac{25 h^2}{\sigma_e}$$

Für den I-Querschnitt können in erster Annäherung folgende Werte benützt werden:

$$h \approx 0,4 \sqrt[3]{M_q}; \quad F_e = \frac{23 h^2}{\sigma_e}$$

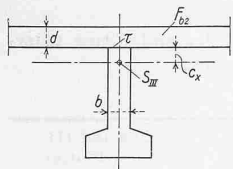


Abb. 10

4. Schub

Es ist nun aber noch der Nachweis zu erbringen, dass die Schubspannungen den nach den Normen des S. I. A. zulässigen Wert von 5 kg/cm<sup>2</sup> nicht überschreiten. Wirkt der Träger mit der Platte (Abb. 10) zusammen, so ist vor allem die Schubspannung zwischen Platte und Träger zu untersuchen. In der allgemeinen Gleichung für die Schubspannung

$$\tau = \frac{Q S}{J b}$$

setzt man für  $Q = Q_p$ ;  $S = F_{b2} \left( c_x + \frac{d}{2} \right)$ ;  $J = J_{III}$

(da nur die Verkehrslast Schubspannungen erzeugt), womit sich für die Schubspannung die Beziehung ergibt

$$\tau = \frac{Q_p F_{b2}}{J_{III} b} \left( c_x + \frac{d}{2} \right)$$

Der verminderte Einfluss des Mehrschwindens der Platte wird sicherheitshalber vernachlässigt. Ueberschreitet  $\tau$  nun den zulässigen Wert von 5 kg/cm<sup>2</sup>, so ist die Schubkraft zwischen Träger und Platte durch Bügel aufzunehmen, die zweckmässig unter 45° verlegt sind. Die Schubkraft beträgt auf die Länge  $a$   $T = \tau b a$  und die in dem Bügel entstehende Zugkraft

$$Z = \frac{\tau b a}{\sqrt{2}}$$

sodass wir die folgende Beziehung anschreiben können:

$$Z = \sigma_{ezul} F_e = \frac{\tau b a}{\sqrt{2}}$$

Daraus erhält man

$$a = \frac{\sigma_{ezul} F_e \sqrt{2}}{\tau b} = \frac{\sigma_{ezul} F_e \sqrt{2}}{Q_p F_{b2}} \frac{J_{III}}{\left( c_x + \frac{d}{2} \right)}$$

Diese Gleichung lässt sich nun vereinfacht schreiben als

$$a = \frac{Q_{pmax}}{Q_p} \times a_{min}; \text{ wobei } a_{min} = \frac{\sigma_{ezul} F_e \sqrt{2} J_{III}}{Q_{pmax} F_{b2} \left( c_x + \frac{d}{2} \right)}$$

Der Abstand  $a$  ist beim Auflager am kleinsten. Gegen die Mitte wird er grösser. Sobald dann  $\tau$  den Wert von 5 kg/cm<sup>2</sup> überschreitet, wird man lediglich eine Sicherheitsarmierung vorsehen oder auf eine Anordnung von Eisen überhaupt verzichten können.

Grundsätzlich verschieden von dieser Rechnung ist der Nachweis der schrägen Hauptzugspannungen. Die Schubspannung im Endzustand setzt sich zusammen aus der Schubspannung aus Eigengewicht im Zustand II und der Schubspannung aus Nutzlast im Zustand III. Die Schubspannung ergibt sich wieder aus der Beziehung (Abb. 11)

$$\tau_g = \frac{Q_g S}{J_{II} b}$$

$$\tau_p = \frac{Q_p S}{J_{III} b}$$

$S$  ist dabei das statische Moment der schraffierten Fläche in Abb. 12, bezogen auf die Neutralaxe. Es ist jedoch hier zu beachten, dass die Schubspannung von Druckspannungen überlagert ist. Für die schräge Hauptzugspannung gilt die allgemeine Gleichung der Festigkeitslehre

$$\sigma_{min} = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left( \frac{\sigma}{2} \right)^2 + \tau^2}$$

Die Druckspannung  $\sigma$  lässt sich dabei aus  $D$  ermitteln. Ueberschreiten die schrägen Hauptzugspannungen den Wert von 5 kg/cm<sup>2</sup>, so sind sie durch Bügel aufzunehmen.

5. Bruchsicherheit

Der Nachweis, dass keine negativen Randspannungen im Träger auftreten, genügt nicht für die Berechnung des Trägers. Es muss auch noch nachgewiesen werden, dass eine gewisse Sicherheit gegen Bruch vorhanden ist. Das Bruchmoment muss dabei mindestens das Doppelte des Moments aus Eigengewicht und Nutzlast, sowie das Dreifache des Moments aus der Nutzlast betragen. Das grössere der Momente sei mit  $M_B$  bezeichnet.

Das Bruchmoment  $M_B$  ist nach der üblichen Berechnungsweise unter Annahme einer Rissbildung mit  $n = 10$  zu rechnen. Der Querschnitt ist in diesem Falle auf exzentrischen Druck beansprucht, da die Vorspannung immer noch wirksam bleibt.

Die Berechnung erfolgt dabei unter der vereinfachenden Annahme, dass alle Eisen im Eisen-schwerpunkt konzentriert seien. Die Gleichgewichtsbedingungen für den Querschnitt lauten (Abb. 13):

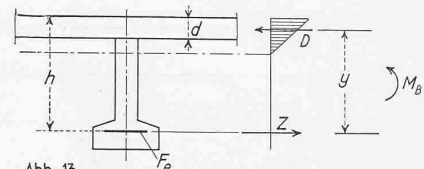


Abb. 13

$$D' y = M_B$$

$$D' - Z = D \text{ (Vorspannkraft)}$$

$$\text{daraus: } M_B = (Z + D) \gamma = F_e F_{ei} y$$

$$\text{wobei } F_{ei} = F_e + \frac{D}{\sigma_e}$$

Es ist klar, dass, falls die Belastung in der Drahtarmierung Zugspannungen erzeugt, die grösser sind als die Vorspannungen, wie z. B. im Bruchzustand, der Querschnitt sich verhält wie ein normaler Eisenbetonquerschnitt.

Für den Plattenbalken mit dünnem vorgespanntem Steg kann näherungsweise  $y = h - \frac{d}{2}$  gesetzt werden. Das Bruchmoment beträgt dann:

$$M' = e \beta_z F_e \left( h - \frac{d}{2} \right)$$

wobei  $e \beta_z =$  Zugfestigkeit des Stahldrahtes. Selbstverständlich soll die rechnerische Betondruckspannung kleiner sein als die Würfeldruckfestigkeit des Betons, was für den behandelten Fall des Plattenbalkens meistens zutreffen wird.

6. Zusammenfassung

Die statische Untersuchung eines Trägers in vorgespanntem Beton hat sich auf drei Hauptprobleme zu beziehen:

1. Es ist der Nachweis zu erbringen, dass der Spannbetonträger in keinem Belastungsfall Betonzugspannungen aufweist.
2. Es ist der Nachweis zu erbringen, dass die Schubspannungen bzw. die schrägen Hauptzugspannungen den Wert von 5 kg/cm<sup>2</sup> nicht überschreiten, bzw. dass höhere Schub- oder Hauptzugspannungen vollständig durch Eisen gedeckt sind.
3. Es ist nachzuweisen, dass das Bruchmoment mindestens das Doppelte des Moments aus Eigengewicht und Nutzlast, sowie das Dreifache des Moments aus der Nutzlast allein beträgt.

Der Auflagerung des vorgespannten Balkens ist besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Eine teilweise Einspannung, die sich in der Regel beim einfachen Eisenbetonbalken entlastend auswirkt, ist beim einfachen vorgespannten Balken nicht zulässig, da sich im Einspannungsquerschnitt die Spannungen der Belastung zu denjenigen der Vorspannung summieren und die zulässigen Werte u. U. überschreiten. Wenn eine Einspannung oder die Kontinuität im vorgespannten Träger aus irgendwelchen Gründen z. B. konstruktiver Natur erforderlich ist, dann muss sie auch statisch und konstruktiv erfasst und berücksichtigt werden. Entweder kann der vorgespannte Träger wie bei vorgespannten Eisenbahnschwellen so geformt werden, dass die Vorspannung im Einspannungsquerschnitt oben bestimmte Druck- und unten Zugspannungen hervorruft, also umgekehrt wie im Mittelquerschnitt, oder es kann ein Teil der Drähte gegen den oberen Rand des Auflagerquerschnittes gezogen werden, oder eine zusätzliche Armierung in der Platte für die Deckung des negativen Momentes und gegebenenfalls eine Voute im Träger für die entsprechende Ermässigung der Druckspannungen angebracht werden. Je nachdem das vorhandene Einspannungsmoment vom Steg allein oder vom Verbundquerschnitt aufgenommen wird, ist eine Fuge in der Platte über dem Auflager erforderlich oder nicht.

Beispiel mit Probebelastung

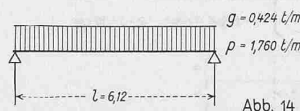


Abb. 14

1. Belastungen, Momente

$$Mg = g \frac{l^2}{8} = 2,0 \text{ mt}$$

$$Mp = p \frac{l^2}{8} = 8,24 \text{ mt}$$

2. Dimensionierung

Die Faustformel liefert die ersten Anhaltspunkte:

$$h = \sim 0,40 \sqrt[3]{Mq} = 0,40 \sqrt[3]{200000 + 824000} = \sim 40 \text{ cm}$$

$$Fe = \sim \frac{23 h^2}{\sigma_e v} = \frac{23 \cdot 40^2}{11800} = \sim 3,1 \text{ cm}^2$$



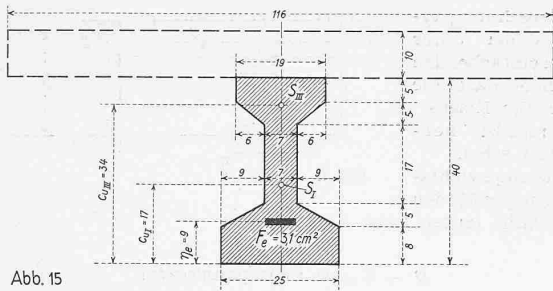


Abb. 15

Der Querschnitt wird festgelegt gemäss Abb. 15. Bei der Dimensionierung wird die Lage des Eisenschwerpunktes geschätzt:  $\eta_e = 9$  cm. Im vorliegenden Fall ist der Bauvorgang derart, dass das Eigengewicht erst dann wirkt, wenn die Platte aufbetoniert und erhärtet ist. Aus diesem Grunde fällt der Zustand II ausser Betracht (Tabelle I).

Tabelle I: Querschnittswerte

	Zustand I (ohne Platte) $n = 20$	Zustand III (mit Platte) $n = 5 \quad n_{pl} = 0,75$
$F$	621 cm <sup>2</sup>	1445 cm <sup>2</sup>
$J$	104130 cm <sup>4</sup>	368000 cm <sup>4</sup>
O. K. Steg $c_o$	23 cm	6 cm
U. K. Steg $c_u$	17 cm	34 cm

Spannungen infolge äusserer Kräfte:

Eigengewicht: Nutzlast:  
 O. K. Steg:  $\sigma_g = +3,3$  kg/cm<sup>2</sup> O. K. Steg:  $\sigma_p = +13,4$  kg/cm<sup>2</sup>  
 U. K. Steg:  $\sigma_g = -18,5$  kg/cm<sup>2</sup> U. K. Steg:  $\sigma_p = -76,0$  kg/cm<sup>2</sup>

Spannungen infolge Mehrschwinden der Platte:

$\epsilon_s = 0,0001$ ;  $E_2 = 300000$  kg/cm<sup>2</sup>;  
 $\sigma'_{Schw} = 0,0001 \times 300000 = 30$  kg/cm<sup>2</sup>;  $F_{b_2} = 1160$  cm<sup>2</sup>;  
 $N_{Schw} = 1160 \times 30 = 34800$  kg; Exzentrizität  $a = 45 - 34 = 11$  cm;  
 $M_{Schw} = a N_{Schw} = 11 \times 34800 = 382800$  kgm;  
 Abminderungsfaktor = 0,46;  
 O. K. Steg:  $\sigma_{Schw} = +14$  kg/cm<sup>2</sup> U. K. Steg:  $\sigma_{Schw} = -5$  kg/cm<sup>2</sup>

Dimensionierung der erforderlichen Vorspannung:

Die untere Randspannung infolge äusserer Kräfte und Mehrschwinden beträgt

$$\sigma_u = -18,5 - 76,0 - 5,0 = -99,5 \text{ kg/cm}^2$$

Nun werden die Vorspannungen gewählt:

$$\sigma_{u^v} = +103 \text{ kg/cm}^2; \sigma_o^v = 0 \text{ kg/cm}^2$$

Erforderliche Druckkraft:

$$D = \frac{F_I \sigma_{u^v} c_{oI}}{h} = \frac{621 \times 103 \times 23}{40} = 36,8 \text{ t}$$

Zulässige mechanische Vorspannung:  $\sigma_{e^v} = 14000$  kg/cm<sup>2</sup>

Effektiv wirksame Vorspannung:

$$\sigma_{e^v} = \sigma_{e^v} - (\epsilon_s + \epsilon_{K(e)}) E_2 = 14000 - 2200 = 11800 \text{ kg/cm}^2$$

Erforderlicher Eisenquerschnitt:

$$F_e = \frac{D}{\sigma_{e^v}} = \frac{36800}{11800} = 3,1 \text{ cm}^2$$

Exzentrizität  $e$  der Druckkraft:

$$e = \frac{J_I c_{oI}}{F_I c_{oI}} = \frac{104130}{621 \times 23} = 7,3 \text{ cm}$$

Abstand  $\eta_e$  des Eisenschwerpunktes von U. K. Träger:

$$\eta_e = c_{uI} - e = 9,7 \text{ cm}$$

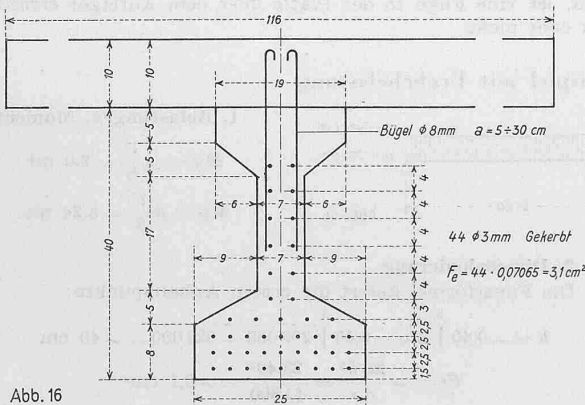


Abb. 16

3. Spannungsnachweis

Auf Grund der Dimensionierung wird der endgültige Querschnitt gemäss Abb. 16 und Tabelle II gewählt.

Tabelle II: Querschnittswerte

	Zustand I (ohne Platte) $n = 20$	Zustand III (mit Platte) $n = 5 \quad n_{pl} = 0,75$
$F$	621 cm <sup>2</sup>	1445 cm <sup>2</sup>
$J$	108000 cm <sup>4</sup>	368000 cm <sup>4</sup>
O. K. Platte $c_o$	—	15,9 cm
O. K. Steg $c_o$	23 cm	5,9 cm
U. K. Steg $c_u$	17 cm	34,1 cm

Eisenschwerpunkt  $\eta_e = 9,48$  cm Exzentrizität  $e = 7,52$  cm

Vorspannungen:

Druckkraft  $D = F_e \sigma_{e^v} = 3,1 \times 11800 = 36700$  kg  
 Moment  $M = e D = 7,52 \times 36700 = 276000$  cm kg

$$\text{O. K. Steg } \sigma_v = \frac{D}{F_I} - \frac{M}{J_I} c_{oI} = 0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{U. K. Steg } \sigma_v = \frac{D}{F_I} + \frac{M}{J_I} c_{uI} = 103 \text{ kg/cm}^2$$

Spannungen infolge äusserer Kräfte:

Eigengewicht:  $M_g = 2,0$  mt Nutzlast:  $M_p = 8,24$  mt  
 O. K. Platte  $\sigma_g = +6,5$  kg/cm<sup>2</sup> O. K. Platte  $\sigma_p = +26,7$  kg/cm<sup>2</sup>  
 U. K. Platte  $\sigma_g = +2,4$  kg/cm<sup>2</sup> U. K. Platte  $\sigma_p = +9,9$  kg/cm<sup>2</sup>  
 O. K. Steg  $\sigma_g = +3,2$  kg/cm<sup>2</sup> O. K. Steg  $\sigma_p = +13,2$  kg/cm<sup>2</sup>  
 U. K. Steg  $\sigma_g = -18,5$  kg/cm<sup>2</sup> U. K. Steg  $\sigma_p = -76,2$  kg/cm<sup>2</sup>

Spannungen infolge Mehrschwinden der Platte:

Druckkraft:  $N_{Schw} = F_{b_2} \sigma'_{Schw} = 1160 \times 30 = 34800$  kg  
 Exzentrizität  $a = 10,9$  cm  
 $M_{Schw} = a N_{Schw} = 10,9 \times 34800 = 379000$  cm kg  
 O. K. Platte  $\sigma_{Schw} = 0$  kg/cm<sup>2</sup> O. K. Steg  $\sigma_{Schw} = 13,9$  kg/cm<sup>2</sup>  
 U. K. Platte  $\sigma_{Schw} = -3,4$  kg/cm<sup>2</sup> U. K. Steg  $\sigma_{Schw} = -5,1$  kg/cm<sup>2</sup>

Zusammenstellung der Spannungen: Siehe Abb. 17

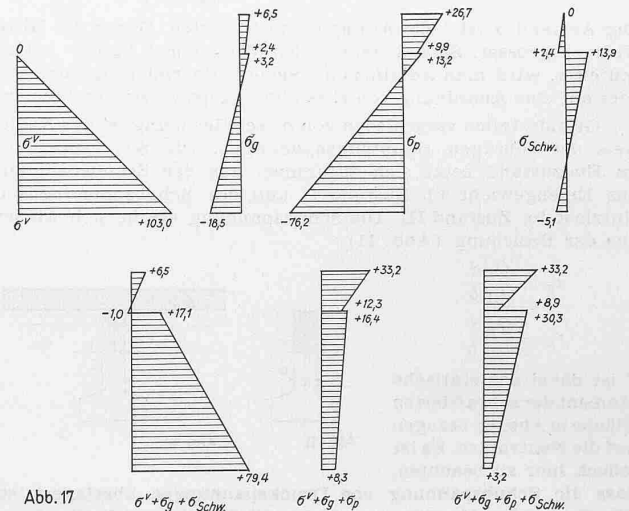


Abb. 17

4. Vergleich mit den Ergebnissen der Probebelastung

Es werden nur die hauptsächlichsten Ergebnisse der verschiedenen, von der EMPA besorgten Messungen wiedergegeben.

Das Alter bei der Entspannung betrug 3 Wochen, die Platte wurde nach 4 Wochen aufbetoniert, und das Alter des Versuchsbalkens bei der Prüfung war 67 Tage. Die Versuchsanordnung erheilt aus Abb. 18. Die Anordnung der Lasten ist so gewählt, dass sich die Momentenflächen aus Nutzlast und Versuchslast möglichst gut decken.

Die der Nutzlast  $p = 1,760$  t/m entsprechende Versuchslast beträgt:

$$P = \frac{M_p}{2,04} = \frac{8,24}{2,04} = 4,04 \text{ t}$$

Rissmessung

Mit Hilfe dieser Messung lässt sich die Druckvorspannung im Beton direkt kontrollieren. Der Balken wird belastet, bis der erste Haarris an der Unterkante im Mittelfeld entsteht ( $P_{Riss} = 7,0$  t). Beim Entlasten schliesst sich der Riss wieder vollständig, die Vorspannung der Eisen wirkt immer noch voll. Dem

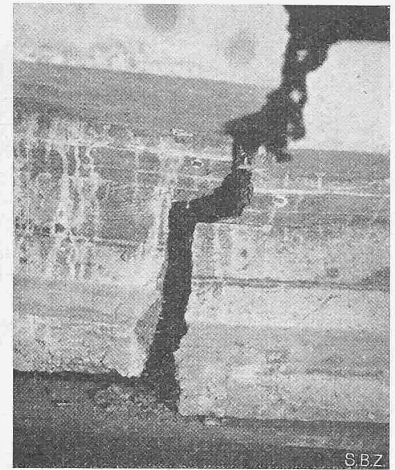
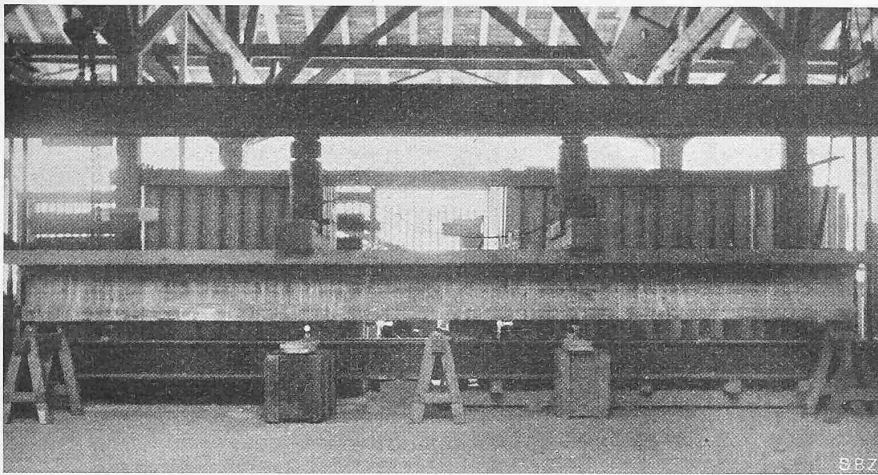


Abb. 22. Versuchsbalken unmittelbar vor der Belastungsprobe

Abb. 23. Bruchstelle des Balkens Zerstörung durch Zerreißen der Stahlröhre

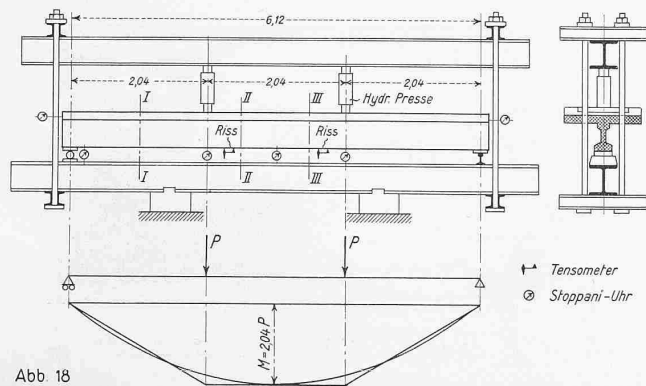


Abb. 18

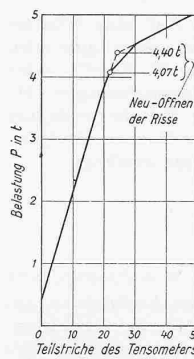


Abb. 19

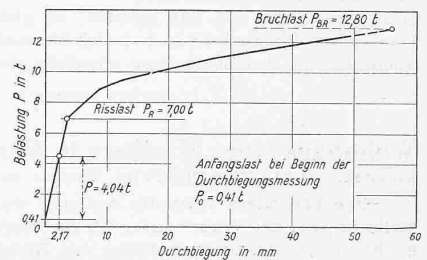


Abb. 20

zum Neuöffnen des Risses notwendigen Moment  $M_{R'}$  entspricht die Druckvorspannung im Beton.

Die rechnerische Druckvorspannung beträgt nach Abzug der Zugspannungen aus Schwinden und Eigengewicht:

$$\sigma_v + \sigma_g + \sigma_{Schw} = 79,4 \text{ kg/cm}^2$$

Die Rissbeobachtung ergab eine Last von  $4,07 \div 4,40 \text{ t}$  (Abb. 19), d. h. ein Moment:

$$M_{R'} = 2,04 (4,07 \div 4,40) = 8,30 \div 8,98 \text{ mt}$$

Daraus folgt die Vorspannung zu

$$\sigma = \frac{M_{R'}}{J_{III}} c_{uIII} = 77 \div 83 \text{ kg/cm}^2$$

Die Übereinstimmung von Messung und Rechnung ist befriedigend.

*Durchbiegung in Balkenmitte*

Rechnerische Durchbiegung mit Berücksichtigung der Quer-

kräfte ( $G = \approx 0,45 E_b$ ;  $F' = \approx \frac{2}{3} F$ ):

$$y_m = 22,5 \frac{P}{E_b}; \quad y_m \text{ in cm}; \quad P \text{ in kg}; \quad E \text{ in kg/cm}^2$$

Messergebnis:

für  $P = 4040 \text{ kg}$ :  $y_m = 2,17 \text{ mm} = 0,217 \text{ cm}$

Elastizitätsmodul durch Vergleich mit der Rechnung:

$$E_b = \frac{22,5 P}{y_m} = \frac{22,5 \times 4040}{0,217} = 420\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Elastizitätsmodul aus Festigkeitsproben:

Würfel Festigkeit:  $w\beta d_{68} = 642 \text{ kg/cm}^2$

Prismenfestigkeit:  $p\beta d_{68} = \approx 0,8 w\beta d_{68} = 510 \text{ kg/cm}^2$

nach der EMPA-Formel:

$$E = 600\,000 \frac{p\beta d}{180 + p\beta d} = 600\,000 \frac{510}{690} = 444\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Die Durchbiegung (Abb. 20) unter der Nutzlast beträgt nur  $\frac{1}{2820} L$

*Dehnungsmessungen.* (Je 10 Tensometer in den Schnitten II—II und III—III, Abb. 18). Für die der Nutzlast ungefähr entsprechende Laststufe  $P = 4,04 \text{ t}$  wurden die Dehnungen gemäss Abb. 21 und Tabelle III gemessen. Die aus der Messung ermittelten Spannungen sind durchwegs etwas kleiner als die rechnerischen Werte. Die Übereinstimmung zwischen Probelastung und statischer Berechnung ist befriedigend.

*Bruchmoment*

Bruchlast  $P_{Br} = 12,80 \text{ t}$

Bruchmoment  $M_{Br} = 2,04 \times 12,80 + M_g = -26,1 + 2,0 = 28,1 \text{ mt}$

Rechnerisches Bruchmoment: nach der vorgeschlagenen Formel:

$M_{Br} = e\beta_z F_e y$ ;  
mit  $F_e = 3,1 \text{ cm}^2$ ;  
 $e\beta_z = 19,5 \text{ t/cm}^2$ ;  
 $y = 39 \text{ cm}$  ( $n = 10$ )  
erhält man:

$$M_{Br} = 3,1 \times 19,5 \times 39 = 23,60 \text{ mt.}$$

nach der EMPA-Formel:

$$M_{Br} = \mu b h^2 e\beta_z \left(1 - \frac{8}{15} \frac{e\beta_z}{b\beta_{dp}} \mu\right);$$

mit  $\mu = 0,066\%$ ;  $b = 116 \text{ cm}$ ;  $h = 40,5 \text{ cm}$ ;  $e\beta_z = 19,5 \text{ t/cm}^2$ ;  
 $b\beta_{dp} = 546 \text{ kg/cm}^2$  folgt:

$$M_{Br} = 0,066 \times 1,16 \times 40,5^2 \times 19,5 \left(1 - \frac{8}{15} \frac{19\,500}{546} 0,00066\right) = 24,20 \text{ mt}$$

Das Bruchmoment liegt also etwas höher, als die Rechnung erwarten liess. Die Rissicherheit, bezogen auf eine Steigerung der Nutzlast beträgt  $\approx 1,8$ . Die Bruchsicherheit, bezogen auf

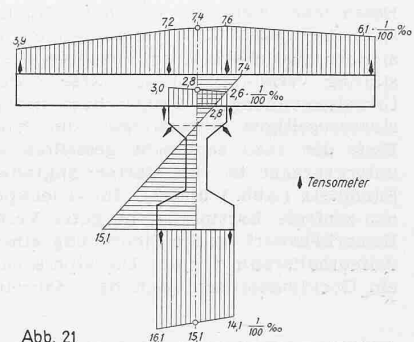


Abb. 21

Tabelle III: Dehnungen und Spannungen

	Platte		Steg		
	O. K.	U. K.	O. K.	U. K.	
Gemessene Dehnungen (Axe) $\epsilon =$	7,4	2,8	2,8	15,10	$\frac{1}{100} \text{‰}$
Elastizitätsmoduli ( $E_2 = 0,75 E_b$ )	315 000		420 000		kg/cm <sup>2</sup>
Spannungen aus Messung $\sigma = \epsilon E$	23,4	8,8	12,0	— 64,0	kg/cm <sup>2</sup>
Rechnerische Spannungen	26,7	9,9	13,2	— 76,2	kg/cm <sup>2</sup>



Abb. 3. Haupteingang

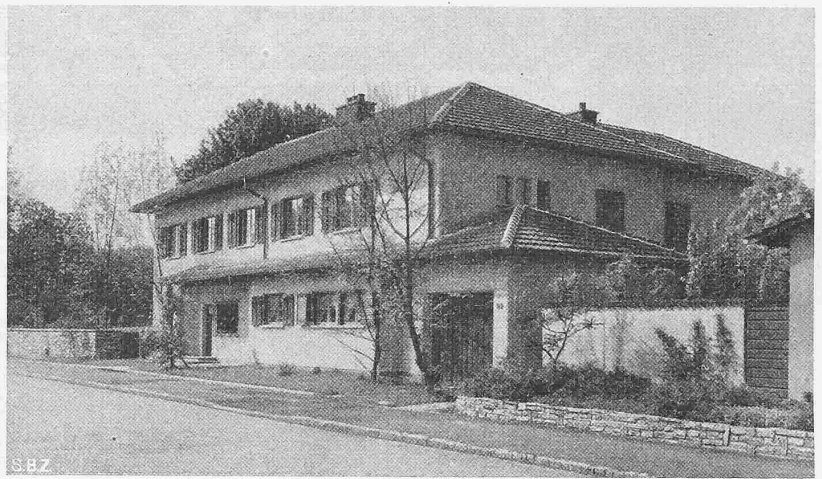


Abb. 2. Ansicht von der Strasse her

eine Steigerung der Nutzlast beträgt  $\approx 3,1$ . Auf eine Wiedergabe des Nachweises der Schub- und Hauptzugspannungen wird hier verzichtet. Der Probekasten (Abb. 22 u. 23, S. 107) wies auch im Bruchzustand *keine* aus diesen Beanspruchungen entstandenen Risse auf. Ein zweiter, zu gleicher Zeit hergestellter identischer Plattenbalken hat sich bei einer inzwischen erfolgten *dynamischen* Probelastung ebenfalls durchaus bewährt.

### Wohnhaus eines Musikers in Bern

Architekten MÜLLER & FREYTAG, Thalwil, Mitarb. W. ALTHAUS, Bern

Eine besonders reizvolle Aufgabe war den Architekten gestellt im Bau des Wohnhauses für den Berner Münsterorganisten. Es handelte sich um Schaffung von Räumen für geselliges Verweilen in einem grossen Musikzimmer, an dessen 4,5 m breiter Rückwand eine Orgel eingebaut ist, anstossend Wohn- und Esszimmer; weiterhin folgen die Küche samt Zubehör und zuletzt ein grosses Kinder-Spielzimmer. Dieses war vom Musikzimmer möglichst entfernt anzuordnen, damit jegliche Geräuschstörung vermieden werde. Diese Anforderungen erklären die Grundrissbildung im Erdgeschoss, in dem das Musikzimmer im strassenseitigen Südostflügel, die Kinderregion dagegen am Ende des dazu senkrecht gestellten sonnigen Südwestflügels untergebracht ist, im Garten angrenzend Planschbecken und Sandplatz (Abb. 1 und 2). Im Gelenkpunkt beider Flügel liegt das zentrale Esszimmer, in guter Verbindung mit der Küche. Bemerkenswert ist die Einordnung eines respektablen Stübli, als Aufenthaltsraum für das Dienstpersonal, das von hier aus durch ein Guckfensterchen auch den Hauseingang für die Besucher

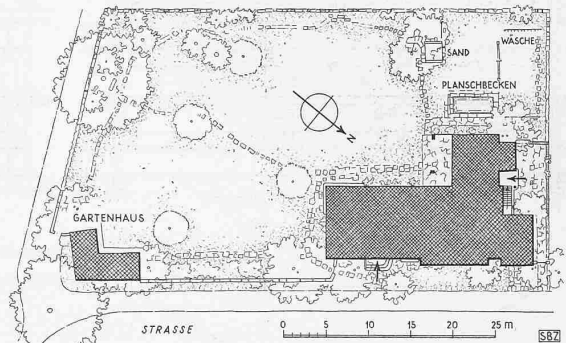


Abb. 1. Lageplan

Masstab 1:800

übersieht. Personal und Kinder können den Nebeneingang an der Nordwestseite benützen, sodass die Forderung des Bauherrn nach gegenseitiger Trennung bestens erfüllt ist. Im Westflügel führt die nur von der Familie benützte Treppe nach dem Obergeschoss (Abb. 13, S. 111). Da das Musikzimmer höher ist als die übrigen Erdgeschossräume, ergaben sich im Obergeschoss nach dem Elternschlafzimmer mit Bad und Ankleideraum drei Differenztritte. Im Uebrigen erklären sich die Grundrisse selbst, desgleichen der Gartenplan. Das Aeussere des Hauses ist verputzt und in Altönen getönt, was in ruhigem Einklang mit den braunen Klappläden steht. Die Gemüsepflanzung zwischen Haus und Gartenhaus ist natürlich kriegsbedingt.

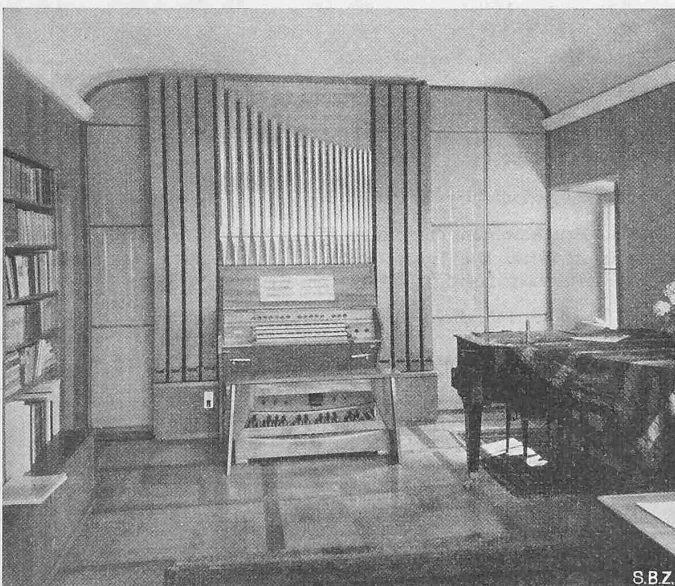


Abb. 7. Orgel im Musikzimmer



Abb. 8. Stüdecke des Musikzimmers