

# Erdbaumechanische Probleme im Lichte der Schneeforschung

Autor(en): **Haefeli, Rob.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **123/124 (1944)**

Heft 2

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-53870>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Erdbaumechanische Probleme im Lichte der Schneeforschung. — 25 Jahre elektrotechnisches Porzellan Langenthal. — Eine neue Websaal-Beleuchtung. — Das neue Stadtcasino in Basel. — Mitteilungen: Technik und Wirtschaft im Bau und Betrieb von Wasserstrassen. Die Bedeutung der Schweiz. Verkehrspolitik vom Standpunkte des Automobils. Tunneldichtungen an der Gotthardlinie der SBB. Die Untersuchung

von Echoerscheinungen in geschlossenen Räumen. Das Kindererholungsheim «Rhintalerhus» in Wildhaus. — Wettbewerbe: Basellandschaftliche Siedelungsbauten. Ländliche Siedlungshäuser im Kanton Waadt. Ueberbauung des Schiltwiesen-Areals in Winterthur. — Nekrologe: Heinz-Jürgen Sieveking. — Literatur.

Mitteilungen der Vereine. — Vortrags-Kalender.

Band 123

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich  
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet

Nr. 2

## Erdbaumechanische Probleme im Lichte der Schneeforschung

Von P.-D. Ing. Dr. ROB. HAEFELI, Chef der Erdbauabteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau an der E. T. H. Zürich<sup>1)</sup>

Durch die vorliegende Studie soll versucht werden, an Hand einiger konkreter Beispiele die befruchtende Wirkung der für Schnee entwickelten Theorien und Methoden auf die Erdbauforschung nachzuweisen. Nach einem einleitenden Abschnitt wird als erstes Beispiel die Frage der Spannungsermittlung im plastischen Erdkörper auf Grund einer experimentellen Methode zur Bestimmung der Trajektorien beleuchtet. Aus dieser theoretischen Betrachtung ergeben sich nebenbei einige allgemeine Gesichtspunkte für die Projektierung und Ausführung von Bauwerken, die z. T. in Lockergesteinen fundiert werden müssen. In einem zweiten Beispiel wird die Bedeutung des Rammprofils für Sondierzwecke besprochen, ein in dieser Form neuartiges Verfahren, das sich, ausgehend von den an der Schneedecke gewonnenen Erfahrungen, entwickelt hat. Die auf Grund des Rammprofils möglich gewordene rasche Abtastung der Baugrundverhältnisse dürfte nicht nur den Bauingenieur, sondern auch den Architekten interessieren. Als drittes Beispiel wird eine besondere Methode zur Ermittlung der Zugfestigkeit in Lockeraggregaten behandelt, die nach ihrer Uebertragung vom Schnee- ins Erdbau-Laboratorium geeignet erscheint, eine Lücke in der mechanischen Untersuchung von Lockeraggregaten auszufüllen.

### 1. SCHNEE ALS LOCKERGESTEIN

Betrachtet man die winterliche Schneedecke, die den Erdboden gegen das Eindringen des Frostes schützt, als Uebergangsschicht zwischen Atmosphäre und Erdoberfläche, so ergeben sich zahlreiche Beziehungen zu den nach oben und unten angrenzenden Medien. Dank der ausserordentlichen *Sensibilität* der Materie Schnee, die vor allem in ihrer Metamorphose zum Ausdruck gelangt, setzt sich das dynamische Geschehen der Atmosphäre — wenn auch in stark gedämpfter Form — gleichsam ins Innere der Schneedecke fort. Diese spiegelt daher gesamthaft alle meteorologischen Einflüsse vom ersten Schneefall bis zum betrachteten Zeitpunkt und kann somit bis zu einem gewissen Grade als *meteorologisch-klimatologischer Integrator* angesprochen werden. Untersucht man anderseits die Beziehungen zwischen der Schneedecke und ihrem Untergrund, so fällt die Tatsache auf, dass der Schnee als ein in Schichten aufgebautes Lockergestein erscheint, das in analoger Weise durch Sedimentation aus der Luft entsteht, wie die chemischen Sedimentgesteine durch Ablagerung der aus dem Wasser ausgeschiedenen Festsubstanzen (z. B. Seekreide). Diese Erkenntnis führte 1934 zum Versuch, die Erforschung der Schneemechanik in Anlehnung an die Erdbaumechanik in Angriff zu nehmen. Ganz abgesehen von der Tatsache, dass es sich da wie dort um Lockeraggregate handelt, die sich allgemein aus drei Phasen (Festsubstanz, Wasser, Luft bzw. Wasserdampf) zusammensetzen, war obiges Vorgehen auch in Anbetracht einer weitgehend verwandten Problemstellung bezüglich Plastizität und Stabilität gegeben.

Im Laufe der auf der Station Weissfluhjoch bei Davos im Rahmen der Schweiz. Schnee- und Lawinenforschungskommission während mehrerer Winter durchgeführten Untersuchungen<sup>2)</sup> traten anderseits die Besonderheiten der Materie Schnee, die durch eine intensive Wechselwirkung klimatologischer, kristallographischer und mechanischer Vorgänge gekennzeichnet sind, immer deutlicher hervor. Auch die vollkommene Plastizität des Schnees, die in seiner stetig fortschreitenden Verformung unter dem Einfluss kleinster Kräfte zum Ausdruck kommt, beruht auf der bereits erwähnten, als «Metamorphose» bezeichneten kristallographischen Umwandlung, die alle Entwicklungsprozesse des Schnees und der Schneedecke beherrscht [1, 2]<sup>3)</sup>.

In Anpassung an das besondere Verhalten von Schnee und Eis mussten methodisch neue Wege beschränkt werden, die sich zum Teil auch zur Untersuchung der Mechanik anderer plastischer Stoffe als geeignet erwiesen. Diesem glücklichen Umstand ist es zuzuschreiben, dass die Erdbauforschung, also der

anfänglich gebende Teil, durch die inzwischen in der Schneeforschung erzielten Fortschritte eine Belebung erfuhr, die den einzigartigen Möglichkeiten unseres Gebirgslandes zu danken ist.

So ist der Schnee unser Lehrmeister geworden. Der kristalline Bau, der in den zierlichen Schneesternern seinen vollkommenen Ausdruck findet, deutet auf letzte irrationale Fragen der Materie. Seine Feinstruktur erklärt jene Empfindlichkeit gewisser Lockeraggregate gegen äussere Störungen, die auch im Baugrund katastrophale Folgen haben kann. Die Wandelbarkeit seiner Teilchen lässt uns das innere Leben eines sog. «festen» Aggregatzustandes verstehen, dessen Gleichgewicht als «scheinbar» bezeichnet werden muss, weil die vollkommene Ruhelage der Statik durch langsame, plastische Verformungen abgelöst wird. Unter stetigen Spannungsänderungen reifen labile Gleichgewichtszustände heran, bei denen oft schwere Gefahren auf ein geringfügiges Zeichen der Auslösung lauern. Die fortschreitende Metamorphose führt schliesslich, unter Mitwirkung der flüssigen Phase, vom «Lockergestein» Schnee über Firn zum «Festgestein» Eis, wobei sich im Gletscher alle jene Prozesse der Gebirgsfaltung vollziehen, die uns sonst geologische Zeitalter als stumme Rätsel aus Stein präsentieren. Gleich einer vollendeten Vorlesung der Natur, vollzieht sich das Werden, Sein und Vergehen der winterlichen Schneedecke Jahr für Jahr, nach denselben unvergänglichen Gesetzen und doch immer wieder neu, in unendlicher Mannigfaltigkeit.

### 2. ZUR ALLGEMEINEN BESTIMMUNG EBENER SPANNUNGSZUSTÄNDE PLASTISCHER KÖRPER

Die eine Gruppe der im Erdbau üblichen Berechnungsmethoden zur Ermittlung der wirksamen Kräfte, einschliesslich der klassischen Erddrucktheorie, befasst sich mit der Untersuchung von sogenannten Grenzzuständen des Gleichgewichts [3]. Eine zweite Gruppe von Verfahren, wie z. B. die Berechnung der Druckverteilung im Baugrund nach Boussinesq, benutzt die Ansätze der mathematischen Elastizitätslehre, um in Fällen mit einfachen Randbedingungen zu einer Lösung des Spannungszustandes zu gelangen [4]. Schon die einfache Tatsache jedoch, dass die mechanischen Eigenschaften eines zusammendrückbaren Materials durch dessen Beanspruchung infolge Verdichtung kontinuierlich verändert werden, lässt erkennen, dass hier die Voraussetzungen der math. Elastizitätslehre nicht erfüllt sind.

Immer mehr macht sich daher heute das Bedürfnis nach solchen Grundlagen geltend, die dem tatsächlichen plastischen Verhalten des Stoffes Rechnung tragen. Nun bietet uns aber die Natur in Schnee, Firn und Eis ein Material, bei dem sich die plastischen Vorgänge in idealer Weise studieren lassen. Es ist daher kein Zufall, dass die Analyse des Gleichgewichtes der Schneedecke zu gewissen Lösungen geführt hat, denen eine allgemeinere Bedeutung zukommt. Eine solche Lösung konnte z. B. für den Spannungszustand einer plastischen, planparallelen Schicht infolge Eigengewicht gegeben werden, wobei zunächst gewisse, auf eingehenden Beobachtungen beruhende Voraussetzungen über den Verformungszustand gemacht werden mussten [5]. Auf Grund dieses speziellen Verformungszustandes können die Richtungen der Hauptspannungen, bzw. der Trajektorien, ermittelt werden. Bevor wir versuchen, die für Schnee gegebene Methode zur Ermittlung von Spannungstrajektorien allgemeiner zu fassen, sei zum Zwecke der Einführung obige Lösung, die bereits an anderer Stelle veröffentlicht wurde, nachstehend wiederholt [6].

Schneidet man aus einer ebenen, seitlich unbegrenzten Böschung ein prismatisches Körperelement von der Tiefe 1, der Länge  $l$  und der Höhe  $y$  heraus, so fordert das Gleichgewicht dieses Elementes, dass die resultierenden, einander entgegengesetzt gleichen Seitenkräfte  $p_x$  parallel zur Böschungsoberfläche und die resultierende Spannung  $p_z$  vertikal gerichtet sind (Abb. 1). Die beiden Komponenten dieser letzten berechnen sich dann als Normal- bzw. Scherspannung eines zur Oberfläche parallelen Flächenelementes wie folgt:

$$\sigma_y = y \gamma_s \cos \psi = z \gamma_s \cos^2 \psi \quad \dots \quad (1)$$

$$\tau_x = y \gamma_s \sin \psi = z \gamma_s \sin \psi \cos \psi \quad \dots \quad (2)$$

<sup>1)</sup> Erweiterte Antrittsvorlesung, gehalten an der E. T. H. am 16. X. 1943.  
<sup>2)</sup> Vgl. die Berichte des Verfassers in SBZ Bd. 110, S. 87\*, Bd. 111, S. 199 und Bd. 113, S. 312\*.

<sup>3)</sup> Die eckigen Klammern beziehen sich auf das am Schlusse dieses Aufsatzes angefügte Literaturverzeichnis.

Von den Seitenkräften  $p_x$  kennt man dagegen nur die Richtung, nicht aber deren Grösse. Dieser in der Erddrucktheorie als Rankine'scher Spannungszustand bekannte Spezialfall wurde vom englischen Gelehrten Rankine (1820/1872) unter der Annahme gelöst, dass sich der betrachtete Erdkörper überall im Grenzzustand des Gleichgewichtes befinde, d. h. dass durch jeden Punkt im Innern des Erdkörpers eine Gleitfläche verlaufe, für die das klassische Reibungsgesetz von Newton Gültigkeit habe. Unter diesen Voraussetzungen hat Rankine die Hauptspannungen berechnet (Rankine'sche Formeln) und deren Richtung bestimmt [3].

Für seitlich unbegrenzte Böschungen, die sich, wie dies bei Schneehängen normalerweise der Fall ist, nicht im Grenzzustand des Gleichgewichtes befinden und weder kohäsionslos sind, noch dem Newton'schen Reibungsgesetz gehorchen, musste eine allgemeinere Lösung des Rankine'schen Spannungszustandes gesucht werden. In der Arbeit «Schneemechanik» wurde gezeigt, dass eine solche Lösung für plastische Materialien wie Schnee besteht und leicht gefunden werden kann, wenn der Deformationszustand des als unbegrenzte, planparallele Schicht auf starrer Unterlage betrachteten Körpers, bzw. die Kriechbewegung, durch ein dreieckförmiges Geschwindigkeitsprofil mit parallelen Kriechgeschwindigkeiten gekennzeichnet werden darf (Abb. 2) [5].

Zunächst ergibt eine einfache Ueberlegung, dass durch die oben getroffenen Voraussetzungen über die Kriechbewegung auch die Richtung der Hauptspannungen eindeutig gegeben ist (Abb. 3). Der betrachtete Kriechvorgang zeichnet sich nämlich dadurch aus, dass jede in der Bildebene liegende, als Verbindungslinie materieller Punkte (Schneekristalle) gedachte Gerade während der plastischen Deformation gerade bleibt, wobei sie eine Drehung um ihren Schnittpunkt mit der festen Unterlage ausführt. Dies gilt auch für die durch den Punkt  $P$  gezogenen Sehnen  $PE$  und  $PD$  des Halbkreises, dessen Mittelpunkt  $M$  auf der im Punkt  $P$  errichteten Senkrechten zur Kriechrichtung  $v$  liegt. Der von den beiden Sehnen eingeschlossene rechte Winkel  $DPE$  erfährt als Peripheriewinkel keine Aenderung, wenn sich der Punkt  $P$  um einen kleinen Betrag in Richtung  $v$  verschiebt, was jedoch nur möglich ist, wenn in den beiden senkrecht zueinander stehenden Richtungen  $P-E$  und  $P-D$  keine Schubspannungen wirksam sind, woraus ihre Identität mit den gesuchten Hauptspannungsrichtungen hervorgeht. Nach der Definition des idealplastischen Körpers erzeugt nämlich jede, noch so kleine Schubspannung eine stetig fortschreitende Winkelverformung.

Durch das bekannte Spannungspaar  $(\sigma_y, \tau_x)$  und die Richtungen der Hauptspannungen ist nun der Spannungszustand im Punkt  $P$  vollständig bestimmt. Der Mohr'sche Spannungskreis kann gemäss Abb. 3a konstruiert werden. Ausgehend vom Punkt  $P$  erhält man zunächst durch Auftragen der Spannungswerte  $\sigma_y$  und  $\tau_x$  einen ersten Punkt  $P'$  des gesuchten Spannungskreises. Man zieht die Linie  $P'-F'$ , die unter dem bekannten  $\angle \alpha$  gegen die horizontale Achse geneigt ist und gleichzeitig als Sehne des Spannungskreises erscheint, worauf dessen Mittelpunkt  $C$  gefunden werden kann. Gemäss Abb. 3 ergibt sich nun aus der Winkelsumme im  $\triangle MPD$  folgender Wert für  $\angle \alpha$ :  $\angle MDP = \angle MPD = \alpha$

$$(90^\circ - \beta) + 2\alpha = 180^\circ \quad \alpha = 45^\circ + \frac{\beta}{2} \quad \dots (3)$$

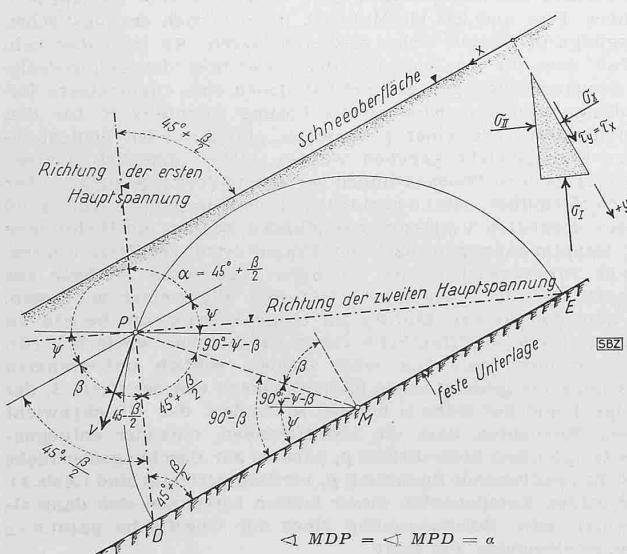
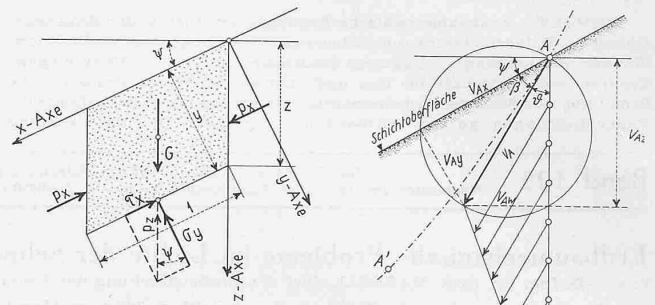


Abb. 3. Konstruktion der Hauptspannungsrichtungen für den Fall des dreieckförmigen Kriechprofils



- 1)  $\sigma_y = y \cdot \gamma_s \cdot \cos \psi = z \cdot \gamma_s \cdot \cos^2 \psi$
- 2)  $\tau_x = y \cdot \gamma_s \cdot \sin \psi = z \cdot \gamma_s \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi$

Abb. 1. Körperelement einer geneigten ebenen Schneeschicht von konstanter Mächtigkeit

Abb. 2 (rechts). Geschwindigkeitsprofil einer Kriechbewegung ohne Gleitvorgang auf der Unterlage (Schema)

Daraus folgt für den  $\triangle C - P' - G$  in Abb. 3a

$$\angle C - P' - G = 2\alpha - 90^\circ = \beta$$

Man kann somit den Mittelpunkt  $C$  des Mohr'schen Kreises direkt erhalten, indem man im Punkt  $P'$  den Kriechwinkel  $\beta$  von der Vertikalen aus abträgt und mit der horizontalen Achse durch  $P$  zum Schnitt bringt. Die beiden Hauptspannungen, die den Spannungszustand des Punktes  $P$  in der Zeichnungsebene charakterisieren, berechnen sich nun nach Abb. 3a wie folgt:

$$\sigma_I = \sigma_y + \tau_x \cot g \alpha = y \gamma_s (\cos \psi + \sin \psi \cot g \alpha)$$

$$\sigma_I = y \gamma_s \left[ \cos \psi + \sin \psi \cot g \left( 45^\circ + \frac{\beta}{2} \right) \right] \quad \dots (4)$$

$$\sigma_{II} = \sigma_y - \tau_x \tg \alpha = y \gamma_s (\cos \psi - \sin \psi \tg \alpha)$$

$$\sigma_{II} = y \gamma_s \left[ \cos \psi - \sin \psi \tg \left( 45^\circ + \frac{\beta}{2} \right) \right] \quad \dots (5)$$

$$\frac{\sigma_{II}}{\sigma_I} = \frac{1 - \tg \psi \tg \left( 45^\circ + \frac{\beta}{2} \right)}{1 + \tg \psi \cot g \left( 45^\circ + \frac{\beta}{2} \right)} \quad \dots (6)$$

Nach den Gleichungen (4) und (5) ist die Spannung bei gegebenen Werten von  $y$ ,  $\gamma_s$  und  $\psi$  nur von der Kriechrichtung  $\beta$  abhängig. Andererseits wurde theoretisch und experimentell nachgewiesen, dass im Laufe der Metamorphose und Verdichtung des Schnees der Kriechwinkel  $\beta$  eine mit der Zunahme des Raumgewichtes gesetzmässige Abnahme erfährt (Abb. 4). Dies geht schon aus der einfachen Ueberlegung hervor, dass sich im möglichen Endzustand die Schneeschicht schliesslich in eine Eisschicht verdichtet, die als porenfreier Körper unzusammendrückbar ist, sodass ihre Verformung nur noch in der Richtung parallel zum Hang als reine Schiebung erfolgen kann ( $\beta = 0$ ). Die fortschreitende Abnahme des Kriechwinkels  $\beta$  hat weiter zur Folge, dass der normale Setzungsprozess der geneigten planparallelen Schneedecke mit einer stetigen Aenderung des Spannungsbildes verbunden ist, ein Prozess, den man im Gegensatz zu den hydrodynamischen Spannungserscheinungen der

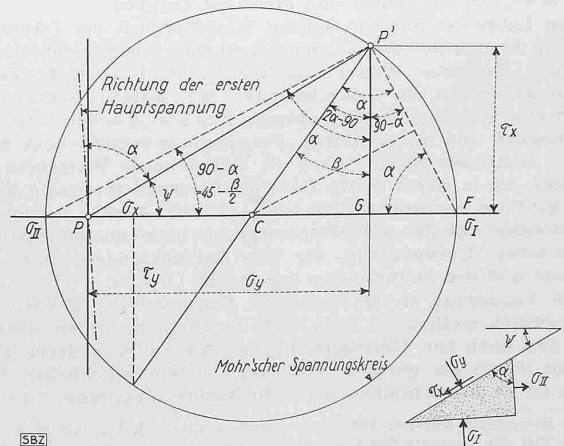


Abb. 3a. Konstruktion der Hauptspannungen in einem Punkte  $P$  der geneigten plastischen Schicht (dreieckförmiges Kriechprofil)



Kriechvorgang

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\beta}{2}$$

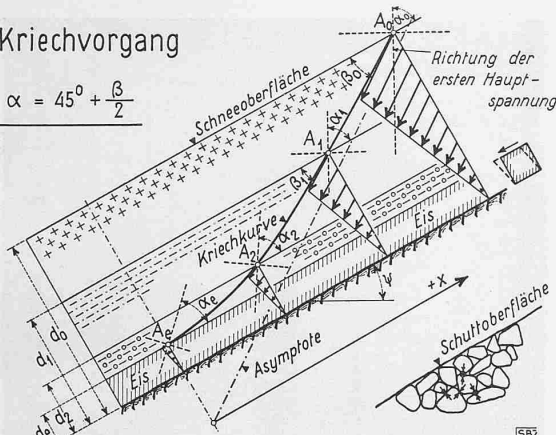


Abb. 4. Kriechvorgang bei fortschreitender Verdichtung der Schneedecke

Tone als *metamorphe Spannungserscheinung* bezeichnen kann, weil er auf der Metamorphose des Schnees beruht (Abb. 4a).

Da derartige Kriechvorgänge und Spannungsercheinungen lediglich durch die Tatsache der Formänderung der Einzelteilchen des betreffenden Stoffes bedingt sind, wobei die innere Natur der Formänderungsprozesse belanglos ist, beschränken sie sich nicht auf die Schneedecke, sondern können auch bei andern Lockergesteinen beobachtet werden. Die Metamorphose des Schnees bildet damit nur einen Einzelfall einer allgemein verbreiteten Erscheinung. Streng genommen gibt es auf der Erde keine unveränderlichen Gesteine. Auch in einer Schutthalde, die vorwiegend aus groben Bestandteilen besteht, zu denen Wasser und Luft Zutritt haben, bewirkt die Verwitterung und lokale Ueberbeanspruchung eine langsame Zermürbung der druckübertragenden Kontaktstellen und damit ein Zusammenrücken der Körner, d. h. eine Verdichtung der Lockermasse (Abb. 4). Dieser Verdichtungs Vorgang gleicht, äusserlich betrachtet, dem Kriechvorgang der geneigten Schneedecke, nur mit dem Unterschied, dass er sich viel langsamer vollzieht und selten durch ein dreieckförmiges Kriechprofil beschreiben lässt. Die Geschwindigkeit der Verformung hängt in erster Linie von den petrographischen und den mikroklimatischen Verhältnissen ab. Bei Tonen und Lehmen sind es in erster Linie die zähen, an die feinsten Teile gebundenen Wasserhüllen, die als Sitz der Formänderungen anzusprechen sind.

Obige Ueberlegungen lassen erkennen, dass sich alle aus Lockergesteinen gebildeten Hänge in langsamer Kriechbewegung befinden [20, 24]. Diese Bewegung zeigt immer eine talwärts gerichtete Komponente. Die aus dieser Tatsache, namentlich in Bezug auf Gebirgsbauten zu ziehenden Konsequenzen sind von grosser Tragweite. Wird ein Bauwerk teilweise auf Festgestein, zum Teil in Lockergesteinen fundiert, so ist es einem mit der Zeit wachsenden *Kriechdruck* ausgesetzt, der im Laufe der Jahrzehnte zu seiner Zerstörung führen kann. Statisch bestimmte Systeme sind in solchen Fällen den statisch unbestimmten überlegen. Die in den letzten Jahren an älteren und neueren Brücken-

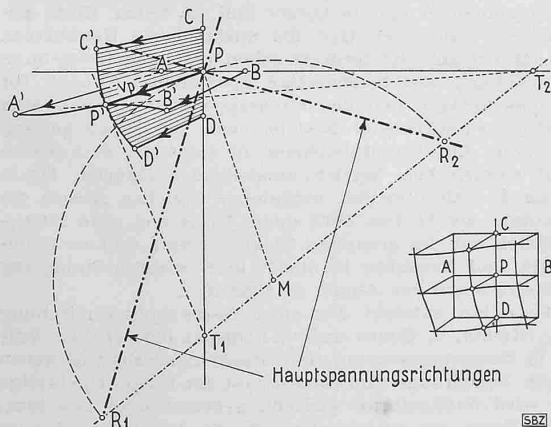


Abb. 5. Allgemeine Konstruktion der Hauptspannungsrichtungen für ebene Verformungen

Kriechrichtung und Hauptspannung für die Hangneigung  $\psi=30^\circ$  und verschiedene Werte von  $\tan \beta_{45^\circ}$

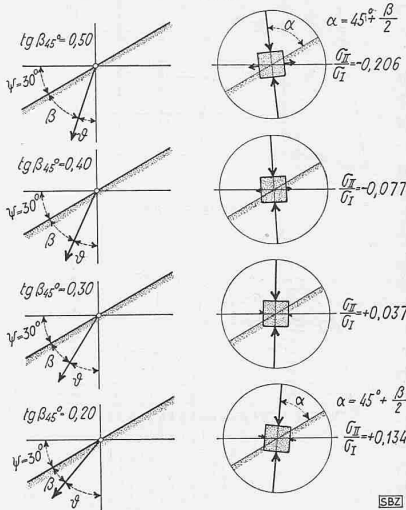


Abb. 4a. Metamorphe Spannungsänderung der geneigten Schneedecke beim Verdichtungs- bzw. Kriechvorgang. Die verschiedenen Werte  $\tan \beta_{45^\circ}$  kennzeichnen die den aufeinanderfolgenden Stadien der Verdichtung entspr. Kriechwinkel  $\beta$  für  $\psi=45^\circ$  [6]

bauten, namentlich in Gebieten mit leicht verwitterbaren Gesteinen gemachten Erfahrungen bestätigen die verheerende Wirkung des Kriechdruckes. Kommt es zur Bildung von Gleitflächen, so kann dieser im Grenzfall die Grösse des passiven Erddruckes erreichen. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, den für die Lebensdauer der Bauwerke oft ausschlaggebenden Kriechbewegungen des Untergrundes die nötige Aufmerksamkeit zu schenken, wobei zu beachten ist, dass auch gewisse, aus Lockergesteinen hervorgegangene Festgesteine, wie tonige Mergel, infolge ihrer reminiszenten Plastizität zu sehr unliebsamen Erscheinungen führen können.

Um zu einer *allgemein gültigen Methode* zur Ermittlung der Spannungstrajektorien für einen ebenen Spannungszustand auf Grund des bekannten Verformungszustandes zu gelangen, wollen wir versuchen, das beschriebene graphische Verfahren von der Einschränkung

des dreieckförmigen Kriechprofils zu befreien. Nach Abb. 5 nehmen wir dementsprechend an, der ebene Verformungszustand des betrachteten plastischen Körpers sei durch die in der Zeichnungsebene liegenden Kriechgeschwindigkeiten der Schnittpunkte eines ursprünglich quadratischen Liniennetzes gegeben. Die Aufgabe besteht nun darin, die Richtung der Hauptspannungen in einem Knotenpunkt *P* des Netzes zu ermitteln. Die Horizontale *AB* gehe in der Zeiteinheit in die Kurve *A'B'* über, die Vertikale *CD* in die Kurve *C'D'*. Der Verformungszustand im Knotenpunkt *P* und seiner Umgebung sei durch zwei senkrecht aufeinander stehende Geschwindigkeitsprofile der Kriechbewegung gegeben, das horizontale Profil *APB - A'P'B'* und das vertikale Profil *CPD - C'P'D'* (Abb. 5 links oben). Zieht man im Punkt *P'* die Tangenten an die beiden Profillinien *A'P'B'* bzw. *C'P'D'*, so schneiden sie die jeweilige Basis in den Punkten *T1* und *T2*, die als Drehpunkte der Geraden *T1 - P* und *T2 - P* während der momentanen Kriechbewegung erscheinen, wobei sich folgende Beziehung ergibt: Die Verbindungslinie *T1 - T2* stellt den *geometrischen Ort der Momentanzentren sämtlicher Geraden* dar, die den Punkt *P* mit irgend einem unendlich benachbarten Punkte der sich deformierenden Ebene verbinden. Die nähere Bedeutung und der Gültigkeitsbereich dieser Beziehung geht aus der nachstehenden Beweisführung hervor.

Ein indirekter Beweis obigen Satzes ergibt sich, wenn man vergleichshalber annimmt, dass der fragliche geometrische Ort keine Gerade, sondern irgend eine durch die Punkte *T1* und *T2* verlaufende Kurve sei. In diesem Falle bleibt die gestellte Aufgabe, die Hauptspannungen auf Grund der gegebenen Grössen zu ermitteln, unbestimmt, d. h. es gäbe unendlich viele Hauptspannungen, was nicht denkbar ist. Der direkte Beweis kann mittels projektiver Geometrie in folgender Weise allgemein gegeben werden (Abb. 5a): Wir ziehen durch einen Punkt *P* der sich deformierenden Ebene zwei Gerade nach den in unendlich kleinem Abstand befindlichen Punkten *A* und *B*. Die drei Eckpunkte des so entstehenden Dreiecks *APB* erfahren nun in der Zeiteinheit eine kleine Verschiebung *vA*, *vP* und *vB* derart, dass die Kriechvektoren sich in einem Punkte *C* schneiden. Die verschobenen Eck-

Abb. 5a. Zentrale Kollineation. *C* = Zentrum, *T1 - T2* = Axe der zentr. Kollineation

punkte  $A'$ ,  $P'$  und  $B'$  bilden dann ein dem Dreieck  $APB$  homologes Dreieck, wobei sich nach einem Theorem der Zentralprojektionen (homologe) Seiten dieser Dreiecke auf einer Geraden  $T_1 - T_2 - T_3$  schneiden [22]. Verbindet man nun ausserdem den Punkt  $P$  mit einem Punkte  $D$  der Strecke  $A-B$  und konstruiert den entsprechenden Punkt  $D'$  der homologen Strecke  $A'-B'$ , so schneiden sich auch die Geraden  $P-D$  und  $P'-D'$  in einem Punkte  $T_4$  der Geraden  $T_1 - T_2$ , d. h. die Gerade  $T_1 - T_2$  erscheint als geometrischer Ort der Momentanzentren aller durch  $P$  gehenden Geraden der sich deformierenden Ebene w. z. b. w. Die auf der Linie  $T_1 - T_2$  sich schneidenden Geraden entsprechen nämlich als Verbindungslinien unendlich benachbarter Punkte der sich verformenden Ebene den Tangenten an irgend eine durch  $P$  eingezeichnete Linie vor und nach deren Deformation<sup>4)</sup>. Die Betrachtung gilt also für jede kleine ebene Verformung eines Liniennetzes, das sich in seiner eigenen Ebene so verschiebt, dass alle Punkte geradlinige, räumlich stetig verteilte Wegstrecken zurücklegen. Bei kleinen Kriechgeschwindigkeiten, für welche die Kriechvektoren mit den in der Zeiteinheit stattgefundenen Verschiebungen identifiziert werden dürfen, sind die oben erwähnten Tangenten identisch mit den Basen der entsprechenden Kriechprofile einerseits (Gerade  $P - T_1$  und  $P - T_2$ ) und den Tangenten an das Kriechprofil im verschobenen Punkte  $P'$  andererseits ( $P' - T_1$  und  $P' - T_2$  nach Abb. 5 und 5a). Bei grossen Kriechgeschwindigkeiten dagegen, bzw. stark gekrümmten Kriechkurven, gilt die ganze Betrachtung natürlich nur differentiell, d. h. sie ist auf ein kleines Zeitelement  $\Delta t$  statt auf die Zeiteinheit auszudehnen, wobei an Stelle der Verschiebungen  $v_P$ ,  $v_A$ ,  $v_B$  die Wegstrecken  $v_P \cdot \Delta t$ ,  $v_A \cdot \Delta t$  und  $v_B \cdot \Delta t$  treten. Eine wesentliche Voraussetzung besteht ferner darin, dass sich die Kriechvektoren benachbarter Punkte der sich deformierenden Ebene in einem Punkte  $C$  dieser Ebene schneiden, oder — wenn  $C$  ins Unendliche rückt — als parallel betrachtet werden dürfen. Diese Bedingung, die als ein Ausdruck der räumlichen Kontinuität der Verformung erscheint, dürfte normalerweise erfüllt sein.

Im weiteren handelt es sich nur noch darum, diejenigen zwei durch  $P$  gehenden, senkrecht aufeinander stehenden Richtungen zu finden, die sich bei der Verformung so drehen, dass der zwischen ihnen gebildete rechte Winkel keine Aenderung erfährt. Dies geschieht in analoger Weise wie beim dreieckförmigen Kriechprofil, indem man im Punkte  $P$  die Senkrechte auf die Kriechgeschwindigkeit  $v_P$  errichtet und über dem Schnittpunkt  $M$  dieses Lotes mit der Spurgeraden  $T_1 - T_2$  den Halbkreis durch  $P$  schlägt. Die Geraden  $R_1 - P$  und  $R_2 - P$  stellen dann die gesuchten Richtungen der Hauptspannungen dar. Der zwischen diesen Richtungen gebildete rechte Winkel bleibt nämlich bei einer kleinen Verschiebung des Punktes  $P$  in Richtung  $v_P$  als Peripheriewinkel unverändert, was bei einem genügend plastischen Material nur möglich ist, wenn in diesen Richtungen keine Schubspannungen wirksam sind. Damit ist ihre Identität mit den Richtungen der Hauptspannungen erwiesen. Die für das dreieckförmige Kriechprofil gegebene Lösung erscheint jetzt als Spezialfall (vgl. Abb. 3).

Obige Methode kann zur experimentellen Untersuchung der bei ebenen plastischen Verformungen auftretenden Spannungszustände herangezogen werden. Man denke sich z. B. nach Abb. 6 das Modell einer Stützmauer, hinterfüllt mit einem plastischen Material. Unter dem Seitendruck dieses Materials erleidet die Stützmauer eine gewisse messbare Verschiebung. Die Verformung eines ursprünglich rechtwinkligen Liniennetzes werde in ähnlicher Weise, wie dies im Schneelaboratorium geschah, gemessen (Abb. 7) [6]. Gesucht ist die Verteilung des Seitendruckes auf die Wand  $AD$ . Die bekannten Kriechprofile ermöglichen zunächst die Ermittlung der Hauptspannungsrichtungen, wonach

der Verlauf der Trajektorien angegeben und aufgezeichnet werden könnte (Abb. 6 unten). Setzt man den Seitendruck auf die Wand  $BC$  als bekannt voraus, so kann durch ein graphisches Verfahren der Kräftezusammensetzung und Zerlegung die ungefähre Verteilung der auf die Wand  $AD$  wirksamen Seitendrucke und Reibungskräfte nebst den Pressungen auf die Basis  $C-D$  ermittelt werden. Je nach der Bewegung der Stützwand  $AD$  wird zwischen der wahren Verteilung der Seitendrucke und der dreieckförmigen Verteilung der klassischen Erddrucktheorie eine mehr oder weniger grosse Diskrepanz bestehen. Damit ist eine Methode angedeutet, die unter Umständen die Abklärung ebener Spannungszustände des plastischen Körpers wesentlich erleichtert, wobei durch die Bestimmung der Hauptspannungsrichtungen die bei derartigen Aufgaben so wichtige Anschaulichkeit betont wird. Ferner ist zu beachten, dass dieses Verfahren nicht nur für plastische, sondern auch für ebene, elastische Deformationen gültig ist. (Fortsetzung folgt)

<sup>4)</sup> M. Grossmann behandelt die hier beschriebenen Zusammenhänge in etwas anderer Form unter dem Titel: Die zentrale Kollineation als geometrische Verwandtschaft. Der Punkt  $C$  wird dabei zum Zentrum, die Gerade  $T_1 - T_2$  zur Axe und der Strahl  $C-A$  zum Ordnungsstrahl der zentralen Kollineation. [23]

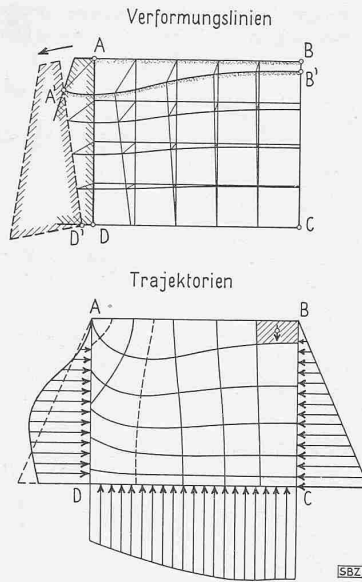


Abb. 6. Beispiel für die Ermittlung des Trajektorienverlaufes und des Spannungsbildes

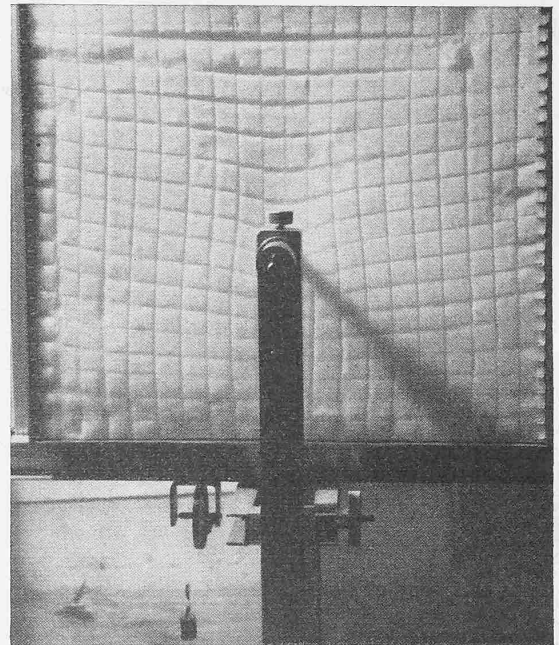


Abb. 7. Verformung eines ursprünglich quadratischen Liniennetzes infolge Streifenbelastung im Innern eines Schneekörpers

25 Jahre elektrotechnisches Porzellan Langenthal

Im Kriegssommer 1917 gelangten Firmen der elektrotechnischen Industrie, sowie eine kriegswirtschaftliche Abteilung des Eidg. Volkswirtschaftsdepartementes an die Porzellanfabrik Langenthal, die sich bis dahin ausschliesslich mit der Herstellung von Gebrauchsporzellan (Geschir) beschäftigte, mit dem Ersuchen, auch elektrotechnisches Isoliermaterial herzustellen. Trotz fehlendem Erfahrungsaustausch und Beratungsmöglichkeit konnte 1918 die Fabrikation von Pressporzellangegenständen aufgenommen und in kurzer Zeit zu hoher Blüte gebracht werden. Bald aber trat die ausländische Konkurrenz wieder am Markt auf und forderte schon 1921 eine Umstellung und Beschränkung auf hochwertige Spezialausführungen für Hochspannungsanlagen und den Grossapparatebau, wenn man bei 3035 Stück verschiedener Modelle noch von Beschränkung sprechen kann. Ein Hauptabnehmer in richtiger Zeit waren unsere auf elektrischen Betrieb umstellenden Bahnen. Heute sind bereits 25 Jahre seither vergangen, welchen Anlass die Firma benutzte, am 14. Dez. 1943 einem Kreis von rund 150 geladenen Gästen aus der gesamten Elektrotechnik und der Fachpresse Werk und Produkte in einem interessanten Rundgang mit Demonstrationen vor Augen zu führen.

Das Porzellan entsteht aus einer Gesteinspulvermischung von rd.  $\frac{3}{4}$  Kaolin,  $\frac{1}{4}$  Quarz und  $\frac{1}{4}$  Feldspat bei 1410° C. Aenderungen in Zusammensetzung und Mischungsverhältnis haben weitgehende Aenderungen im Endprodukt zur Folge. Die breite Mischung wird handgeformt gedreht, gepresst oder gegossen, je nach der Form, die zu erreichen ist. An warmer Luft oder durch andere Art des Feuchtigkeitsentzuges vorgetrocknet, nimmt die Masse eine genügende Festigkeit an, die den Transport in