

Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **121/122 (1943)**

Heft 4

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

INHALT: Graphische Statik der Formänderungsprobleme. — Bestimmung des Bremsgewichtes der mit Druckluftbremse ausgerüsteten Eisenbahnfahrzeuge. — Ein Hallenbau aus Eisenbeton-Elementen. — Wettbewerb kathol. Kirche St. Gallen-Ost. — Mitteilungen: Akustischer Landeshöhenmesser für Flugzeuge. Persönliches. Ein Baugrundarchiv

für Zürich. Das «Gleis» statt Geleise. — Wettbewerbe: Erweiterungsbau des Zürcher Kunsthhauses. Ortsgestaltungsplan der Gemeinde Rüschlikon. Neugestaltung der Munotzinne Schaffhausen. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine.

Band 122

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 4

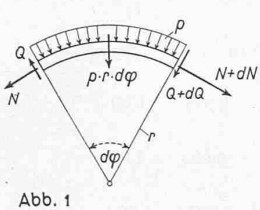


Abb. 1

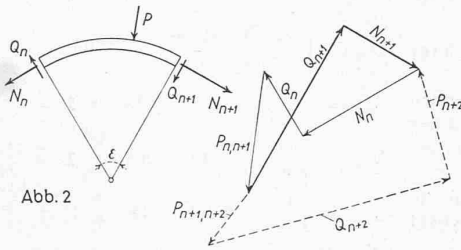


Abb. 2

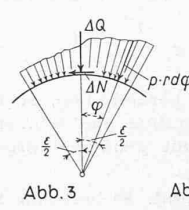


Abb. 3

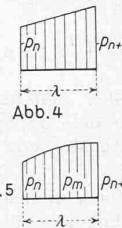


Abb. 4

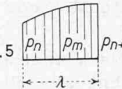


Abb. 5

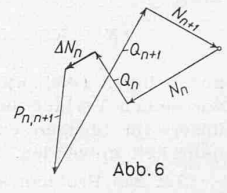


Abb. 6

587

Graphische Statik der Formänderungsprobleme

Von Dipl. Ing. E. AMSTUTZ, Eisenbaugesellschaft Zürich

Die klassische Statik setzt bekanntlich die Formänderungen der Tragwerke als so klein voraus, dass sie bei der Bestimmung der Schnittkräfte vernachlässigt werden können. Bei der heutigen Tendenz, die Tragwerke leicht und damit biegsam zu gestalten, wird es sich aus Sicherheitsgründen als unbedingt notwendig erweisen bei gedrückten Bauteilen den Einfluss der Formänderungen zu berücksichtigen.

Das Biegemoment M eines unter der Druckkraft S stehenden Stabes¹⁾ mit der Biegesteifigkeit EJ und der Querbeltung p ist gegeben durch

$$M'' + \frac{M}{r^2} = -p \quad \text{mit} \quad r = \sqrt{\frac{EJ}{S}} \quad \dots \quad (1)$$

Die Lösung der Differentialgleichung (1) führt auf Kreisfunktionen. Für die praktische Anwendung ist die mathematische Behandlung jedoch zu umständlich, da im Allgemeinen Unstetigkeiten in der Belastung p oder dem «Steifigkeitsradius» r vorkommen und die Belastung p beliebig veränderlich sein kann. Bei der Lösung kommt uns nun der glückliche Umstand zu statten, dass wir ein Problem, das einer entsprechenden Differentialgleichung gehorcht, mit dem elementarsten baustatischen Mittel, nämlich dem Kräftepolygon, beherrschen. Ich denke an die Ermittlung der Schnittkräfte in einem ringförmigen Träger, der radial belastet ist.

Um zur Differentialgleichung dieses Problems zu gelangen, stellen wir die Gleichgewichtsbedingungen an einem kleinen Element mit dem Zentriwinkel $d\varphi$ auf. Als äussere Belastung wirkt die Radialbelastung p , die die Elementresultierende $p dx = p r d\varphi$ ergibt. Die Schnittkräfte bestehen aus den Normalkomponenten N und den Querkraften Q , ferner tritt ein Biegemoment hinzu, das aber für unsere Zwecke ausser Betracht fällt.

Nach Abb. 1 leiten wir folgende Komponentengleichungen ab:

tangential $dN - Q d\varphi = 0$ also $Q = \frac{dN}{d\varphi} \dots \dots \dots (2)$

radial $N d\varphi + dQ + p r d\varphi = 0 \dots \dots \dots (3)$

Die Elimination von Q liefert $N + \frac{d^2 N}{d\varphi^2} = -p r \dots \dots \dots (4)$

Um Gleichung (4) mit (1) vergleichen zu können, ersetzen wir den Zentriwinkel φ durch die Bogenabwicklung x , also

$$d\varphi = \frac{dx}{r} \dots \dots \dots (5)$$

somit $\left. \begin{aligned} \frac{dN}{d\varphi} &= \frac{dN}{dx} \frac{dx}{d\varphi} = r \frac{dN}{dx} \\ \frac{d^2 N}{d\varphi^2} &= r \frac{d}{dx} \left(r \frac{dN}{dx} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$

Gleichung (4) geht damit über in $\frac{N}{r} + \frac{d}{dx} \left(r \frac{dN}{dx} \right) = -p \dots \dots \dots (7)$

und Gleichung (2) in $Q = r \frac{dN}{dx} \dots \dots \dots (8)$

Im Falle $r = \text{konst.}$ nimmt (7) die Form an $\frac{(rN)'}{r^2} + (rN)'' = -p \dots \dots \dots (7')$

und (8) $Q = \frac{d}{dx} (rN) \dots \dots \dots (8')$

Stellen wir Formänderungsproblem (1) und Kreisringgleichnis (7') einander gegenüber, so erkennen wir: *Das Biegeproblem des gedrückten Stabes hat das Biegeproblem des Kreisringes als Gleichnis.* Dem Biegemoment M entspricht das *Zentralsmoment* rN der Normalkraft N in Bezug auf das Ringzentrum, die Bedeutung von Querkraft und Belastung stimmen überein. Der Radius des Kreisringes ist gleich dem «Steifigkeitsradius» gegeben durch Formel (1).

Wir gehen nun dazu über, das Kreisringproblem graphisch zu behandeln. Wir teilen den Ring in eine Anzahl Segmente mit beliebigen Öffnungswinkeln ϵ ein und formulieren das Gleichgewicht eines Segmentes durch das sich schliessende Kräfte-Polygon seiner Schnittkräfte und äusseren Belastungen (Abb. 2). P ist die Resultierende der auf das Segment entfallenden Belastung p .

Die Kräftepolygone aufeinanderfolgender Segmente reihen sich zu einem Kräfteplan aneinander wie in Abb. 2 durch das gestrichelte Polygon angedeutet. Auf diese Art lassen sich, ausgehend von bekannten Anfangswerten Q_0 und N_0 , alle nachfolgenden Werte schrittweise konstruieren. Ist einer der Anfangswerte, z. B. Q_0 , nicht bekannt, dafür aber ein Endwert Q_z oder N_z , so konstruiert man vorerst den Kräfteplan mit beliebigem Anfangswert $Q_0 -$ z. B. $Q_0 = 0 -$ und ermittelt zudem eine «Schlusslinie» mit $Q_0 = 1, M_0 = 0$ und bei fehlender Belastung p . Diese ist in solchem Masstab zu superponieren, dass die Randbedingung am Trägerende — z. B. $M_z = 0 -$ erfüllt ist.

Es bleibt uns noch die Aufgabe zu lösen, die Teilbelastung eines Ringsegmentes zur Resultierenden P zu summieren. Zweckmässig bestimmen wir die Komponenten von P parallel und senkrecht zur Winkelhalbierenden des Segmentes, die wir mit ΔN und ΔQ bezeichnen wollen. Nach Abb. 3 erhält man:

$$\Delta Q = \int_{-\frac{\epsilon}{2}}^{+\frac{\epsilon}{2}} p r \cos \varphi d\varphi \dots \dots \dots (9)$$

$$\Delta N = \int_{-\frac{\epsilon}{2}}^{+\frac{\epsilon}{2}} p r \sin \varphi d\varphi \dots \dots \dots (10)$$

Im Falle linearer Belastung p (Abb. 4) wird speziell:

$$\Delta Q = \lambda (p_n + p_{n+1}) \frac{\sin(\frac{\epsilon}{2})}{\epsilon} \cong \lambda \frac{p_n + p_{n+1}}{2} \left(1 - \frac{\epsilon^2}{24}\right) \dots \dots \dots (11)$$

$$\Delta N = \lambda (p_{n+1} - p_n) \left[\frac{\cos(\frac{\epsilon}{2})}{\epsilon} + 2 \frac{\sin(\frac{\epsilon}{2})}{\epsilon^2} \right] \cong \lambda (p_{n+1} - p_n) \frac{\epsilon}{12} \dots \dots \dots (12)$$

Im Falle parabolischer Belastungsverteilung (Abb. 5) integriert man zweckmässigerweise mit Hilfe der Simpson'schen Flächenregel:

$$\Delta Q \cong \frac{\lambda}{6} \left(p_n \cos \frac{\epsilon}{2} + 4 p_m + p_{n+1} \cos \frac{\epsilon}{2} \right) \dots \dots \dots (13)$$

$$\Delta N \cong \frac{\lambda}{6} (p_{n+1} - p_n) \sin \frac{\epsilon}{2} \cong \lambda (p_{n+1} - p_n) \frac{\epsilon}{12} \dots \dots \dots (14)$$

Bis jetzt haben wir vorausgesetzt, dass der «Steifigkeitsradius» r , bzw. der Radius des Ersatzringes konstant sei. Diese Voraussetzung ist auch dann noch erfüllt, wenn sich r an einer

¹⁾ Graphische Methode für gezogene Stäbe siehe: E. Amstutz: «Erweiterte Theorie des Seilpolygons zur Berechnung von Hängebrücken», Abhandlungen der Int. ver. f. Brückenbau und Hochbau, Bd. 6.