

Berechnung nicht biegungssteifer Rotationsschalen für Winddruck

Autor(en): **Wiedemann, Erich**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **107/108 (1936)**

Heft 23

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-48412>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Berechnung nicht biegeunfähiger Rotationsschalen für Winddruck. — Der Eisenbahnbau in Iran. — Das Schweizer Bundesbrief-Archiv in Schwyz. — Die Klima-Anlage des Bundesbriefarchivs. — Mitteilungen: Zur III. Weltkraftkonferenz in Washington 1936. Wärmefluss als Korrosionsursache. Von der Tätigkeit des Eidg. Amtes für Wasserwirtschaft. Hochspannungsschnellschalter BBC. 50 Jahre Bosch-Zünder. Die

Wirtschaftslage in Persien. Berücksichtigung der Gurtsteifigkeit bei der Berechnung der «mittragenden Breite». Die Bewässerung Irans. Stilllegung der SBB-Linie Otelfingen-Niederglatt. — Wettbewerbe: Tonhalle- und Kongressgebäude in Zürich. Bahnhofgebäude in Saloniki und Athen. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Schweiz. Verband für die Materialprüfungen der Technik. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 108

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 23

Berechnung nicht biegeunfähiger Rotationsschalen für Winddruck

Von Ing.-Arch. ERICH WIEDEMANN, Universität Riga, Lettland

$$\text{Windgesetz: } w = w_0 \sin \phi \sin \psi$$

Voraussetzung: Einwandfreie, den reinen Membranzustand garantierende Auflagerbedingungen.

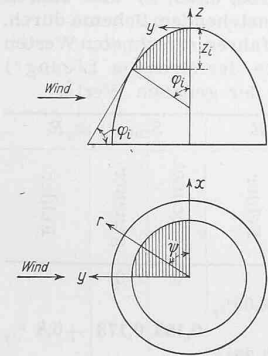
H. Reissner¹⁾ hat diese Aufgabe für die Kugelschale streng gelöst; Fr. Dischinger²⁾ hat die Untersuchungen auf die Zylinder- und Kegelschale ausgedehnt und zugleich ein Verfahren angegeben, das gestattet, beliebige Rotationsschalen für Winddruck zu berechnen: es ist das graphisch-analytische Verfahren der Differenzenrechnung.

Die Berechnung der Meridianspannungsergebnante T_1 und der Schubspannungsergebnante S gestaltet sich sehr einfach. Zur Berechnung der Ringspannungsergebnante T_2 bedient sich Dischinger der bekannten Beziehung zwischen T_1 und T_2 beim Membranzustand (mit den von Dischinger benutzten Bezeichnungen)

$$\frac{T_1}{R_1} + \frac{T_2}{R_2} = Z.$$

Im Falle, dass die Meridiankurve nicht analytisch, sondern nur graphisch gegeben ist («beliebige» Rotationsschale), stösst die Berechnung der Ringspannungsergebnante T_2 auf eine Schwierigkeit: die Krümmungsradien R_1 und R_2 , die wir zur Berechnung von T_2 benötigen, können nicht analytisch bestimmt werden. Wohl kann der Querkrümmungsradius R_2 ohne Schwierigkeit direkt aus der Zeichnung abgegriffen werden; schwierig ist es aber, den Meridiankrümmungsradius R_1 zu bestimmen. Dischinger empfiehlt «entweder die Meridiankurve durch eine Reihe von Korbhogen zu ersetzen und auf diese Weise für die einzelnen Längenelemente der Meridiankurve die Krümmungsradien R_1 zu ermitteln, oder sich aus den Koordinaten von drei benachbarten Punkten der Meridiankurve die Grösse der Meridiankrümmungsradien zu errechnen».

Aufgabe dieser Abhandlung ist es, einen Weg zur Berechnung beliebiger Rotationsschalen für Winddruck zu zeigen, bei welchem die eben geschilderten Schwierigkeiten vermieden werden, indem alle Berechnungen ganz ohne Zuhilfenahme der Krümmungsradien durchgeführt werden.

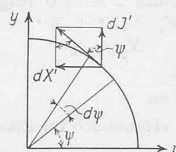
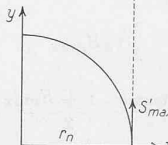
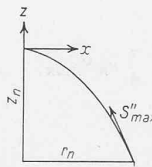
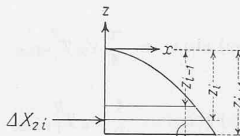
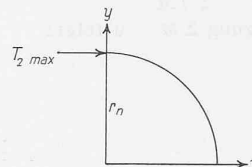
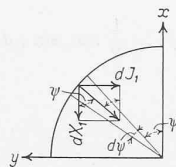
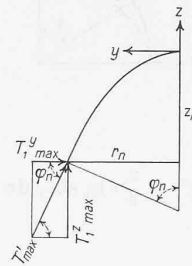
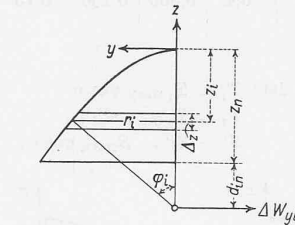


Aus unserer Rotationsschale denken wir uns durch drei zueinander senkrechte Schnitte: den «z»-Parallelkreisschnitt (⊥ zur z-Achse) im Abstande z_i vom Scheitel, den «x»-Meridianschnitt (⊥ zur x-Achse) und den «y»-Meridianschnitt (⊥ zur y-Achse), ein Kappenviertel herausgeschnitten.

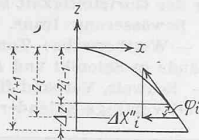
Die Gleichgewichtsbedingung ΣM in bezug auf die x-Achse des Parallelkreisschnittes = 0 führt auf dem schon bekannten Wege zur Bestimmung der Meridianspannungsergebnante T_1 ; die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma Y = 0$ — zur Bestimmung der Schubspannungsergebnante S ; die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma X = 0$ — auf dem neuen Wege zur Bestimmung der Ringspannungsergebnante T_2 .

¹⁾ H. Reissner: «Spannungen in Kugelschalen», Müller-Breslau-Festschrift 1912.
²⁾ Fr. Dischinger: «Die antisymmetrisch belasteten Rotationsschalen und Vieleckkuppeln»; vergl. auch: «Handbuch für Eisenbetonbau», 4. Auflage, 6. Band, 1928, S. 194 u. f.

Bezeichnungen:



dW_y bzw. ΔW_y = Komponente der Resultierenden des auf ein Zonenviertel (zwischen zwei Parallelkreisschnitten) wirkenden Winddruckes in Richt. y-Achse; dW_x bzw. ΔW_x desgl. in Richtung der x-Achse; W_y = Komponente der Resultierenden des auf das ganze Kappenviertel wirkenden Winddruckes in Richtung der y-Achse; W_x desgl. in Richtung d. x-Achse; d = Hebelarm der Kraft ΔW_y in bezug auf die x-Achse eines Parallelkreisschnittes; ΔM = statisches Moment d. Kraft ΔW_y in bezug auf x-Achse eines Parallelkreisschnittes; M = statisches Moment d. Kraft W_y in bezug auf die x-Achse eines Parallelkreisschnittes; T_1 = gesuchte Meridianspannungsergebnante in einem Parallelkreisschnitt; T_{1max} = max. Meridianspannungsergebnante (für $\psi = 90^\circ$) in einem Parallelkreisschnitt; T_{1zmax} = Komponente von T_{1max} in Richtung der z-Achse; T_{1ymax} desgl. in Richtung y-Achse; J_1 = Komponente der Resultierenden der in einem Viertel eines Parallelkreisschnittes wirkenden Meridiankräfte in Richtung der y-Achse; X_1 desgl. in Richtung d. x-Achse; T_2 = gesuchte Ringspannungsergebnante in einem Meridianschnitt (an der Schnittstelle eines bestimmten Parallelkreises mit demselben); T_{2max} = maximale Ringspannungsergebnante im x-Meridianschnitt ($\psi = 90^\circ$) (an der Schnittstelle eines bestimmten Parallelkreises); ΔX_2 = Resultierende der im Längenelement des x-Meridianschnittes (zwischen den Schnittstellen zweier benachbarter Parallelkreise mit demselben) wirkenden Ringkräfte; X_2 = Resultierende der im x-Meridianschnitt des Kappenviertels wirkenden Ringkräfte; S = gesuchte Schubspannungsergebnante; S' in einem Parallelkreisschnitt (an der Schnittstelle eines bestimmten Meridianschnittes mit demselben); S'' in einem Meridianschnitt (an der Schnittstelle eines bestimmten Parallelkreises mit ihm); S_{max} = maximale Schubspannungsergebnante; S'_{max} in einem Parallelkreisschnitt an der Schnittstelle mit dem y-Meridianschnitt ($\psi = 0^\circ$); S''_{max} im y-Meridianschnitt (an der Schnittstelle eines bestimmten Parallelkreises); J' = Komponente der Resultierenden der in einem Viertel eines Parallelkreisschnittes wirkenden Schubkräfte in Richtung der y-Achse; X' desgl. in Richtung der x-Achse;

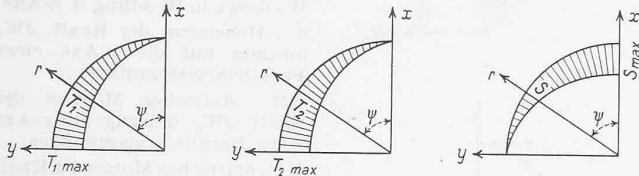


$\Delta X'' =$ Komponente der Resultierenden der im Längenelement des y -Meridianschnittes (zwischen den Schnittstellen zweier benachbarter Parallelkreise mit demselben) wirkenden Schubkräfte in Richtung der x -Axe;
 $X'' =$ Komponente der Resultierenden der im y -Meridianschnitt des Kappenviertels wirkenden Schubkräfte in Richtung der x -Axe.

Nr.	$z : R$	$r : R$	$\Delta r : R$	$\text{ctg } \varphi^{5)}$	φ	$\sin \varphi$	$\Delta W_y : w_0 R^2$	$\Delta W_x : w_0 R^2$	$W_y : w_0 R^2$	$W_x : w_0 R^2$	$M : w_0 R^3$	$T_{1 \max} : w_0 R$	$T_{2 \max} : w_0 R$	$T_{1 \max} : w_0 R$
0	0	0	0	∞	0°	0	0,030	0,019	0	0	0	0	0	0
1	0,1	0,435	0,600	2,10	$25 \frac{1}{2}^\circ$	0,43								
2	0,2	0,600	0,280	1,40	$35 \frac{1}{2}^\circ$	0,58	0,030	0,019	0,024	0,086	0,120	0,148		
3	0,3	0,715	0,200	1,00	45°	0,71	0,079	0,051						
4	0,4	0,800	0,150	0,75	53°	0,80			0,109	0,070	0,067	0,134	0,100	0,168

usw.

Es ist: $T_1 = T_{1 \max} \sin \psi$
 $T_2 = T_{2 \max} \sin \psi$
 $S' = S'' = S_{\max} \cos \psi$.



Gang der Berechnung:³⁾

$$dW_y = \int_{\psi=0}^{\psi=\frac{\pi}{2}} (w_0 \sin \varphi \sin \psi) \left(r d\psi \frac{dz}{\sin \varphi} \right) (\sin \varphi \sin \psi) = \frac{\pi}{4} r w_0 \sin \varphi dz$$

bezw. $\Delta W_{yi} = \frac{\pi}{4} r_i w_0 \sin \varphi_i \Delta z$

$$dW_x = \int_{\psi=0}^{\psi=\frac{\pi}{2}} (w_0 \sin \varphi \sin \psi) \left(r d\psi \frac{dz}{\sin \varphi} \right) (\sin \varphi \cos \psi) = \frac{1}{2} r w_0 \sin \varphi dz$$

bezw. $\Delta W_{xi} = \frac{1}{2} r_i w_0 \sin \varphi_i \Delta z$

$W_y = \Sigma \Delta W_y$ $W_x = \Sigma \Delta W_x$

$d_i n = z_i + r_i \text{ctg } \varphi_i - z_n$

$\Delta M_{in} = \Delta W_{yi} d_i n$ $M = \Sigma \Delta M$

Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma M = 0$ folgt:

$$T_{1 \max} = \frac{M}{\pi r_n^2 n}$$

$$T_{1 \max}^y = T_{1 \max} \text{ctg } \varphi_n$$

$$T_{1 \max} = \frac{T_{1 \max}^y}{\sin \varphi_n}$$

$$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (T_{1 \max} \sin \psi r_n d\psi) \sin \psi = \frac{\pi}{4} r_n T_{1 \max}^y$$

$$X_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (T_{1 \max} \sin \psi r_n d\psi) \cos \psi = \frac{1}{2} r_n T_{1 \max}^y$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma J = 0$ folgt:

$J' = W_y + J_1$

es ist aber

$$J' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (S_{\max} \cos \psi r_n d\psi) \cos \psi = \frac{\pi}{4} r_n S_{\max}$$

also $S_{\max} = \frac{J'}{\frac{\pi}{4} r_n}$

$$X' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (S_{\max} \cos \psi r_n d\psi) \sin \psi = \frac{1}{2} r_n S_{\max}$$

$$\Delta X''_i = \left(S_{\max i} \frac{\Delta z}{\sin \varphi_i} \right) \cos \varphi_i = \frac{S_{\max i-1} + S_{\max i+1}}{2} \text{ctg } \varphi_i \Delta z$$

$X'' = \Sigma \Delta X''$

Aus der Gleichgewichtsbedingung $\Sigma X = 0$ folgt:

$$X_2 = W_x + X_1 + X' + X''$$

$$\Delta X_2 n = X_2 n + 1 - X_2 n - 1$$

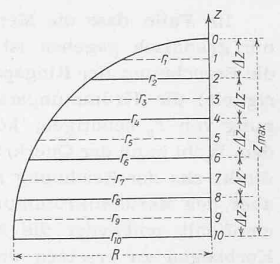
$$T_{2 \max} = \frac{\Delta X_2 n}{\Delta z / \sin \varphi_n}$$

³⁾ Vergl. hierzu: Fr. Dischinger in «Handbuch für Eisenbeton», 4. Auflage, 6. Band, Seiten 204 bis 208.

Nr.	$J_1 : w_0 R^2$	$X_1 : w_0 R^2$	$J' : w_0 R^2$	$S_{\max} : w_0 R^2$	$X' : w_0 R^2$	$\Delta X'' : w_0 R^2$	$X'' : w_0 R^2$	$X_2 : w_0 R^2$	$\Delta X_2 : w_0 R^2$	$T_{2 \max} : w_0 R$
0	0	0	0	0	0		0	0		
1					0,038					0,148
2	0,056	0,036	0,086	0,183	0,055		0,038	0,148		0,318
3						0,046				0,155
4	0,063	0,040	0,172	0,273	0,109		0,084	0,303		0,551

usw.

Beispiel. Um eine Kontrolle der Genauigkeit der mit Hilfe dieser Näherungsrechnung gewonnenen Resultate zu erhalten, soll die Rechnung nicht für eine «beliebige» Rotationschale durchgeführt werden, sondern für eine Kugelschale, für die die strenge Lösung bekannt ist; jedoch werden wir die Berechnung der Kugelschale so durchführen, als ob diese Schale eine «beliebige», also analytisch nicht erfassbare Rotationschale sei. Wir zerlegen die Rotationschale durch vier Parallelkreisschnitte (2, 4, 6, 8) in fünf Zonen laut Abbildung nebenan. Es ist $z_{\max} : R = 1$; $\Delta z : R = 0,2$.



Die Längen r greifen wir in der Zeichnung ab ($r : R = 0,435, 0,600, 0,715, 0,800, 0,865, 0,915, 0,955, 0,980, 0,995, 1$) und führen die Rechnung in Tabellenform nach obenstehendem Schema durch.

Neben den nach dem Näherungsverfahren errechneten Werten sind untenstehend die genaueren Werte der strengen Lösung⁴⁾ angeschrieben und der Fehler in % der genauen Werte.

Nr.	$T_{1 \max} : w_0 R$			$T_{2 \max} : w_0 R$			$S_{\max} : w_0 R$		
	errechnet	genauer	Fehler	errechnet	genauer	Fehler	errechnet	genauer	Fehler
0	0	0	—	0	0	—	0	0	—
1				0,318	0,328	-3,05%			
2	0,148	0,138	+7,3%				0,183	0,173	+5,8%
3				0,551	0,558	-1,25%			
4	0,168	0,163	+3,1%				0,273	0,271	+0,7%
5				0,722	0,705	+2,4%			
6	0,153	0,150	+2,0%				0,378	0,374	+1,1%
7				0,822	0,824	-0,25%			
8	0,104	0,100	+4,0%				0,502	0,498	+0,8%
9				0,936	0,939	-0,3%			
10	0,004	0	—		1		0,670	0,667	+0,45%

Die nach dem Näherungsverfahren errechneten Werte, insbesondere die Grösstwerte, können als durchaus befriedigend angesehen werden.

⁴⁾ $\frac{\pi r_n^2 n}{4}$ ist das Widerstandsmoment des Viertel-Parallelkreises in bezug auf die x -Axe des Parallelkreisschnittes.

⁵⁾ $\text{ctg } \varphi_i = \frac{\Delta r_i}{\Delta z}$; für Meridiankurven, die, wie hier, im Scheitelpunkt eine horizontale Tangente haben, empfiehlt es sich (um zu genaueren Resultaten zu kommen) $\text{ctg } \varphi_1$ um rd. 30% zu verkleinern.

⁶⁾ Vergl. hierzu Fr. Dischinger in «Handbuch für Eisenbeton», 4. Aufl., 6. Band, S. 202 bis 03; in die benutzten Formeln sind selbstverständlich die trigonometrischen Funktionen nicht der näherungsweise errechneten, sondern der genaueren Winkel eingesetzt.