

Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **101/102 (1933)**

Heft 11

PDF erstellt am: **21.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Die Auswertung unsymmetrischer Verteilungsreihen der Grosszahlforschung. — Die Bergsturzgefahr am Kichenstock. — Glarner Berg- und Ferienhäuser. — Internationaler Verband der Schifffahrtkongresse. — Mitteilungen: Der Elektronenstrahl-Oszillograph. Ein interessanter Brückenwettbewerb. Die neue eid-

genössische Verordnung betreffend Verhütung von Unfällen bei Sprengarbeiten. Die freie Bestuhlung der Schulzimmer. Neuartige Schweissdrahtprofile. — Literatur. — Nekrologe: Emanuel J. Propper. Arnold Sonderegger. — Schweizer Verband für die Materialprüfungen der Technik. — Mitteilungen der Vereine. — Vortrags-Kalender.

Band 101

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.  
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 11

## Die Auswertung unsymmetrischer Verteilungsreihen der Grosszahlforschung.

Von Prof. Dr. W. KUMMER, Ingenieur, Zürich.

In der Sitzung der Pariser „Académie des Sciences“ vom 7. Mai 1932 hat E. Jouguet eine Arbeit von R. Gibrat „Sur l'ajustement mathématique des courbes de débit d'un cours d'eau“ zur Kenntnis gebracht, deren Bedeutung für die Auswertung unsymmetrischer Verteilungsreihen der Grosszahlforschung uns veranlasst, den dieser Arbeit zu verdankenden Fortschritt der Statistik im Dienste der Technik eingehend zu würdigen.<sup>1)</sup>

Die Verteilungsreihen der Grosszahlforschung werden vorzugsweise als sog. Häufigkeitskurven veranschaulicht, wobei als Abszissen die Messzahlen, als Ordinaten die zu jeder Messzahl gehörige Häufigkeit, d. h. die Anzahl der Werte, die von der betreffenden Messzahl vorliegen, aufgetragen werden. Die so erhaltenen Kurven zeigen dann normalerweise einen glockenförmigen Verlauf, gemäss Abbildung 1. Indem man die Messzahlen oder „Merkmale“ mit:

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_i \dots, y_r,$$

die ihnen zugeordneten Häufigkeiten mit:

$$P_1, P_2, P_3, \dots, P_i \dots, P_r$$

bezeichnet, pflegt man folgende Definitionen ausgezeichneten Zahlenwerte der Abszissen zur raschen Kennzeichnung der Verteilungsreihe anzuwenden:

den *Durchschnittswert*  $y_d$  der Merkmale, wobei:

$$y_d = \frac{\sum (y_i)}{r}$$

ist, den *Normalwert*  $y_a$  der Merkmale, für den:

$$P_i = P_{\max}$$

und den *Zentralwert*  $y_z$  der Merkmale, für den

$$\int_{-\infty}^{y_z} P_i dy = \int_{y_z}^{+\infty} P_i dy$$

gilt. Bei rein symmetrischer Verteilungskurve ist:

$$y_d = y_z = y_a.$$

Bei unsymmetrischer Verteilungskurve ist in der Regel näherungsweise:

$$2 y_d + y_a = 3 y_z.$$

Indem man die Häufigkeiten  $P_i$  im Relativmass ausdrückt, derart, dass:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_i dy = 1$$

ist, lassen sich die Häufigkeits- bzw. Verteilungs-Kurven mit bekannten einfachen, mathematischen Kurven vergleichen und demgemäss auswerten.<sup>2)</sup> Die symmetrische Verteilungskurve wird mittels der neuen Abszissen:

$$x_i = y_i - y_d$$

so dargestellt, dass ihr Maximum  $P_{\max}$  bei der Abszisse 0 erscheint. Aus:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_d)^2}{r}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i^2)}{r}}$$

folgt dann ihre „Streuung“ oder „Dispersion“, womit die, die Kurve „auswertende“ Gauss'sche Form:

$$P = \frac{1}{\mu \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\mu^2}}$$

<sup>1)</sup> In einer ausführlicheren, in der „Revue générale de l'Electricité“ erschienenen, auf S. 305 von Bd. 100 (am 3. Dez. 1932) kurz gewürdigten Arbeit hat R. Gibrat sich über die Gesetzmässigkeit der Abflussmengen noch eingehender geäussert.

<sup>2)</sup> Auch die in Abb. 1 dargestellte Häufigkeitskurve ist so gebildet.

begründet wird. Bei unsymmetrischer Verteilungskurve lässt sich eine Konstante:

$$m = \sum (y_i P_i)$$

bestimmen, mittels der sich etwa die Form von Poisson:

$$P = e^{-m} \frac{m^x}{x!}$$

für die auswertende Kurve, oder, bei einer Zerlegung von  $m$  nach:

$$m = n p$$

sich die Form von Bernoulli:

$$P = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

für die auswertende Kurve ergibt. Auch die Gauss'sche Konstante  $\mu$  ist übrigens aus  $n$  und  $p$  darstellbar, und zwar gemäss:

$$\mu = \sqrt{n p (1-p)}.$$

Sofern man es mit symmetrischen, der Gauss'schen Form hinlänglich entsprechenden Häufigkeitskurven zu tun hat, darf der Schluss gezogen werden, dass die von  $P_{\max}$  abweichenden Werte  $P$  rein zufallsmässig die jeweiligen Abweichungen erlangten; damit wird eben die Art der Verteilung als „Zufallsverteilung“ identifiziert. Bei unsymmetrischen Häufigkeitskurven ist ihre Auswertung auf Grund der Kurven von Bernoulli oder von Poisson, die durch die Wahrscheinlichkeits-Rechnung der Gauss'schen Kurve nahe stehen, selten wirklich gesichert oder genetisch begründet; dem von verschiedenen Statistikern, insbesondere von C. Pearson, ergriffenen Ausweg, zur Kurvenauswertung eigene Formeltypen geradezu zu erfinden, kann man erst recht keine zwingende Deutungskraft zubilligen, obwohl natürlich das Ziel dieser „Auswertung“, das grosse, durch die Verteilungsreihe vereinigte Zahlenmaterial durch eine kleine Zahl von Koeffizienten zu ersetzen, als grundsätzlich erreicht gelten kann. Es ist deshalb zu begrüssen, dass R. Gibrat auf den Gedanken kam, unsymmetrische Verteilungen ebenfalls der Darstellung durch die Gauss'sche Kurve zu unterwerfen, indem eine funktionelle Umformung der „Merkmale“ der Verteilung zu Hilfe genommen wird. Bemerkenswerter Weise gibt es nun einen, einer genetischen Deutung fähigen, funktionellen Umformungsansatz; Gibrat bezeichnet seinen Inhalt als „Gesetz der proportionalen Wirkung“. Betrachten wir nunmehr, wie man zu diesem Ansatz gelangen kann.

Wenn eine Verteilungsreihe durch die Gauss'sche Formel befriedigt werden kann, so bedeutet dies offenbar, dass zahlreiche „Ursachen“ bei der Bildung der Zahlenwerte der Reihe im Spiele sind, dass die Wirkung jeder Ursache unabhängig ist von derjenigen der andern Ursachen, und dass die Wirkung jeder Ursache klein gegenüber der Gesamtwirkung aller Ursachen ist. Die Gauss'sche Formel enthält deshalb implizite die Aussage des Vorhandenseins einer konstanten Wirkung. Wir können diesen Befund von R. Gibrat vervollständigen durch die Angabe, die in der Gauss'schen Formel liegende „konstante Wirkung“ sei eine „kleinste Wirkung“, indem schon K. F. Gauss klar erkannte, dass zwischen der aus seiner Formel begründeten „Methode der kleinsten Quadrate“ und der Methode, den Schwerpunkt mehrerer Massenpunkte zu finden, eine Analogie bestehe, der auch das Prinzip des kleinsten Zwangs, bzw. das Prinzip der kleinsten Wirkung