

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 97/98 (1931)
Heft: 15

Artikel: Ueber die Bewegung von Luftblasen in ruhendem und im fliessenden Wasser
Autor: Dubs, R.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-44676>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 08.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ueber die Bewegung von Luftblasen in ruhendem und fließendem Wasser. — Wettbewerb für Durchgangstrassen in der Stadt St. Gallen. — Internationale Giesserei-Fachausstellung und Kongress in Mailand 1931. — Mitteilungen: Gründung der Schweizer Luftverkehrs A.-G. „Swissair“. Schweizerischer Energie-Konsumenten-Verband. Untersuchung eines prähistorischen Rohstahls. Baumesse in Basel.

Muffenlose Hausinstallationsrohre aus Eternit. Rheinbrücke Waldshut-Koblentz. Basler Rheinhafenverkehr. Schweizerischer Baumeisterverband. — Wettbewerbe: Jüdisches Krankenhaus in Zagreb. Wettbewerb für Dreirosenbrücke über den Rhein in Basel. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 97

Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich.
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 15

Ueber die Bewegung von Luftblasen in ruhendem und fließendem Wasser.

Von Dipl. Masch.-Ingenieur R. DUBS, Professor an der E. T. H. Zürich.

(Schluss von Seite 173.)

II. BEWEGUNG DER LUFTBLASE IN STRÖMENDEM WASSER.

Es soll nun noch der Fall der sich in strömendem Wasser bewegend Luftblase theoretisch untersucht werden. Bei den Versuchen erfolgte die Wasserströmung von oben nach unten, also entgegengesetzt der Bewegung der Blase. Es wurden verschiedene Geschwindigkeiten des Wassers im Glasrohr eingestellt und während der Versuchsdauer jeweils konstant gehalten. Die Feststellung der Wassergeschwindigkeit erfolgte durch Behältermessung des pro Zeiteinheit ausfließenden Wassers mit Berücksichtigung des lichten Durchmessers des Glasrohres. Da dieser Durchmesser nicht auf der ganzen Länge des Glasrohres vollständig konstant war, mussten die gefundenen Werte auf einen konstanten Durchmesser umgerechnet werden. Wir müssen nun noch zwei Reynolds'sche Zahlen unterscheiden, und zwar für die Bewegung des Wassers im Rohre R_w und für die Bewegung der Luftblase im Wasser R_e .

Es ist:

$$R_w = \frac{c_w D \rho}{\eta} = \frac{c_w D}{\nu}$$

und

$$R_e = \frac{C_e d \rho}{\eta} = \frac{C_e d}{\nu}$$

wobei nun C_e die Relativgeschwindigkeit der Luft gegenüber dem Wasser bedeutet und c_w die Wassergeschwindigkeit im Glasrohr $= \frac{Q}{\pi D^2/4}$.

Es wirken nun auch in diesem Falle die gleichen Kräfte der Bewegung der Luftblase entgegen, wie beim ruhenden Wasser, und bei gleichförmiger Bewegung der Luftblase gegenüber dem ruhenden Raum oder dem sich gleichförmig bewegendem Wasser müssen diese Kräfte im Gleichgewicht mit dem Auftrieb der Luftblase sein. Einige Schwierigkeit bereitet nun die Formulierung des Widerstandes, den die vorläufig wieder kugelförmig gedachte Blase bei ihrer Bewegung gegenüber dem laminar und turbulent im Glasrohr fließenden Wasser erfährt. Die Versuche haben nämlich gezeigt, dass dieser Widerstand nicht nur eine Funktion von R_e und der Geschwindigkeit C_e ist, sondern auch eine Funktion der Reynolds'schen Zahl R_w der Wasserströmung.

Man hat nun also allgemein zu schreiben:

$$k = f(a, R_e, R_w)$$

wo a eine Konstante bedeutet. Vernachlässigt man vorläufig den Einfluss des endlichen Rohrdurchmessers D und rechnet mit einem Aufstieg der Blase im unendlichen Raum, so folgt wie früher:

$$m \frac{dC_a}{dt} = V(\gamma_w - \gamma_e) - k_1 \frac{\pi}{4} d^2 \gamma_w \frac{C_e^2}{2g}$$

wenn C_a die absolute Geschwindigkeit der Luftblase bedeutet, da wir es in der Hauptsache mit einer geradlinigen Bewegung (wenn man von den kleinen Querbewegungen der Luftblase um die vertikale Hauptbewegung absieht) zu tun haben. Nimmt man dann noch an, dass die Geschwindigkeit c_w des Wassers im Rohre konstant sei, und schaltet man ferner die Anlaufperiode der Luftblase aus, so wird:

$$\frac{dC_e}{dt} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{dC_w}{dt} = 0$$

Somit:

$$\frac{dC_a}{dt} = 0$$

$$\text{und damit:} \quad V(\gamma_w - \gamma_e) = k_1 \frac{\pi}{4} d^2 \gamma_w \frac{C_e^2}{2g}$$

und bei Annahme von Kugelform:

$$V = \frac{\pi}{6} d^3$$

$$k_1 = \frac{4g}{3C_e^2}$$

wenn man $\frac{\gamma_e}{\gamma_w}$ gegenüber der Einheit vernachlässigt. Auf Grund der Versuche lassen sich nun eine Reihe von k_1 -Werten berechnen; da andererseits für $c_w = 0$ der Wert von k_1 in den bereits festgestellten $k = (0,50 + \frac{40}{R_e})$ übergehen muss, so lässt sich dann eine Funktion finden, die für $R_w > 0$ das Widerstandsgesetz formuliert.

Auf Grund der Versuchsergebnisse mit einer Luftblase von 4 mm Durchmesser erhält man die folgende Tabelle für die verschiedenen Reynolds'schen Zahlen R_w :

R_w	C_e	k_1	R_e	k
0	0,240	0,910	778	0,5515
1000	0,228	1,010	738	0,5542
2000	0,222	1,065	719	0,5557
3000	0,218	1,103	706	0,5567
4000	0,216	1,125	700	0,5572
5000	0,212	1,164	686	0,55825
6000	0,206	1,236	667	0,5600
7000	0,200	1,308	648	0,5618
8000	0,192	1,422	622	0,5642
9000	0,182	1,583	589	0,5679
10000	0,170	1,810	551	0,5727
11000	0,152	2,265	492	0,5814
12000	0,133	2,965	431	0,5930

Nimmt man nun zur Berechnung von k die gleiche Beziehung wie früher, so lässt sich ein Korrekturfaktor φ berechnen, mit dem k multipliziert werden muss, um k_1 zu erhalten. Für $R_w = 0$ sollte $\varphi = 1$ sein, wenn $k = 0,50 + 40/R_e$ der richtige Widerstandskoeffizient ist (k für den ∞ Raum). Man erhält dann die folgende Tabelle:

R_w	R_e	$\varphi = k_1/k$
0	778	1,650
1000	738	1,822
2000	719	1,920
3000	706	1,981
4000	700	2,020
5000	686	2,089
6000	667	2,210
7000	648	2,330
8000	622	2,525
9000	589	2,790
10000	551	3,160
11000	492	3,890
12000	431	5,000

Wie man erkennt, wird für $R_w = 0$ der Wert von $\varphi > 1$, was z. T. darauf zurückzuführen ist, dass der für das ruhende Wasser angenommene Widerstandskoeffizient nicht genau stimmt und andererseits der Einfluss der endlichen Rohrweite nicht berücksichtigt wurde. Dann kann die folgende empirische Formel zur Berechnung von φ abgeleitet werden:

$$\varphi = 2,000 + (R_w - 2500)^3 \frac{0,31}{10^{11}}$$

$$\text{oder auch:} \quad \varphi = 2,000 + \frac{0,31}{10^8} \left(\frac{R_w - 2500}{10} \right)^3$$

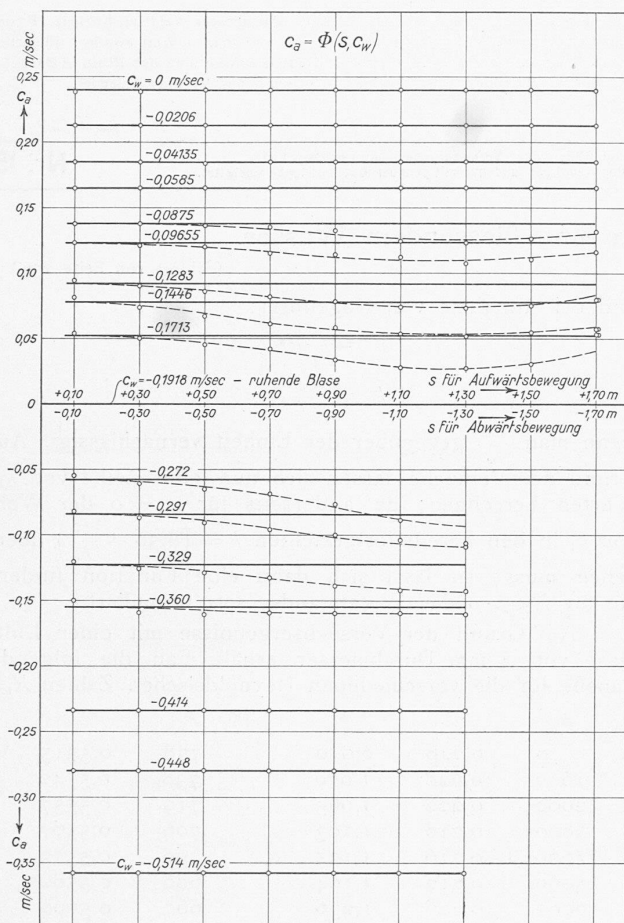


Abb. 8.

Diese Formel gilt, so lange die Reynolds'sche Zahl R_w der Wasserströmung ≥ 2500 ist. Sie umfasst somit das turbulente Gebiet der Wasserströmung.

Für das laminare Gebiet der Wasserströmung, d. h. für $R_w \leq 2500$ findet man die empirische Formel:

$$\varphi = 2,000 + \frac{22,4}{10^{12}} (R_w - 2500)^3$$

Wenn man nun die Einflüsse der beiden Reynolds'schen Zahlen R_e und R_w auf den resultierenden Widerstandskoeffizienten k_1 zusammenfasst, so folgt:

$$k_1 = k \varphi$$

und damit für: $R_w \geq 2500$

$$k_1 = \left(0,50 + \frac{40}{R_e}\right) \left[2,000 + \frac{22,4}{10^{12}} (R_w - 2500)^3\right]$$

und für: $R_w \leq 2500$

$$k_1 = \left(0,50 + \frac{40}{R_e}\right) \left[2,000 + \frac{22,4}{10^{12}} (R_w - 2500)^3\right]$$

Damit folgt dann für die Berechnung der Relativgeschwindigkeit der Luftblase C_e ohne Berücksichtigung der endlichen Abmessungen (D) des Rohres, in dem die Luftblase aufsteigt, die Beziehung:

$$C_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2 g d}{k_1}}$$

und wenn man für k_1 den vorstehend berechneten Wert einsetzt, für $R_w \leq 2500$ (Laminare Strömung):

$$C_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2 g d}{\left(0,50 + \frac{40}{R_e}\right) \left[2,000 + \frac{22,4}{10^{12}} (R_w - 2500)^3\right]}}$$

und für $R_w \geq 2500$ (Turbulente Strömung):

$$C_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2 g d}{\left(0,50 + \frac{40}{R_e}\right) \left[2,000 + \frac{3,1}{10^{10}} (R_w - 2500)^3\right]}}$$

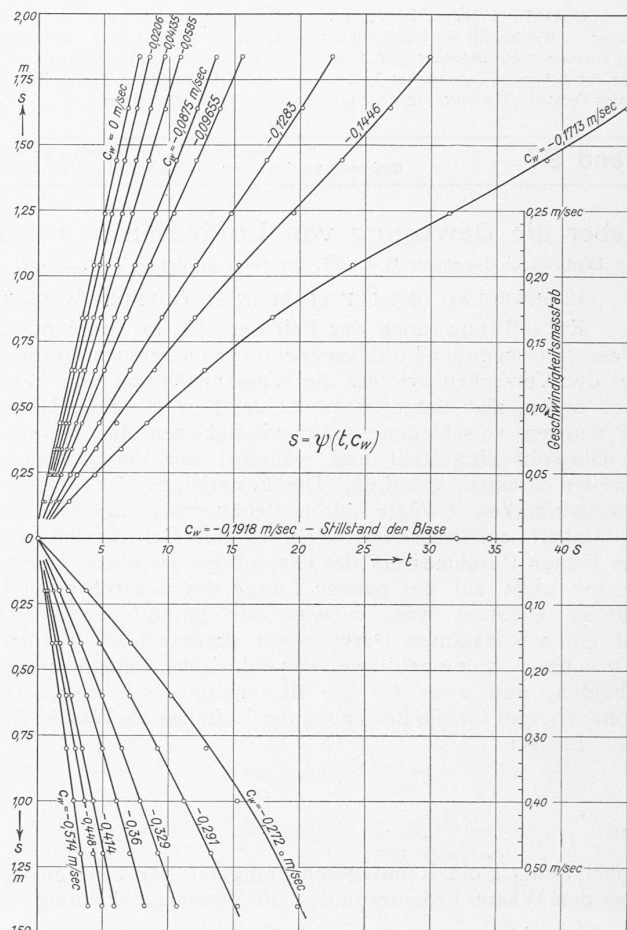


Abb. 9.

Will man den Einfluss der endlichen Rohrabmessungen auf die Aufstiegeschwindigkeit C_e der Luftblase berücksichtigen, so kann dies in gleicher Weise geschehen wie früher; man erhält dann:

$$C_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{1 - \frac{\gamma_e}{\gamma_w}}{k_1 + \frac{8}{9} \frac{\epsilon^2}{1 - \epsilon^2} + \frac{256}{9 R_w^2} \frac{\epsilon^3}{(1 - \epsilon^2)^2}}} \sqrt{2 g d}$$

wobei dann für k_1 der betreffende Wert einzusetzen ist. Da nun aber R_e d. h. k_1 auch eine Funktion von C_e ist, lässt sich C_e nicht ohne weiteres berechnen. Man vernachlässigt nun für die erste Annäherung R_e in der Gleichung für k_1 , d. h. man nimmt $R_e = \infty$ an und berechnet mit der so vereinfachten Beziehung C_e . Alsdann wird R_e bestimmt und in die Gleichung für k_1 eingesetzt. Man erhält in zweiter Annäherung einen andern Wert von C_e , den man dann wiederum zur neuen Bestimmung von R_e verwenden kann. Da der Einfluss von R_e auf C_e nicht sehr gross ist, erhält man ziemlich rasch eine befriedigende Lösung. Für die erste Annäherung kann man also mit der vereinfachten Beziehung rechnen für $R_w \leq 2500$:

$$C_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2 g d}{0,5 \left[2,000 + \frac{22,4}{10^{12}} (R_w - 2500)^3\right] + \frac{8}{9} \frac{\epsilon^3}{1 - \epsilon^2}}}$$

und für: $R_w \geq 2500$:

$$C_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{2 g d}{0,5 \left[2,000 + \frac{3,1}{10^{10}} (R_w - 2500)^3\right] + \frac{8}{9} \frac{\epsilon^3}{1 - \epsilon^2}}}$$

Dabei bedeutet R_w die Reynolds'sche Zahl der Wasserströmung.

Es muss noch darauf hingewiesen werden, dass die für das strömende Wasser abgeleiteten Beziehungen nur gelten, solange $R_w \leq 12000$ ist, da die Versuche sich nur bis zu diesem Werte erstrecken. In Abb. 11 auf Seite 186

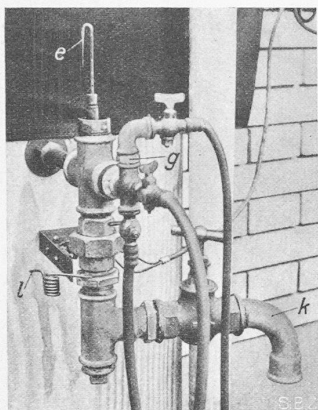


Abb. 4. Düse für die Einführung der Luftblasen am untern Rohrende.

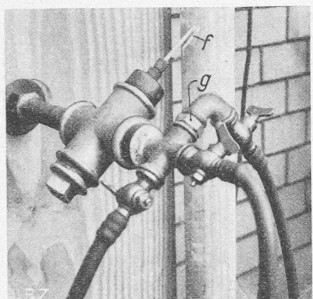


Abb. 5. Düse für das obere Rohrende.

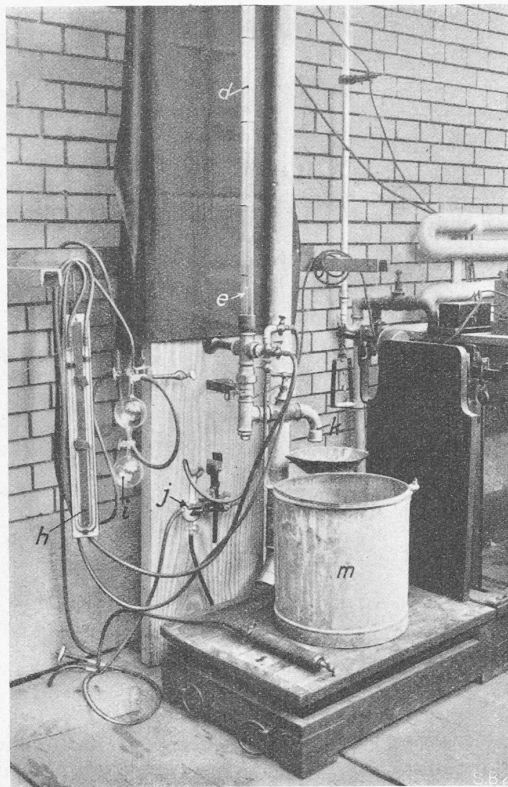
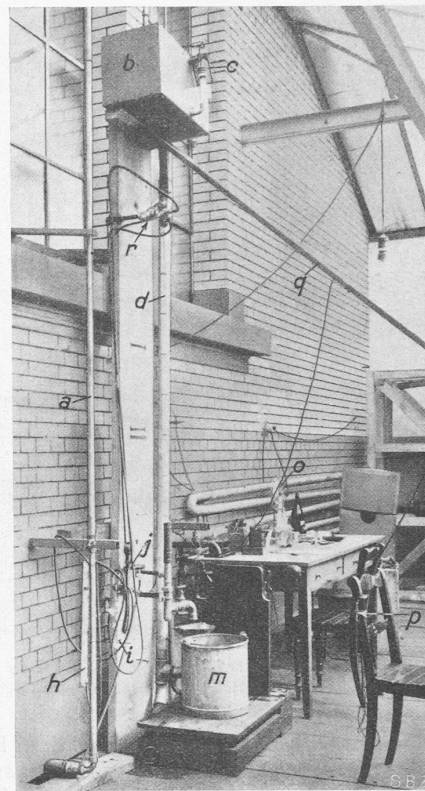


Abb. 6 und 7. Versuchseinrichtung für die Untersuchung der Bewegung von Luftblasen im Wasser.



ist die auf Grund der vorstehenden Formeln berechnete Geschwindigkeit C_e eingetragen. Die absolute Geschwindigkeit C_a der Luftblase gegenüber dem ruhenden Raum ergibt sich dann zu: $C_a = C_e - c_w$, wobei die positive Richtung im Sinne der $+Z$ -Achse (also nach aufwärts) gelten soll.

Die nun im folgenden beschriebenen Versuche sind für $\pm C_a$ durchgeführt worden. Wenn $C_a = 0$, d. h. $C_e = c_w$ ist, so schwebt die Luftblase.

III. DIE VERSUCHE.

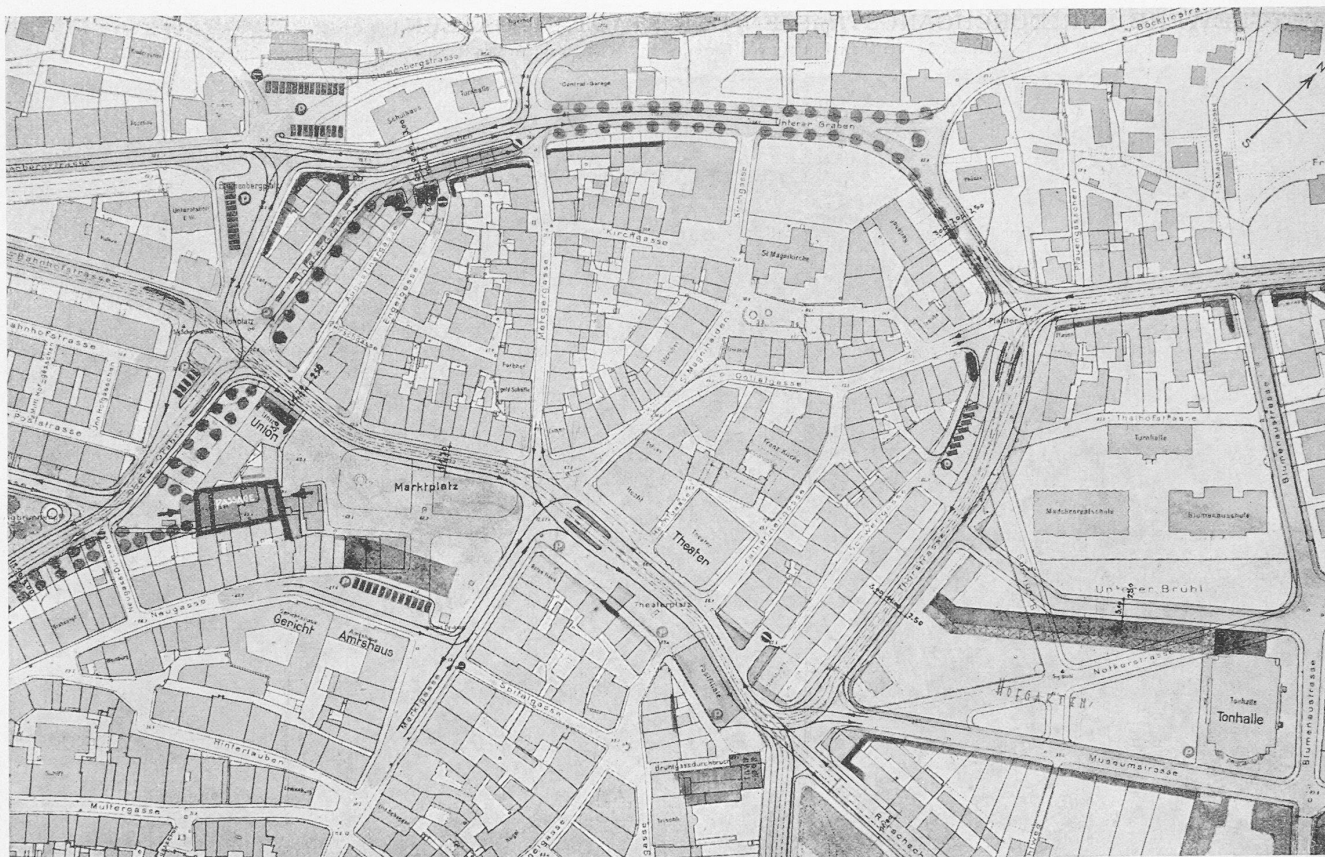
Die Versuche wurden in der hydraulischen Abteilung des Maschinenlaboratoriums der Eidg. Techn. Hochschule durchgeführt. Der Aufstieg der Luftblasen wurde in einem rd. 1800 mm langen Glasrohr von 27 mm lichte Durchmesser beobachtet. An dem Glasrohr waren alle 200 mm feste Marken angebracht. Die Zeit, die die Luftblase brauchte, um von Marke zu Marke zu gelangen, wurde mittels eines Bandchronographen registriert. Das Glasrohr mündete oben in einen Behälter, der einen kleinen Ueberlauf hatte, sodass die obere Wasserspiegelhöhe während der Versuche genau konstant gehalten werden konnte. Die Bestimmung der Wassergeschwindigkeit im Glasrohr erfolgte, wie bereits erwähnt, durch genaue Messung mittels Abwiegen des pro Zeiteinheit durchfließenden Gewichtes, und unter Berücksichtigung des mittleren lichten Rohrdurchmessers des Glasrohres. Einige Schwierigkeiten bereitete anfangs die Herstellung möglichst gleichbleibender Luftblasen und deren störungsfreie Einführung in das Wasser im Glasrohr. Dank der Initiative und der Geschicklichkeit des die Versuche durchführenden Dipl. Masch.-Ing. R. Gregorig, dem ich auch an dieser Stelle für die sorgfältige und verständnisvolle Mitarbeit bestens danke, gelang es dann auch, diese Schwierigkeit zu überwinden. Für die Herstellung der Luftblase und deren Einführung in das Wasser diente dann schliesslich eine Einspritzdüse *e* (s. Abb. 4) oder *f* (s. Abb. 5). Je nachdem, ob die Blasengeschwindigkeit C_e grösser oder kleiner als die Wassergeschwindigkeit c_w war, musste eben die Blase unten (Abb. 6) oder oben bei *r* (Abb. 7) in das Glasrohr eingeführt werden. Die nötige Luft lieferte der Druckluftbehälter *i* (Abb. 6),

der durch eine starke Drosselstelle *g* (Abb. 4 und 5) mit der Einspritzdüse *e* oder *f* in Verbindung stand. Die Grösse der Drosselung war massgebend für die Erzeugungsdauer einer Blase. Zur Entwässerung der Luftdruckleitungen diente der Wasserabscheider *j* und zur Druckdifferenzkontrolle das Quecksilbermanometer *h* (Abb. 6). In Abb. 7 ist die gesamte Versuchseinrichtung dargestellt. Durch das Rohr *a* erfolgte die Zuführung des Wassers aus der städt. Wasserleitung in den Behälter *b* mit Ueberlauf *c*; dann strömte das Wasser durch das Glasrohr *d* und durch den Schwenkarm *k* in den Messbehälter *m*.

Mit dieser Einrichtung war es möglich, die verschiedensten Wassergeschwindigkeiten im Glasrohr einzustellen und auch konstant zu halten, sowie Luftblasen konstanter Grösse zu erzeugen. Eingehende Vorversuche hatten nämlich gezeigt, dass das Verhalten der Luftblase sehr von ihrer Grösse abhängig ist. Ebenso wurde festgestellt, dass die kleinste Verunreinigung der Einspritzdüse auf die Grösse der Blase einwirkt. Die Düse wurde daher öfters mit Druckluft nachgespült. Es konnte während der Versuche an der Mündung der Einspritzdüse ein interessanter Schwingungsvorgang festgestellt werden, indem ganz regelmässig beim Ablösen der Luftblase von der Düsenmündung das Wasser etwa 2 bis 3 mm in die Düse eindrang, dann aber durch die expandierende Luft langsam wieder herausgedrängt wurde. Um alle Fremdeinflüsse nach Möglichkeit auszuschalten, wurde dafür gesorgt, dass allfällige an der Wandung des Glasrohres anhaftende Luftbläschen restlos entfernt waren.

Ueber die Messgenauigkeit ist folgendes zu sagen. Die zum Abwiegen des pro Zeiteinheit durch das Glasrohr fließenden Wassergewichtes verwendete Waage hatte eine relative Genauigkeit von $\pm 1/1000$.¹⁾ Die Zeitmessung mittels des Bandchronographen *o* hatte eine relative Genauigkeit von $\pm 0,15/1000$. Ein schräggestellter Spiegel *q* getatete dem auf dem Stuhle sitzenden Beobachter die Verfolgung der Bewegung der Blase im Rohr; das Vorbeigehen einer Blase an einer Marke des Rohres wurde mittels des elektrischen Kontaktes *p* auf das Band des Chronographen

¹⁾ Ohne die in Abb. 6 aus Versehen aufgelegte Luftpumpe. Red.



1. Rang (II. Preis, 4500 Fr.), Entwurf Nr. 12. Verfasser Heinrich Riek, Arch., St. Gallen; Mitarbeiter Prof. Friedrich Hess, Zürich, und Ing.-Bureau Scheitlin & Hotz, St. Gallen. — Uebersichtsplan der Altstadt, 1 : 3000.

NACHSCHRIFT:

Da ich infolge Abwesenheit die Korrekturfahnen nicht persönlich durchsehen konnte, war es mir nicht mehr möglich, ein erst nachträglich festgestelltes Versehen rechtzeitig richtig zu stellen.

Bei der Berechnung der infolge der Expansionsarbeit der Luftblase eintretenden Niveauerhöhung kommt zur Hebearbeit des Wassers noch die Ueberwindung des atmosphärischen Luftdruckes hinzu. Die Gleichung muss also heissen:

$$\frac{\pi}{4} D^2 \Delta h \frac{\Delta h}{2} \gamma_w + \frac{\pi}{4} D^2 p_a \Delta h = A G$$

wo p_a den atmosphärischen Luftdruck in kg/m^2 bedeutet.

Man erhält dann:

$$\frac{\pi}{4} D^2 \left[\frac{\Delta h^2}{2} \gamma_w + p_a \Delta h \right] = A G$$

und daraus:

$$\gamma_w \Delta h^2 + 2 p_a \Delta h = \frac{8 A G}{\pi D^2}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich dann Δh berechnen und es ergibt sich bei einer Luftblase von $d = 4 \text{ mm}$ bei einer Temperatur von 12°C , einem Anfangsdruck $p_1 = 1,2365 \text{ kg/cm}^2$ und einem Enddruck $p_2 = 1,000 \text{ kg/cm}^2$ für den Rohrdurchmesser $D = 27 \text{ mm}$:

$$\Delta h = 0,0139 \text{ mm (anstatt } 14 \text{ mm).}$$

Die Erhöhung des Wasserspiegels infolge der Expansion der Luftblase ist also so klein, dass man sie ohne weiteres vernachlässigen darf.

Wettbewerb für Durchgangstrassen in der Stadt St. Gallen.

Wenn es auch Aufgabe in diesem Wettbewerb war, für durchgehenden und örtlichen Verkehr im weitem Umkreis (vergl. Uebersichtsplan auf Seite 186) Vorschläge zu machen, so konzentrierte sich das Hauptaugenmerk doch auf den besondern Teil der Aufgabe, die Verkehrsregelung im und durch den in St. Gallen sehr klar ausgeprägten Stadtkern. Zur Orientierung für Fernerstehende zeigen wir in nebenstehendem Plan von St. Gallen vor hundert Jahren (Abb. 1), wie bis dahin die mittelalterliche Stadt gewachsen war, naturgemäss, durch jahringartigen, einseitigen Ansatz der Häuserzeilen nordwärts des am Südrand des flachen Talbodens liegenden Klosters, der Urzelle St. Gallens. Im X. Jahrhundert war der rundliche Stadtkörper geschlossen bis zum heutigen Marktplatz, vergl. Abb. 2. Im XV. Jahrhundert wurde der nördliche Appendix in die Umwallung miteingeschlossen, wodurch der zwischen den beiden



Abb. 1. St. Gallen im Jahre 1830. — Masstab 1 : 15000.