

Eine rein geometrische Darstellung der Coulomb'schen Erddruck-Theorie

Autor(en): **Pasternak, Peter**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **93/94 (1929)**

Heft 5

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-43388>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

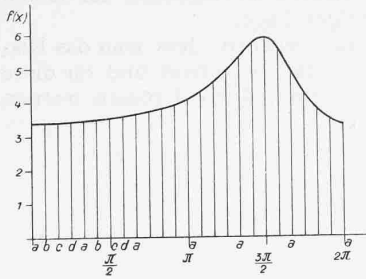


Abb. 4.

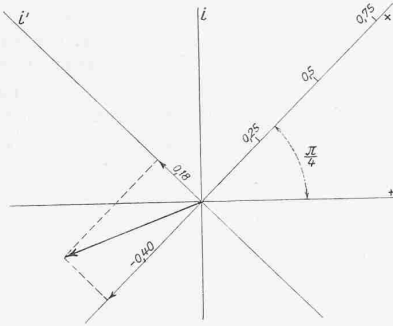


Abb. 5.

$$r_k = f'_{km} [e^{i\lambda x_k} - e^{i\lambda x_{k-1}}]$$

$$= \frac{f_k - f_{k-1}}{2\pi} [e^{i\lambda k \frac{2\pi}{4\lambda}} - e^{i\lambda (k-1) \frac{2\pi}{4\lambda}}]$$

$$= \frac{2\lambda}{\pi} (f_k - f_{k-1}) e^{i \frac{k\pi}{2}} [1 - e^{-i \frac{\pi}{2}}]$$

Weiterhin gilt $1 - e^{-i \frac{\pi}{2}} = 1 - (-i) = 1 + i = \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}}$ sodass

$$r_k = \frac{2\lambda}{\pi} \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}} (f_k - f_{k-1}) e^{i \frac{k\pi}{2}}$$

und

$$R_\lambda = \frac{1}{\pi \lambda^2} \sum r_k = \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2 \lambda} e^{i \frac{\pi}{4}} \sum_{k=1}^n (f_k - f_{k-1}) e^{i \frac{k\pi}{2}}$$

Die Multiplikation mit $e^{i \frac{\pi}{4}}$, die einer Verdrehung um 45° in positiver Richtung entspricht, wird vorteilhaft von Anfang an in der Weise berücksichtigt, dass das Koordinatensystem, in dem die Summe bestimmt werden soll, entsprechend gedreht wird. In dieser letzten ist nun für

$$k_a = 0,4,8, \dots, 4n \quad e^{i k \frac{\pi}{2}} = 1$$

$$k_b = 1,5,9, \dots, 4n-1 \quad e^{i k \frac{\pi}{2}} = i$$

$$k_c = 2,6,10, \dots, 4n-2 \quad e^{i k \frac{\pi}{2}} = -1$$

$$k_d = 3,7,11, \dots, 4n-3 \quad e^{i k \frac{\pi}{2}} = -i$$

Demgemäss stellt sich die Summe dar als

$$\sum_{k=1}^{4\lambda} = \sum (f_{ka} - f_{ka-1}) - \sum (f_{kc} - f_{kc-1}) + i [\sum (f_{kb} - f_{kb-1}) - \sum (f_{kd} - f_{kd-1})]$$

wobei aber offenbar

$$f_{ka-1} = f_{kd} \quad f_{kc-1} = f_{kb}$$

$$f_{kb-1} = f_{ka} \quad f_{kd-1} = f_{kc}$$

und somit

$$\sum_{k=1}^{4\lambda} = \sum_{k=1}^{4\lambda} (f_{ka} + f_{kb}) - (f_{kc} + f_{kd}) + i \sum_{k=1}^{4\lambda} (f_{kb} + f_{kc}) - (f_{kd} + f_{ka})$$

Man hat also lediglich das Diagramm in 4λ gleich breite Streifen zu teilen, die Ordinatenwerte nach a, b, c, d zu ordnen und die Einzelsummen $\sum f_{ka}, \sum f_{kb}, \sum f_{kc}, \sum f_{kd}$ zu bilden, die entsprechend zusammengefasst dann als reelle und imaginäre Komponente in ein um 45° gedrehtes Koordinatensystem eingetragen werden und deren geometrische Resultierende im ursprünglichen Koordinatensystem die mit $\frac{\pi^2 \lambda}{2\sqrt{2}}$ multiplizierte harmonische Komponente λ -ter Ordnung in richtiger Phase darstellt.

Wie man sich leicht überlegt, läuft die obige Bildung der Komponenten auf die Aufsuchung der Flächendifferenzen benachbarter Trapeze hinaus, deren Summe dann den wesentlichen Bestandteil der Fourier-Koeffizienten ausmacht.

Abbildung 4 zeigt die Anwendung des Verfahrens auf die gleiche Kurve wie in Abbildung 1 für die sechste Harmonische, $\lambda=6$. Die Ordinatenwerte sind:

a	b	c	d
3,39	3,39	3,39	3,42
3,46	3,49	3,56	3,62
3,65	3,72	3,81	3,95
4,08	4,31	4,56	4,96
5,33	5,81	5,90	5,62
4,78	4,22	3,76	3,48
29,94	24,98	25,05	24,69

Also $\sum (f_a + f_b) = 49,63$
 $-\sum (f_c + f_d) = -50,03$

reeller Teil = $-0,40$

ebenso $\sum (f_b + f_c) = 49,92$
 $-\sum (f_d + f_a) = -49,74$

imaginärer Teil = $0,18$

Die beiden Vektorkomponenten sind in Abbildung 5 in ihrem Koordinatensystem eingetragen und ergeben damit im richtigen Axsystem den Summenvektor

$$\sum r_k = 0,445 e^{i 201 \frac{\pi}{180}}$$

der durch Multiplikation mit $\frac{2\sqrt{2}}{6\pi^2}$ in

$$R_6 = 0,0212 e^{i 201 \frac{\pi}{180}}$$

$$a_6 = -0,0076$$

$$b_6 = -0,0199$$

übergeht.

Bei der Anwendung darf jedoch nicht die Voraussetzung der Methode ausser acht gelassen werden, dass $f'(x)$ innerhalb eines Intervalls als konstant betrachtet werden dürfe. Würde z. B. eine Schwingungsform zur Untersuchung vorliegen, in der die gesuchte Harmonische sich schon deutlich heraushebt, wie es der Fall ist, wenn sich diese in der Nähe der Resonanz befindet, so müsste eine noch engere Unterteilung vorgenommen werden. Verwendet man 8λ Intervalle, so würde sich wieder eine ganz ähnliche Lösung wie die obige für 4λ herstellen lassen.

Eine rein geometrische Darstellung der Coulomb'schen Erddruck-Theorie.

Zur bezüglichen Abhandlung von Dr. Ing. P. Pasternak auf Seite 219 letzten Bandes (4. Mai 1929) erhalten wir die folgende Zuschrift:

In der Abhandlung von Dr. Ing. Peter Pasternak ist ein Verfahren angegeben, wie man den Satz von Rebhann unmittelbar ablesen kann. Meistens leitet man zwar den Satz analytisch her; Dr. Fritz Postuwanschitz, weiland Professor in Graz, leitete ihn in seinen Vorlesungen geometrisch ab. Ich werde hier ein ähnliches unmittelbares Ablesen zeigen (Abb. 1).

Durch den Punkt A (Schnittpunkt der Gleitlinie mit der Bodenlinie) zieht man Parallele zur Stellungslinie. Das Dreieck OAB ist ähnlich dem Kräfte-dreieck. Dann ist

$$G = x \lambda \gamma$$

$$\text{oder } F = x \lambda$$

G ist dabei das Gewicht des Gleitprisma, F also der Querschnitt dieses Prisma, λ ein Multiplikator.

Weiter ist

$$E = y \lambda \gamma \quad \text{oder} \quad F_E = y \lambda$$

„Nach Coulomb ist die Gleitlinie so auszuwählen, dass E den Grösstwert annimmt.“¹⁾ Man zieht eine Parallele zur Böschungslinie (Erddruck E ändert sich nicht) und bekommt mit der neuen Gleitlinie den Schnittpunkt C. Dann ist

$$-dF = AC \lambda \quad \text{oder} \quad -dG = AC \lambda \gamma$$

Es ist ersichtlich, dass

$$-dF = AC \frac{h}{2}$$

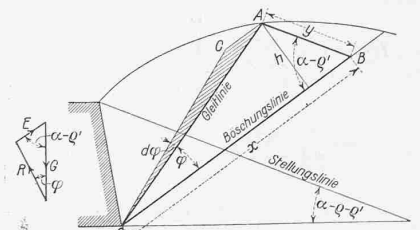


Abb. 1.

$$d. h. \quad \lambda = \frac{h}{2}; \quad \text{somit} \quad F = x \frac{h}{2}$$

„Die Bruchfuge ist so einzulegen, dass der Querschnitt des Bruchprisma inhaltsgleich wird mit dem Dreieck begrenzt von der Bruchfuge, der Böschungslinie und der Parallelen zur Stellungslinie.“¹⁾ Das ist der Satz von Rebhann.

Belgrad, 26. Juni 1929. Dr. Ing. Ivan Pajič.

*

Hierzu erwidert Dr. Pasternak folgendes:

Der Text und die Abbildung des Herrn Dr. Ing. Pajič bilden keinen zweiten geometrischen Beweis des Satzes von Rebhann; denn man darf wohl unmittelbar

$$dF = \frac{h}{2} dx, \text{ aber keineswegs auch}$$

$$dF = \lambda dx \text{ setzen, weil in}$$

$$F = \lambda x \text{ beide Faktoren variabel sind.}$$

Der Beweis lässt sich aber, in der gewiesenen Richtung, ebenfalls sehr leicht und rein geometrisch durchführen

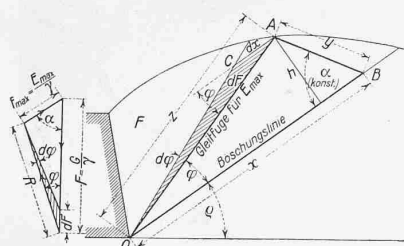


Abb. 2.

(Abb. 2). Hierzu hat man nur zu bemerken, dass die auf die Flächen reduzierten Kraftdreiecke für E_{\max} und für eine unendlich benachbarte Gleitfuge die selbe Seite f_{\max} haben ($df = 0$) und in ihrer Differenz

ein unendlich schmales Dreieck mit der Seite dF bilden, das zum Dreieck dF zwischen den Gleitfugen mit demselben Seitenverhältnis

$$\lambda = \frac{R}{Z} = \frac{F}{x} = \frac{f_{\max}}{y} = \frac{dF}{dx}$$

ähnlich ist. Also darf an der Stelle mit f_{\max} in der Tat $dF = \lambda dx$ gesetzt werden, woraus dann in Verbindung mit $dF = \frac{h}{2} dx$:

$$F = \lambda x = \frac{hx}{2} \text{ und } f = \frac{h}{2} y \text{ folgt.}$$

Wenn auch dieser zweite rein geometrische Beweis den Reiz des Zusammenhanges mit der Culmann'schen Linie verliert, ist er von einer solch überraschenden Einfachheit, dass er in Fachkreisen allgemein bekannt zu werden verdient.

Zürich, den 2. Juli 1929.

Dr. Ing. P. Pasternak.

Ideen-Wettbewerb für einen Stadtbauplan der Stadtgemeinde Luzern.

Bericht des Preisgerichtes.

Das Preisgericht begann seine Arbeit Montag den 25. März 1929, vormittags. Es waren folgende 15 Projekte eingegangen, die in der Turnhalle des Pestalozzischulhauses übersichtlich zur Aufstellung kamen: Nr. 1 „Plus 24000“, 2 „Zielbewusst“, 3 „Reuss“, 4 „Leodegar“, 5 „Wohn- und Fremdenstadt“, 6 „1939“, 7 „Bucheli“, 8 „Zukunftsblick“, 9 „An sonnigen Halden“, 10 „Stadtgemeinde“, 11 „Richtlinien“, 12 „Föhn“, 13 „St. Leodegar“, 14 „Entwicklung“, 15 „Rigi“.

Nr. 8 erwies sich als unvollständig in bezug auf das verlangte Planmaterial und musste deshalb von der Beurteilung ausgeschlossen werden.

Nr. 10. Bei diesem Projekt konnte der Zeitpunkt der Ablieferung nicht festgestellt werden, da es erst nach dem Ablieferungstermin in einem Zimmer des Stadthauses aufgefunden wurde. Das Projekt musste daher als verspätet eingereicht angesehen werden, wird aber trotzdem zur Beurteilung zugelassen.

Das eingehende Studium der Entwürfe, jeweilen unterbrochen durch Besichtigungen an Ort und Stelle, ergab die Ausscheidung von neun Projekten, nämlich:

¹⁾ Im Wortlaut zitiert aus der Abhandlung von Dr. Pasternak.

Nr. 1. Der Verfasser hat sich mit der Ausgestaltung des Strassenetzes zu wenig auseinandergesetzt. Als nennenswerter Vorschlag ist einzig die Verbindung Maihofstrasse-Spitalstrasse vorhanden, die aber ohne Rücksicht auf das Gelände trassiert ist. Auch im übrigen enthält das Projekt keine besonders beachtenswerten Vorschläge.

Nr. 2. Vorschläge für die Bahnanlage phantastisch, für Bebauung und für Spiel- und Sportplätze unannehmbar.

Nr. 4. Zu starke Eingriffe in die bestehenden Verhältnisse.

Nr. 5. Weder für die Verbesserung des Hauptstrassenetzes noch für die Bebauung bemerkenswerte Vorschläge.

Nr. 10. Allzu schematische Aufteilung ohne Rücksicht auf das Gelände und bestehende Verhältnisse.

Nr. 12. Bebauung in vernünftigen Grenzen, ausgenommen im Gebiet Geissenstein und Bodenhof. Vorgeschlagene neue Spreuerbrücke nicht annehmbar; Niederlegung der Kaserne ohne Verkehrsverbesserung. Entlastungstrasse auf dem rechten Reussufer fehlt. Mangelhafte Behandlung des linken Seeufers.

Nr. 13. Ueberdeckung des Himmelrich-Bahneinschnittes nicht zulässig. Unförmliche Baublöcke, Niederlegung wertvoller Privatbauten ohne Erzielung wesentlicher Vorteile. Lösung des Stiftsareals und des Bahnhofplatzes unbeholfen.

Nr. 14. Geländeaufschliessung, Ueberbauung und Grünanlagen im Tribtschenhorn ohne Verständnis. Schlechte Ufergestaltung. Detailvorschläge unbefriedigend.

Zur engern Wahl verbleiben sechs Projekte, die folgendermassen beurteilt werden:

Nr. 3 „Reuss“. Die Verbindung Maihof-Spitalstrasse über Hinterbruchtal nimmt auf die Geländebeziehungen wenig Rücksicht, ebenso die Verbindung am rechten Reussufer, die hinter Lochhof durchführt, sowie die Ueberbrückung der Reuss und Emme. Für den Durchgangsverkehr St. Karlibrücke-Unterer Hirschengraben zieht der Verfasser die Sentimattstrasse in Betracht. Eine neue Parallelstrasse zur Horwerstrasse ist nicht begründet. Als Verkehrsverbesserung im Stadttinnern muss der Vorschlag für die Umänderungen bei der Reussbrücke abgelehnt werden. Die mit den Strassenführungen vorgesehenen baulichen Umänderungen sind vielfach nicht begründet, z. B. die Abtragung der Kaserne, die Niederlegung des Stadttheaters und die Erweiterung des Löwenplatzes. Für die künstliche Ausbuchtung am Alpenquai fehlt die Begründung. Die Verlegung der Werfte in die Tribtschenbucht ermöglicht eine klare, flüssige Lösung für den Alpenquai. Die Hafenanlage wird als unzweckmässig abgelehnt. Die Verkleinerung des Bahngeländes durch die Diagonalstrasse mit Zuteilung von Baugelände ist ausgeschlossen. Der Gedanke, den Güterbahnhof durch eine Bebauung gegen den See hin zu begrenzen, ist anzuerkennen. Die vollständige Freihaltung des Brühlmooses geht zu weit, die Anlage einer Fest- und Sportwiese ist an dieser Stelle nicht erwünscht. Die Schlachthausanlage ist in Ebikon vorgesehen. Die Katholische Kirche ist zu ablegen und die Protestantische Kirche dem Strassenlärm ausgesetzt. Die geschlossene Bebauung ist richtig abgegrenzt. Die vorgesehene Bebauung am Eingang des Würzenbachtals ist im Hinblick auf die sehr langsame Bevölkerungszunahme und aus Rücksicht auf das hochwertige nachbarliche Bauland gegen die Halde nicht angezeigt. Die Aufschliessung und Begrenzung der Baugebiete der offenen Bauweise ist nicht nach Programm durchgeführt. An den wenigen Stellen, wo eine Bebauung angedeutet ist, sind die Häuserreihen oft ohne Rücksicht auf das Gelände gestellt. Die teilweise Ueberbauung der Allenwindenkuppe ist zu beanstanden. Der Freihaltung des Bahnhofplatzes ist zuzustimmen. Entgegen dem Vorschlag des Verfassers soll der Platz östlich des Aufnahmegebäudes für ein öffentliches Gebäude und nicht für einen Wohnblock in Betracht gezogen werden. Die Zusammenfassung der Gebäude der Landungsstellen ist näherer Prüfung wert. Auf die gedeckte Verbindung zwischen Ostausgang des Bahnhofes und Schiffplände ist zu verzichten. Die Verkehrsregelung auf dem Bahnhofplatz ist nicht derart, dass der Verkehr eindeutig geleitet wird; besonders ungünstig ist für den Fussgänger das Ueberschreiten des Fahrverkehrs Pilatusstrasse-Seebrücke in den beiden Richtungen. Die Strassenbahn muss auf der Seebrücke zur klaren Trennung des Fahrverkehrs in die Mitte der Fahrbahn verlegt werden. Die vorgesehene Abdringung der Stiftstrasse nach Westen mit Ausmündung auf die Löwenstrasse ist gut. Die Verlegung der Strassenbahn aus der Alpenstrasse in die Löwenstrasse bringt keine Vorteile; der Fahrverkehr an der Ost-ecke des Verwaltungsgebäudes der S. B. B. würde beeinträchtigt.