

Die praktische Berechnung auf Winddruck der durch mehrere Querriegel versteiften Brücken-Zwillingsgewölbe

Autor(en): **Pasternak, Peter**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **91/92 (1928)**

Heft 18

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-42598>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INHALT: Die praktische Berechnung auf Winddruck der durch mehrere Querriegel versteiften Brücken-Zwillingsgewölbe. — Wettbewerb für ein Altersasyl der Stadt Luzern. — Zum Bau-Einsturz an der Poricstrasse in Prag. — Mitteilungen: Eisenbahn und Automobil. Der Bergsturz am Motto d'Arbino bei Bellinzona. Das neue Kantonschulgebäude in Winterthur. Kompressorloser Dieselmotor

von 11000 PSe. Bezirksschulgebäude Lenzburg. Vom Ritorwerk. Die Automobilstrasse Bonn-Köln-Düsseldorf. — Nekrologie: Camille Martin. — Korrespondenz. — Wettbewerbe: Kleinere Trinkbrunnen für Zürich. — Literatur. — Schweizer. Verband für die Materialprüfungen der Technik. — Mitteilungen der Vereine: Technischer Verein Winterthur. Zürcher Ingenieur- und Architekten-Verein. S. T. S

Band 92.

Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Nr. 18

Die praktische Berechnung auf Winddruck der durch mehrere Querriegel versteiften Brücken-Zwillingsgewölbe.

Von Dr. Ing. PETER PASTERNAK, Privatdozent für Eisenbetonbau und technische Statik an der E. T. H., Zürich.

Die allgemeinen Ansätze der energetischen Statik gestatten im Prinzip die Berechnung jedes noch so hochgradig statisch unbestimmten ebenen oder räumlichen Stabtragwerkes durch allgemeine Elastizitätsgleichungen. In der zahlenmässigen Durchführung des allgemeinen Verfahrens stösst man aber auf Schwierigkeiten, die mit dem Anwachsen der Zahl der Ueberzähligen die Rechnung praktisch fast verunmöglichen. Versagt also die allgemeine Methode? — Dies muss entschieden verneint werden, obwohl einige neuere Veröffentlichungen diesen Eindruck erwecken und die allgemeine Methode durch weniger geeignete Sonderverfahren ersetzen wollen.

Der Misserfolg in solchen Fällen liegt einfach an der ungeeignet getroffenen Wahl der Ueberzähligen, die eben zu unübersichtlichen Elastizitätsgleichungen mit einer grossen Zahl voneinander verschiedenen Matrixvorzahlen führt, denen man allfällige Fehler nur schwer anmerken kann. Man wird deswegen auf diese Fehler, die trotz aller Systematik selbst noch nach jahrelanger Übung unvermeidlich sind, erst am Schlusse der Berechnung durch hervortretende Unstimmigkeiten in den Ergebnissen aufmerksam gemacht und muss die gesamte, oft tagelang dauernde Berechnung nochmals durchgehen oder gar vollständig wiederholen.

Für die Praxis ist es deswegen von grösster Bedeutung, dass für die wichtigsten statisch unbestimmten Tragwerke und ihre wichtigsten Belastungsfälle die geeignetste Wahl der Ueberzähligen ein für allemal erforscht wird, in dem Sinne, dass die Rechnung durch möglichst einfache und übersichtliche Elastizitätsgleichungen in festliegender, integrierter Form genau oder mit für praktische Zwecke genügender Genauigkeit ermöglicht wird.

Dieses praktische Ziel ist für die ebenen Tragwerke, wie sie besonders der Eisenbetonbau geschaffen hat, heute fast vollständig erreicht. Auf dem Gebiete der räumlichen Tragwerke stecken wir aber leider in dieser Hinsicht noch ganz in den Anfängen. Dies liegt wohl daran, dass die praktischen Statiker, denen man die Fortschritte in unsern Berechnungsmethoden zum grössten Teil zu verdanken hat, vor der unheimlich anwachsenden Anzahl der Ueberzähligen beim Uebergang zu den Raumtragwerken zurückschrecken und deswegen den naheliegenden Versuch der Uebertragung bewährter ebener Verfahren auf den Raum unterlassen.

Für die durch mehrere Querriegel versteiften, durch Windkräfte beanspruchten Brücken-Zwillingsgewölbe ist das vorgezeichnete Ziel leicht zu erreichen. Besteht doch schon rein äusserlich eine grosse Aehnlichkeit zwischen diesen räumlichen Stabkonstruktionen und den *symmetrischen* ebenen Rahmenträgern wie Stockwerkrahmen und Vierendeelträgern, deren einfachste Berechnung vermittelt dreigliedriger Elastizitätsgleichungen der Praxis wohl bekannt ist.¹⁾ In der Tat lässt sich auch eine innere, d. h. statische Verwandtschaft der symmetrischen gekrümmten oder räumlichen Rahmenträgern mit den entsprechenden ebenen Trägern aufdecken, die zu einer überaus einfachen Berechnung der Windbeanspruchung querversteifter Zwillingsbogen führt.

¹⁾ Vergl. z. B. des Verfassers „Berechnung vielfach statisch unbestimmter biegefechter Stabtragwerke“, Seite 222 und folg., Verlag A.-G. Gebr. Leemann & Co., Zürich 1927.

Wir behandeln zwei im Brückenbau besonders häufig vorkommende Fälle:

A. Die Axen der gleich ausgebildeten Bogen liegen in parallelen Vertikalebene. Dies ist die gewöhnliche Anordnung bei angehängter Fahrbahn (vergl. Abb. 1 auf Tafel I, Seite 224).

B. Die vertikalen Ebenen der gleichseitig liegenden Bogenaxenhälften sind gegeneinander geneigt (Abb. 4 auf Tafel II, Seite 225). — Eine solche Gewölbespreizung wird bei oben liegender Fahrbahn und grösseren Spannweiten aus wirtschaftlichen, Stabilitäts- und auch ästhetischen Gründen zur Anwendung gelangen. Freilich verursacht die Bogenspreizung auch Zusatzspannungen in den Gewölbeebenen infolge der Vertikalbelastungen. Doch fallen diese Nebenspannungen aus dem Rahmen unseres heutigen Thema und wir werden uns an anderer Stelle darüber äussern.

In beiden genannten Fällen sind ausserdem zwei gebräuchliche Querriegel-Anordnungen — die vertikale (in den Abb. 1 und 4 links) und jene senkrecht zur Bogenaxe (in den Abb. 1 und 4 rechts) — zu berücksichtigen.

Die Berechnung auf Winddruck beider Zwillingsbogentypen stützen wir auf folgende grundlegende Annahmen:

1. Den auf die Gewölbeansichtsflächen stetig verteilt wirkenden Winddruck ersetzen wir durch horizontale, längs der Riegelaxen in den Knotenpunkten angreifende Einzelkräfte. Ebenso sollen an den gleichen Stellen auch die auf den Ueberbau wirkenden Windkräfte auf das Gewölbe übertragen werden, falls die Fahrbahn nicht selbst als Windträger ausgebildet wird.

Bei der vorausgesetzten Spiegel-Symmetrie der Gesamtkonstruktion in Bezug auf ihre vertikale Mittel-Längsschnittebene (deshalb die Bezeichnung „Zwillingsbögen“) hat diese Annahme zur Folge, dass beide Bogen genau gleich, bzw. antisymmetrisch beansprucht werden und dass die Mitten der Querriegel nur eine horizontale, sonst aber keine elastische Verschiebung erleiden. Die Querriegelmitten sind also Momenten-Nullstellen, selbst bei Berücksichtigung der gegensätzlich gleichen vertikalen Durchbiegungen der Bogen.

Der Ersatz der verteilten Windbelastung durch konzentrierte Knotenlasten hat bei den kleinen spezifischen Werten der Windkräfte (100 bis 250 kg/m²) nur einen verschwindend kleinen Einfluss auf die zu errechnende Windbeanspruchung der Bogenkonstruktion. Eine genaue Berücksichtigung kann übrigens nach der folgenden Methode leicht erfolgen, doch lohnt sie sich nicht. Es genügt die Korrektur vermittelt der Einspannmomente der Bogenstäbe bei Annahme starrer Einspannung.²⁾

2. Die Vertikalverschiebungen der Knotenpunkte werden vernachlässigt und nur eine Horizontalverschiebung längs der Riegelaxen angenommen. Diese zweite, wichtigere Annahme findet ihre Begründung in der Kleinheit der aus den Windkräften sich ergebenden Zusatzbelastungen in den Bogenebenen und in der gewöhnlich viel grösseren Biegesteifigkeit der Bogen in ihren Ebenen gegenüber jener in der Querrichtung.

²⁾ Bei grösserem Abstand der Bogenrippen ist es besonders im Fall A ratsam, mit dem vollen Winddruck auf *beide* Rippen zu rechnen. Die genau gleiche Beanspruchung der Zwillingsbogen trifft dann in aller Schärfe zu, ohne dass hierfür der Ersatz der verteilten Windbelastung durch Knoten-Einzellasten nötig wird.

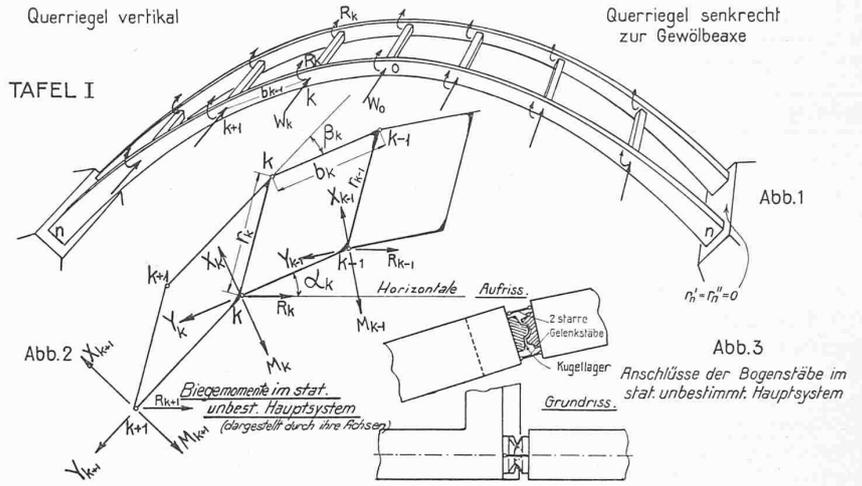
Bei grössern Spannweiten übertragen zwar die den Kämpfern benachbarten Querriegel beträchtliche Windauflagekräfte auf die Gewölbe, doch wirken diese Kräfte nahezu in den Gewölbeaxen — besonders bei zu diesen senkrechten Riegeln — sodass nur sehr geringe Biegemomente, also auch gegenüber elastischen Querverschiebungen vernachlässigbare Deformationen in den Bogenebenen entstehen. Bei horizontalen Windbelastungen dürfen wir deswegen die Bogen in ihren Ebenen, mit verschwindend kleinem Fehler, als starr auffassen.

Die Annahmen unter 1. und 2., deren Berechtigung durch genau, mit allgemeinen Elastizitätsgleichungen durchgeführte Berechnungen ihre volle Bestätigung gefunden hat — ich erinnere an die Arbeiten von Dr. Ing. Walter Nakonz über die Berechnung des obren Rahmenwindverbandes bei einer Eisenbetonbrücke mit angehängter Fahrbahn³⁾ und von Prof. A. Hawranek über die allgemeine Theorie der Wirkung von Querriegeln bei zweirippigen Bogenbrücken⁴⁾ — und die auch ohne weiteres aus blosser Anschauung einleuchten, ferner und vor allem die vorhandene Verwandtschaft der quer versteiften Zwillingbogen mit den ebenen Rahmenträgern führen auf folgende Berechnungsverfahren für die beiden unter A und B auseinandergehaltenen Fälle.

Fall A (Tafel I). Man wählt hier als Ueberzählige am einfachsten die auf einer Seite der Riegel in den Knotenpunkten und in den Bogen angreifenden Biegemomente X und die Torsionsmomente Y . Die Gewölbewirkung in den Bogenebenen bleibt also unter Ausschaltung der Torsions-Steiifigkeit vollkommen erhalten. Es ist nützlich, sich das gewählte statisch unbestimmte Hauptssystem durch die Abbildung 3 (auf Tafel I) zu veranschaulichen. Zur Aufstellung der Elastizitätsgleichungen ist dies nicht absolut nötig. Bei verwickelten Hauptsystemen kann sich die Veranschaulichung schwierig gestalten oder auch ganz versagen.

An Hand der Abb. 2, die die wirkenden Kräfte im Hauptssystem darstellt, und mit Hilfe der Mohr'schen Arbeitsgleichung, deren eminent praktische Bedeutung sich ganz besonders bei den Raumtragwerken zeigt, kann man das System der Elastizitätsgleichungen für die X und Y unmittelbar anschreiben. (Zur Entlastung der Abb. 2 haben wir nur die auf eine

Berechnung auf Winddruck paralleler Zwillingsgewölbe mit Querriegeln.



- 1. Grundlegende Annahme:** Knotenpunkte verschiebensich nur horizontal längs der Riegelachsen.
- 2. Wahl der Ueberzähligen:** Bei paralleler Lage der Zwillingsgewölbe wählt man am einfachsten die in den Knotenpunkten, auf einer Seite der Riegel, in den Gewölben wirkenden Quer-Biegemomente (X) & die Torsionsmomente (Y). In den Gewölbeebenen bleibt also, unter Ausschaltung der Torsionssteifigkeit, die volle Gewölbe Wirkung bestehen (siehe Abb. 3)
- 3. Bezeichnungen:**

$r' = \frac{d}{r} r$	horizontale & vertikale (bzw. tangente & normale) Biegemomenten der Riegel	} der Bogenstäbe
$r'' = \frac{e}{r} r$		
$b' = \frac{d}{b} b$	Biegemomentlänge in der Querrichtung	} der Bogenstäbe
$t = \frac{e}{b} \frac{d}{r} b = \frac{r''}{r'} \frac{b}{r}$		

- 4. Elastizitätsgleichungen:** Sie können in der Form simultaner Biegungs- & Torsionsgleichungen als virtuelle Arbeiten infolge $X_k = 1$ & $Y_k = 1$ als Belastungszustände & dem Gesamt-Belastungszustand als Verschiebungszustand unmittelbar angeschrieben werden:

a. bei vertikalen Quer-Riegeln:

Kte Biegunsgleichung: $-(r' \cos \alpha_k \cos \alpha_{k+1} + r'' \sin \alpha_k \sin \alpha_{k+1}) X_{k+1} + [r' \cos^2 \alpha_k + r'' \sin^2 \alpha_k + 6b'_k + r' \cos^2 \alpha_{k+1} + r'' \sin^2 \alpha_{k+1}] X_k - (r' \cos \alpha_k \cos \alpha_{k+1} + r'' \sin \alpha_k \sin \alpha_{k+1}) X_{k-1} + (r'_k \cos \alpha_k \sin \alpha_{k+1} - r''_k \cos \alpha_{k+1} \sin \alpha_k) Y_{k+1} - (r'_k \cos \alpha_k \sin \alpha_{k+1} - r''_k \cos \alpha_{k+1} \sin \alpha_k) Y_k + (r'_k \cos \alpha_k \sin \alpha_{k+1} - r''_k \cos \alpha_{k+1} \sin \alpha_k) Y_{k-1} - [(r'_k \cos^2 \alpha_{k+1} + r''_k \sin^2 \alpha_{k+1}) M_{k+1} + (R_k r'_k - R_{k+1} r''_k) \sin \alpha_k] = 0$

Kte Torsionsgleichung: $-(r'_k \sin \alpha_k \sin \alpha_{k+1} + r''_k \cos \alpha_k \cos \alpha_{k+1}) Y_{k+1} + [r'_k \sin^2 \alpha_k + r''_k \cos^2 \alpha_k + 6t_k + r'_k \sin^2 \alpha_{k+1} + r''_k \cos^2 \alpha_{k+1}] Y_k - (r'_k \sin \alpha_k \sin \alpha_{k+1} + r''_k \cos \alpha_k \cos \alpha_{k+1}) Y_{k-1} + (r'_k \sin \alpha_k \cos \alpha_{k+1} - r''_k \cos \alpha_{k+1} \sin \alpha_k) X_{k+1} - (r'_k \sin \alpha_k \cos \alpha_{k+1} - r''_k \cos \alpha_{k+1} \sin \alpha_k) X_k + (r'_k \sin \alpha_k \cos \alpha_{k+1} - r''_k \cos \alpha_{k+1} \sin \alpha_k) X_{k-1} + (R_k r'_k - R_{k+1} r''_k) \cos \alpha_k = 0$

b. bei normal zur Bogenachse lieg. Riegeln: mit $\frac{d}{2} = r$

Kte Biegunsgleichung: $(r'_k \cos^2 \beta_{k+1} - r''_k \sin^2 \beta_{k+1}) X_{k+1} + [(r'_k \cos^2 \beta_k + r''_k \sin^2 \beta_k) + 6b'_k + (r'_k \cos^2 \beta_k + r''_k \sin^2 \beta_k)] X_k - (r'_k \cos^2 \beta_{k+1} - r''_k \sin^2 \beta_{k+1}) X_{k-1} - \frac{1}{2} \sin \beta_{k+1} (r'_k + r''_k) Y_{k+1} - \frac{1}{2} [(r'_k \sin^2 \beta_{k+1} - r''_k \cos^2 \beta_{k+1}) Y_k + \frac{1}{2} \sin \beta_k (r'_k + r''_k) Y_{k-1} - [(r'_k \cos^2 \beta_{k+1} - r''_k \sin^2 \beta_{k+1}) M_{k+1} + (R_k r'_k - R_{k+1} r''_k) \cos \beta_k] = 0$

Kte Torsionsgleichung: $-(\cos^2 \beta_{k+1} r'_k - \sin^2 \beta_{k+1} r''_k) Y_{k+1} + (r'_k \cos^2 \beta_k + r''_k \sin^2 \beta_k) Y_k + 6t_k + r'_k \cos^2 \beta_{k+1} + r''_k \sin^2 \beta_{k+1} Y_{k-1} - (r'_k \cos^2 \beta_{k+1} - r''_k \sin^2 \beta_{k+1}) Y_{k-1} + \frac{1}{2} \sin \beta_{k+1} (r'_k + r''_k) X_{k+1} - \frac{1}{2} \sin \beta_k (r'_k + r''_k) X_{k-1} + \frac{1}{2} \sin \beta_k (r'_k + r''_k) X_{k+1} + \frac{1}{2} \sin \beta_k (r'_k + r''_k) M_{k+1} + \frac{1}{2} [(r'_k \sin^2 \beta_{k+1} - r''_k \cos^2 \beta_{k+1}) M_k + R_k (r'_k \sin \beta_k + r''_k) \sin \beta_k \cos \beta_k + \cos(\alpha_k + \beta_k) \cos \beta_k \cdot r''_k] - R_{k+1} [\cos(\alpha_k + \beta_k) \cos \beta_k \cdot r'_k - \sin(\beta_k + \beta_k) \sin \beta_k \cdot r'_k] = 0$

Die ersten & letzten Gleichungen in beiden Systemen ergeben sich aus den Randbedingungen:

1.) $X_0 = X_1, Y_0 = Y_1$ und 2.) $r'_n = r''_n = 0$

- C. bei quadratischen Riegeln:** mit $r' = r''$ gehende Gleichungen unter a & b auf dasselbe nach viel einfachere simultane System über:

Kte Biegunsgleichung: $-r'_k \cos \beta_{k+1} X_{k+1} + (r'_k + 6b'_k + r'_k) X_k - r'_k \cos \beta_k X_{k+1} - \sin \beta_{k+1} r'_k Y_{k+1} + \sin \beta_k r'_k Y_{k-1} - [(r'_k + 3b'_k + r'_k) M_k - \cos \beta M_{k+1}] + [R_k r'_k - R_{k+1} r'_k] \sin \alpha_k = 0$

Kte Torsionsgleichung: $-r'_k \cos \alpha_{k+1} Y_{k+1} + (r'_k + 6t_k + r'_k) Y_k - r'_k \cos \beta_k Y_{k+1} + \sin \beta_{k+1} r'_k X_{k+1} - \sin \beta_k r'_k X_{k-1} + r'_k \sin \beta_k M_{k+1} + (R_k r'_k - R_{k+1} r'_k) \cos \alpha_k = 0$

Die simult. x-y Gleichungen unter a, b, c, sind sowohl in den X als auch in den y dreigliedrig. Ihre Auflösung erfolgt deswegen durch Iteration sehr rasch.

d. Näherungslösung

Aus a, b & c erkennt man, dass für Bemessungszwecke die Y vernachlässigt & die X aus den nun dreigliedrigen Biegunsgleichungen berechnet werden können.

Bogenrippe wirkenden X und Y durch ihre Axen angeben. Natürlich wirken die Ueberzähligen im umgekehrten Sinn, auch auf die Riegel.)

Man ordnet die Gleichungen am besten in zwei simultane Gruppen an: 1. In die Biegunsgleichungen, die zu den $X = 1$ als virtuelle Belastungszustände gehören und

³⁾ „Die Bautechnik“, 1923, Seite 488.
⁴⁾ Verhandlungen des zweiten Internationalen Kongresses für technische Mechanik, 1926, Seite 284. Verlag Orell Füssli, Zürich.

Berechnung auf Winddruck gespreizter Zwillingsgewölbe mit Querriegeln.

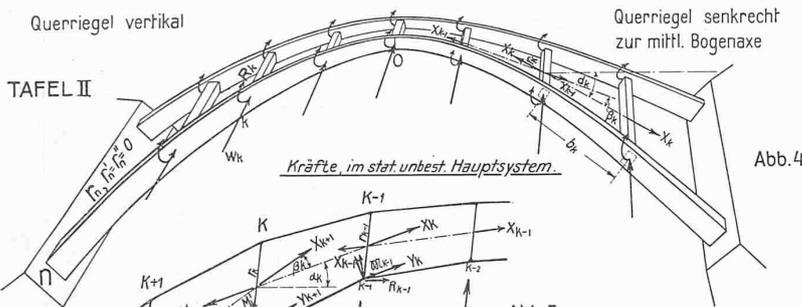


Abb. 4

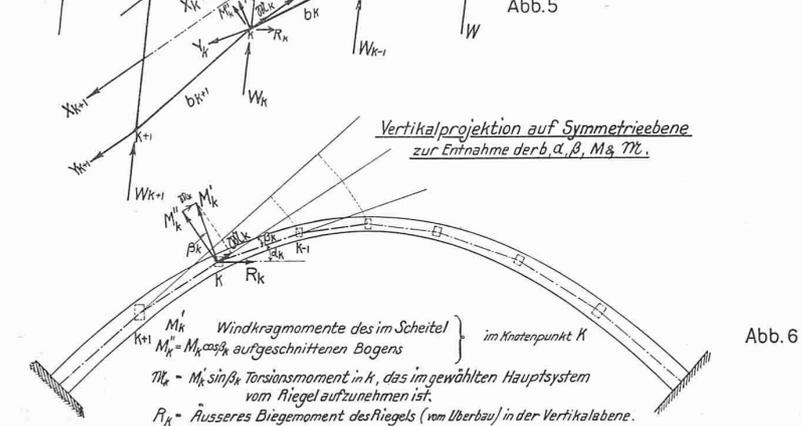


Abb. 5

1. **Grundlegende Annahme:** Knotenpunkte verschieben sich nur horizontal
2. **Wahl der Ueberzähligen:** Bei gespreizten Zwillingsgewölben wählt man am einfachsten als Ueberzählige die an den Riegeln in der Symmetrieebene angreifenden Feldschübe X und die zur Symmetrieebene senkrechten Drillmomente Y der Bogenstäbe. Die Gölbewirkung in den Bogenebenen bleibt also vollkommen erhalten. Die Zusatzspannungen infolge der Gewölbepreisung sind bei Vertikalbelastung gesondert zu bestimmen.

3. **Ergänzende Bezeichnungen:** $r' = \frac{\sqrt{2}}{2} r$ horizontale & vertikale bzw. tangential & normale Bieglängsen der Riegel | $b' = \frac{\sqrt{2}}{2} b$ - Bieglängsen (d. Querriechung) der Bogenstäbe. $t = \frac{\sqrt{2}}{2} t$ - Torsionslänge

4. **Elastizitätsgleichungen:** Man erhält durch Anschreiben der zu X_{k-1} & Y_{k-1} & dem gesamten Verschiebungszustand gehörenden virtuellen Arbeiten & Benützung der Trapezformel unmittelbar zwei Systeme simultaner, in den X und Y dreigliedriger, Gleichungen:

a. bei vertikalen Querriegeln:

K₂ Bieglungsgleichung: $-(r'_k \cos \alpha_k \cos \alpha_k + r''_k \sin \alpha_k \sin \alpha_k) r'_k X_{k-1} + [(r'_k \cos^2 \alpha_k + r''_k \sin^2 \alpha_k) r'_k + b'_k (2r'_k + r''_k) + r'_k (2r'_k + r''_k) + r'_k (2r'_k + r''_k)] Y_{k-1} + [(r'_k \cos^2 \alpha_k + r''_k \sin^2 \alpha_k) r'_k X_{k+1} - 2(r'_k \sin \alpha_k \cos \alpha_k + r''_k \sin \alpha_k \cos \alpha_k) r'_k Y_{k+1} + \sin \alpha_k (r'_k - r''_k) r'_k Y_{k+1} - 2(r'_k \sin \alpha_k \cos \alpha_k + r''_k \sin \alpha_k \cos \alpha_k) r'_k Y_{k+1} - 2[M_{k-1} \cdot (2r_{k-1} + r_k) + M_k \cdot (2r_k + r_{k+1})] b'_k - 2M_k r'_k (r'_k \cos \alpha_k \sin \alpha_k + r''_k \sin \alpha_k \cos \alpha_k) - M_{k-1} (r'_k - r''_k) r'_k \sin \alpha_k] - 2 \sin \alpha_k (r'_k r''_k R_k - r'_k r''_k R_{k+1}) = 0$

K₂ Torsionsgleichung: $-(r'_k \sin \alpha_k \sin \alpha_k + r''_k \cos \alpha_k \cos \alpha_k) Y_{k-1} + [(r'_k \sin^2 \alpha_k + r''_k \cos^2 \alpha_k) + 6t_k + (r'_k \sin \alpha_k + r''_k \cos \alpha_k) Y_k - (r'_k \sin \alpha_k \sin \alpha_k + r''_k \cos \alpha_k \cos \alpha_k) Y_{k+1} - \frac{\sin 2\alpha_k}{4} (r'_k - r''_k) r'_k + (r'_k - r''_k) r'_k] X_k - \frac{1}{2} (r'_k \sin \alpha_k \cos \alpha_k + r''_k \cos \alpha_k \sin \alpha_k) r'_k X_{k+1} - [M_k (r'_k \sin \alpha_k \sin \alpha_k + r''_k \cos \alpha_k \cos \alpha_k) - M_{k+1} (r'_k \sin \alpha_k \sin \alpha_k + r''_k \cos \alpha_k \cos \alpha_k)] + \cos \alpha_k (r'_k R_k - r''_k R_{k+1}) = 0$

b. bei zur Bogenachse senkr. Querriegeln: mit $\frac{a}{2} = \beta$, erhält man:

K₂ Bieglungsgleichung: $-(\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} - \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1}) r'_{k-1} X_{k-1} + [(\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} + \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1}) r'_{k-1} + (2r_{k-1} + r_k) + r_k (2r_{k-1} + r_k)] b'_k + (\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} + \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1}) r'_{k-1} X_{k+1} - (\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} - \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1}) r'_{k-1} Y_{k+1} - (r'_k + r''_k) \sin \beta_{k-1} Y_{k+1} - (r'_k - r''_k) \sin \beta_{k-1} Y_{k+1} - 2[M_{k-1} \cdot (2r_{k-1} + r_k) + M_k \cdot (2r_k + r_{k+1})] b'_k - [r'_k (r'_k + r''_k) \sin \beta_{k-1} M_k - r''_k (r'_k + r''_k) \sin \beta_{k-1} M_k] - 2r_k R_k (\sin^2 \beta_{k-1} \cos^2 \alpha_k + \cos^2 \beta_{k-1} \sin^2 \alpha_k) + 2r_k R_{k+1} (\sin^2 \beta_{k-1} \cos^2 \alpha_k + \cos^2 \beta_{k-1} \sin^2 \alpha_k) \sin \beta_{k-1} = 0$

K₂ Torsionsgleichung: $-(\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} - \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1}) Y_{k-1} + (\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} + \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1}) r'_{k-1} X_k + \frac{\sin 2\beta_k}{4} (r'_k + r''_k) r'_k X_{k+1} - [M_k (\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} - \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1}) - M_{k+1} (\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} - \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1})] + \cos \beta_{k-1} (r'_k R_k - r''_k R_{k+1}) = 0$

Erste und letzte Gleichung in a & b erhält man, indem man $k=1$, $X_0 = X_1$, $Y_0 = Y_1$ & $r'_0 = r''_0 = 0$ setzt. Die Auflösung der simultanen Gleichungen erfolgt wieder am raschesten durch Iteration, da sie sowohl in den X , als Y dreigliedrig sind.

c. bei quadratischen Querriegeln gehen die Gleichungen sowohl unter a, als auch b. in dasselbe einfachere System über:

K₂ Bieglungsgleichung: $-(r'_k \cos^2 \beta_k + r''_k \sin^2 \beta_k) X_{k-1} + [(r'_k \cos^2 \beta_k + r''_k \sin^2 \beta_k) r'_k + b'_k (2r'_k + r''_k) + r'_k (2r'_k + r''_k) + r'_k (2r'_k + r''_k)] Y_{k-1} - 2r'_k r''_k \sin \beta_k Y_{k+1} - 2[M_{k-1} \cdot (2r_{k-1} + r_k) + M_k \cdot (2r_k + r_{k+1})] b'_k - 2M_k r'_k r''_k \sin \beta_k - 2 \sin \alpha_k (r'_k r''_k R_k - r'_k r''_k R_{k+1}) = 0$

K₂ Torsionsgleichung: $-(r'_k \cos^2 \beta_k + r''_k \sin^2 \beta_k) Y_{k-1} + [(r'_k \cos^2 \beta_k + r''_k \sin^2 \beta_k) r'_k + 6t_k + (r'_k \cos \beta_k + r''_k \sin \beta_k) Y_k - (r'_k \cos^2 \beta_k + r''_k \sin^2 \beta_k) r'_k X_{k+1} + \frac{\sin 2\beta_k}{4} (r'_k + r''_k) r'_k X_{k+1} - [M_k (\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} - \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1}) - M_{k+1} (\cos^2 \beta_{k-1} r'_{k-1} - \sin^2 \beta_{k-1} r''_{k-1})] + \cos \beta_{k-1} (r'_k R_k - r''_k R_{k+1}) = 0$

d. Näherungslösung: Die Gleichungen unter a, b, c zeigen, dass die Feldschübe X sich genügend genau aus den dreigliedrigen Bieglungsgleichungen, unter Vernachlässigung der Torsionsmomente Y , bestimmen lassen

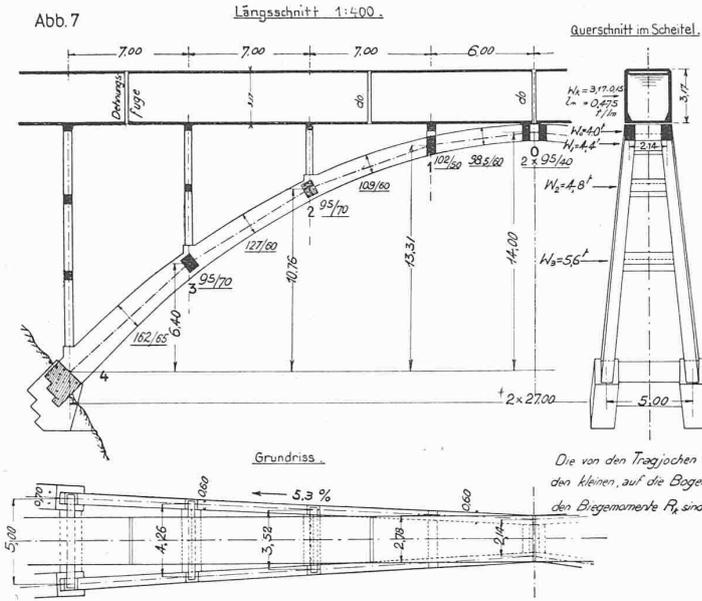
2. In die Torsionsgleichungen, die die Bedeutung haben, dass die virtuellen Arbeiten der $Y = 1$ infolge des wirklichen Verschiebungszustandes verschwinden.

Dank der getroffenen Wahl für die Ueberzähligen sind beide simultanen Gleichungssysteme, die also im Grunde genommen ein einziges vollständiges System bilden, sowohl in den X als auch Y dreigliedrig, und zwar von dem häufigst auftretenden Typus mit negativen Matrixvorzeichen ausserhalb der Hauptdiagonale. Ihre Auflösung erfolgt deswegen am einfachsten durch Iteration, indem man vorerst im ersten Gleichungssystem die $Y = 0$ setzt und durch die bekannte einfache Reduktion der verbleibenden nun dreigliedrigen X -Gleichungen die X ermittelt und aus dem zweiten jetzt ebenfalls dreigliedrigen Y -System auf gleiche Weise die Y findet.

Die Gleichungen lassen sich ebenso leicht für vertikale als auch senkrecht zur Bogenachse liegende Querriegel aufstellen. Im zweiten Fall werden die Matrixvorzeichen und die Belastungsglieder etwas einfacher. Bemerkenswert ist die starke Vereinfachung und der Uebergang in das selbe Gleichungssystem beider Fälle bei Annahme quadratischer Riegel. Für diesen Sonderfall kommt besonders deutlich der Zusammenhang mit dem ebenen Rahmenträger zur Geltung. Die Vorzeichen der X in den Bieglungsgleichungen unterscheiden sich dann von den entsprechenden Gleichungen eines ebenen symmetrischen Stockwerkrahmens nur im Auftreten der \cos -Faktoren in den Vorzeichen ausserhalb der Hauptdiagonale. Zur Vermeidung von Wiederholungen verzichten wir auf weitere Angaben für diesen Fall, da manches Gemeinsame unter Fall B noch gesagt werden kann.

Fall B (Tafel II). Man könnte auch hier mit dem gleichen statisch unbestimmten Hauptsystem auskommen. Nur lassen sich dann die X und Y -Gleichungen nicht mehr so unmittelbar wie unter A anschreiben. Dies gelingt aber wieder mühelos, wenn man hier am einfachsten die Feldschübe X , die in der Längssymmetrieebene und in den einzelnen Felderebenen in den Mitten der Riegelaxen angreifen, als Ueberzählige wählt. Als zweite Gruppe statisch unbestimmter Grössen führt man wieder die senkrecht zur Symmetrieebene wirkenden Drillmomente Y der einzelnen Bogenstäbe ein. Die Mohr'sche Arbeitsgleichung, hier ganz besonders wirksam durch die bekannte Trapezformel unterstützt, liefert wieder zwei Gleichungsgruppen von dem selben wie unter A gefundenen, in den X und den Y dreigliedrigem Typus. Es sei betont, dass hier wie im Fall A die Dreigliedrigkeit der Gleichungen in den X und Y nur von der zweckmässigen Wahl der Ueberzähligen und nicht etwa von der Annahme gerader Bogenstäbe und konstanten Trägheitsmomentes

Zahlenbeispiel für die Berechnung auf Winddruck gespreizter, durch Querriegel versteifter Zwillingsgewölbe.



Biegungs- und Torsionslängen.									
Bogenslängen					Querriegel				
Nr.	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
1	6.05	5.975	1.48		29.82	29.15	5.8		
2	7.45	7.4	15.1		75.4	74.0	15.1		
3	8.25				153.8				
4	9.50								

1. Biegungsgleichungen.									
Nr.	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
1	12037	-1584			+104	-38			
2	2043	-1315			-307	-284	-114		
3			31018	-2341	-114	-175	-174	-73992	
4				2995	+172	-51736673			

2. Torsionsgleichungen.									
Nr.	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	166	-574			-9.5	-6.3	+2.5		
2			1661	-6.9	-2.85	+4.3	+8.6		
3				109.8	-4.3	+1.3	+8.9		
4									

3. Lösungen.									
Nr.	X_1	X_2	X_3	X_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
1	3.93	12.82	2.8	47.8	+0.03	-0.57	-0.56	-0.48	
2	0.971	0.245							
3	0.242	0.989	0.01	0.9785	0.194				
4	0.848	0.528	0.99	0.01	0.981	0.2			

4. Knotenpunktmomente									
a) im Bogen					b) in den Querriegeln				
Nr.	M_1	M_2	M_3	M_4	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
1	6.05	5.975	1.48		0	0	0	0	0
2	29.82	29.15	5.8		0	0	0	0	0
3	75.4	74.0	15.1		0	0	0	0	0
4	153.8				0	0	0	0	0

5. Torsionsmomente									
Können vernachlässigt werden									

TAFEL III

im Bereich der Einzelstäbe abhängig ist. Will man die zwischen zwei Knotenpunkten sehr geringe Krümmung der Bogenstäbe und die im gleichen Bereich in der Querrichtung ebenfalls sehr geringe Aenderung des Trägheitsmomentes (die Rippenstärke ist gewöhnlich konstant) berücksichtigen, so hat man die auf den Tafeln I und II angegebenen Vorzahlen mit leicht ermittelbaren Korrekturkoeffizienten zu versehen.

Infolge der Symmetrie im Tragwerk und in den Belastungen hat man die Gleichungen nur für die auf einer Gewölbehälfte liegenden Knotenpunkte anzuschreiben. Die erste und letzte Gleichung beider simultanen Systeme, die jeweils nur zwei X und zwei Y enthalten, erhält man aus den leicht ersichtlichen Randbedingungen

$$X_1 = X_0, \quad Y_1 = Y_0, \quad r'_n = r''_n = 0$$

wo r'_n und r''_n die verschwindenden Biegungslängen (bei vollkommener Einspannung des Gewölbes) bedeuten. Die Belastungsglieder in den X und Y -Gleichungen sind aus den halben Windkragmomenten des im Scheitel aufgeschnittenen Gewölbes zu ermitteln, denn im gewählten Hauptssystem ist die Querbiegesteifigkeit der Bogen auf ihrem ganzen Bereich erhalten geblieben und nur die Torsionsmomente müssen auf die Querriegel übertragen werden.

Zahlenbeispiel.

In Abb. 7 (obige Tafel III) sei durch einen schematischen Längs- und einen Querschnitt eine Kanalbrücke dargestellt, deren Tragkonstruktion als wichtigsten Bestandteil zwei gespreizte, durch sieben Querriegel versteifte, 54 m weit gespannte Zwillingsbogen enthält. Im rechteckigen Kanal sind fünf Dehnungsfugen angeordnet, um durch Ausschaltung der Schwindwirkungen und der Biegezugspannungen in der Längsrichtung infolge der Wirkung des Kanals als Wind- und Gewölbeversteifungsträger die Chancen einer absolut dichten Wasserführung nach Möglichkeit zu vergrößern.

Aus dem gleichen Grunde und zur Entlastung der Gewölberippen von schwer zu erfassenden Nebenspannungen ist im Scheitel und in den nächst benachbarten Auflagerpunkten die Kanalstruktur vom Gewölbe durch Anordnung eines Gleit- bzw. festen Wälzlagers getrennt. Man erreicht dadurch eine reine Scheidung zwischen den Funktionen des Kanals und der eigentlichen Tragkonstruktion.

In gewollter Weise wird also der Winddruck auf die gesamte Brückenansichtfläche auf die gespreizten Zwillingsgewölbe übertragen. Die Berechnung der Zwillingsgewölbe als parallele Gewölbe nach den Gleichungen A würde hier

zu erheblichen Fehlern führen, da trotz des verhältnismässig geringen Anzuges von etwa 5% die Breite des Gewölbes von etwa 2,14 m im Scheitel auf 5 m im Kämpfer anwächst. Wir haben deswegen die Berechnung nach den genaueren Gleichungen B durchgeführt. Die Ergebnisse der Berechnung finden sich auf Tafel III. Es hat sich das überraschende und willkommene Ergebnis gezeigt, dass die Torsionbeanspruchung schon bei einer mässig grossen Anzahl von Querriegeln gegenüber der Biegungsbeanspruchung in der Querrichtung verschwindet und dass also die Biegebeanspruchung in der Querrichtung der Bogen und in den Riegeln sich aus einem einzigen dreigliedrigen Gleichungssystem, das sich aus den Biegungsgleichungen unter A und B durch Weglassen der Torsionsglieder ergibt, sehr rasch und praktisch genau erschliessen lässt.

Bei zur Bogenaxe senkrechten Riegeln unterscheiden sich die so gewonnenen Biegungsgleichungen praktisch nicht von den entsprechenden Gleichungen des ebenen symmetrischen Stockwerkrahmens mit vertikalen bzw. gespreizten Ständern.

Es ist also bemerkenswert, dass die wesentlichsten Konstruktionsteile — d. h. die Tragjoche und die quer versteiften Zwillingsgewölbe — eines Traggerüstes von dem häufig zur Ausführung gelangenden Typus der Kanalbrücke auf Tafel III bei Windbeanspruchung im grossen und ganzen mit einem und demselben dreigliedrigen Gleichungsansatz vollständig genügend genau berechnet werden können und dass sich also in Zukunft mühselige und zeitraubende Berechnungen für solche räumliche Tragkonstruktionen für die Praxis erübrigen. (Schluss folgt.)

Wettbewerb für ein Altersasyl der Stadt Luzern.

Zur Teilnahme an diesem Wettbewerb waren laut Programm berechtigt „alle in der Stadtgemeinde Luzern vor dem 1. Januar 1927 niedergelassenen, sowie die in der Schweiz wohnhaften und in der Stadt Luzern heimatberechtigten, selbständigen Architekten“; Mitarbeiter hatten den gleichen Bedingungen zu entsprechen. Ferner hiess es im Programm: „Jeder Bewerber darf nur ein Projekt einreichen; stellt sich heraus, dass einer mehrere eingebracht hat, so scheiden alle aus dem Wettbewerb aus. Varianten sind nicht zulässig.“ — Der Ausgang nun hat in Fachkreisen insofern überrascht, als die beiden Teilhaber der altbekannten Luzerner Architekten-Firma Mörli & Krebs,