Berechnung von Trägern mit teilweiser Druckbelastung

Autor(en): **Kretzschmar, F.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **91/92 (1928)**

Heft 17

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-42593

Band 92. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 17**

Berechnung von Trägern mit teilweiser Dreieckbelastung.

Von Ing. F. KRETZSCHMAR, Zürich.

Im Binnenschiffbau kann man die Seitenspanten von Kähnen und die Schottsteifen wohl aller Schiffsarten, sowie im Behälterbau die Wandsteifen, als gerade Träger mit überall gleichem Widerstandsmoment betrachten, die durch Dreieckbelastung (den Wasserdruck) entweder

1. auf einem Teil ihrer Länge, oder
2. auf ihrer ganzen Länge

beansprucht werden.

Hierbei sind noch folgende Auflagerungen an den Enden zu unterscheiden:

a) beide Enden liegen frei auf (Schottsteifen),
b) das am meisten belastete Ende ist fest eingespannt (Seitenspanten ohne Kniebleche am Deckstringer),
c) beide Enden fest eingespannt (normale Seitenspanten).

Für die Fälle 1 a, 1 b und 1 c sollen hier die maximalen Biegemomente usw. berechnet werden. Die Fälle 2 a, 2 b und 2 c ergeben sich daraus von selbst als Grenzfälle.

Fall 1 a.

Bedeutet a die Steifen- oder Spanten-Entfernung, H die Seiten- oder Spanten-Länge und h die Höhe der Wassersäule, je in cm, so ist nach Abbildung 1:

$$A = \frac{a\,h^2}{6000\,H}(3\,H - h) \qquad B = \frac{a\,h^3}{6000\,H}$$

$$M = B\,x - a\,\frac{(x - H + h)^3}{6000} \quad \ldots \quad (1)$$

Den Ort des maximalen Biegemomentes findet man aus:

$$o = \frac{d\,M}{dx} = \frac{a}{6000}\left[-3\,x^2 + 6\,x\,(H-h) + 3\,(H-h)^2 + \frac{h^3}{H}\right]$$

woraus:

$$x = H - h + \sqrt{\frac{h^3}{3\,H}}$$

Setzt man: $\frac{h}{H} = z$ und $x = k\,H$ . . . . (2)

so ergeben sich als Werte von k für verschiedene $z = h:H$

$h:H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$k =$	1,000	0,918	0,852	0,795	0,746	0,704	0,668	0,638	0,613	0,593	0,577

Die Werte der Formeln (2) in Formel (1) eingesetzt ergibt das maximale Biegemoment zu

$$M_{\max} = \frac{a\,h^3}{6000}\left[k - \left(\frac{k+z-1}{z}\right)^3\right] = \frac{a\,h^3}{6000}\left[1 - 2 + 2\sqrt{\left(\frac{z}{3}\right)^3}\right]$$

$$= \frac{a\,h^3}{10^5}\,C_a \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Die Werte von C_a sind für verschiedene $h:H$ die folgenden:

$h:H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_a =$	16,67	15,20	13,90	12,71	11,61	10,59	9,64	8,76	7,93	7,15	6,42

Fall 1 b.

Nach Abbildung 2 ist:

von $x = o$ bis $x = H - h$: $M_x = B\,x$

„ $x = H - h$ bis $x = H$: $M_x = B\,x - a\,\frac{(x - H + h)^3}{6000}$ (4)

und

$$\frac{\partial M_x}{\partial B} = x$$

Nach frühern Angaben[1]) bestimmt sich B aus:

$$\int M\,\frac{\partial M_x}{\partial B}\,dx = o$$

[1]) Zeitschrift „Schiffbau" Jahrgang II, Seite 772.

oder:

$$o = B\int_0^H x^2\,dx - \frac{a}{6000}\int_{H-h}^{H} x\,(x - H + h)^3\,dx$$

$$\frac{B\,H^3}{3} = \frac{a\,h^4}{12\,0000}(5\,H - h)$$

$$B = \frac{a\,h^4}{H^3}\,\frac{5\,H - h}{40\,000} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Wie leicht zu beweisen und wie für Träger mit gleichmässig verteilter Belastung bekannt, liegt das maximale Biegemoment auch im vorliegenden Beispiel an der Einspannstelle und beträgt allgemein:

$$M_A = H \cdot B - \frac{a\,h^3}{6000} = \frac{a\,h^3}{10^5}\left(\frac{20}{1{,}2} - \frac{15\,h}{1{,}2\,H} + \frac{3\,h^2}{1{,}2\,H^2}\right)$$

Setzt man wieder $h:H = z$, so ergibt sich:

$$M_A = \frac{a\,h^3}{10^5}(16{,}67 - 12{,}5\,z + 2{,}5\,z^2) = \frac{a\,h^3}{10^5}\,C_b \quad . \quad (6)$$

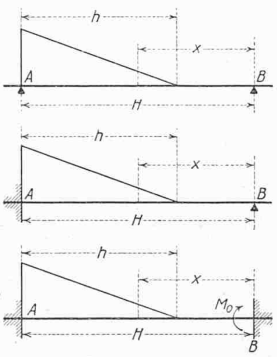
Für C_b findet man für verschiedene $h:H$

$h:H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_b =$	16,67	15,44	14,26	13,14	12,06	11,04	10,06	9,13	8,26	7,44	6,67

Abb. 1

Abb. 2

Abb. 3



Ein Vergleich der Werte für C_a und C_b zeigt, dass trotz der Einspannung das maximale Biegemoment zugenommen hat, die Einspannung also diesbezüglich von Nachteil ist. Dies gilt jedoch nur, wenn dieselbe vollkommen steif ist, was wohl selten der Fall sein wird.

Aehnlich liegen die Verhältnisse bei Trägern mit gleichförmig verteilter Last, nur dass dort in beiden Fällen die maximalen Biegemomente gleich gross, nämlich $Q\,l/8$ sind.

Die Vergrösserung der maximalen Biegemomente bei Dreiecksbelastung und einseitiger Einspannung ist dadurch bedingt, dass bei der Wanderung desselben von der Mitte nach dem eingespannten Ende dieses dort in den Bereich einer höhern spezifischen Belastung gelangt.

Immerhin kann diese einseitige Einspannung in anderer Beziehung von Vorteil sein, worauf hier nicht eingegangen werden soll.

Fall 1 c.

Aus Abbildung 3 ergibt sich:

von $x = o$ bis $x = H - h$: $M_x = B\,x - M_0$

„ $x = H - h$ bis $x = H$: $M_x = B\,x - M_0 - \frac{a\,(x - H + h)^3}{6000}$ (7)

Die Unbekannten B und M_0 berechnen sich wie folgt:

Es ist $\frac{\partial M_x}{\partial B} = x$; $\frac{\partial M_x}{\partial M_0} = -1$

ferner

$$o = \int_0^H M_x\,\frac{\partial M_x}{\partial B}\,dx = J_1$$

$$o = \int_0^H M_x\,\frac{\partial M_x}{\partial M_0}\,dx = J_2$$

oder

$$J_1 = \int_0^H (B\,x^2 - M_0\,x)\,dx - \frac{a}{6000}\int_{H-h}^{H} x\,(x - H + h)^3\,dx$$

$$= \frac{B\,H^3}{3} - \frac{M_0\,H^2}{2} - \frac{a\,h^4\,(5\,H - h)}{120\,000} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

$$J_2 = \int_0^H (-B\,x + M_0)\,dx + \frac{a}{6000}\int_{H-h}^{H} (x - H + h)^3\,dx$$

$$= -\frac{B\,H^2}{2} + M_0\,H + \frac{a\,h^4}{24\,000} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

Aus (9) und (10) ergibt sich

$$B = \frac{a\,h^4\,(5\,H - 2\,h)}{20\,000\;H^3} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (10)$$

$$M_0 = \frac{a\,h^4\,(5\,H - 3\,h)}{60\,000\;H^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Der Auflagerdruck beträgt:

$$A = \frac{a\,h^2}{20\,000\;H^3}(10\,H^3 - 5\,H\,h^2 + 2\,h^3) \quad . \quad (12)$$

Auch hier liegt wie bei Fall 1 b das maximale Biegemoment an der Einspannstelle des belastenden Träger-Endes und beträgt:

$$M_{\max} = M_A = B\,H - M_0 - \frac{a\,h^3}{6000}$$

$$= \frac{a\,h^3}{10^5}\left[16{,}67 - 16{,}67\,\frac{h}{H} + 5\left(\frac{h}{H}\right)^2\right] = \frac{a\,h^3}{10^5}\,C_c$$

Die Werte von C_c sind für verschiedene $h:H$

$h:H =$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_c =$	16,67	15,05	13,53	12,11	10,80	9,59	8,48	7,46	6,54	5,72	5,0

Um auch für Zwischenwerte von z solche für die Konstanten C zu haben, sind diese in Abb. 4 eingetragen.

Für Ueberschlagrechnungen genügt, gemäss der eingezeichneten Geraden C_0, der für alle Fälle sichere Wert

$$M_{\max} = \frac{a\,h^3}{10^5}\left(16{,}67 - 10\,\frac{h}{H}\right)$$

Vergleicht man die oben gefundenen Ergebnisse der Grenzwerte bei $z = 1$ mit den Angaben bei „Johow" Seite 605 und 606, so zeigt sich keine Uebereinstimmung.

Behält man die dort gewählten Bezeichnungen bei, so sind folgende Aenderungen daselbst nötig:

Fall 12: $M_{gr} = 0{,}133\,Q\,l$ bei B, statt $0{,}0596\,Q\,l$ bei $x = 0{,}553\,l$

„ 13: $M_{gr} = 0{,}100\,Q\,l$ bei B, statt $0{,}0429\,Q\,l$ bei $x = 0{,}452\,l$

„ 14: $M_{gr} = \frac{Q_2\,l}{12} + \frac{Q_1\,l}{10}$ bei B.

Das weitere, aber stets kleinere max. Biegemoment bei $\cong 0{,}47\,l$ beträgt $\frac{Q_2\,l}{24} + 0{,}0429\,Q_1\,l$ statt $\frac{Q_2\,l}{24} + 0{,}429\,Q_1\,l$.

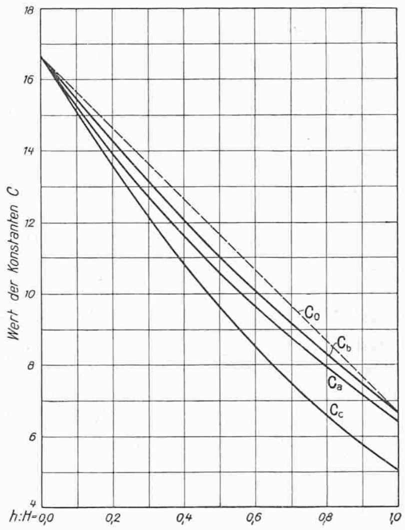


Abb. 4.

Für Fall 14 wurde bereits früher[2]) die einfache Formel

$$M = \frac{l^2}{60}(2\,p_1 + 3\,p_2)$$

(l in cm) entwickelt, wodurch sich leicht die bisweilen für die Berechnung der Nieten in den Anschlussknieblechen usw. nötigen Biegemomente durch Vertauschen von p_1 und p_2 berechnen lassen.

Die Werte von p_1 und p_2 ergeben sich z. B. für Schottsteifen usw., die ganz unter der Schwimm-Ebene des Schiffes liegen, zu $p_1 = \frac{W_1\,a}{10}$ bezw. $p_2 = \frac{W_2\,a}{10}$ worin

a = Abstand der Schottsteifen in cm

W_1 bezw. W_2 = Höhe der Wassersäulen in m am obern bezw. untern Ende bedeuten.

[2]) Zeitschrift „Schiffbau", Jahrgang III, Seite 388.

Wirtschaftliches über die Energieversorgung der Schweiz im Winter.

Ueber diesen Gegenstand veröffentlicht das Eidgen. Amt für Wasserwirtschaft eine wertvolle Arbeit[1]), die gerade im heutigen Zeitpunkt in unserem Lande regem Interesse begegnen wird. Um die für unsere Volkswirtschaft so wichtigen und aktuellen Fragen der Ausbauwürdigkeit unserer Wasserkräfte, des Energie-Exportes und der damit zusammenhängenden Wasser- und Energie-Wirtschaft richtig beurteilen zu können, ist es vor allem notwendig, über die Grundlagen unserer Energiewirtschaft, d. h. über die bisherige Entwicklung des Ausbaues und der Ausnützung unserer Wasserkräfte, über die tatsächliche Energieproduktion und den Energiebedarf, über die Kosten hydraulischer und kalorischer Energie, kurz über die Entwicklung der gesamten Energieversorgung unseres Landes objektiv und umfassend orientiert zu werden. Wenn auch über einzelne dieser Gebiete schon von verschiedenen Seiten her Abhandlungen und Veröffentlichungen vorliegen[2]) und beispielsweise auch an der Weltkraft-Konferenz und an der Internationalen Ausstellung für Binnenschiffahrt und Wasserkraftnutzung im Sommer 1926 in Basel wertvolle Angaben und Zusammenstellungen zu sehen waren, so ist es doch ein unleugbares Verdienst des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft, in seiner Mitteilung No. 23 diesen ganzen Fragenkomplex knapp und klar auf den heutigen Zeitpunkt zusammengefasst und auf Grund dieser umfassenden und objektiven Darlegung seine Schlussfolgerungen gezogen zu haben.

Im folgenden sei versucht, den Inhalt dieser Veröffentlichung zu skizzieren und an Hand einer Anzahl, hier allerdings nur schwarzer Reproduktionen, einige der wichtigeren, vorbildlich dargestellten, farbigen Figurentafeln etwas zu erläutern.

Einleitend stellt sich das Amt seine Aufgabe wie folgt: „*Wir möchten hier die Frage prüfen, ob gegenwärtig oder allenfalls künftig bei Wassermangel immer noch Energiemangel besteht, wie gross dieser Mangel ist und welche Mittel geeignet sind, den Energiemangel zu beheben.*

Um diese Fragen zu beantworten, wurden umfangreiche Erhebungen über die bisherige Entwicklung in der Energieversorgung des Landes durchgeführt. Es wurden ferner bei bekannten Fachleuten Gutachten über die Kosten kalorischer und hydraulischer Energieerzeugung und über die Energieübertragungskosten eingeholt. Es konnte nicht vermieden werden, verschiedene Annahmen zu treffen. Bei der weitern Verwendung der Zahlenwerte ist deshalb immer zu berücksichtigen, unter welchen Voraussetzungen und Annahmen sich diese Werte ergeben haben. Die Ergebnisse der auf diesen Grundlagen vom Amte durchgeführten Untersuchungen werden kurz zusammengefasst und veröffentlicht, in der Meinung, damit weitere Kreise anzu-

[1]) „Wirtschaftliches über die Energieversorgung des Landes im Winter". Mitteilung Nr. 23 des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft. 26 Seiten Text mit Literaturverzeichnis und 18 mehrfarbigen Figurentafeln (Diagrammen). Bern 1928. Zu beziehen beim Sekretariat des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft, sowie in allen Buchhandlungen. Preis kart. 5 Fr. (Vorläufig besprochen auf Seite 120 lfd. Bandes, am 8. September 1928. Red.)

[2]) Eine grosse Zahl solcher Veröffentlichungen ist übrigens im Literaturverzeichnis dieser „Mitteilung Nr. 23" angegeben.