Band 86. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 23

Die technische Bedeutung der Dämpfungsfähigkeit eines Baustoffes.

Von Prof. Dr. Ing. OTTO FÖPPL, Braunschweig.

Die nachfolgenden Ueberlegungen fussen auf Versuchen, die über das Verhalten von Baustoffen bei oft wiederholten Beanspruchungen (Schwingungsbeanspruchung) angestellt worden sind, und über die im Werkstoff Ausschuss des Vereins deutscher Eisenhüttenleute unter Nr. 36 und 60, ferner in der „Schweizer. Bauzeitung" vom 1. November 1924 und in der Zeitschrift „Maschinenbau" 1925, Heft 11 berichtet worden ist. Hier sei nur so viel nachgetragen, dass bei diesen Versuchen ein zylindrischer Probestab a, der an einem Ende festgehalten ist und am andern Ende die Schwungmasse b trägt (Abbildung 1) durch Verdrehungsschwingungen, d. h. durch Schubspannungen zwischen den Grenzen $+\tau_0$ und $-\tau_0$ in millionenfachem Wechsel beansprucht worden ist und dass man einerseits die grösste Beanspruchung τ_0 am Umfang des Stabes und anderseits die mit dem Spannungswechsel verbundene Erwärmung gemessen hat. Die Erwärmung des Stabes ist eine Folge davon, dass die Formänderungen bei grössern Verformungen nicht von rein elastischer Art sind, und dass ein — wenn auch geringer — Bruchteil der Gesamtverformung in plastischer Weise vor sich geht. Das Spannungs-Verformungsdiagramm, das bei einer rein elastischen Schwingung durch eine Gerade wiedergegeben wird, ist bei grösseren Verformungen eine Hysteresis-Schleife von der in Abbildung 2 dargestellten Art. Der Inhalt der Hysteresis-Schleife ist der auf eine Schwingung in Wärme umgesetzte Arbeitsbetrag oder die Dämpfung des Baustoffes.

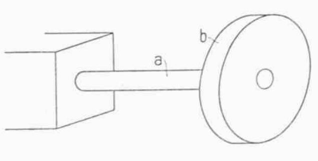

Abb. 1.

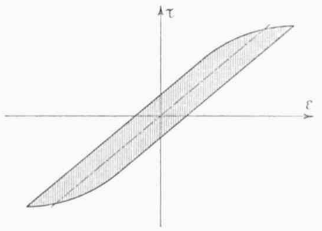

Abb. 2.

Festlegung der Dämpfungsgrössen.

Die Dämpfung kann aus der Temperaturerhöhung bestimmt werden, die der schwingende Stab im Beharrungszustand erfährt. Im Beharrungszustand ist die auf jede Schwingung durch Dämpfung erzeugte Wärme gleich der an die Umgebung abgegebenen Wärme. Diese letzte lässt sich durch einen Auslaufversuch in Abhängigkeit von der Temperatur des Probestabes ermitteln. In den bisherigen Veröffentlichungen haben wir die Dämpfung auf 1 kg des Probestabes bezogen und mit γ cm kg/kg Schwingung bezeichnet. Sobald man in die Betrachtungen auch Baustoffe mit sehr verschiedenem spezifischem Gewicht (z. B. einerseits Stahl, anderseits Leichtmetalle) hineinbezieht, ist es zweckmässiger, die Dämpfung nicht für 1 kg, sondern für 1 cm³ aufzustellen. Wir wollen diese Grösse mit ϑ (Dimension cm kg/cm³ Schwingung) bezeichnen und im nachfolgenden weiter verwenden.

Bei der Verdrehung des Stabes sind die äussern Fasern am stärksten verformt; nach der Mitte zu nimmt die Verformung linear ab. Infolgedessen wird die grösste Dämpfung aussen erzeugt werden. Der Stab hat aber an jeder Stelle seines Querschnittes etwa gleiche Temperatur und aus der Temperatur bestimmen wir die Grösse der Dämpfung. Wir beziehen deshalb die Dämpfung ϑ auf den gesamten Querschnitt (mittlere Dämpfung). Die zu einer bestimmten Dämpfung ϑ gehörige Verformung ε (ausgedrückt durch den infolge der Schubspannung auftretenden Gleitwinkel) messen wir aber am Umfang des Stabes (ε_0), da wir uns für irgend eine bestimmte Stelle entscheiden müssen. Solange wir uns im Gebiete des Hooke'schen Gesetzes befinden ist $\varepsilon_0 = \tau_0/G$, wobei G der Gleitmodul und τ_0 die Schubspannung am Stabumfang ist. Die $\vartheta\,\varepsilon_0$ Kurve baut auf zwei nicht zusammengehörigen Begriffen auf — *mittlere* Dämpfung und *grösste* Verformung. — Dieser Misstand kann leicht beseitigt werden, wenn man aus den unmittelbar gemessenen ϑ Werten die Werte ϑ_0 ermittelt, die sich auf ein am Umfang — also dort, wo die Verformung ε_0 bestimmt wird — gelegenes Volumelement beziehen, was im folgenden geschehen soll:

Wir betrachten zwei benachbarte Punkte ε_0 und $\varepsilon_0 + \varDelta\varepsilon_0$ der $\varepsilon_0\,\vartheta$ Kurve mit den zugehörigen mittlern Dämpfungen ϑ und $\vartheta + \varDelta\vartheta$. Die Verformungen ε innerhalb eines Querschnittes sind proportional dem Abstande des Elements von der Mittellinie oder dem Halbmesser r. Bezeichnen wir mit r_0 den äussern Halbmesser des Stabes, dann ist: $\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{r}{r_0}$. Den Uebergang vom Werte ε_0 zum Werte $\varepsilon_0 + \varDelta\varepsilon_0$ kann man sich theoretisch auch so durchgeführt denken, dass der Halbmesser des Probestabes bei *gleichem Verdrehungswinkel* $\varDelta\varphi$ von r_0 auf $r_0 \frac{\varepsilon_0 + \varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}$ angewachsen ist. Dann ist die innere Seele des neuen Stabes bis zum Halbmesser r_0 ebenso beansprucht und verformt wie vorher, und die Zunahme $\varDelta\vartheta$ der Dämpfung rührt nur von der äussern Schicht her, die $r_0\,\varDelta\varepsilon_0/\varepsilon_0$ Wandstärke hat. Beachtet man ferner noch, dass sich ϑ auf 1 cm³ des Stabes bezieht, und dass das Volumen des Stabes bei der Verstärkung vom Halbmesser r_0 auf $r_0 + r_0\,\varDelta\varepsilon_0/\varepsilon_0$ im Verhältnis der Quadrate der Halbmesser, also im Verhältnis

$$\frac{r_0^2}{\left(r_0 + r_0 \frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\right)^2} = \sim \frac{1}{1 + 2\frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}}$$

vergrössert worden ist, so folgt für die auf 1 cm³ Baustoff bezogene Dämpfung ϑ_0 der äussern Schicht:

$$\left.\begin{aligned} r_0^2\left(1 + \frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\right)^2(\vartheta + \varDelta\vartheta) &= r_0^2\,\vartheta + \left[r_0^2\left(1 + \frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\right)^2 - r_0^2\right]\vartheta_0 \\ \left(1 + 2\frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\right)(\vartheta + \varDelta\vartheta) &= \sim \vartheta + 2\frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\vartheta_0; \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

und daraus unter Vernachlässigung des von der nächsten Ordnung kleinen Gliedes $2\frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\varDelta\vartheta$:

$$\vartheta_0 = \frac{2\frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\vartheta + \varDelta\vartheta}{2\frac{\varDelta\varepsilon_0}{\varepsilon_0}} = \vartheta + \frac{\varepsilon_0}{2}\frac{\varDelta\vartheta}{\varDelta\varepsilon_0} \quad (2)$$

Dabei ist mit $\varDelta\vartheta$ der Unterschied der *mittlern* Dämpfung bei Randverformungen ε_0 und $\varepsilon_0 + \varDelta\varepsilon_0$ und mit ϑ_0 die zur Verformung ε_0 gehörige Dämpfung der Baustoffgebiete am Stabumfang bezeichnet. Wir nehmen an, dass sich $\vartheta = f(\varepsilon_0)$ durch eine Exponentialfunktion von der Art $\vartheta = C\,\varepsilon_0^{\varkappa}$ darstellen lässt. Dann ist $\frac{d\vartheta}{d\varepsilon_0} = C\varkappa\,\varepsilon_0^{\varkappa-1}$ und deshalb

$$\vartheta_0 = \vartheta + \frac{\varepsilon_0}{2} C\varkappa\,\varepsilon_0^{\varkappa-1} = \vartheta + \frac{\varkappa}{2}\vartheta = \frac{\varkappa + 2}{2}\vartheta \quad (3)$$

Den Wert $\varkappa$ erhält man aber in bekannter Weise durch

$$\varkappa = \frac{d\vartheta}{d\varepsilon_0}\frac{1}{C\,\varepsilon_0^{\varkappa-1}} = \frac{d\vartheta}{d\varepsilon_0}\frac{\varepsilon_0}{\vartheta}, \quad (4)$$

d. h. als das Verhältnis der Kurventangente $\frac{d\vartheta}{d\varepsilon_0}$ zur Poltangente $\frac{\vartheta}{\varepsilon_0}$.