Band 85. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 23**

Ueber die Veränderung der Wandbeschaffenheit bei Modellversuchen.

Von Privatdozent Dr. techn. ARMIN SCHOKLITSCH, Zivilingenieur in Graz.

Die Bewegungsweise des Wassers ändert sich, wie bekannt, sowohl in Rohrleitungen als auch in offenen Gerinnen bei Ueberschreitung einer kritischen Geschwindigkeit sprungweise, indem das Gleiten plötzlich ins Fliessen übergeht. Mit dieser kritischen Geschwindigkeit hat sich eine Reihe von Forschern befasst, nachdem *O. Reynolds* über die mechanische Aehnlichkeit zweier Strömungen in geometrisch ähnlichen Kanälen die grundlegenden Betrachtungen angestellt hatte. Reynolds erklärte nämlich, dass die Bewegung in solchen Kanälen dann mechanisch ähnlich erfolgt, wenn die Trägheitskräfte und die Reibungskräfte in beiden im selben Verhältnisse zu einander stehen. Betrachtet man die aus den Navier'schen Gleichungen stammenden Glieder

$$\frac{\gamma}{g} u \frac{\partial u}{\partial x} \text{ und } \eta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

(u = Geschwindigkeit, x = Länge, γ = Eigengewicht, η = Zähigkeit) als Vertreter der Trägheits- bezw. der Reibungskräfte, so muss also, da diese Glieder die Dimensionen

$$\frac{\gamma}{g} \frac{u^2}{x} \text{ und } \eta \frac{u}{x^2}$$

haben, für die verglichenen Strömungen

$$\frac{\gamma}{g} \frac{u^2}{x} : \eta \frac{u}{x^2} = \text{konst} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder

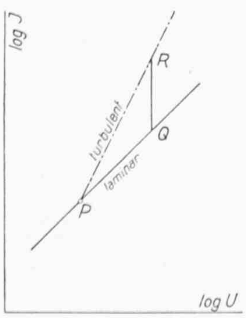
$$\frac{\gamma}{g \eta} u x = \text{konst} = E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

sein. Soll für die Strömung in einem Rohr oder in einem offenen Gerinne die Reynolds'sche Zahl E berechnet werden, so hat man nur für x die für die Bewegung massgebende Abmessung des Querschnittes, also den Rohrdurchmesser D bezw. die Wassertiefe H zu setzen und hat dann für die Reynolds'sche Zahl

$$E = \frac{\gamma}{\eta g} D U \text{ bezw. } \frac{\gamma}{\eta g} H U = \text{konst} \quad . \quad . \quad (3)$$

zu schreiben.

Für die kritische Reynolds'sche Zahl, bei der die laminare Bewegung in die turbulente übergeht, finden sich in der Literatur ziemlich weit auseinander liegende Angaben. Neuerdings hat *L. Schiller*[1]) eingehende Versuche an Rohren angestellt und gefunden, dass der Beginn der turbulenten Bewegung von der grössten Störung im Bereiche der Strömung abhängt und dass der Sitz dieser Störung auch unmittelbar vor dem Einlauf zum Versuchsrohre liegen kann. Je grösser die Reynolds'sche Zahl E war, die der Strömung entsprach, eine desto geringere Störung verursachte turbulente Bewegungsweise. Der plötzliche Uebergang von der laminaren zur turbulenten Bewegungsweise (Abb. 1) rückt gegen den Punkt P umso näher heran, je grösser die Störung ist. Dem Punkte P, dem etwa $E_p = 1160$ bei gezogenen Messing-Rohren nach den Versuchen von Schiller entspricht, kommt nun besondere Bedeutung zu; von P ab kann nämlich überhaupt erst die laminare Bewegung in die turbulente übergehen. In P



muss daher sowohl die Formel für die laminare als auch jene für die turbulente Bewegung gelten, also sowohl

$$U_p = \frac{\gamma}{32\,\eta} J D^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

als auch nach der Formel von *Ph. Forchheimer*[2])

$$U_p = \frac{1}{n} J^{1/2} \left(\frac{D}{4}\right)^{0,7} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

(J = Gefälle, n = Rauhigkeit nach Ganguillet und Kutter) gelten.

Aus den Gleichungen (4) und (5) folgt:

$$U_p = \frac{32\,\lambda^2}{4^{1,4}\,\gamma\, D^{0,6}\, n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

oder

$$\frac{U_p \gamma D}{\eta} = \frac{32\, D^{0,4}}{6,964\, n^2} = 4,595 \frac{4}{n^2} D^{0,4} \quad . \quad . \quad (7)$$

und wenn noch beiderseits durch g dividiert wird, hat man

$$E_p = \frac{\gamma U_p D}{\eta g} = 4,595 \frac{D^{0,4}}{g n^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Gleichung (8) ist nun nichts anderes als der Ausdruck für die Reynolds'sche Zahl E, die der Bewegung im Punkte P entspricht.

Eine ähnliche Betrachtung für offene Gerinne liefert für die der Geschwindigkeit U_p entsprechende Reynolds'sche Zahl

$$E_p = \frac{3}{g n^2} H^{0,4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Es ergibt sich also in offenen Gerinnen ein weit kleinerer Wert als bei Rohren.

Die aufgestellten Ausdrücke für die Reynolds'sche Zahl E_p erlauben nun, auf die durch das Aehnlichkeits-Gesetz geforderte Aenderung der Wandbeschaffenheit zwischen Modell und Natur zu schliessen. Der Vorgang sei an der Strömung durch einen engen Modellkanal und einen weiten Naturkanal erläutert; die mechanische Aehnlichkeit erfordert in den beiden geometrisch ähnlichen Kanälen gleiche Reynolds'sche Zahlen. Herrscht nun z. B. in beiden Kanälen gerade die Geschwindigkeit U_p, so ist die Bewegung in beiden jedenfalls mechanisch ähnlich; in beiden Kanälen muss dann der Ausdruck

$$E_p = 4,595 \frac{1}{g n^2} D^{0,4} \text{ bezw. } \frac{3}{g n^2} H^{0,4}$$

erfüllt sein, das heisst aber, dass die Bewegung in beiden Kanälen nur dann mechanisch ähnlich verlaufen kann, wenn in beiden der Quotient $\frac{D^{0,4}}{n^2}$ den gleichen Wert hat. Werden die Grössen für den Modellkanal durch den Index 1, jene für den Naturkanal durch den Index 2 kenntlich gemacht, so muss also bei Rohren

$$\frac{D_1^{0,4}}{n_1^2} = \frac{D_2^{0,4}}{n_2^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

oder

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{0,2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

und analog bei offenen Gerinnen

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{0,2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

sein, wobei in offenen Gerinnen für H_1 und H_2 jene Wassertiefen zu setzen sind, bei denen das Wasser bei den zu Grunde gelegten Gefällen eben mit der Geschwindigkeit U_p abfliessen würde.

[1]) Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik 1 (1921), Seite 436 f.

[2]) Ph. Forchheimer: «Der Durchfluss des Wassers durch Röhren und Gräben usw». Berlin 1923.