Theoretische Erörterungen zur Wassermessmethode von N.R. Gibson

Autor(en): **Dubs, Robert**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **77/78 (1921)**

Heft 4

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-37296

Band 78. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. **Nr. 4.**

Theoretische Erörterungen zur Wassermessmethode von N. R. Gibson.

Von Oberingenieur *Robert Dubs*, Zürich.

In „Canadian Engineer" vom 16. September 1920 (Band 39, Nr. 12) veröffentlicht Norman R. Gibson, Hydraulic Engineer der Niagara Falls Power Comp., eine neue Methode, die von ihm zur Bestimmung von Wassermengen mit grossem Erfolg bei den Versuchen mit den Niagara-Turbinen angewendet worden sei. Nach dieser neuen Methode wird die beim Schliessen eines Absperrorganes in einer Rohrleitung auftretende Drucksteigerung als Mass für die durch die Rohrleitung fliessende Wassermenge benützt. Bei der Durchführung der Messungen wird die Kurve des Druckverlaufes vor dem Schliessorgane in Funktion der Zeit aufgenommen und mit Hilfe der so ermittelten Werte der Druckerhöhung und der Schlusszeit des Absperrorganes sowie der gemessenen geometrischen Dimensionen der Rohrleitung und der physikalischen Konstanten des Materiales der Rohrleitung und denjenigen des Wassers, die Wassermenge berechnet.

Wenn man diese von Gibson vorgeschlagene Wassermessmethode theoretisch verfolgen will, so muss man von der Berechnung der Druckschwankungen ausgehen, die in einer Rohrleitung beim Abschliessen eines am untern Ende derselben angebrachten Absperrorganes auftreten. Für die Berechnung dieser Druckschwankungen bestehen heute eine grosse Zahl von Theorien (Alliëvi, Boussinesq, Rateau, Michaud, Comte de Sparre, Joukowsky, Pfarr, Forchheimer, Utard, Liebmann, Carey, d'Ocagne u. a. m.) doch es geben alle diese Theorien für den Fall, in dem die Elastizität des Materiales der Rohrleitung sowie die Kompressibilität des Wassers vernachlässigt wird, die gleichen Ergebnisse. Den nachfolgenden theoretischen Untersuchungen wird die von L. Alliëvi aufgestellte Theorie für die Berechnung von Druckschwankungen[1]) zu Grunde gelegt, da diese Theorie mit den bis heute durchgeführten Versuchen die beste Uebereinstimmung ergab.

Bezeichnet man mit:

y_m den maximalen Druck während des Schliessvorganges in *m*

y_0 den normalen Druck vor dem Schliessvorgang in *m*

c_0 die Geschwindigkeit des Wassers in der Rohrleitung in *m/sek* für den normalen Druck y_0

L Länge der Rohrleitung in *m* auf der Strecke mit der der Geschwindigkeit c_0

T Schliesszeit des Absperrorganes in sek. und

$g = 9{,}81$ *m/sek*² die Anziehungskraft der Erde, so ergibt sich zur Berechnung der Drucksteigerung $(y_m - y_0)$ bei Vernachlässigung der Elastizitäten die Beziehung:

$$z^2 - z\,(n^2 + 2) + 1 = 0 \qquad (1)$$

wenn man der Kürze halber:

$$\frac{y_m}{y_0} = z \text{ und } \frac{c_0\,L}{g\,T\,y_0} = n \qquad (2)$$

gesetzt hat.

Wie man aus diesen Beziehungen ersieht, ist die Grösse der Drucksteigerung nicht nur abhängig von der Grösse der Schliesszeit T und der Wassergeschwindigkeit c_0, sondern eben so sehr von den geometrischen Abmessungen der Rohrleitung. In den meisten Fällen wird nun aber die Rohrleitung nicht von oben bis unten einen konstanten Durchmesser besitzen, sondern sie wird abgestuft sein und deshalb die Wassergeschwindigkeit in derselben veränderliche Werte haben. Es ist dann an Stelle des Produktes $L\,c_0$ die Summe der Produkte dieses Wertes für die einzelnen Rohrzonen zu setzen, also $i\sum_1^n (L_i\,c_i)$ oder, wenn man die Geschwindigkeiten durch die Wassermenge Q und die Querschnitte ersetzt, so folgt:

$$i\sum_1^n (L_i\,c_i) = i\sum_1^n \left(L_i \frac{Q_0}{\frac{\pi}{4} D_i^2}\right)$$

Da nun Q_0 für die ganze Rohrleitung konstant ist, so kann diese Grösse vor das Summenzeichen genommen werden und man erhält nach einigen Umformungen unter Benützung von Gleichung (2) die Beziehung:

$$n = \frac{4\,Q_0}{\pi\,g\,T\,y_0}\; i\sum_1^n \left(\frac{L_i}{D_i^2}\right) \qquad (3)$$

Wenn man nun ferner aus Gleichung (2) den Wert von z in Gleichung (1) einsetzt, und die so erhaltene Beziehung nach n auflöst, so ergibt sich:

$$n = \pm\left(\frac{y_m}{y_0} - 1\right)\sqrt{\frac{y_0}{y_m}} \qquad (4)$$

Da $\frac{y_m}{y_0}$ stets grösser als 1 ist, beim Schliessen des Absperrorganes und n immer eine positive Grösse sein muss, so kann nur das positive Vorzeichen der Quadratwurzel in Frage kommen. Man erhält dann nach einigen Umformungen unter Berücksichtigung von Gleichung (3) und (4) folgende Beziehung zur Berechnung der Wassermenge Q_0:

$$Q_0 = \frac{\pi\,g\,T\,y_0}{4\; i\sum_1^n \left(\frac{L_i}{D_i^2}\right)} \left(\frac{y_m}{y_0} - 1\right)\sqrt{\frac{y_0}{y_m}}$$

oder vereinfacht:

$$Q_0 = \frac{\pi\,g\,T}{4\; i\sum_1^n \left(\frac{L_i}{D_i^2}\right)} (y_m - y_0)\sqrt{\frac{y_0}{y_m}} \qquad (5)$$

Aus dieser Gleichung lässt sich dann, auf Grund der Konstanten π und g sowie der Leitungsabmessungen L_i und D_i und der beobachteten Schlusszeit des Absperrorganes sowie der Drucksteigerung $y_m - y_0$ d. h. dem Maximaldruck y_m die Wassermenge Q_0 berechnen, die vor Beginn der Schliessbewegung des Absperrorganes durch die Leitung floss. Obige Gleichung gilt jedoch nur, wenn die Schliessbewegung des Absperrorganes eine lineare Funktion der Zeit ist und die Elastizität des Materiales der Rohrleitung sowie die Kompressibilität des Wassers vernachlässigt wird, wie bereits eingangs bemerkt wurde.

Die Berechnung der Wassermenge Q_0 ist, wie aus obiger Beziehung (5) hervorgeht, abhängig von der beobachteten Schlusszeit T des Absperrorganes sowie dem beobachteten Maximaldruck y_m und dem Normaldruck y_0. Die Genauigkeit der Wassermessung ist aber vollständig davon abhängig, wie genau die Schlusszeit T und die Drücke y_m und y_0 gemessen werden können. Bei der Regulierung von Turbinen handelt es sich meistens um Schliesszeiten von 1 bis 3 *sek.*, d. h. der Servomotor des Turbinenregulators beschreibt in dieser Zeit seinen vollen Hub. Nimmt man an, dass vermittelst einer Stoppuhr oder eines Chrono-

[1]) «Théorie générale du mouvement varié de l'eau dans les tuyaux de conduite» erschienen 1904 und ins deutsche übersetzt 1909 von Robert Dubs und Viktor Bataillard unter dem Titel «Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen» (Jul. Springer, Berlin).

graphen bei mehrfacher Wiederholung des Versuches die Zeitdifferenz d. h. der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels auf $\pm$ 0,1 *sek.* vermindert werden kann, so würde dieser Fehler immer noch einen mittleren Fehler der Wassermessung von $\pm$ 10 bis $\pm$ 3 % zur Folge haben. Da bei grössern Schliesszeiten T, die relativ genauer gemessen werden könnten, die Drucksteigerung $y_m - y_0$ klein wird, so ist dann die Genauigkeit der Messung dieser Drucksteigerung wieder relativ gering, und umgekehrt. Es ist also nicht möglich, durch passende Wahl von T und y_m eine stete Vergrösserung der Messgenauigkeit zu erzielen, da die Grössen T und y_m von einander indirekt proportional abhängig sind.

Wie man aus Vorstehendem ersieht, ist es ziemlich schwer bei der Anwendung der Methode von Gibson alle Bedingungen zu befriedigen, deren Erfüllung zur Durchführung der Methode nötig ist. Die Sache wird aber noch bedeutend schwieriger, wenn man die Elastizität des Materiales der Rohrleitung und die Kompressibilität des Wassers berücksichtigt. Eine solche Berücksichtigung ist aber unbedingt nötig, denn zahlreiche an Anlagen ausgeführte Versuche haben gezeigt, dass die Berechnungen des Druckstosses ohne Berücksichtigung der Elastizitäten gegenüber den beobachteten Werten so stark abweichen, dass von keiner befriedigenden Uebereinstimmung, weder qualitativ noch quantitativ, mehr gesprochen werden konnte. Als erster hat Alliévi eine Theorie des Druckstosses mit Berücksichtigung der Elastizitäten aufgestellt und wir halten uns wie bereits eingangs erwähnt, im Folgenden an seine Theorie, da diese durch praktische Versuche als richtig bestätigt wurde. Es bedeute:

$$a = \sqrt{\frac{\frac{g}{\gamma}}{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{E}\frac{D_i}{d}}} \; m/sek$$

den Parameter der veränderlichen Strömung, d. h. die Geschwindigkeit mit der sich eine Druckänderung in der Rohrleitung fortpflanzt, wobei D_i der innere Rohrleitungs-Durchmesser und d die Wandstärke der Rohrleitung in m bedeuten. In obiger Formel ist:

γ = 1000 kg/m^3 das spezifische Gewicht des Wassers
ε = 207 000 000 kg/m^2 der Elastizitätsmodul des Wassers
E = 2 200 000 $kg/cm^2 = 22 \cdot 10^9$ kg/m^2 der Elastizitätsmodul des Materiales der Rohrleitung (Flusseisen).

Setzt man in die obige Formel diese Grössen ein, so erhält man nach einigen Kürzungen:

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + k\frac{D_i}{d}}}$$

hierin ist: k = 0,5 für Eisen und Stahl, k = 1,0 für Gusseisen, k = 5,0 für Blei. Zur Vereinfachung der Rechnung führen wir noch eine weitere Grösse:

$$H = y_0 + \frac{a\,c_0}{g} \text{ (Meter)}$$

ein, worin c_0 die Geschwindigkeit des Wassers in der Rohrleitung zu Beginn des Schliessens des Absperrorganes bezeichnet. Es sind dann zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Fall $\qquad T \leq \frac{2L}{a}$

worin L die totale Leistungslänge in Metern und T die Schliesszeit des Absperrorganes bedeutet. In diesem Falle ist die maximale Drucksteigerung unabhängig von der Grösse der Schliesszeit T und bestimmt durch:

$$y_m = y_0 + \frac{a\,c_0}{g} = \text{H (Meter)}$$

Setzt man nun:

$$c_0 = \frac{Q_0}{\frac{\pi}{4}D_i^2}$$

und löst nach Q_0 auf, so folgt:

$$Q_0 = \frac{\pi\,g\,D_i^2}{4\,a}(y_m - y_0)$$

oder durch Einsetzen von a:

$$Q_0 = \frac{\pi\,g\,D_i^2\sqrt{48{,}3 + k\frac{D_i}{d}}}{39\,600}(y_m - y_0) \tag{6}$$

Wie man aus dieser Gleichung ersieht, ist die Wassermenge in diesem Falle der Drucksteigerung $y_m - y_0$ direkt proportional. Bei einer Rohrleitung mit verschiedenen inneren Durchmessern muss dann an Stelle von D_i^2, $i\sum_1^n \frac{(D_i^2)}{n}$ genommen werden und an Stelle von $\frac{D_i}{d}$ der Ausdruck $\frac{i\sum_1^n\left(\frac{D_i}{d}\right)}{n}$. In den weitaus meisten praktisch vorkommenden Fällen ist nun aber die Schliesszeit des Absperrorganes bedeutend länger als die Reflexionszeit $t = \frac{2L}{a}$, d. h. sie muss länger gewählt werden, da sonst der Druckanstieg viel zu gross würde.

2. Fall $\qquad T \geqq \frac{2L}{a}$

Der maximale Druckanstieg tritt dann entweder am Ende der ersten Phase d. h. nach $t = \frac{2L}{a}$ auf, wenn

$$a\,c_0 < 2\,g\,y_0 \text{ ist,}$$

und man hat für dessen Berechnung folgende Beziehung:

$$y^2 - 2y\left(\text{H} + \frac{a^2}{g}\frac{\varphi^2(t)}{1-\varphi^2(t)}\right) + H^2 = 0$$

oder wenn man die Geschwindigkeit in der Rohrleitung gegenüber der Ausflussgeschwindigkeit aus dem Leitapparat vernachlässigt und für

$$\varphi(t) = \left(1 - \frac{t}{T}\right)\varphi(0) \text{ setzt}$$

wobei

$\varphi(0) = \frac{f_0}{F}$ $\quad f_0$ = Leitapparat Austrittsquerschnitt
$\quad F$ = Rohrleitungsquerschnitt

so erhält man:

$$y^2 - 2y\left[H + \frac{a^2}{g}\left(1-\frac{t}{T}\right)^2\frac{f_0^2}{F^2}\right] + H^2 = 0$$

wir setzen nun:

$$t = \frac{2L}{a} \text{ und für } f_0 = \frac{Q}{\sqrt{2gy_0}}$$

$$F = \frac{Q}{c}$$

Damit ergibt sich:

$$y^2 - 2y\left[H + \frac{a^2}{g}\left(1 - \frac{2L}{aT}\right)^2\frac{c_0^2}{2gy_0}\right] + H^2 = 0.$$

Wird nun der Kürze halber:

$\frac{y}{y_0} = z$ und $\frac{a\,c_0}{g\,y_0} = m$ gesetzt, so ergibt sich nach einigen Umformungen:

$$z^2 - 2z = \left[1 + m + \frac{1}{2}m^2\left(1 - \frac{2L}{aT}\right)^2\right] + (1+m)^2 = 0.$$

Diese Gleichung muss nun nach m aufgelöst werden und man erhält:

$$m = \frac{1 \pm \left(1 - \frac{2L}{aT}\right)\sqrt{z}}{\left(1 - \frac{2L}{aT}\right)^2 z}(z-1)$$

Wird nun der Wert von m zurücksubstituiert, so erhält man eine Gleichung zur Bestimmung der Geschwindigkeit c_0 von folgender Form:

$$c_0 = \frac{1 \pm \left(1 - \frac{2L}{aT}\right)\sqrt{z}}{\left(1 - \frac{2L}{aT}\right)^2 z}(z-1)\frac{g\,y_0}{a}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich dann auf Grund der gemessenen Druckerhöhungen z, der Rohrleitungslänge L und der Schlusszeit T sowie dem Parameter a die Geschwindigkeit c_0 in der Rohrleitung und damit die Wassermenge berechnen.

Die Geschwindigkeit c_0 ist die mittlere Rohrleitungsgeschwindigkeit und sie wird berechnet auf Grund der Beziehung:

$$c_0 \, L_{tot.} = i \sum_{1}^{n} (L_i \, c_1)$$

oder:

$$c_0 = \frac{i \sum_{1}^{n} (L_i \, c_i)}{i \sum_{1}^{n} (L_i)}$$

Wenn man nun diese Gleichung auf beiden Seiten mit $\frac{\pi}{4} D_i^2$ mulipliziert, oder an Stelle von $c_i = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D_i^2}$ setzt, so folgt nach einigen Umformungen zur Berechnung der Wassermenge folgende Beziehung:

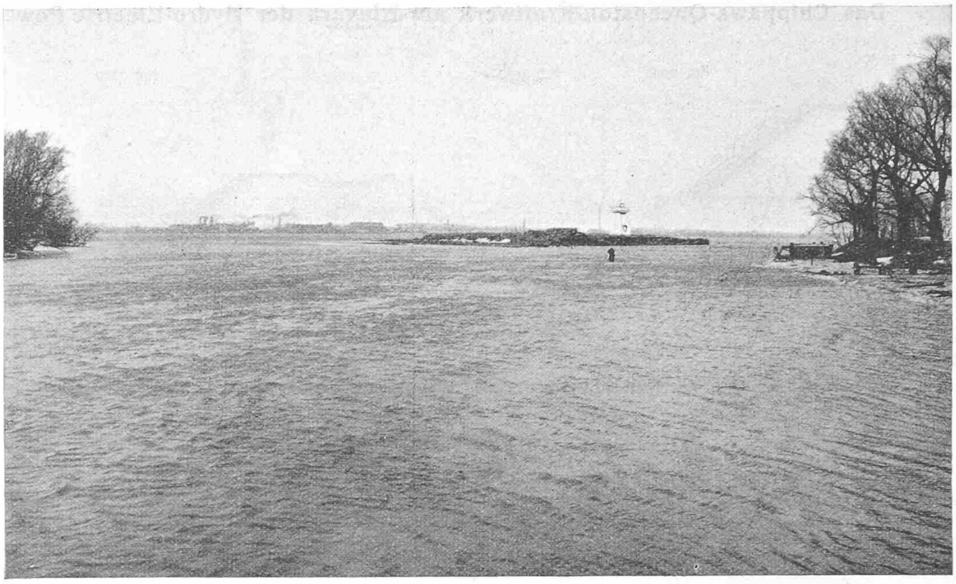

Abb. 7. Mündung des Welland River in den Niagara, jetzt Kanal-Einlauf, bei Chippawa.

$$Q_0 = \frac{1 \pm \left(1 - \frac{2\,L}{a\,T}\right) \sqrt{z}}{\left(1 - \frac{2\,L}{a\,T}\right)^2 z} \, (z-1) \, \frac{\pi \, g \, y_0 \, i \sum_{1}^{n} (L_i)}{4 \, a \, i \sum_{1}^{n} \left(\frac{L_i}{D_i^2}\right)} \qquad (7)$$

Die Berechnung der Wassermenge mit Hilfe dieser Formel ist, wie man sieht, eine sehr komplizierte, und wenn man noch berücksichtigt, dass die einzelnen Grössen in der Formel nicht immer mit der wünschenswerten Genauigkeit ermittelt werden können, so darf man wohl sagen, dass die von Gibson vorgeschlagene Methode keinen Fortschritt in der Ausführung von Wassermessungen bedeutet.

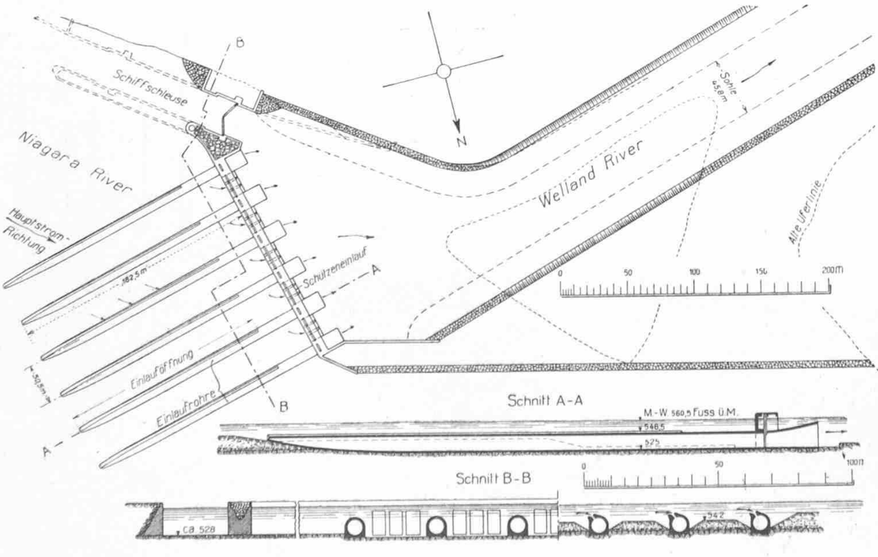

Abb. 8. Kanaleinlauf in Chippawa. — Grundriss 1 : 5000, Schnitte 1 : 2500.

In „Engineering News Record“ vom 17. März 1921 sind Versuchsresultate veröffentlicht, die mit der Methode von Gibson gewonnen wurden. Die Uebereinstimmung der Versuchsergebnisse zwischen den dort veröffentlichten Behältermessungen und den Messungen nach der Gibson-Methode ist eine überraschend gute, doch wird nicht mitgeteilt, wie diese Resultate gefunden wurden, d. h. wie die aufgenommenen Drucksteigerungs-Diagramme zur Bestimmung der Wassermengen Verwendung fanden. Da ohne Kenntnis der Auswertungsmethoden, eine kritische Würdigung der gefundenen Resultate nicht möglich ist, empfiehlt es sich jedenfalls, die Methode von Gibson vorläufig noch zurückhaltend zu behandeln.[1]

Das Chippawa-Queenston-Kraftwerk am Niagara der Hydro-Electric Power Commission of Ontario.

Von Dr. Ing. *Ernst Steiner*, Solothurn.

(Fortsetzung von Seite 30).

4. Das Ausführungsprojekt.[2]

Als günstigste Einlaufstelle für den Kraftkanal wurde die jetzige Einmündung des Welland-Flusses in den Niagarastrom gewählt; sie liegt etwa 3 km oberhalb dem Niagara-Fall (Abb. 7). Nach den Geländeverhältnissen ergab sich die Lage für das Maschinenhaus 1,3 km oberhalb der Hängebrücke von Queenston. Die Druckleitungsrohre erhalten hier eine Länge von 1,5 m auf den m Druckhöhe (beim „Erie-Jordan-Kanal“ 16 m auf den m Druckhöhe). Dem Projekte für einen offenen Kanal ist ein solches für einen Oberwasser-Druckstollen gegenüber gestellt worden. Nach einem Vortrage des Chef-Ingenieurs des Baues, Mr. H. G. Acres, M. E. J. C., Hydraulic Engineer der „Hydro“, kam man aus geologischen, bautechnischen und wirtschaftlichen Gründen zum offenen Kanal.[3] Dieser ist am besten im Stande, die Vorteile höherer als der minimalen Wasserstände am Einlauf auszunutzen.

Ein weiterer Grund spricht für den offenen Kanal: Er benützt auf 7,5 km Länge den Lauf des Welland-Flusses, der ein so geringes Gefälle besitzt, dass die Fliessrichtung durch Ausbaggern des Bettes umgekehrt werden konnte. Der Welland-Fluss durchfliesst weiter westwärts das Welland-

[1]) Die Methode von Gibson ist auch beim Chippawa-Queenston-Kraftwerk zur Anwendung gelangt; darüber wird in der nachfolgenden Werkbeschreibung berichtet werden. *Red.*

[2]) In allen nachfolgenden Zeichnungen sind die Höhenkoten ü. M. in engl. Fuss, alle andern Masse dagegen in Metermass angegeben.

[3]) Siehe: »The Journal of the Engineering Institut of Canada« Vol. III Nr. 9. Montréal, September 1920.