Wasserschlossprobleme

Autor(en): **Prášil, Franz**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **51/52 (1908)**

Heft 21

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-27524

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

INHALT: Wasserschlossprobleme. — Erste Zürcher Raumkunstausstellung. — Rheinregulierung und „Diepoldsauer Durchstich". — Berner Alpenbahn. — Miscellanea: Wassertiefen-Peilapparat von Ing. C. Buzemann. Die Erlöserkirche in Stuttgart. Erweiterungsbau der Universität München. Zur geplanten Eulerausgabe. Erechtheion und Propyläen. Monatsausweis über die Arbeiten am Lötschbergtunnel. Schweizer. Landesausstellung Bern 1913. Ueber Bahnhofarchitektur. Schweiz. Zentralstelle für Ausstellungswesen. Gemeindebaumeister der Stadt St. Gallen. Schwimmbad in der Wettsteinanlage in Basel. Internat. Eisenbahnkongress in Bern 1910. Gmündertobelbrücke. Rheinschifffahrt von Basel bis zum Bodensee. Umbau des Postgebäudes in Basel. Baukunstausstellung in Mannheim. Schiffahrt auf dem Oberrhein. Aarekorrektion bei Bern. Grundwasserversorgung für Luzern. — Literatur. — Korrespondenz. — Berichtigung. — Vereinsnachrichten: Bernischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Gesellschaft ehemaliger Studierender: Stellenvermittlung.
Tafel IX: Erste Zürcher Raumkunst-Ausstellung.

Bd. 52. *Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur unter der Bedingung genauester Quellenangabe gestattet.* Nr. 21.

Wasserschlossprobleme.[1])

Von Prof. Dr. *Franz Prášil.*

Besteht die Zuflussleitung zu einer Turbinenanlage aus einer längeren, an die Wasserfassung anschliessenden Leitung von geringer Neigung (Kanal, Stollen, Niederdruckrohrleitung) und einer stark geneigten, zu den Turbinen führenden Rohrleitung (Hochdruckleitung), so wird bekanntlich an der Uebergangsstelle ein offener Behälter, das „Wasserschloss", eingeschaltet, und damit die Zuflussleitung in zwei Teile geteilt, in denen bei zeitlich konstantem Abfluss gleichmässige, bei zeitlich variablem Abfluss ungleichmässige Strömung herrscht. Im ersten Falle stellt sich der Wasserspiegel im Wasserschloss so tief unter das Niveau des Wasserspiegels an der Wasserfassung ein, dass der Höhenunterschied dem für die Bewegung durch den oberen Teil nötigen Rinngefälle entspricht; diese Höhendifferenz ist demgemäss durch die Widerstandshöhe des obern Teiles bestimmt, dem Wasserschloss fliesst in der Zeiteinheit ebensoviel Wasser zu, als aus demselben in die Druckleitung zu den Turbinen abfliesst. Im zweiten Falle verhindert die Trägheit der Masse im obern Teil diese Gleichzeitigkeit gleicher Zu- und Abflussmengen, der Wasserspiegel im Wasserschloss nimmt zeitlich veränderliche Lagen ein, bezw. er hebt und senkt sich über und unter das Niveau des Beharrungszustandes; diese Wasserspiegelbewegung hängt von den Abmessungen der Zuleitung, den Durchflussmengen und ausserdem von der Form und Grösse des Wasserschlossinhaltes ab. Soll in diesem Falle ein Ueberfluten des Wasserschlosses oder eine zu starke Entleerung desselben, oder überhaupt zu starke Schwankungen in demselben verhindert werden, so muss das Wasserschloss den räumlichen Verhältnissen der Zuleitung und den Zu- und Abflussmengen entsprechend bemessen werden. Die Probleme, die zur Bestimmung dieser Dimensionen führen, sollen im folgenden behandelt und die darauf basierenden teils analytischen, teils graphischen Berechnungsmethoden angegeben werden und zwar unter der Annahme, dass die Zuflussleitung von Wasserfassung zum Wasserschloss in einer durchwegs gefüllten Rohrleitung oder Stollen (Druckstollen) besteht.[2])

I. Disposition und Bezeichnungen.

Die Untersuchung erfolgt mit Bezug auf beistehende Skizze (Abb. 1) unter folgenden weiteren Annahmen:

1. An der Wasserfassung befindet sich ein Ueberfall, der derart dimensioniert ist, dass das Niveau NN vor dem Stollen AB in einer für die Dauer der untersuchten Vorgänge konstanten Höhe angenommen werden kann.

2. Der Stollenquerschnitt ist konstant.

3. Der Stolleninhalt ist gegenüber dem Wasserschlossinhalt und demjenigen Volumen an der Wasserfassung, innerhalb dessen bei ungleichförmiger Strömung ein Einfluss auf die Formen der Zuströmung bemerklich ist, so gross, dass die verzögernde Rückwirkung dieser beiden Wassermassen auf die Strömungsverhältnisse vernachlässigt werden kann.

4. Elastische und Wärmeeinflüsse werden nicht berücksichtigt.

In den Ableitungen sollen folgende Bezeichnungen verwendet werden:

L = Länge des Stollens in m.
f = Querschnitt des Stollens in m^2.
u = Benetzter Umfang des Stollens in m.
w = Geschwindigkeit des Wassers im Stollen in $m/Sek.$ zur Zeit $= t$.
w_n = Geschwindigkeit des Wassers im Stollen in $m/Sek.$ im Beharrungszustand.
w_o = Geschwindigkeit des Wassers im Stollen in $m/Sek.$ zur Zeit $t =$ o (Anfangszustand).

(w, w_n und w_o sind als Mittelwerte konstant für den ganzen Stolleninhalt angenommen.)

H_e = Abstand des Schwerpunktes des Stolleneingangsquerschnittes vom Niveau NN in m.
H_a = Abstand des Schwerpunktes des Stollenausgangsquerschnittes vom Niveau NN in m.
Q, Q_n, Q_o = das zur Zeit t, während des Beharrungszustandes und zur Zeit $t =$ o durch den Stollen strömende Wasservolumen in $m^3/Sek.$
h_w, h_{wn}, h_{wo} = die den Stollendimensionen und den Geschwindigkeiten w, w_n und w_o entsprechenden Widerstandshöhen.
z = Abstand des Wasserspiegelniveaus im Wasserschloss vom Niveau NN in m zur Zeit t; positiv über NN, negativ unter NN.
F = Querschnitt des Wasserschlosses in m^2 in dem durch z bestimmten Niveau, also im allgemeinen $F =$ Funktion von z.
v = Geschwindigkeit des Wasserspiegelniveaus in $m/Sek.$, positiv beim Heben, negativ beim Sinken. (Als Mittelwert konstant im Querschnitt F angenommen.)
q = Abflussmenge durch die Druckrohrleitung zur Zeit t in $m^3/Sek.$
$c = q:F$, die der Abflussmenge q entsprechende Abflussgeschwindigkeit in $m/Sek.$ bezogen auf F.

Weitere Bezeichnungen werden im Laufe der Untersuchungen eingeführt werden.

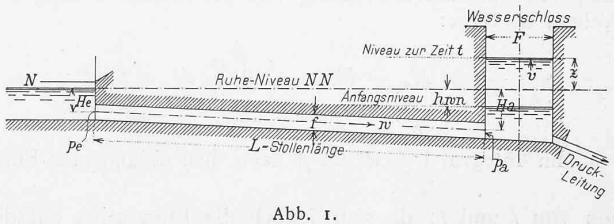

Abb. 1.

II. Ableitung der Hauptgleichungen.

Es sei entsprechend Abbildung 2 der Abstand zweier benachbarter Querschnitte des Stollens gleich dl und mithin $m = \frac{\gamma f\, dl}{g}$ die Masse des zwischen diesen befindlichen Wasservolumens (γ = Gewicht des Wassers pro Kubikeinheit, g = Beschleunigung der Schwere); im linksseitigen Querschnitt herrscht zur Zeit t die Pressung p in kg/m^2 (als Mittelwert konstant für den ganzen Querschnitt angenommen); im rechtsseitigen Querschnitt herrscht zur selben Zeit t eine mittlere Pressung p', deren Grösse im allgemeinen um einen Wert dp von demjenigen von p abweicht; die Pressung p ist von der Lage des Querschnittes, also von l abhängig, sofern l den Abstand des linksseitigen Querschnittes vom Stolleneingangsquerschnitt be-

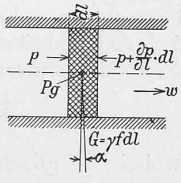

Abb. 2.

[1]) Der Verfasser hat über diese Studien in dem vor dem Zürcher Ingenieur- und Architektenverein am 19. Februar d. J. gehaltenen Vortrag «Hydrotechnische Mitteilungen» berichtet.

In der neueren Literatur wurde das Thema von Herrn Ing. Arthur Budau, Professor an der K. K. techn. Hochschule in Wien in einem Artikel «Druckschwankungen in Turbinenzuleitungen» (als Manuskript gedruckt, bei R. Spies in Wien, 1905) unter dem Kapitel Standrohre (Standpipes), Freiluftrohre behandelt.

[2]) Beispiele: Elektrizitätswerk Spiez, Albulawerk, Löntschwerk, Refrainwerk, Ruhrtalwerke u. a. m.

zeichnet, und bei zeitlich veränderlicher Strömung auch von der Zeit t; es ergibt sich hiermit allgemein

$$dp = \frac{dp}{dl}\,dl + \frac{dp}{dt}\,dt.$$

Wegen der Gleichzeitigkeit von p und p' ist jedoch hier p' lediglich insoweit von p verschieden, als diese Verschiedenheit von der Entfernung der Querschnitte herrührt und ist daher in obiger Formel das Differenzial dt der Zeit = o, also $dp = \frac{dp}{dl} \cdot dl$ zu setzen.

Auf das Massenelement wirken im Sinne der Bewegungsrichtung (d. i. die Richtung von w) folgende Kräfte:

1. Die Gewichtskomponente $P_g = \gamma f\,dl \sin\alpha$, wobei α die Neigung der Stollenachse gegen den Horizont bedeutet; aus der Abbildung 2 ist ersichtlich, dass $dl \sin\alpha = dh =$ dem Niveauabstand der Schwerpunkte der Querschnitte ab und $a'b'$ ist. Daraus folgt $P_g = \gamma f\,dh$.

2. Die Differenz der von den Pressungen p und $p + \frac{dp}{dl}\,dl$ herrührenden Drücke. Dieselbe bestimmt sich mit

$$P_p = p \cdot f - \left(p + \frac{dp}{dl}\,dl\right) f = -f\,\frac{dp}{dl}\,dl.$$

Entgegen der Bewegungsrichtung wirkt die Reibung; bezeichnet man vorläufig mit k_w den der Gewichtseinheit bei der Geschwindigkeit w zukommenden Betrag dieser Reibungskraft, so ergibt sich für denselben $P_w = -\gamma f\,dl\,k_w$, wobei k_w der Dimension nach eine Zahl ist.

Aus dem allgemeinen Grundgesetz: Masse $\times$ Beschleunigung = wirksame Kraft, folgt, da $\frac{dw}{dt}$ die der Geschwindigkeit w zur Zeit t entsprechende Beschleunigung ist:

$$m\,\frac{dw}{dt} = P_g + P_p - P_w$$

$$\frac{\gamma f\,dl}{g}\,\frac{dw}{dt} = \gamma f\,dh - \frac{dp}{dl}\,dl - \gamma f\,dl\,k_w$$

$$\frac{dl}{g}\,\frac{dw}{dt} = dh - \frac{1}{\gamma}\,\frac{dp}{dl}\,dl - k_w\,dl$$

Die Geschwindigkeit w hat zur Zeit t auf der ganzen Länge des Stollens denselben Wert, das Gleiche ist deshalb auch für $\frac{dw}{dt}$ und k_w der Fall.

Integriert man daher zwischen den Anfangs- und Endwerten $l =$ o und $l = L$ bezw. $h = H_e$ und $h = H_a$ entsprechend einer Bewegung von der Wasserfassung zum Stollen, so folgt:

$$\frac{L}{g}\,\frac{dw}{at} = H_a - H_e - \frac{1}{\gamma}\int_o^L \frac{dp}{dl}\,dl - k_w\,L.$$

Im Integral $\int_o^L \frac{dp}{dl}\,dl$ ist p nach dem obigen eine Funktion von t und l; da sich jedoch die Integration auf den Zustand zur bestimmten Zeit t bezieht, so ist hierbei t als eine Konstante zu betrachten und es wird

$$\int_o^L \frac{dp}{dl}\,dl = p_a - p_e$$

wenn p_a die Pressung am Ausgangsquerschnitt, p_e die Pressung am Eingangsquerschnitt zur Zeit t bezeichnet; $k_w \cdot L$ ist hierbei nichts anderes, als die Widerstandshöhe h_w für den ganzen Stollen zur Zeit t. Nun kann man setzen:

$$\frac{p_a}{\gamma} = H_a + z + \frac{p_o}{\gamma};\quad \frac{p_e}{\gamma} = H_e + \frac{p_o}{\gamma};$$

wobei $\frac{p_0}{\gamma}$ gleich der Wassersäule des atmosphärischen Druckes ist; es folgt die Gleichung:

$$\frac{L}{g}\,\frac{dw}{dt} + z + h_w = 0.$$

In den bisherigen Betrachtungen ist eine Strömung im Stollen von der Wasserfassung zum Wasserschloss angenommen; ist die Strömung rückläufig (vom Wasserschloss zur Wasserfassung), so ist *bei Beibehaltung der Richtung für die Messung der Längen l zu beachten*, dass jetzt die Reibung im Sinne der Zunahme von l, also entgegengesetzt wie früher, wirksam ist; für eine solche Bewegung ergibt sich hiernach die Gleichung

$$\frac{L}{g}\,\frac{dw}{dt} + z - h_w = 0.$$

Allgemein kann man daher beide Gleichungen zusammenfassen in eine Ausgangsgleichung:

$$\frac{L}{g}\,\frac{dw}{dt} + z \pm h_w = 0, \quad \ldots\ldots\ A$$

wobei das $+$-Zeichen für Strömungen von der Wasserfassung zum Wasserschloss, das $-$-Zeichen für die rückläufige Bewegung gilt. Führt man für h_w eine Funktion ein, deren Wert mit w das Zeichen gleichsinnig wechselt, so kann das Doppelzeichen entfallen und die ganze Bewegung wird durch die Gleichung beschrieben

$$\frac{L}{g}\,\frac{dw}{dt} + z + h_w = 0. \quad \ldots\ldots\ A^*$$

Eine zweite Ausgangsgleichung ergibt sich aus der Kontinuitätsbedingung: das im Zeitelement dt dem Wasserschloss zufliessende Wasservolumen muss gleich sein der Summe der gleichzeitigen Volumsänderung im Wasserschloss und des gleichzeitig abfliessenden Volumens; also

$$w \cdot f \cdot dt = v F\,dt + q\,dt;\ fw = Fv + q = F(v + c) \ldots B$$

* * *

Die Fragen, welche die Praxis hauptsächlich interessieren, sind:

1. Wie verläuft zeitlich bei bestehenden Dimensionen des Stollens und des Wasserschlosses und bestimmten Abflussverhältnissen die Bewegung des Wasserspiegels im Wasserschloss?

2. Welche Dimensionen muss das Wasserschloss bei bestehenden Stollendimensionen und bestimmten Abflussverhältnissen erhalten, damit die Wasserspiegelhebung bezw. -senkung bestimmte, von den örtlichen Verhältnissen abhängige Beträge nicht überschreite?

Es werden folgende Fälle untersucht werden:

a) Plötzliche, teilweise und vollkommene Absperrung des Abflusses.

b) Plötzliche Oeffnung des Abflusses.

c) Allmähliches Absperren, bezw. Oeffnen; variable Abflussverhältnisse und

d) Einfluss eines in das Wasserschloss eingebauten Ueberfalls.

Die Ableitungen werden in erster Linie für *konstanten* Wasserschlossquerschnitt und unter der Annahme durchgeführt werden, dass h_w *proportional w zu nehmen, also durch $h_w = \nu w$* auszudrücken ist. *Hierbei wird sich die Möglichkeit ergeben, sämtliche Fälle nach einheitlicher Methode rechnerisch und graphisch zu behandeln*, die sich auf die bekannte Theorie der gedämpften und erzwungenen Schwingungen stützt. Die Abweichungen, die sich gegenüber der Annahme ergeben, dass h_w proportional w^2 ist und die dementsprechenden Korrektionen an den Resultaten der ersten Methode werden zum Schluss in einer besonderen Studie erörtert werden.

Mit den oben bemerkten vereinfachenden Annahmen folgt aus Gleichung B:

$$w = \frac{F}{f}(v + c);\quad \frac{dw}{dt} = \frac{F}{f}\left(\frac{dv}{dt} + \frac{dc}{dt}\right).$$

Dies in A* eingesetzt und die ganze Gleichung durch $T^2 = \frac{L}{g}\,\frac{F}{f}$ dividiert gibt:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{dc}{dt} + \frac{z}{T^2} + \frac{h_w}{T^2} = \frac{dv}{dt} + \frac{\nu}{T^2}\,\frac{F}{f}\,v + \frac{z}{T^2} + \frac{\nu}{T^2}\,\frac{F}{f}\,c + \frac{dc}{dt} = 0.$$

Führt man noch zur Abkürzung $T_o = \frac{T^2}{\nu}\frac{f}{F}$ ein, und berücksichtigt, dass $v = \frac{dz}{dt}$; $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$ ist, so folgt nach entsprechender Ordnung die *Hauptgleichung:*

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{T_0}\frac{dz}{dt} + \frac{z}{T^2} + \frac{c}{T_0} + \frac{dc}{dt} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad C$$

Die Grössen v sowie $T = \sqrt{\frac{LF}{gf}}$ und $T_o = \frac{T^2}{\nu}\cdot\frac{f}{F} = \frac{L}{\nu g}$ sind der Dimension nach Zeiten. Von dieser Hauptgleichung ausgehend können die verschiedenen Fälle wie folgt behandelt werden.

III. Spezialfälle.

Fall a: Plötzliches Absperren.

Vor der Absperrung fliessen im Beharrungszustand Q_n $m^3/Sek.$ ab; im Stollen herrscht die Geschwindigkeit $w_n = \frac{Q_n}{f}$, es ist hierbei $q = Q_n$; der Wasserspiegel im Wasserschloss liegt um h_{wn} unter dem Niveau NN; die Zeit t wird vom Moment der Absperrung an gemessen, es ist daher von $t = 0$ an $q = \varepsilon Q_n$, wenn ε das Verhältnis der konstant abfliessenden Wassermenge nach der Absperrung zu derjenigen vor der Absperrung bedeutet.

Nach plötzlicher Absperrung tritt meist folgende Erscheinung im Wasserschloss ein: Der Wasserspiegel hebt sich mit veränderlicher Geschwindigkeit bis zu einer maximalen Höhe; ist das höchste Niveau erreicht, so tritt umgekehrte Bewegung ein. Die Geschwindigkeit, mit der der Wasserspiegel sinkt, nimmt zuerst zu, dann wieder ab, bis ein tiefster Wasserstand erreicht ist, nach welchem wieder aufsteigende Bewegung, jedoch auf geringere Höhe, erfolgt wie früher usf., bis wieder Beharrungszustand mit der konstanten Abflussmenge εQ_n eintritt; die Bewegung des Wasserspiegelniveaus gehört in die Kategorie der gedämpften Schwingungen.

1. Analytische Untersuchung.

Die Formel C nimmt für diesen Fall unter Berücksichtigung, dass $c = \frac{q}{F} = \frac{\varepsilon Q_n}{F} = \varepsilon c_n$ = konstant, also $\frac{dc}{dt} = 0$ ist, die Form an

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{T_0}\frac{dz}{dt} + \frac{z}{T^2} + \varepsilon\frac{c_n}{T_0} = 0; \quad . \quad C^a$$

da $h_{wn} = vw_n = vc_n\frac{F}{f} = c_n\frac{T^2}{T_0}$ ist, so folgt $\frac{\varepsilon c_n}{T_0} = \frac{\varepsilon h_{wn}}{T^2}$.

Führt man $z = y - \varepsilon h_{wn}$ also $\frac{dz}{dt} = \frac{dy}{dt}$; $\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2}$ ein, so erhält man aus C_a die Differentialgleichung zweiter Ordnung:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1}{T_0}\frac{dy}{dt} + \frac{y}{T^2} = 0,$$

deren allgemeines Integral bekanntlich drei Formen annimmt und zwar:

1) $y = Ae^{-\frac{t}{2T_0}}\sin\left(\beta + \frac{t}{\mathcal{C}}\right)$, wenn $\frac{1}{\mathcal{C}^2} = \frac{1}{T^2} - \frac{1}{(2T_0)^2}$ positiv,

2) $y = A_1e^{-\frac{t}{2T_0}} + A_2te^{-\frac{t}{2T_0}}$, wenn $\frac{1}{\mathcal{C}^2} = \frac{1}{T^2} - \frac{1}{(2T_0)^2} = 0$,

3) $y = \left(A_1e^{+\frac{t}{\mathcal{C}}} + A_ee^{-\frac{t}{\mathcal{C}}}\right)e^{-\frac{t}{2T_0}}$, wenn $\frac{1}{\mathcal{C}^2} = \frac{1}{T^2} - \frac{1}{(2T_0)^2}$ negativ.

Aus den Definitionsgleichungen für T und T_0 (Schluss des vorigen Kapitels) ergeben sich folgende Beziehungen:

$\frac{1}{\mathcal{C}^2}$ wird positiv, wenn $T < 2T_0$ also $\frac{F}{f} < \frac{4L}{\nu^2 g}$ ist

$\frac{1}{\mathcal{C}^2}$ wird $= 0$, wenn $T = 2T_0$ also $\frac{F}{f} = \frac{4L}{\nu^2 g}$ ist

$\frac{1}{\mathcal{C}^2}$ wird negativ, wenn $T > 2T_0$ also $\frac{F}{f} > \frac{4L}{\nu^2 g}$ ist.

Der Form 1 entsprechen gedämpfte Schwingungen; den Formen 2 und 3 entsprechen aperiodische Bewegungen, d. h. ein Uebergang von einer Ruhelage in die andere ohne Schwingungen. ν hat, wie später aus einem Zahlenbeispiel zu ersehen sein wird, in den meisten Fällen einen zwischen 2 bis 1 Sekunden liegenden Wert; hiermit ergibt sich als Bedingung für das Eintreten aperiodischer Wasserspiegelschwankung, dass $\frac{F}{f} \gtrless \frac{L}{10}$ sein muss; für $L = n$ *km* müsste also $F \gtrless 100\,n\,f$ sein; dieser Fall wird wohl eintreten können, wenn als Wasserschloss ein Weiher zu benützen ist. *Bei künstlich angelegten Wasserschlössern wird jedoch* $\frac{F}{f}$ *immer wesentlich kleiner sein; die weitere Behandlung wird hierauf und hiemit auf die erste Form der Schwingungen beschränkt.*

Aus der entsprechenden Gleichung 1 folgt mit $z = y - \varepsilon h_{wn}$

$$z = -\varepsilon h_{wn} + Ae^{-\frac{t}{2T_0}}\sin\left(\beta + \frac{t}{\mathcal{C}}\right) \quad . \quad I^a$$

und durch Differentiation nach t wegen $\frac{dz}{dt} = v$

$$v = \frac{A}{T}e^{-\frac{t}{2T_0}}\sin\left(\gamma - \beta - \frac{t}{\mathcal{C}}\right) \quad . \quad . \quad II^a$$

wobei $\mathcal{C}$ und γ bestimmt sind durch Gleichungen

$$\frac{1}{\mathcal{C}^2} = \frac{1}{T^2} - \frac{1}{(2T_0)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad III^a$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2T_0}{\mathcal{C}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad IV^a$$

und die Integrationskonstanten A und β aus den Anfangsbedingungen, d. h. aus der Lage und dem Bewegungszustand des Wasserspiegels im Wasserschloss zur Zeit $t = 0$ zu bestimmen sind.

Wie bei der Beschreibung der Erscheinung für diesen Fall bemerkt, liegt vor der Absperrung und im Moment derselben der Wasserspiegel im Wasserschloss im Abstand h_{wn} *unter* dem Niveau NN. Es ist daher für $t = 0$ $z = z_0 = -h_{wn}$ zu setzen. Als Anfangswert für $v = v_0$ zur Zeit $t = 0$ ist anzunehmen $v_0 = \frac{Q_n - \varepsilon Q_n}{F} = (1-\varepsilon)\,c_n$. Diese Annahme setzt allerdings nicht nur plötzliche Absperrung, sondern auch sofortiges Eintreten einer gleichmässig verteilten Geschwindigkeit des Wasserspiegels voraus; als Grenzfall ist dieselbe berechtigt, namentlich auch deshalb, weil, wie sich bei der Behandlung des Einflusses einer Absperrung von zeitlicher Dauer ergeben wird, eine geringe Dauer der Absperrung die Resultate nicht wesentlich verschiebt.

Es folgen hiermit die Gleichungen für die Bestimmung der Integrationskonstanten mit $t = 0$

$$A\sin\beta = -(1-\varepsilon)\,h_{wn},$$
$$A\sin(\gamma - \beta) = +(1-\varepsilon)\,c_n\,T.$$

Letztere Gleichung kann umgeformt werden in

$$A\cos\beta = (1-\varepsilon)\left(\frac{T_0}{T^2} - \frac{1}{2T_0}\right)h_{wn}\,\mathcal{C}.$$

Durch Einführung der Werte in den Ausdruck unter der eckigen Klammer ist zu finden, dass derselbe proportional der Differenz $\left(\frac{f}{F} - \frac{\nu^2 g}{2L}\right)$ wird; diese Differenz ist mithin positiv, wenn $\frac{F}{f} < \frac{2L}{\nu^2 g}$, also unter den früheren Zahlannahmen für ν und g: $F < 50\,n \cdot f$ (n = Anzahl der Kilometer Stollenlänge). Dies hat Einfluss auf die Bestimmung des Wertes von β; da im gegebenen Fall $\sin\beta$ negativ und mit $\frac{F}{f} < \frac{2L}{\nu^2 g}$ der $\cos\beta$ positiv ist, so ist β im vierten Quadranten liegend zunächst anzunehmen. Ist $\frac{4L}{\nu^2 g} > \frac{F}{f} > \frac{2L}{\nu^2 g}$ dann wird der Ausdruck unter der eckigen Klammer und somit $\cos\beta$ negativ; β liegt im dritten Quadranten. Aus den letzten Formeln ergeben sich durch entsprechende Umformung für die Bestimmung von A und β die Gleichungen:

$$A = (1-\varepsilon)\,h_{wn}\frac{\mathcal{C}\,T_0}{T^2}$$

$$\operatorname{tg}\beta = -\frac{1}{\frac{T_0}{\mathcal{C}} = -\frac{1}{4}\frac{\mathcal{C}}{T_0}}$$

Erste Zürcher Raumkunstausstellung, September bis November 1908.

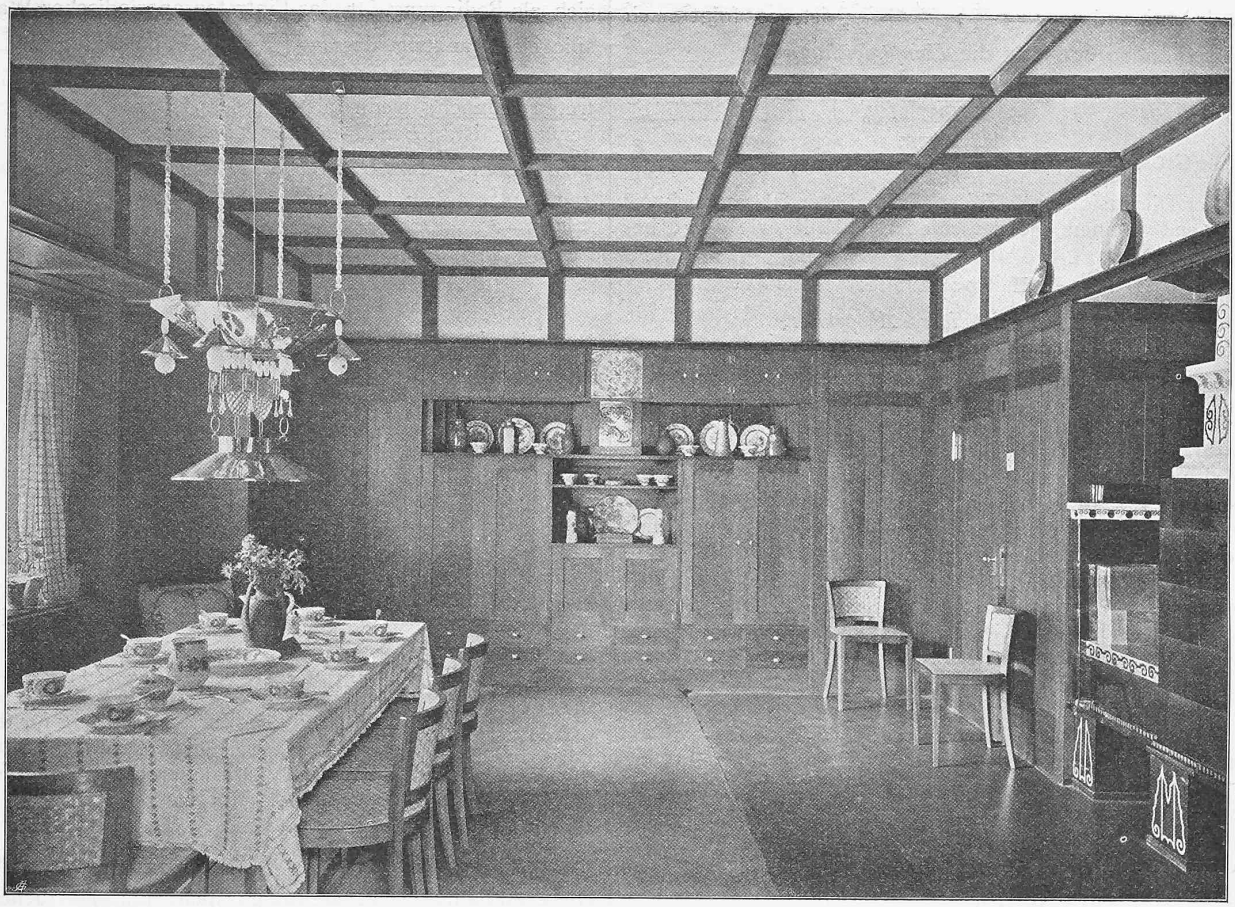

Abb. 1. Esszimmer. Entwurf der Architekten *Haller & Schindler* in Zürich.

Aus denselben ist zu ersehen, dass die Quantität der Absperrung wohl auf die Grösse von A, aber nicht auf die Grösse von β Einfluss hat.

Was nun den Verlauf der Bewegung anbelangt, so folgt aus den Gleichungen I[a] und II[a], dass die Bewegung eine gedämpfte Schwingung mit der Periodendauer $\vartheta'' = 2\pi\mathcal{C}$ ist.

Maximal- und Minimalwerte von z resp. y werden eintreten, wenn $\frac{dz}{dt} = v = 0$ ist, also wenn

$$\frac{t}{\mathcal{C}} = \gamma - \beta = \gamma - \beta + \pi = \gamma - \beta + 2\pi = \ldots$$

wird. Es ergeben sich die Maximalwerte:

$$z_{max\ I} = -\varepsilon h_{wn} + A e^{-\frac{\mathcal{C}}{2T_0}(\gamma-\beta)} \sin\gamma$$

$$z_{max\ II} = -\varepsilon h_{wn} + A e^{-\frac{\mathcal{C}}{2T_0}(\gamma-\beta+2\pi)} \sin\gamma \text{ usf.}$$

und die Minimalwerte

$$z_{min\ I} = -\varepsilon h_{wn} - A e^{-\frac{\mathcal{C}}{2T_0}(\gamma-\beta+\pi)} \sin\gamma$$

$$z_{min\ II} = -\varepsilon h_{wn} - A e^{-\frac{\mathcal{C}}{2T_0}(\gamma-\beta+3\pi)} \sin\gamma \text{ usf.}$$

Man erkennt, dass wegen $z = y - \varepsilon h_{wn}$

$$\frac{y_{max\,II}}{y_{max\,I}} = \frac{y_{max\,III}}{y_{max\,II}} = \ldots\ldots e^{-\frac{\mathcal{C}}{2T_0}2\pi} = \frac{y_{min\ II}}{y_{min\ I}} = \frac{y_{min\ III}}{y_{min\ II}}$$

wird.

Die Bewegung verläuft mit abnehmenden Amplituden; für $t = \infty$ wird:

$$z_\infty = -\varepsilon h_{wn};\ v = 0.$$

2. *Graphische Darstellung.*

Für die graphische Darstellung der Bewegung ergibt sich eine einfache Konstruktion: Man kann die Gleichung I[a] in zwei Gleichungen zerlegen, die nach Einführung des Ausdrucks $\varphi = \frac{t}{\mathcal{C}}$ lauten:

$$R = A \cdot e^{-\frac{\mathcal{C}}{2T_0}\varphi};\ y = R \cdot \sin(\beta + \varphi).$$

Die erste derselben ergibt im polaren Koordinatensystem (Abb. 3) mit φ als Bogen, R als Radiusvector eine logarithmische Spirale mit der Steigung $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{\mathcal{C}}{2T_0}$ Durch die zweite Gleichung kann in einem rechtwinkligen Koordinatensystem y und damit z als Funktion von φ dargestellt werden, wenn man die Abszissenachse in der Verlängerung desjenigen Strahles des polaren Systems annimmt, der um den Winkel β vom Anfangsstrahl der Spirale absteht, auf derselben von einem für dieses System als Ursprung angenommenen Punkt die Werte von φ abträgt und die Punkte der Spirale auf die Ordinatenlinien projiziert, die den gleichen Werten φ entsprechen. Da $\varphi = \frac{t}{\mathcal{C}}$ ist, so können in den Abszissen auch die Zeiten gemessen werden und erhält man hiernach auch die Darstellung des *zeitlichen* Verlaufes der Wasserspiegelschwankung.

Die Gleichung II[a], durch welche v bestimmt ist, hat dieselbe Form wie die Gleichung I[a]; es ergibt sich daraus, dass für die graphische Darstellung von v dieselbe Methode angewendet werden kann, da $v = 0$ wird, wenn $\frac{t}{\mathcal{C}} = \gamma - \beta$, so ist ersichtlich, dass die Abszissenachse für das rechtwinklige Koordinatensystem, in dem v zur Darstellung kommt, in die Verlängerung desjenigen Strahles des polaren Systems zu nehmen ist, der den Maximal- und Minimal-

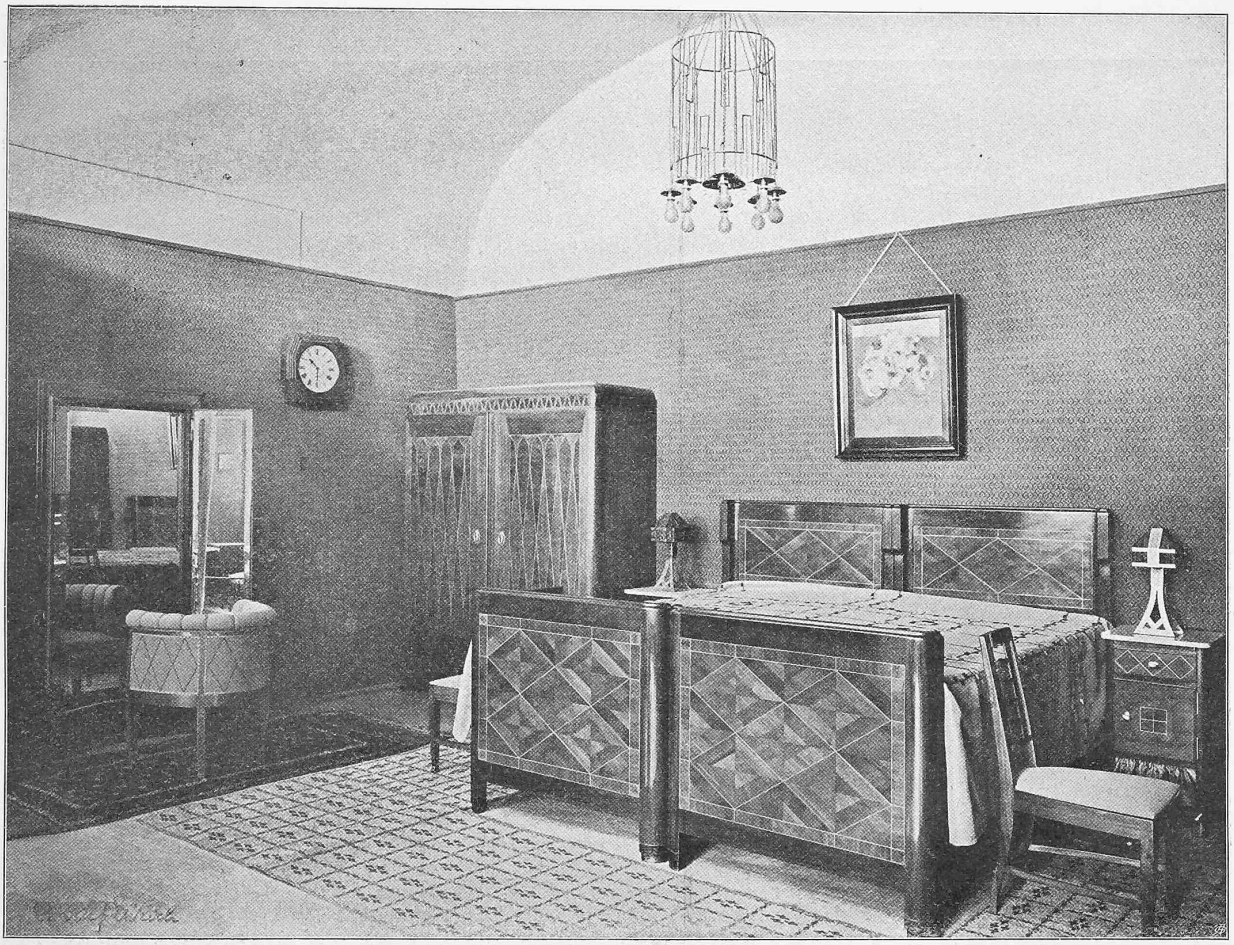

Abb. 2. Schlafzimmer in russischem Eibenholz. — Entwurf der Architekten *Rittmeyer & Furrer* in Winterthur.

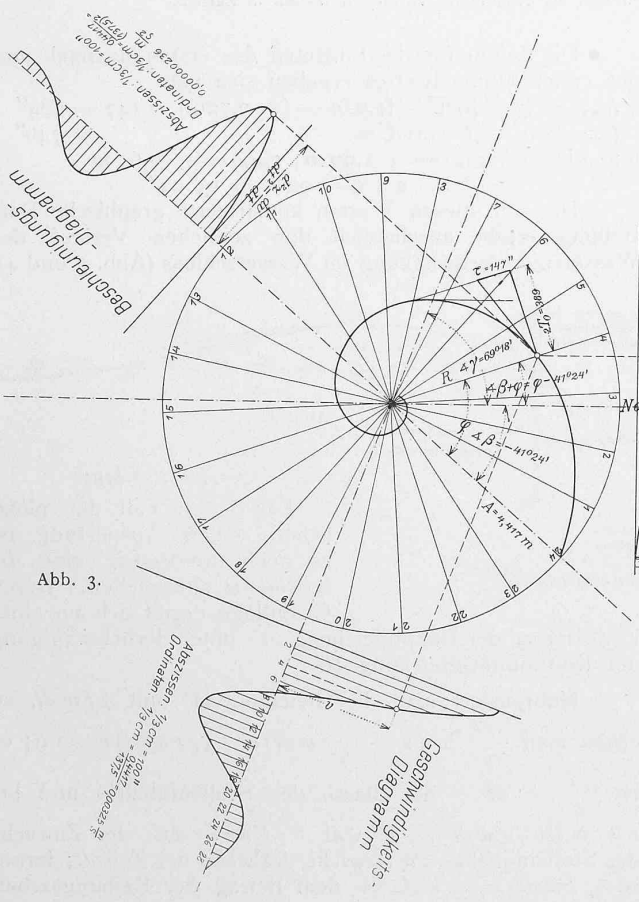

Abb. 3.

werten von z bezw. y entspricht. Durch Projektion der Punkte der Spirale auf entsprechende Ordinatenlinien erhält man die v-Kurve; deren Ordinaten sind natürlich nicht mit demselben Masstab zu messen, wie jene der z-Kurve, sondern man hat zu nehmen:

Wenn für die z-Kurve 1 *cm* Ordinate $= a$ *m* ist, so ist für die v-Kurve 1 *cm* Ordinate $= \frac{a}{T}$ *m/Sek.* Aehnliches gilt für die Beschleunigungsdarstellung.

3. *Rechnungsbeispiel.*

Es sei nun für diesen Fall ein Beispiel gerechnet, dem auch die graphische Darstellung entspricht. Die Dimensionen sind folgende:

$$L = 2760\,m;\quad f = 7{,}44\,m^2;$$
$$u = 10{,}0\,m;$$

das für die Strömung von $Q = 15\ m^3/Sek.$ nötige Ringgefälle sei nach der üblichen Berechnung bei einem Rauhigkeitskoeffizienten $n = 0{,}0135$ und entsprechend $w_n = 2{,}02\ m/Sek.$ mit $h_{wn} = 2{,}92\ m$ berechnet; der Wasserschlossquerschnitt sei konstant $F = 500\ m^2$.

Der Theorie liegt die Annahme $h_w = v \cdot w$ zugrunde; *es rechnet sich hiermit* $v = \frac{h_{wn}}{w_n} = \frac{2{,}92}{2{,}02} = 1{,}445''$. Wenn man nun $h_w = 1{,}445\ w$ in Verwendung nimmt, so hat dies die Bedeutung, dass man die Reibung mit Ausnahme derjenigen Zustände, bei denen $w = 0$ und $w = w_n$ ist, grösser in Rechnung setzt als die gewöhnliche Widerstandsformel

Erste Zürcher Raumkunstausstellung von September bis November 1908.

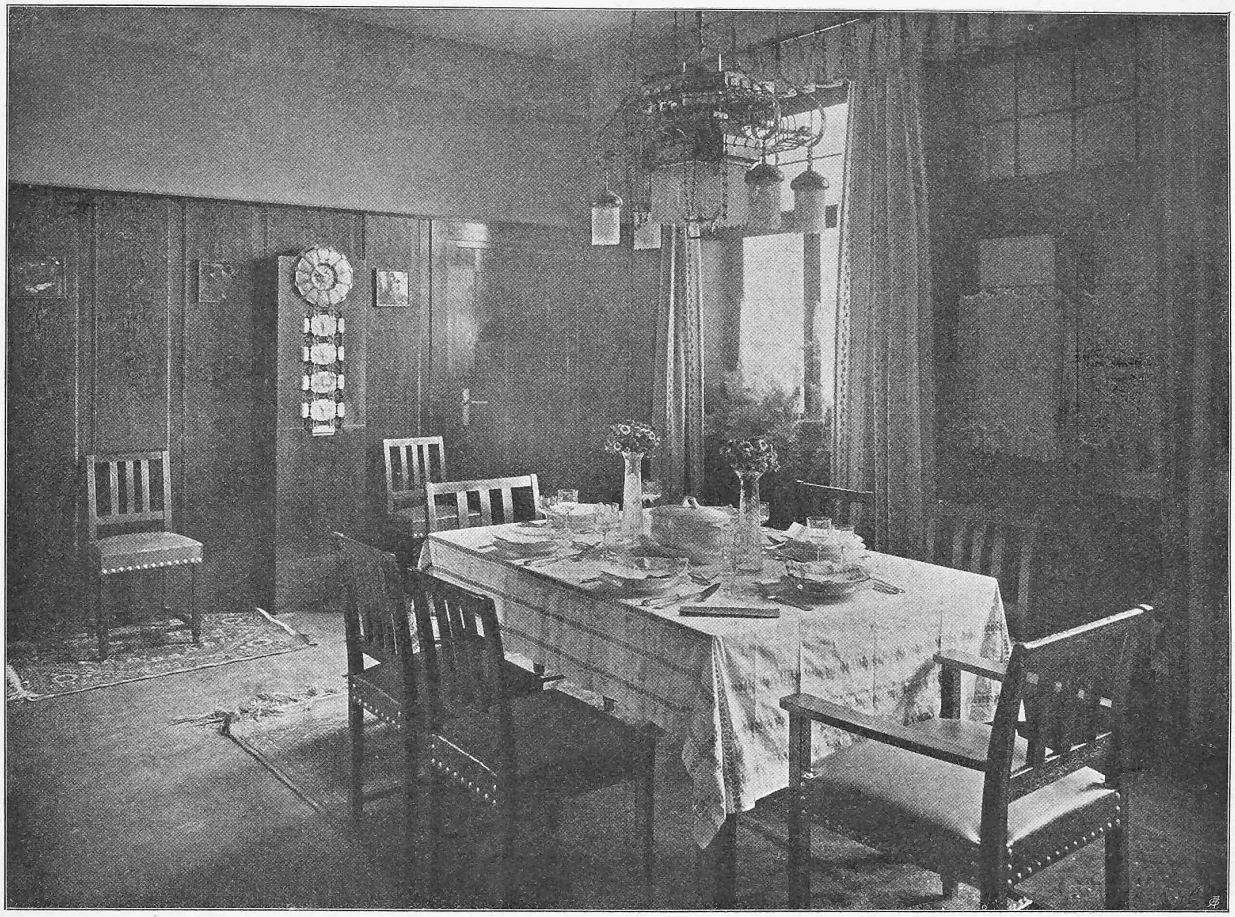

Abb. 3. Esszimmer in schwarzbraun gebeizter Eiche. Entwurf der Architekten *Bischoff & Weideli* in Zürich.

mit dem Gliede w^2 ergeben würde; denn rechnet man $h_w = \xi\, w^2$, also $\xi = \frac{h_{wn}}{w_n{}^2} = \frac{2{,}92}{4{,}08} = 0{,}715$, so ergibt sich für gleiche Werte von w die Differenz $w\ (1{,}445 - 0{,}715\, w)$, welche für $0 < w < 2{,}02$ immer grösser als 0 ist. Die Annahme von $h_w = v \cdot w$ erscheint insofern doch zulässig, als bei der Aufstellung der Hauptgleichungen, wie schon eingangs erwähnt, die jedenfalls verzögernden Einflüsse der Widerstände und Massen im Wasserschloss unberücksichtigt geblieben sind.

Es werde nun das Beispiel unter Annahme vollständiger Absperrung, also $\varepsilon = 0$ berechnet. Man erhält

$$T = \sqrt{\frac{LF}{gf}} = 137{,}5''; \quad T_o = \frac{L}{vg} = 194{,}5''; \quad \mathfrak{T} = 147''$$

$$A \sin\beta = -(1-\varepsilon)\, h_{wn} = -2{,}92\ m$$

$$A \cos\beta = (1-\varepsilon)\left(\frac{T_o}{T^2} - \frac{1}{2\,T_o}\right) h_{wn}\, \mathfrak{T} = +3{,}315\ m$$

$$A = 4{,}417\ m; \quad \operatorname{tg}\beta = -0{,}881$$

$$\sphericalangle\,\beta = -41^0\,24'; \quad \operatorname{arc}\beta = -0{,}722$$

$$z = 4{,}417\, e^{-\frac{t}{389}} \sin\left(\frac{t}{147} - \widehat{0{,}722}\right)^{1)}$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\,T_o}{\mathfrak{T}} = 2{,}609; \quad \sphericalangle\,\gamma = 69^0\,18'; \quad \operatorname{arc}\gamma = 1{,}210$$

$$v = 0{,}032\, e^{-\frac{t}{389}} \sin\left(\widehat{1{,}932} - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right)$$

[1]) Es ist zu beachten, dass die Verhältnisse $\frac{t}{\mathfrak{T}}$ als Bogenwerte zu nehmen und dementsprechend bei der Ziffernrechnung dort in Winkelwerte umzuwandeln sind, wo die Tafeln der trigonometrischen Funktionen in Verwendung kommen.

Die Zeiten für das Eintreten des ersten Maximal- und des ersten Minimalwertes ergeben sich mit

$$t_{1\,max} = (\gamma - \beta)\,\mathfrak{T} = [1{,}210 - (-0{,}720)] = 147 = 284''$$

$$t_{1\,min} = (\gamma - \beta + \pi)\,\mathfrak{T} = \qquad\qquad = 746''$$

und hieraus $z_{max\,I} = +1{,}99\ m$; $z_{min\,I} = -0{,}61\ m$

$$\vartheta'' = 2\,\pi\,\mathfrak{T} = 924'' = 15'\,24''$$

Die mit diesen Werten konstruierte graphische Darstellung ergibt anschaulich den zeitlichen Verlauf der Wasserspiegelschwankung im Wasserschloss (Abb. 3 und 4).

Abb. 4.

4. Arbeitsbilanz.

Für diesen Fall der plötzlichen vollen Absperrung ist es noch interessant, eine *Arbeitsbilanz* aufzustellen. Deren Grundlage ergibt sich aus einer Umformung der Hauptgleichung A^* unter Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung B.

Multipliziert man die Gleichung A^* mit $\gamma f w\, dt$, so erhält man $\frac{\gamma f L}{g}\, w\, dw + (\gamma f w\, dt)\, z + (\gamma f w\, dt)\, h_w = 0$; es ist $\frac{\gamma f L}{g} = M$ = der Masse des Stolleninhaltes und bei $\varepsilon = 0$ ist $\gamma f w\, dt = \gamma F \cdot v\, dt = \gamma F\, dz = dG_I$ der Zuwachs des Stolleninhaltes an Gewicht, während der Zeit dt; ferner ist $(\gamma f w\, dt)\, h_w = dA_w$ = dem Betrag der Reibungsarbeit

Erste Zürcher Raumkunstausstellung von September bis November 1908.

Abb. 4. Herrenzimmer in graubrauner Eiche. — Entwurf der Architekten *Bischoff & Weideli* in Zürich.

im Stollen, während der Zeit dt; obige Gleichung gibt daher $M\frac{dw^2}{2} + z\,d\,G_I + d\,A_w = 0$ und die Integration zwischen den Grenzen, die dem Anfangszustand und dem Zustand der grössten Erhebung für z_{max} entsprechen unter Berücksichtigung, dass zu Anfang $w = w_n$ zu Ende $w = 0$ ist

$$-\frac{M w_n^2}{2} + \int_{-h_{wn}}^{+z_{max}} z\,d\,G_I + A_w = 0.$$

Man kann setzen $\int_{-h_{wn}}^{+z_{max}} z\,d\,G_I = G_I \cdot z_s$, wenn man mit G_I das während dieser Periode in das Wasserschloss gelangte Wassergewicht und mit z_s den Abstand des Schwerpunktes desselben über dem Niveau NN bezeichnet; man kann aber auch setzen $z_s = y_s - h_{wn}$ *(y_s = Abstand des Schwerpunktes von G_I über dem Anfangsniveau)*, woraus dann folgt:

$$\frac{M w_n^2}{2} + G_I\,h_{wn} = G_I\,y_s + A_w;$$

dies ist *die Gleichung für die Arbeitsbilanz*, die in diesem Fall auch gilt, wenn der Querschnitt F veränderlich ist.

Als disponibles Arbeitsvermögen sind einzusetzen:

1. Die lebendige Kraft des Stolleninhaltes,

2. Das Arbeitsvermögen, welches dem Gewicht G_I vermöge der ursprünglichen Niveaudifferenz h_{wn} zwischen dem Niveau vor dem Stollen, d. i. das Niveau NN und dem Anfangsniveau zukommt.

Als aufgebrauchte Arbeit ist einzusetzen:

1. Die Hebearbeit, welche der Hebung des Gewichtes G_I auf die Höhe y_s zukommt.

2. Die Reibungsarbeit.

Man kann die Bilanz im folgenden Schema zusammenstellen:

Disponible Arbeit Meter/Tonnen		Aufgebrauchte Arbeit Meter/Tonnen
4271	Lebendige Kraft des Stolleninhaltes	
7169	Arbeitsvermögen von $G_I = 2455\ t$ bei $h_{wn} = 2{,}92\ m$	
	Hebearbeit für 2,455 t auf 2,455 m .	6027
	Reibungsarbeit	5413
11440	Total	11440

Der totalen Reibungsarbeit von 5413 m/t entspricht bei dem geförderten Gewicht von 2455 t eine mittlere Widerstandshöhe

$$h_{w\,\text{mittel}} = \frac{5413}{2455} = 2{,}205\ m = 0{,}755\ h_{wn}.$$

Man kann dieses Resultat für Bestimmung des nötigen Wasserschlossinhaltes in einem ähnlichen Fall benützen, wenn man in der Bilanzgleichung statt A_w den Ausdruck $h_{w\,\text{mittel}} \cdot G_I \cong 0{,}755\ h_{wn}\ G_I$ einsetzt.

Eine Ergänzung betreffs Bestimmung des Wertes $h_{w\,\text{mittel}}$ folgt im Schlusskapitel.

(Forts. folgt.)