G. Inngebiet.

Am Hauptflusse sind Wuhrbauten hauptsächlich bei Bevers und Madulein-Zuoz ausgeführt worden, während von Verbauungen nur diejenige am Eschiabach bei Madulein, von Tanter-Saas bei Ardez und solche bei Fettan zu erwähnen sind.

Es wurde somit an 4 Gewässern dieses Gebietes gearbeitet und hierfür Fr. 21 125,65 Bundessubvention ausbezahlt, was bei 40% für die Beiträge einer Kostensumme von etwa 53 000 Fr. entspricht.

Der Neubau der Schweiz. Kredit-Anstalt in Basel.

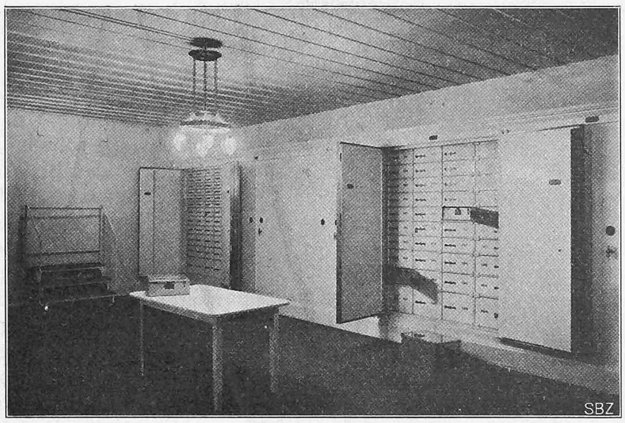


Abb. 16. Blick in den Saferaum mit sechs Coffres-forts.

H. Addagebiet.

Hier wurde nur am Poschiavino eine kleine Arbeit gemacht im Kostenbetrage von 1530 Fr. wofür eine Subvention von Fr. 611,07 ausgerichtet wurde.

Der Gesamtbetrag der für die an 162 Gewässern der Schweiz ausbezahlten Bundessubventionen beträgt *Fr. 2 211 426,19*, wovon Fr. 1 211 426,19 auf Subventionen entfallen, die von den eidgenössischen Räten bewilligt worden sind und 1 000 000 Fr. für solche, deren Erteilung in die Kompetenz des Bundesrates fällt.

Im Jahre 1906 wurden dem Kanton Bern überdies für Bauten an der Sense, an der Grossen Emme und an der Trub Beiträge von 1 374 500 Fr. zugesichert, dem Kanton Freiburg für die Korrektion der Sense 120 000 Fr., dem Kanton St. Gallen für die Korrektion des Littenbaches und des Aechelibaches 300 000 Fr., dem Kanton Aargau für Korrektionsarbeiten an der Reuss von der Kantonsgrenze Luzern bis zu ihrer Einmündung in die Aare 506 000 Fr., für Arbeiten an der Aare zwischen Aarau und Stilli 600 000 Fr., dem Kanton Tessin für die Korrektion der Maggia oberhalb der Brücke von Ascona und den definitiven Ausbau derselben 200 000 Fr., endlich an den Kanton Wallis für die Vervollständigung der Rhone-Korrektion zwischen Brig und dem Genfersee 800 000 Fr. und für die Verbauung der Wildbäche von Saxon 103 500 Fr. Der Gesamtbetrag der bewilligten Subventionen beläuft sich bei einer Kostenvoranschlagssumme von 9 177 000 Fr. auf 4 004 000 Fr.

Ohne das zu wiederholen, was schon letztes Jahr [1]) über die Prinzipien, die bei der Behandlung von Angelegenheiten betreffend Flusskorrektionen und Wildbachverbauungen für das eidgenössische Oberbauinspektorat massgebend sind, gesagt wurde, darf hier doch darauf hingewiesen werden, dass da stetige Verbesserungen an den ausgeführten Bauten unerlässlich sind, mehr auf einen rationellen Ausbau der angefangenen Werke Gewicht gelegt worden ist, als auf die Vornahme neuer Korrektionen und Verbauungen; denn nur dadurch kann man den betreffenden Gegenden immer mehr denjenigen Schutz sichern, den sie von den ausgeführten Arbeiten erwarten.

[1]) Band XLVII, Seite 98.

Dass den Aufforstungen, besonders im Hochgebirge alle Aufmerksamkeit zu schenken ist, weil diese Arbeiten zu einem gesicherten Fortbestehen der ausgeführten Korrektionswerke notwendig sind, muss immer und immer wieder betont werden.

Es ist daher erfreulich, dass seit dem Inkrafttreten des neuen Forstgesetzes die Zahl grösserer Aufforstungsprojekte meist in Verbindung mit Verbauungen und Lawinenschutzbauten sich mehrt, und es erscheint in wirtschaftlicher Beziehung geboten, dass seitens der Behörden solche Bestrebungen bestens gefördert werden.

Bern, den 16. Juli 1907.

Der eidgenössische Oberbauinspektor:
A. v. Morlot.

Eine Anwendung der Mechanik auf die Geometrie.

Von *A. Kiefer* in Zürich.

Wenn in der Ebene oder im Raum auf einen Punkt mehrere Kräfte wirken, so ist die algebraische Summe ihrer Projektionen auf eine beliebige Gerade gleich der Projektion der Resultierenden auf dieselbe Gerade.

Der Angriffspunkt der Kräfte sei O und ihre Grössen seien $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$. Auf den Wirkungslinien der einzelnen Kräfte wähle man auf der Seite von O, nach welcher die Kräfte gerichtet sind, die festen Punkte $A_1, A_2, \ldots A_n$ und denke sich den Punkt O mit den Kräften bewegt, aber so, dass die Wirkungslinien stets durch die festen Punkte laufen. Dann ändert sich auch der Ausdruck

$$\lambda_1 \,.\, OA_1 + \lambda_2 \,.\, OA_2 + \ldots + \lambda_n \,.\, OA_n$$

und wenn derselbe für eine unendlich kleine Verschiebung von O konstant bleibt, so muss er für diese Verschiebungsrichtung ein Minimum sein, gemäss der allgemeinen Theorie über Minima und Maxima. Bezeichnet man die unendlich

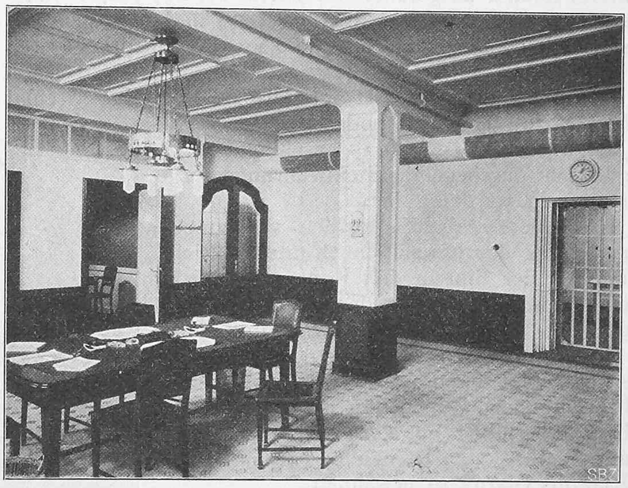


Abb. 17. Safezimmer (bei Tageslicht aufgenommen) mit Blick in den elektrisch beleuchteten Saferaum.

kleine, geradlinige Verschiebung von O mit $\delta = OO'$ und die Winkel, die OO' mit den Linien $OA_1, OA_2, \ldots OA_n$ bildet, mit $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$, so findet man die Aenderung, welche OA_1 erleidet, indem man $O'A_1$ auf OA_1 projiziert, nämlich

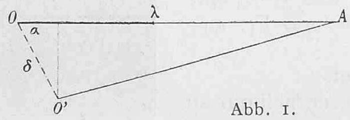


Abb. 1.

$$OA_1 - O'A_1 = \delta \cos \alpha_1;$$

analog für $OA_2, \ldots OA_n$, und daher ist die Aenderung, welche die Summe

$$\lambda_1 \,.\, OA_1 + \lambda_2 \,.\, OA_2 + \ldots + \lambda_n \, OA_n \text{ erfährt, gleich}$$

$$\lambda_1 (OA_1 - O'A_1) + \lambda_2 (OA_2 - O'A_2) + \ldots + \lambda_n (OA_n - O'A_n) =$$
$$\lambda_1 \, \delta \cos \alpha_1 + \lambda_2 \, \delta \cos \alpha_2 + \ldots + \lambda_n \, \delta \cos \alpha_n =$$
$$\delta (\lambda_1 \cos \alpha_1 + \lambda_2 \cos \alpha_2 + \ldots + \lambda_n \cos \alpha_n).$$

Wenn diese Aenderung gleich null wird, so muss für jene Verschiebungsrichtung der Ausdruck
$\lambda_1 . OA_1 + \lambda_2 . OA_2 + \ldots + \lambda_n . OA_n$ ein Minimum sein. Aber $\lambda_1 \cos \alpha_1 + \lambda_2 \cos \alpha_2 + \ldots + \lambda_n \cos \alpha_n$ ist die Summe der Projektionen der Kräfte $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ auf die Verschiebungsrichtung und sie ist gleich der Projektion der Resultierenden und daher gleich null, wenn die Resultierende auf der Verschiebungsrichtung senkrecht steht, oder gleich null ist. Also: *Sind $A_1, A_2, \ldots A_n$ beliebig viele Punkte in der Ebene, oder im Raum, und bewegt sich ein Punkt O auf einer Geraden, oder Kurve, oder Fläche und bedeuten $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ beliebige Faktoren, so wird der Ausdruck*

$$\lambda_1 . OA_1 + \lambda_2 . OA_2 + \ldots + \lambda_n . OA_n$$

ein Minimum, wenn $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ als Kräfte betrachtet, die auf O wirken und durch $A_1, A_2, \ldots A_n$ gehen, eine Resultierende haben, welche auf der Geraden, oder der Kurve, oder der Fläche senkrecht steht.

Bewegt sich der Punkt O beliebig im Raume, so tritt das kleinste Minimum auf, wenn die Resultierende gleich null ist.

Dieser Satz führt zu geometrischen Ergebnissen, von denen manche schon von *Steiner* auf andere Art gefunden worden sind. (Man vergleiche: Jakob Steiner, Ueber den Punkt kleinster Entfernung, ges. Werke Band II, S. 95; ferner S. 16, Abschn. 4 und was die Methode anbetrifft, die Steiner zu seinen ohne Beweis angegebenen Sätzen führte, siehe Anmerkung 11 S. 729 desselben Bandes.)

Der gefundene Satz gibt zu einer Menge von speziellen Fällen Anlass:

Für $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 1$ und $n = 2, 3, \ldots n$ handelt es sich um den Punkt, für den die Summe der Abstände von $2, 3, \ldots n$ Punkten ein Minimum ist. (Im Falle $n = 2$ sind die gesuchten Punkte auf der Geraden, oder Kurve oder Fläche die sogenannten Glanzpunkte.)

Für $\lambda_1 = OA_1, \lambda_2 = OA_2, \ldots \lambda_n = OA_n, n = 2, 3, \ldots n$ tritt der Punkt O auf, für welchen die Summe der Quadrate der Abstände von $2, 3 \ldots n$ Punkten ein Minimum ist. (Wenn $n = 3$, erhält man den Steinerschen Satz 1) Seite 17 Bd. II.)

Setzt man

$$\lambda_1 = (OA_1)^{x-1}, \ldots \lambda_n = (OA_n)^{x-1}, n = 2, 3 \ldots n,$$

so erhält man den Punkt, für welchen die Summe der $x$ten Potenzen seiner Abstände von den gegebenen Punkten ein Minimum ist. ($n = 3$ gibt die Steinerschen Formeln α), β) Seite 17 Bd. II.)

Wählt man $\lambda_1 = \mu_1 . (OA_1)^{x-1}, \lambda_2 = \mu_2 (OA_2)^{x-1}, \ldots$ oder $\lambda_1 = \mu_1 . (OA_1)^{x-1}, \lambda_2 = \mu_2 . (OA_2)^{y-1}, \ldots$ und $n = 2, 3, \ldots$ so erhält man Vielfache der $x$ten Potenzen oder beliebiger Potenzen der Abstände $OA_1, \ldots OA_n$.

Endlich kann man daran denken

$$\lambda_1 = \frac{1}{(OA_1)^2} \ \ldots \ \lambda_n = \frac{1}{(OA_n)^2}$$

zu setzen und erhält dann einen sogenannten Potentialausdruck.

Die Kräfte $\lambda_1, \ldots \lambda_n$ lassen sich sehr wohl als anziehende Kräfte und die ganze Konfiguration von Punkten als System magnetischer oder elektrischer Massenpunkte vorstellen.

Wählt man einzelne Massen oder Kräfte negativ, so brauchen nicht mehr Minima aufzutreten, sondern es können Maxima erscheinen. So ist für eine Gerade g, welche die Verbindungslinie von 2 Punkten A_1, A_2 auf der Verlängerung schneidet, der Berührungspunkt von g mit der Ellipse, die A_1, A_2 zu Brennpunkten hat, der Punkt, dessen Summe der Abstände von A_1, A_2 ein Minimum ist, und der Schnittpunkt von g mit der Linie durch A_1, A_2 hat ein Maximum der Differenz seiner Abstände. Geht g zwischen A_1, A_2 hindurch, so hat der Berührungspunkt mit der Hyperbel, deren Brennpunkte A_1, A_2 sind, ein Maximum der Differenz seiner Abstände und der Schnittpunkt von g mit A_1, A_2 ein Minimum der Summe seiner Abstände von A_1, A_2.

Manche der angeführten speziellen Fälle führen zu einfachen Lösungen; andere sind schwieriger.

Mit Rücksicht auf den Charakter dieser Zeitschrift soll nicht weiter auf die Sache eingetreten werden.

Alle diese Betrachtungen lassen sich erweitern. Angenommen, man habe ein räumliches System von windschiefen Kräften $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_n$. Wenn sie im Gleichgewichte sind, so ist die algebraische Summe ihrer Projektionen auf eine beliebige Gerade oder Richtung gleich null und die Projektionen der Kräfte auf eine beliebige Ebene bilden ein System von Kräften, die im Gleichgewicht sind; die Summe ihrer statischen Momente für einen beliebigen Pol der Ebene, oder was dasselbe ist, die Summe der statischen Momente der Kräfte im Raum für eine beliebige Achse ist gleich null. Man nehme jetzt auf jeder Kraft $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ zwei Punkte an $A_1, O_1; A_2, O_2; \ldots A_n, O_n$, halte die Punkte $A_1, A_2, \ldots A_n$ fest und betrachte die Punkte $O_1, O_2, \ldots O_n$ als ein bewegliches System von unter einander fest verbundenen Punkten. Bei der Bewegung dieses Systems ändert sich der Ausdruck

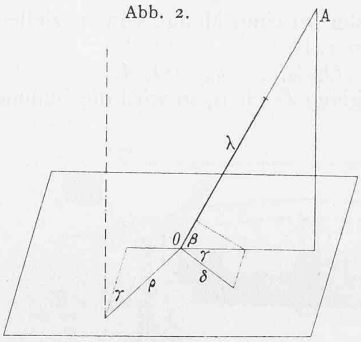
$$\Phi = \lambda_1 . O_1A_1 + \lambda_2 . O_2A_2 + \ldots + \lambda_n . O_nA_n.$$

Wenn seine Aenderung für alle unendlich kleinen Verschiebungen und Drehungen des Punktsystems null ist, so muss der Ausdruck für die betreffende Lage des Systems ein Minimum oder ein Maximum sein. Das System der Punkte O möge eine unendlich kleine Parallelverschiebung von der Grösse δ erfahren und die Winkel zwischen δ und den einzelnen Linien $A_1O_1, A_2O_2 \ldots A_nO_n$ seien $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$; dann sind die Aenderungen dieser Linien $\delta \cos \alpha_1$, $\delta \cos \alpha_2$, $\ldots \delta \cos \alpha_n$ und die Aenderung des Ausdruckes

$$\Phi = \lambda_1 . O_1A_1 + \lambda_2 . O_2A_2 + \ldots + \lambda_n . O_nA_n \text{ ist}$$
$$\lambda_1 \delta \cos \alpha_1 + \lambda_2 \delta \cos \alpha_2 + \ldots + \lambda_n \delta \cos \alpha_n =$$
$$\delta (\lambda_1 \cos \alpha_1 + \lambda_2 \cos \alpha_2 + \ldots + \lambda_n \cos \alpha_n).$$

Der Klammerausdruck ist die Summe der Projektionen aller Kräfte auf die Verschiebungsrichtung und also gleich null, wenn die Kräfte im Gleichgewicht sind. Angenommen, man führe mit dem System der Punkte O eine unendlich kleine Drehung aus von der Grösse φ und die Abstände der Punkte $O_1, O_2, \ldots O_n$ von der Achse seien $\varrho_1, \varrho_2 \ldots \varrho_n$; dann sind die Verschiebungen dieser Punkte $\delta_1 = \varrho_1 \varphi, \delta_2 = \varrho_2 \varphi, \ldots \delta_n = \varrho_n \varphi$.

Abb. 2.



Bezeichnet man die Neigungswinkel der Linien $O_1A_1, \ldots O_nA_n$ mit den Ebenen senkrecht zur Drehachse mit $\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n$ und die Winkel zwischen den Verschiebungen $\delta_1, \ldots \delta_n$ und den Projektionen von $O_1A_1, \ldots O_nA_n$ auf die zur Achse senkrechten Ebenen mit $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_n$, so sind die Aenderungen von $O_1A_1, O_2A_2, \ldots O_nA_n$ beziehungsweise

$$\delta_1 \cos \gamma_1 \cos \beta_1, \ \delta_2 \cos \gamma_2 \cos \beta_2, \ldots \delta_n \cos \gamma_n \cos \beta_n \text{ oder}$$
$$\varrho_1 \varphi \cos \gamma_1 \cos \beta_1, \ \varrho_2 \varphi \cos \gamma_2 \cos \beta_2, \ldots \varrho_n \varphi \cos \gamma_n \cos \beta_n.$$

Somit ist die Aenderung, welche der Ausdruck
$\Phi = \lambda_1 . O_1A_1 + \lambda_2 . O_2A_2 + \ldots + \lambda_n . O_nA_n$ erfährt, gleich

$$\varphi (\lambda_1 \varrho_1 \cos \gamma_1 \cos \beta_1 + \lambda_2 . \varrho_2 . \cos \gamma_2 \cos \beta_2 + \ldots + \lambda_n \varrho_n \cos \gamma_n \cos \beta_n) =$$
$$\varphi (\lambda_1 \cos \beta_1 . \varrho_1 \cos \gamma_1 + \lambda_2 \cos \beta_2 . \varrho_2 \cos \gamma_2 + \ldots + \lambda_n \cos \beta_n . \varrho_n \cos \gamma_n).$$

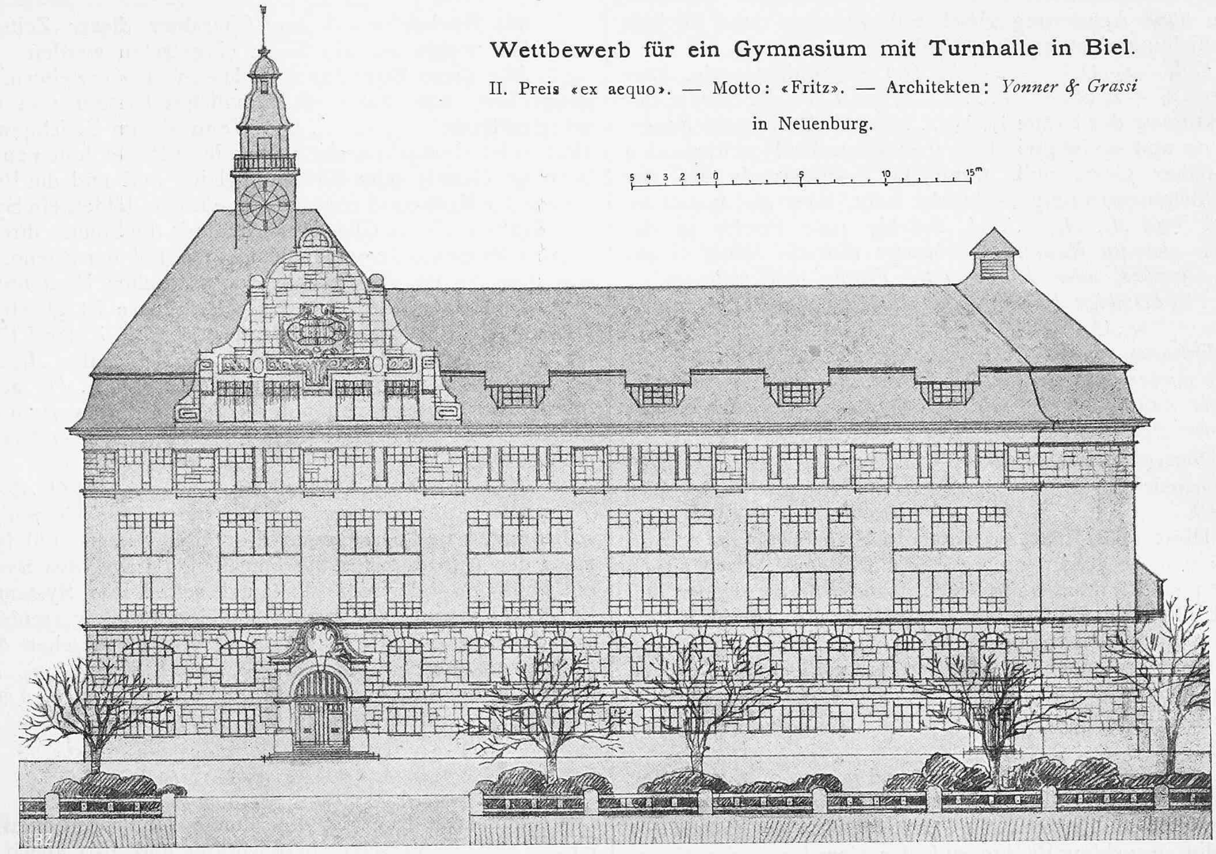
Nun sind $\lambda_1 \cos \beta_1, \ldots \lambda_n \cos \beta_n$ die Projektionen der Kräfte auf die zur Achse senkrechten Ebenen und $\varrho_1 \cos \gamma_1, \ldots \varrho_n \cos \gamma_n$ sind die Lote vom jeweiligen Schnittpunkt mit der Achse auf die Projektionen. Der Klammerausdruck ist also die algebraische Summe der statischen Momente aller Kräfte für die gewählte Achse und gleich null, wenn die Kräfte im Gleichgewicht sind. Also:

Sind $A_1, A_2, \ldots A_n$ feste Punkte im Raum und bilden $O_1, O_2, \ldots O_n$ ein bewegliches System von unter einander fest verbundenen Punkten im Raum und bedeuten $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ beliebige Faktoren, so wird der Ausdruck

$$\Phi = \lambda_1 . O_1A_1 + \lambda_2 . O_2A_2 + \ldots + \lambda_n . O_nA_n$$

Wettbewerb für ein Gymnasium mit Turnhalle in Biel.

II. Preis «ex aequo». — Motto: «Fritz». — Architekten: *Yonner & Grassi* in Neuenburg.



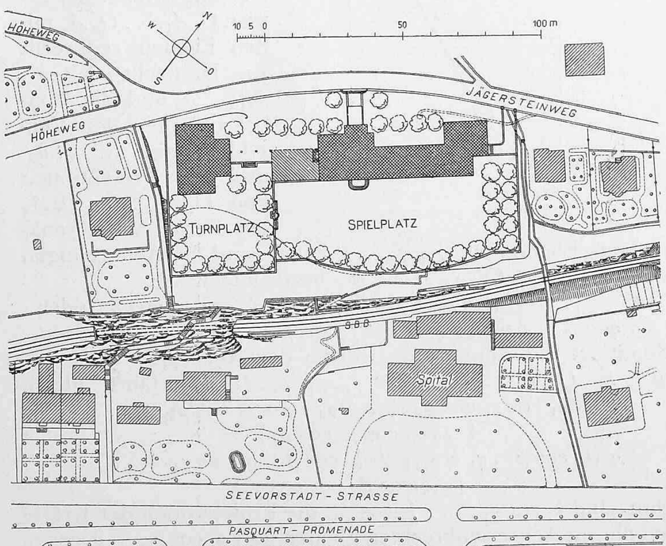
Geometrische Ansicht der Hauptfassade. — Masstab 1 : 400.

ein Minimum oder ein Maximum, wenn $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_n$ *als Kräfte mit den Wirkungslinien* $O_1A_1, \ldots O_nA_n$ *betrachtet, ein Kräftesystem bilden, das im Gleichgewichte ist.*

Dieser Satz gibt wieder zu einer Menge von speziellen Fällen Anlass. Setzt man z. B.

$$\lambda_1 = O_1A_1\,,\ \lambda_2 = O_2A_2,\ \ldots \lambda_n = O_nA_n$$

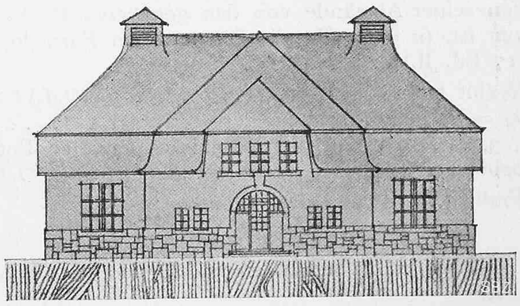
und nimmt überall die positiven Zeichen, so wird die Summe



Lageplan. — Masstab 1 : 2500.

der Quadrate $\overline{O_1A_1}^2 + \overline{O_2A_2}^2 + \ldots + \overline{O_nA_n}^2$ ein Minimum. Dieser spezielle Satz findet sich als Prinzip der kleinsten Quadrate angegeben und bewiesen im Lehrbuch der Statik von A. F. Möbius, § 184 (Leipzig, Joachim Göschen 1837); im § 185 des gleichen Buches werden die Punkte des beweglichen Systems unendlich nahe bei den festen Punkten gewählt, was zu einem besondern Fall des Gauss'schen Prinzipes vom kleinsten Zwang führt.

Unter der Annahme, dass die Kräfte nicht im Gleichgewichte sind, können relative Minima oder Maxima auftreten, nämlich für eine Verschiebung, wenn die Summe der Projektionen der Kräfte auf die Verschiebungsrichtung gleich null ist und für eine Drehung, wenn die Summe der



Ansicht der Längsfassade der Turnhalle. — Masstab 1 : 400.

Momente der Kräfte für die Drehachse verschwindet.

Zum Schlusse die Bemerkung, dass noch weitere Verallgemeinerungen möglich sind, indem es für die ganze Betrachtung gleichgültig ist, ob in den Punkten O je eine einzige oder beliebig viele Kräfte wirken.

Hat man n feste Punkte $A_1, A_2, \ldots A_n$ *und ein bewegliches System von m unter einander fest verbundenen Punkten* $O_1, O_2, \ldots O_m$, *verbindet jeden Punkt O mit jedem Punkt A und multipliziert diese Linien mit beliebigen Faktoren* λ *(die auch null sein können), so wird der Ausdruck*

$$\Phi = \Sigma\ (\lambda \,.\, OA)$$

ein Minimum oder ein Maximum, wenn die Grössen λ, *als Kräfte mit den betreffenden Wirkungslinien OA aufgefasst, ein System von Kräften repräsentieren, die im Gleichgewichte sind.*