

Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **29/30 (1897)**

Heft 19

PDF erstellt am: **19.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

INHALT: Ein neues Momentenplanimeter. — Neue Zufahrtlinien zum Simplon-Tunnel. — Litteratur: Les locomotives suisses. — Konkurrenzen: Strassenbrücke über die Aare von der Stadt Bern nach dem Lorraine-

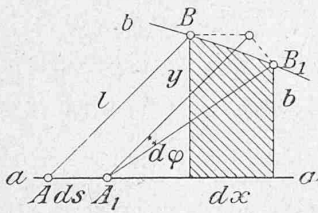
Quartier. — Nekrologie: † Robert Landolt. † Paul Blondel. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehemaliger Polytechniker, Sektion Zürich: Frühjahrsexkursion. Stellenvermittlung. XXVIII. Adressverzeichnis.

### Ein neues Momentenplanimeter.

Von A. Fliegner.

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem, dessen horizontale Achse  $aa$  ist, Fig. 1, sei eine Kurve  $bb$  gegeben. Für das von  $aa$ ,  $bb$  und zwei unendlich benachbarten Ordinaten  $y$  begrenzte Flächenelement ist dann:

Fig. 1.



der Flächeninhalt:

$$dF = y dx, \quad (1)$$

das statische Moment in Bezug auf die Achse  $aa$ :

$$dM = \frac{1}{2} y^2 dx, \quad (2)$$

das Trägheitsmoment in Bezug auf die gleiche Achse:

$$dT = \frac{1}{3} y^3 dx. \quad (3)$$

Will man auf ein Planimeter kommen, mit dem man diese Grössen unmittelbar messen kann, so muss man den analytischen Ausdruck für sie zunächst umformen. Zu diesem Zwecke denkt man sich eine gerade Linie  $AB$  von der konstanten Länge  $l$  so bewegt, dass ihr Endpunkt  $A$  stets auf der Achse  $aa$ , der Endpunkt  $B$  stets auf der Kurve  $bb$  bleibt. Für das betrachtete Flächenelement muss dann  $A$  auf  $aa$  um  $ds$  nach rechts fortücken und die Linie  $AB$  sich gleichzeitig um den Winkel  $d\varphi$  im Sinne des Uhrzeigers drehen. Dadurch ändert sich der Neigungswinkel  $\alpha$  von  $l$  gegenüber  $aa$  um  $-\alpha$ , und es ist:

$$d\varphi = -d\alpha. \quad (4)$$

Nach Fig. 1 bestehen zwischen den verschiedenen Grössen folgende Beziehungen: zunächst ist

$$dx = ds + l d\varphi \sin \alpha$$

oder, wegen (4)

$$dx = ds - l \sin \alpha d\alpha. \quad (5)$$

Ferner ist

$$y = l \sin \alpha. \quad (6)$$

Setzt man (5) und (6) in die Ausdrücke (1) bis (3) ein, so folgt:

$$dF = l \sin \alpha ds - l^2 \sin^2 \alpha d\alpha, \quad (7)$$

$$dM = \frac{1}{2} l^2 \sin^2 \alpha ds - \frac{1}{2} l^3 \sin^3 \alpha d\alpha, \quad (8)$$

$$dT = \frac{1}{3} l^3 \sin^3 \alpha ds - \frac{1}{3} l^4 \sin^4 \alpha d\alpha. \quad (9)$$

Für ein endliches Kurvenstück  $bb$  müssten diese Ausdrücke zwischen den zugehörigen Grenzen integriert werden.

Bei den Anwendungen handelt es sich aber immer um Flächen, die von einer geschlossenen Kurve begrenzt sind. Dann geht die Anordnung eines Planimeters nur so zu treffen, dass die Gerade  $l$  durch Rückdrehung in ihre anfängliche Lage zurückkehrt, so dass also  $\int_b^b d\alpha$  verschwindet.

Gleichzeitig werden auch die drei negativen Integrale von der Gestalt

$$\int_b^b \sin^n \alpha d\alpha = 0, \quad (10)$$

und die Integration der Ausdrücke (7) bis (9) ergibt daher einfach:

$$F = l \int_b^b \sin \alpha ds, \quad (11)$$

$$M = \frac{1}{2} l^2 \int_b^b \sin^2 \alpha ds, \quad (12)$$

$$T = \frac{1}{3} l^3 \int_b^b \sin^3 \alpha ds. \quad (13)$$

Die drei hier auftretenden Integrale sollen auf mechanischem Wege so ermittelt werden, dass man nach Umfahren der ganzen Fläche mit einem Fahrstifte die drei Grössen  $F$ ,  $M$  und  $T$  unmittelbar an entsprechenden Teilmessungen ablesen kann.

Die Bestimmung des ersten Integrals und damit die des Flächeninhaltes der Figur erfolgt mit dem bekannten Linear-Planimeter in seinen verschiedenen Anordnungen.

Um die beiden anderen Integrale finden zu können, ist man bisher so vorgegangen, dass man die Potenzen des Sinus durch Sinus und Kosinus von Vielfachen des Winkels  $\alpha$  ausgedrückt hat, nach den Beziehungen:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha) \text{ und}$$

$$\sin^3 \alpha = \frac{1}{4} (3 \sin \alpha - \sin 3\alpha).$$

Damit werden die beiden Momente, da im ersten  $\int_b^b ds$  verschwindet

$$M = -\frac{1}{4} l^2 \int_b^b \cos 2\alpha ds. \quad (14)$$

$$T = \frac{1}{4} l^3 \int_b^b \sin \alpha ds - \frac{1}{12} l^3 \int_b^b \sin 3\alpha ds. \quad (15)$$

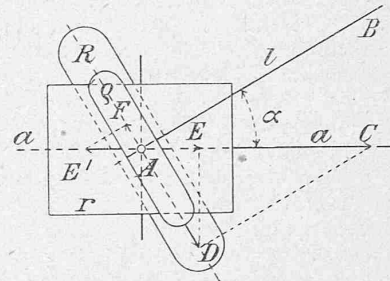
Hiernach sind die *Amsler'schen* Momentenplanimeter konstruiert, die einzigen, die ich auf der Landesausstellung in Genf vorgefunden habe. Sie erfordern Zahnräder, durch die die Drehung des Fahrarmes auf zwei andere Arme verdoppelt und verdreifacht übertragen wird. Durch diese Zahnräder erhält aber der ganze Apparat senkrecht zur Achse  $aa$  eine verhältnismässig grosse Ausdehnung. Ausserdem müssen zur Bestimmung des Trägheitsmomentes zwei Ablesungen und eine kleine Rechnung vorgenommen werden. Und endlich gleiten die drei Messrollen in ihren Achsrichtungen stark auf dem Papier oder ihrer sonstigen Unterlage hin und her.

Diese Uebelstände kann man jedoch umgehen. Es sind Momentenplanimeter möglich, die keine Zahnräder brauchen, die daher kleiner ausfallen, bei denen jedes Moment durch nur eine einzige Ablesung unmittelbar gefunden werden kann, und die auch ein bedeutend geringeres schädliches Gleiten der Messrollen zeigen.

Zunächst soll das geometrische Gerippe eines solchen Planimeters entwickelt werden.

In Fig. 2 sei wieder  $aa$  die Achse, in Bezug auf welche die Momente gesucht sind.  $A$  sei der Drehpunkt des Fahrarmes  $AB$  am Apparat. An diesem Arme ist eine Rolle vom Halbmesser  $R$  vorausgesetzt, deren Drehachse im gezeichneten Grundrisse mit der Richtung des Fahrarmes zusammenfällt und die die Zeichnungsebene in dem Punkte berührt, in dem die verlängerte Drehachse  $A$  des Fahrarmes die Zeichnungsebene schneidet. Wird der Punkt  $A$  auf  $aa$  um  $ds = AC$  nach rechts zu bewegt, so rückt die Drehachse der Rolle  $R$  sich selbst parallel um

Fig. 2.



$AD = \sin \alpha ds. \quad (16)$

nach rechts unten zu fort. Dabei dreht sich die Rolle so, dass ihr Berührungspunkt mit der Zeichnungsebene um die gleiche Strecke nach links oben fortschreitet, während sich