INHALT: Dynamische Theorie des Indicators. — Eidgenössisches Parlamentsgebäude in Bern. — Das Eisenbahnunglück bei Mönchenstein. VII. — Correspondenz. — Concurrenzen: Stadterweiterungsplan für München. Rathhaus in Gelsenkirchen. — Miscellanea: Internationaler Electrotechniker-Congress in Frankfurt a. M. Aarebrücke bei Coblenz. Bahnhofbeleuchtung der schweiz. Eisenbahnen. Electrische Centrale St. Moritz-Dorf (Engadin). Chemins de fer Egyptiens. — Vereinsnachrichten: Stellenvermittelung. — Hiezu eine Lichtdrucktafel: Eidg. Parlamentsgebäude in Bern. Entwurf von Prof. Hans Auer in Bern und Prof. Friedrich Bluntschli in Zürich. Seitenansichten.

Dynamische Theorie des Indicators.

Von Prof. *A. Fliegner.*

Der Einfluss, welchen die im Mechanismus eines Indicators auftretenden Kräfte, Reibungswiderstände und Massenwirkungen auf die Genauigkeit der Indicatordiagramme ausüben, ist schon gelegentlich Gegenstand von Untersuchungen gewesen. Dabei sind aber die Widerstände meiner Ansicht nach nicht richtig eingeführt und ist auch die Frage sonst nicht allseitig erledigt worden. Ich will daher hier einmal eine in dieser Richtung möglichst vollständige Theorie des Indicators zu entwickeln versuchen.

Eine solche geht allerdings nur unter einigen vereinfachenden Annahmen durchzuführen. Diese sind: Geradlinigkeit der Bewegung des Schreibstiftes und Proportionalität derselben mit der Bewegung des Indicatorkolbens, dann ist es gleichgültig, welche dieser beiden Bewegungen untersucht wird; Gleichheit des Druckes im Indicator- und Maschinencylinder; Proportionalität der Drehung der Papiertrommel mit der Bewegung des Maschinenkolbens; Constanz der Winkelgeschwindigkeit ω der Kurbelwelle, so dass, wenn der Drehwinkel φ der Kurbel und die Zeit t von einem der todten Punkte aus gezählt werden, folgt:

$$\varphi = \omega t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Zur Feststellung der Vorzeichen in den folgenden Untersuchungen soll gleich hier angegeben werden, dass die Auslenkung des Indicatorkolbens aus seiner Ruhelage und die auf ihn wirkenden Kräfte *im Sinne der Zusammendrückung der Feder positiv* gezählt werden.

§ 1. *Entwickelung der Gleichung für die Bewegung eines Indicatorkolbens.*

Auf den Kolben des Indicators wirken folgende Kräfte:

1. *Der im Indicatorcylinder herrschende Ueberdruck* p in kg/qm. Derselbe ändert sich ununterbrochen, aber bei dem hier anzunehmenden Beharrungszustande der Maschine *periodisch*, mit einer Länge der Periode von gewöhnlich $\varphi = 2\pi$. Er lässt sich daher durch eine *Fourier*'sche Reihe von der Form

$$p = \sum_{n=o}^{n=\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

darstellen, in welcher für n alle *ganzen* Zahlen von o bis ∞ einzusetzen sind. $n = o$ ergibt eine additionelle Constante, a_o.

Bezeichnet f den Kolbenquerschnitt in m^2, so ist der Ueberdruck auf den Kolben in kg:

$$P = fp. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

2. *Die Federspannung.* Dieselbe darf und muss hier proportional der Gestaltsänderung der Feder angenommen werden. Ist die Feder dann um die Länge von x^m zusammengedrückt, so lässt sich ihre Spannung

$$S = -\sigma x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

setzen, wobei σ = const. die zur Erzeugung einer Längenänderung von 1 m nöthige Kraft bedeutet. σ muss übrigens für Zusammendrückung und Ausdehnung der Feder gleich gross vorausgesetzt werden.

Die Gestaltsänderung der Feder, oder eigentlich die ihr proportionale Bewegung des Schreibstiftes dienen ihrerseits als Mass für den *indicirten Ueberdruck* p_i. Dieser würde also zu berechnen sein aus:

$$fp_i = \sigma x. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

3. *Das Eigengewicht der bewegten Theile.* Ist der Indicatorcylinder in horizontaler Lage angebracht, so übt dieses Eigengewicht keinen unmittelbaren Einfluss auf die Bewegung aus. Steht dagegen der Cylinder vertical oder geneigt, so besitzt dasselbe eine Componente G, welche gewöhnlich im Sinne einer Ausdehnung der Feder wirkt. Bezeichnet γ den auf die Einheit des Kolbenquerschnittes kommenden Betrag dieser Componente, so wird

$$G = -f\gamma. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

4. *Die Bewegungswiderstände.* Hier entsteht die Frage, welche Annahme über die Widerstände der Rechnung zu Grunde gelegt werden soll. Das einfachste wäre, dieselben constant vorauszusetzen, also mit $f\varrho$ einzuführen, wenn ϱ den Widerstand für die Einheit des Kolbenquerschnittes bezeichnet. Die folgenden Untersuchungen werden aber zeigen, dass es jedenfalls richtiger ist, die Widerstände von der Geschwindigkeit der Bewegung abhängig zu setzen, und zwar scheint es genügend, dieselben der Geschwindigkeit proportional anzunehmen, d. h. gleich $f\mu(dx/dt)$.

Damit die Formeln jedoch in allgemeinerer Gestalt erscheinen, sollen beide Annahmen vereinigt werden. Dann ergibt sich der Widerstand zu

$$R = f\left(\mp \varrho - \mu \frac{dx}{dt}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

ϱ hat immer das entgegengesetzte Vorzeichen von dx.

Um die Differentialgleichung der Bewegung aufstellen zu können, muss man noch die Masse aller bewegten Theile auf den Kolben reducirt denken. Dieselbe sei mit M bezeichnet. Dann folgt:

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = P + S + G + R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Setzt man hier die Kräfte P, S, G, R aus den früheren Gleichungen ein, so erhält man für x eine lösbare lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung. Da es mir aber weiterhin nicht auf die Kolbenstellung selbst, sondern auf den *indicirten Druck* p_i ankommt, so will ich gleich diesen nach Glchg. (5) angeben. Er findet sich zu:

$$p_i = \sum_{n=o}^{n=\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) + e^{-\frac{\mu t}{2M}} (C_1 \cos \varkappa\omega t + C_2 \sin \varkappa\omega t) - \gamma \mp \varrho. \quad (9)$$

In diesem Ausdrucke sind A_n, B_n und $\varkappa$ kürzere Bezeichnungen, und zwar bedeutet:

$$A_n \equiv \sigma \frac{(\sigma - Mn^2\omega^2)\,a_n - \mu n\omega b_n}{(\sigma - Mn^2\omega^2)^2 + (\mu n\omega)^2}, \quad . \quad . \quad (9^a)$$

$$B_n \equiv \sigma \frac{(\sigma - Mn^2\omega^2)\,b_n + \mu n\omega a_n}{(\sigma - Mn^2\omega^2)^2 + (\mu n\omega)^2}, \quad . \quad . \quad (9^b)$$

$$\varkappa \equiv \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{\sigma}{M} - \frac{\mu^2}{4M^2}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9^c)$$

C_1 und C_2 sind die vom Anfangszustande abhängigen beiden Integrationsconstanten und e ist die Basis des natürlichen Logarithmensystems.

Die Richtigkeit der Lösung lässt sich am einfachsten durch Einsetzen von $x = fp_i/\sigma$ aus Glchg. (9) in Glchg. (8) nachweisen.

In Glchg. (9) erscheint der indicirte Druck als aus mehreren von einander unabhängigen Theilen zusammengesetzt. Dieselben müssen weiterhin einzeln genauer besprochen werden.

Nur das vorletzte Glied, $-\gamma$, geht hier kurz zu erledigen. Es zeigt, dass das ganze Diagramm bei nicht horizontaler Lage des Indicators um γ im Sinne der achsialen Schwerkraftscomponente verschoben wird. Eine solche Verschiebung hat aber keinerlei weiteren Einfluss auf die Gestalt des Diagrammes, braucht also auch nicht besonders berücksichtigt zu werden.

§ 2. *Die Widerstände des Indicators.*

Um zu erkennen, welchem Gesetz die Eigenwiderstände des Indicators folgen, muss man vom zweiten und letzten Gliede der Gleichung (9) ausgehen, also von dem Ausdrucke:

$$p_i'' \equiv e^{-\frac{\mu t}{2M}} (C_1 \cos \varkappa\omega t + C_2 \sin \varkappa\omega t) \mp \varrho. \quad . \quad (10)$$