

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 95 (1977)  
**Heft:** 40

**Artikel:** Die instationäre Luftströmung in U-Bahn-Tunneln: eine Näherungslösung zur Berechnung des Anfachvorganges  
**Autor:** Rohne, Elmar  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-73464>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 08.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Die instationäre Luftströmung in U-Bahn-Tunneln

## Eine Näherungslösung zur Berechnung des Anfachvorganges

Von Elmar Rohne, Heidenheim

Mit Hilfe eines Näherungsansatzes für die Geschwindigkeitsentwicklung eines U-Bahn-Zuges aus dem Stillstand in einem U-Bahn-Tunnel werden Gleichungen für die Berechnung der durch den Zug angefachten Tunnelluftströmung abgeleitet. Die Rechenergebnisse werden mit Messergebnissen verglichen und zeigen mit diesen eine gute Übereinstimmung.

### 1. Einführung

U-Bahn-Züge können durch ihre Kolbenwirkung bei der Fahrt in unterirdischen Tunneln Luftbewegungen verursachen, die die Benutzer dieses Verkehrsmittels auf den unterirdischen Bahnhöfen mit den dazugehörenden Zu- und Ausgängen zur Erdoberfläche als sehr unangenehm empfinden. Um durch geeignete Massnahmen den auftretenden Luftschwall vermindern zu können, ist eine Kenntnis über die Grösse und den zeitlichen Verlauf der durch die Züge hervorgerufenen Luftbewegungen erforderlich.

Da der Bau von U-Bahn-Anlagen sehr aufwendig ist, und nachträgliche Einbauten erst recht hohe Kosten bedingen, ist es wünschenswert, bereits im Projektstadium diese Luftbewegungen in den Tunneln vorausberechnen zu können.

Probleme der Luftströmungen in U-Bahn-Anlagen haben besonders K. Wieghardt [1], W. Blendermann [2, 3, 4, 5] und W. G. Brown [6] behandelt. Umfangreiche theoretische und experimentelle Untersuchungen über die durch Schienenfahrzeuge in Tunneln verursachten Luftbewegungen hat M. A. Gaillard [7] durchgeführt. Diese Arbeit enthält neben zahlreichen Angaben über einzelne in die Berechnung der Luftbewegung eingehende, experimentell ermittelte Einflussfaktoren auch ein ausführliches Literaturverzeichnis zum behandelten Themenkreis, dem noch aus letzter Zeit eine Arbeit von L. Gackenholtz [8] hinzuzufügen wäre. Der Behandlung des vorliegenden Themas werden die Untersuchungsergebnisse von Gaillard [7] zugrunde gelegt.

### 2. Die Ausgangsgleichung für die Tunnelluftströmung

Es wird zunächst bei der Aufstellung der Ausgangsgleichung vorausgesetzt, dass nach den Gesetzen der Rohrströmungen, d.h. mit den jeweiligen Mittelwerten von Druck und Geschwindigkeit, eindimensional gerechnet und die Strömung als inkompressibel angesehen werden kann. Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung, der Bernoulligleichung, den Gesetzmässigkeiten der Ähnlichkeitstheorie für die Widerstände und mehrfacher Anwendung des Impulssatzes erhält Gaillard [7] zur Berechnung der stationären Tunnelluftgeschwindigkeit  $u_T$ , die sich auf Grund der Kolbenwirkung eines einzigen Zuges im Beharrungszustand einstellt, die Beziehung

$$(1) \quad u_T^2 (a - b - mc \alpha^2) + 2 u_T u_Z (b + mc \alpha) - u_Z^2 (b + mc) = 0$$

Zur Abkürzung wurde dabei gesetzt:

$$(2) \quad a = (1 + \zeta_E) + \lambda \frac{(L_T - L_Z) U_T}{4 A_T}$$

$$(3) \quad b = (\zeta_K + \zeta_S) \frac{1}{(\alpha - 1)^2} + \zeta_{RT} \frac{U_Z}{A_T} L_Z \frac{\alpha}{(\alpha - 1)^3}$$

$$(4) \quad c = \frac{\lambda U_T}{4 A_T} L_Z \frac{\alpha}{(\alpha - 1)^3}$$

$$(5) \quad m = \begin{matrix} +1 & > \\ 0 & \text{bei } u_a = 0 \\ -1 & < \end{matrix}$$

In den Gleichungen (1) bis (5) bedeuten:

*Geschwindigkeiten:*

$u_a$  mittlere Absolutgeschwindigkeit der Tunnelluft neben dem Zug, wobei definitionsgemäss  $u_a > 0$  ist, falls  $u_T$  und  $u_a$  entgegengesetzt gerichtet sind, wie dies bei der Zug-einfahrt während der Verdrängungsphase der Fall ist, und  $u_a < 0$  ist, falls  $u_T$  und  $u_a$  gleiche Richtung haben, wie dies bei der weiteren Fahrt des Zuges im Tunnel der Fall ist.

$u_T$  Tunnelluftgeschwindigkeit

$u_Z$  Zuggeschwindigkeit

*Geometrische Grössen:*

$L_T$  Länge des Tunnels

$A_T$  Tunnelquerschnitt

$U_T$  Tunnelumfang

$L_Z$  Länge des Zuges

$A_Z$  Zugquerschnitt

$U_Z$  Zugumfang

$$\alpha = \frac{A_T}{A_Z} = \text{Querschnittsverhältnis Tunnel-Zug}$$

*Einflussfaktoren:*

$\zeta_E$  Faktor des Eintrittsverlustes am Tunnelportal

$\lambda$  Reibungswiderstandsbeiwert des Tunnels

$\zeta_K$  Druckwiderstandsbeiwert am Zugkopf

$\zeta_S$  Sogwiderstandsbeiwert am Zugende

$\zeta_{RT}$  mittlerer Reibungskoeffizient an der Zugoberfläche im Tunnel, der auch die Widerstände von An-, Auf- und Unterbauten des Zuges sowie der Zwischenräume Wagen-Wagen berücksichtigt.

Die Gleichung (1) wurde unter der Voraussetzung aufgestellt, dass an beiden Tunnelenden gleicher Umgebungsdruck herrschen möge. Diese Voraussetzung ist bei den Verhältnissen in U-Bahnen im allgemeinen nicht gegeben. Für eine näherungsweise Berechnung des Anfachvorganges kann man jedoch zunächst in vielen Fällen von der Voraussetzung ausgehen, wie sie für Gleichung (1) gilt.

Für die instationäre Tunnelluftströmung  $u_T = f(t)$  von dem Moment an, in dem der Zug vollständig im Tunnel ist, gilt nach Gaillard [7] bei konstanter Zuggeschwindigkeit die Gleichung (6):

$$(6) \quad u_T^2 (a - b - mc \alpha^2) + 2 u_T u_z (b + mc \alpha) - \\ - u_z^2 (b + mc) + 2 L_T \left[ 1 + \frac{1}{\frac{L_T}{L_z} (\alpha - 1)} \right] \frac{du_T}{dt} = 0$$

Für den Fall, dass die Zuggeschwindigkeit  $u_z = \text{konst.}$  ist, lässt sich die Riccatische Differentialgleichung (6) mit Hilfe einer partikulären Lösung, bei der für  $t \rightarrow \infty \left( \frac{du_T}{dt} \right) = 0$  wird, nach Trennung der Variablen lösen. Die Lösung ist von Gaillard [7] angegeben.

Nun ist aber der Fall konstanter Fahrgeschwindigkeit des Zuges in einem Tunnel bei U-Bahnen sehr selten. Die Züge beschleunigen aus dem Stillstand heraus im Tunnel oder fahren mit steigender Geschwindigkeit aus einem mehr oder weniger geräumigen Bahnhof oder Streckenabschnitt in eine engere Tunnelröhre ein. Es sind also sowohl  $u_T$  als auch  $u_z$  von der Zeit abhängige Funktionen. Die Riccatische Differentialgleichung (6) kann gelöst werden, falls es gelingt, mit einer vorgegebenen Funktion  $u_z = f(t)$  eine partikuläre Lösung für die Differentialgleichung (6) zu finden, bei der in diesem Fall,  $u_z \neq \text{konst.}$ , der linken Seite von Gl. (6) noch ein Zusatzglied

$$- 2 L_z \frac{1}{\alpha - 1} \frac{du_z}{dt} \text{ hinzuzufügen ist.}$$

### 3. Eine Näherungsgleichung für die Entwicklung der Zuggeschwindigkeit $u_z = f(t)$

Die Fahrprogramme  $u_z = f(t)$  sind bei U-Bahnen je nach Ausführung der Fahrzeuge, der Streckenführung und den Fahrvorschriften unterschiedlich. Ihnen allen gemeinsam ist aber, dass ein Zug aus dem Stillstand zunächst meist stetig bis auf eine Maximalgeschwindigkeit beschleunigt und anschliessend wieder bis zum Stillstand verzögert wird. Da die in den Gleichungen (2), (3) und (4) genannten Verlustbeiwerte in vielen Fällen nur angenähert ermittelt und angegeben werden können, erscheint es denkbar, mit Hilfe einer Näherungslösung für die Funktion  $u_z = f(t)$  doch sehr brauchbare Ergebnisse für die Berechnung des Anfahrvorganges der Tunnelluftströmung zu erhalten.

Dazu denke man sich zunächst, dass ein Zug aus dem Stillstand heraus stetig in einer vorgegebenen Zeit  $t^*$  auf seine Maximalgeschwindigkeit  $u_z^*$  gebracht werde und diese Geschwindigkeit dann mit fortschreitender Zeit  $t$  beibehalten möge. Unter dieser Annahme muss sich – wie im Falle konstanter Zuggeschwindigkeit – schliesslich auch wieder für  $t \rightarrow \infty$  eine konstante Tunnelluftgeschwindigkeit  $u_T$  einstellen und

dann  $\frac{du_T}{dt} = 0$  werden.

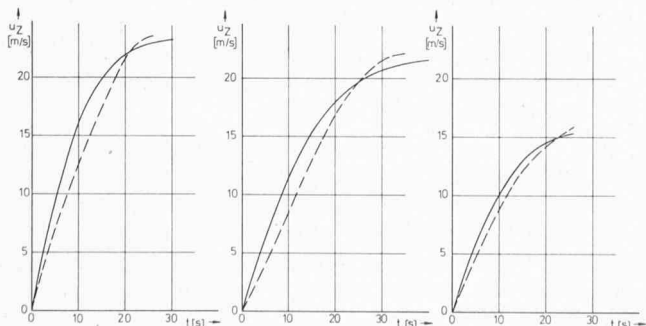


Bild 1. Verschiedene U-Bahn-Fahrprogramme bis zum Erreichen der maximalen Zuggeschwindigkeit  $u_z^*$  (gestrichelte Linien) und Näherungslösung durch die Funktion  $u_z = u_z^* \tan h(2t/t^*)$  (ausgezogene Linien)

Da für  $t \rightarrow \infty$  voraussetzungsgemäss  $u_z = u_z^* = \text{konst.}$  ist und  $\frac{du_T}{dt} = 0$  wie auch  $\frac{du_z}{dt} = 0$  werden, erhält man aus der erweiterten Gl. (6) eine quadratische Gleichung mit konstanten Koeffizienten für  $u_T$ , die elementar lösbar ist und gleichzeitig eine partikuläre Lösung der erweiterten Differentialgleichung (6) darstellt.

Für die Entwicklung der Zuggeschwindigkeit aus dem Stillstand heraus werde nun gesetzt:

$$(7) \quad u_z = u_z^* \tan h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right)$$

Mit diesem Ansatz wird zunächst die Randbedingung  $u_z = 0$  für  $t = 0$  voll erfüllt. Ebenfalls ist die für die angegebene partikuläre Lösung der Differentialgleichung (6) erforderliche Voraussetzung  $u_z = u_z^*$  für  $t \rightarrow \infty$  erfüllt.

Wegen der vielen ohnehin nur näherungsweise angebbaren Einflussfaktoren genügt auch eine nur angenäherte Erfüllung der weiteren Bedingung  $u_z = u_z^*$  z.Zt.  $t = t^*$  sowie auch des gesamten Funktionsverlaufes  $u_z = f(t)$  durch geeignete Wahl der Konstanten  $\varepsilon$  in Gl. (7).

Setzt man z.B.  $\varepsilon = 2$ , so erhält man zunächst z.Zt.  $t = t^*$  mit dem Wert  $u_z = 0,964 u_z^*$  eine recht gute Annäherung an die zuvor genannte Bedingung. Darüber hinaus ergeben sich damit auch recht gute Annäherungen an reale Fahrprogramme, wie ein Vergleich einer Berechnung nach Gl. (7) mit  $\varepsilon = 2$  mit tatsächlichen Fahrprogrammen zeigt (Bild 1).

### 4. Die Berechnung der instationären Tunnelluftgeschwindigkeit

Mit dem Ansatz Gl. (7) für die Zuggeschwindigkeit als Funktion der Zeit und den Abkürzungen

$$(8) \quad \begin{aligned} A &= (a - b - mc \alpha^2) \\ B &= (b + mc \alpha) \\ C &= -(b + mc) \end{aligned}$$

$$(9) \quad D = 2 L_T \left[ 1 + \frac{1}{\frac{L_T}{L_z} (\alpha - 1)} \right]$$

$$E = - 2 L_z \frac{1}{\alpha - 1}$$

ergibt sich nach Umformung aus Gl. (6) mit Zusatzglied

$$(10) \quad \frac{du_T}{dt} = - \frac{A}{D} u_T^2 - \left[ 2 \frac{B}{D} u_z^* \tan h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right) \right] u_T - \\ - \frac{C}{D} \left[ u_z^* \tan h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right) \right]^2 - \frac{E}{D} \frac{u_z^*}{\cos h^2 \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right)}$$

Eine partikuläre Lösung dieser Differentialgleichung erhält man aus der Randbedingung, dass für  $t \rightarrow \infty$  die Zuggeschwindigkeit

$$u_z = u_z^* \text{ und } \frac{du_T}{dt} = 0 \text{ wird. Es ist dann mit}$$

$$(u_T)_{t \rightarrow \infty} = u_{T\infty}$$

$$(11) \quad A u_{T\infty}^2 + 2 B u_{T\infty} u_z^* + C u_z^{*2} = 0$$

woraus sich die Endgeschwindigkeit

$$(12) \quad u_{T\infty} = - u_z^* \frac{B}{A} (\pm) \sqrt{\left( \frac{u_z^* B}{A} \right)^2 - \frac{u_z^{*2} C}{A}}$$

berechnen lässt.

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (10) lautet mit der partikulären Lösung nach Gl. (12)

$$(13) \quad u_T = u_{T\infty} + \frac{1}{v}$$

wobei man  $v$  aus der linearen Differentialgleichung

$$(14) \quad \frac{dv}{dt} + v \left[ -2 \frac{B}{D} u_{Z^*} \tan h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right) - 2 \frac{A}{D} u_{T\infty} \right] = \frac{A}{D}$$

$$(21) \quad u_T = u_{T\infty} + \frac{1}{\frac{-A}{2 B u_{Z^*} \tan h \left[ \frac{\varepsilon (t_E + \vartheta)}{t^*} \right]} + 2 A u_{T\infty} + K' \cdot e^{\left\{ 2 \frac{B}{D} \frac{u_{Z^*} t^*}{\varepsilon} \ln [\cos h \left[ \frac{\varepsilon (t_E + \vartheta)}{t^*} \right]] + 2 \frac{A}{D} u_{T\infty} \cdot \vartheta \right\}}$$

ermittelt, die nach Lösung der verkürzten Form

$$(15) \quad \frac{dv}{dt} + v \left[ -2 \frac{B}{D} u_{Z^*} \tan h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right) - 2 \frac{A}{D} u_{T\infty} \right] = 0$$

durch Variation der Konstanten lösbar ist.

Nach Ausrechnung erhält man als Ergebnis (16)

$$(22) \quad K' = -e^{\left\{ -2 \frac{B}{D} \frac{u_{Z^*} t^*}{\varepsilon} \ln [\cos h \left[ \frac{\varepsilon t_E}{t^*} \right]] \right\}} \left\{ \frac{1}{u_{T\infty}} - \frac{A}{2 B u_{Z^*} \tan h \left( \frac{\varepsilon t_E}{t^*} \right) + 2 A u_{T\infty}} \right\}$$

$$(16) \quad v = \frac{-A}{2 B u_{Z^*} \tan h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right) + 2 A u_{T\infty}} + K e^{\left\{ 2 \frac{B}{D} \frac{u_{Z^*} t^*}{\varepsilon} \left[ \ln [\cos h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right)] \right] + 2 \frac{A}{D} u_{T\infty} \cdot t \right\}}$$

und damit nach Einsetzen in Gleichung (13) schliesslich

$$(17) \quad u_T = u_{T\infty} + \frac{1}{\frac{-A}{2 B u_{Z^*} \tan h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right) + 2 A u_{T\infty}} + K e^{\left\{ 2 \frac{B}{D} \frac{u_{Z^*} t^*}{\varepsilon} \left[ \ln [\cos h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right)] \right] + 2 \frac{A}{D} u_{T\infty} \cdot t \right\}}}$$

Die Konstante  $K$  kann aus der Randbedingung  $u_T = 0$  z. Zt.  $t = 0$  ermittelt werden. Sie ergibt sich dann zu

$$(18) \quad K = -\frac{1}{2 u_{T\infty}}$$

Damit ist aber eine allgemeine Lösung der Differentialgleichung (10) für den Anfachvorgang der Tunnelluftströmung unter den genannten Voraussetzungen gefunden.

$$(19) \quad u_T = u_{T\infty} - \frac{1}{\frac{A}{2 B u_{Z^*} \tan h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right) + 2 A u_{T\infty}} + e^{\left\{ 2 \frac{B}{D} \frac{u_{Z^*} t^*}{\varepsilon} \left[ \ln [\cos h \left( \frac{\varepsilon t}{t^*} \right)] \right] + 2 \frac{A}{D} u_{T\infty} \cdot t \right\}}}$$

Im allgemeinen wird die der Lösung Gleichung (19) zugrundeliegende Randbedingung  $u_T = 0$  z. Zt.  $t = 0$  nicht erfüllt sein. Nach Start in einem geräumigen Bahnhof erreicht der Zug das Tunnelportal erst nach einer Zeit  $t_E$ , wobei er bereits eine Geschwindigkeit  $u_{ZE}$  besitzt. Kann man, wenn

vielleicht auch nur in erster Näherung, voraussetzen, dass zum Zeitpunkt der Einfahrt des Zuges in die Tunnelröhre  $t_E$  die Tunnelluft noch in Ruhe, also  $u_T = 0$  ist, dann ist die Startzeitmarke  $\vartheta = 0$  für die Tunnelluftgeschwindigkeit gegenüber derjenigen für die Zuggeschwindigkeit  $t = 0$  um die Anfahrzeit  $t_E$  verschoben, so dass die Beziehung

$$(20) \quad t = t_E + \vartheta$$

besteht.

In diesem Fall erhält man (21) als Lösung der Differentialgleichung.

Die Konstante  $K'$  lässt sich aus der jetzt gültigen Randbedingung  $u_T = 0$  z. Zt.  $\vartheta = 0$  bestimmen (22).

Für  $t_E = 0$ , d. h.  $\vartheta = t = 0$ , erhält man aus Gl. (22) für die Konstante wieder den Wert nach Gl. (18).

## 5. Vergleich von Berechnungen nach den Näherungslösungen mit Messergebnissen

Luftgeschwindigkeitsmessungen in U-Bahn-Anlagen sind sehr aufwendig und auch nur unter Schwierigkeiten durchzuführen. Es sind deshalb auch nur wenige derartige Messungen vorgenommen und veröffentlicht worden.

Es kommt hinzu, dass für einen Vergleich der rechnerischen Lösung mit Messergebnissen alle in die Rechnung ein-

gehenden Faktoren bekannt oder nach vorliegenden Daten wenigstens hinreichend genau abschätzbar sein müssen. Dazu gehören neben der Geometrie des Tunnels selbst und der darin fahrenden Züge auch möglichst zuverlässige Angaben über die Grösse aller Verlustbeiwerte.

## 5.1 Die aerodynamischen Verlustbeiwerte

### 5.11 Verlustbeiwerte des Tunnels

In die Berechnung gehen der Verlustkoeffizient  $\zeta_E$  für den Eintrittsverlust am Tunnelportal und der Reibungswiderstandsbeiwert  $\lambda$  für den Strömungsverlust längs der Tunnelwand ein.

Für den Eintrittsverlustkoeffizienten werden in der Literatur [5, 6, 7] hauptsächlich Werte  $0,5 \geq \zeta_E \geq 0,6$  genannt. Je nach Ausbildung des Tunnelportals am Eintritt kann der Eintrittsverlustbeiwert  $\zeta_E$  aber auch von den genannten Werten abweichen.

Der Reibungswiderstandsbeiwert  $\lambda$  ist abhängig von der relativen Rauigkeit der Tunnelwand und der vorhandenen Strömungsgeschwindigkeit. Im allgemeinen können aber die Tunnelwände als hydraulisch rau und damit die Grösse von  $\lambda$  als unabhängig von der Grösse der Strömungsgeschwindigkeit angesehen werden. Den Widerstandsbeiwert kann man dann nach den Gesetzen der Strömung in rauen Rohren ermitteln.

In der Literatur [z.B. 3, 4, 5, 7, 8] wird für  $\lambda$  angegeben:

geglätteter Beton	$\lambda = 0,014 \dots 0,015$
verschalter Beton	$\lambda = 0,020 \dots 0,022$
Mauerwerk	$\lambda = 0,025 \dots 0,027$
Sandsteinmauerwerk	$\lambda = 0,029$
roh anstehender Fels	$\lambda = 0,030$
Rohrtübbings	$\lambda = 0,041 \dots 0,045$

### 5.12 Verlustbeiwerte des Zuges

Der Zugwiderstand  $W_T$  im Tunnel setzt sich aus

- dem Formwiderstand am Fahrzeugkopf
- dem Sogwiderstand am Fahrzeugende
- dem Reibungswiderstand an den Fahrzeugflächen einschl. der Widerstände von An-, Auf- und Unterbauten (Drehgestelle)
- und einem Druckwiderstand als Folge der Reibungswiderstände an der Zugoberfläche und der Tunnelwand im Zugbereich zusammen.

Nach dem allgemeinen Widerstandsgesetz der Aerodynamik kann der Zugwiderstand im Tunnel mit Hilfe eines Widerstandsbeiwertes  $c_{WT}$  mit der Relativgeschwindigkeit

$u_z - u_T$  aus

$$(23) \quad W_T = c_{WT} \frac{\rho}{2} (u_z - u_T)^2 A_z$$

berechnet werden, wobei  $\rho$  die Luftdichte bedeutet.

Mit Hilfe der zugaerodynamischen Koeffizienten  $\zeta_K$  für den Verlust am Fahrzeugkopf,  $\zeta_S$  für denjenigen am Fahrzeugende und  $\zeta_{RT}$  für den Reibungsverlustanteil an der Zugoberfläche im Tunnel erhält man nach [7]

$$(24) \quad c_{WT} = (\zeta_K + \zeta_S) \frac{\alpha}{(\alpha - 1)^2} + \zeta_{RT} \frac{U_z L_z}{A_z} \left( \frac{\alpha}{\alpha - 1} \right)^3 + m \frac{\lambda}{4} \frac{U_T}{A_z} L_z \frac{1}{(\alpha - 1)} \left( \frac{u_a}{u_z - u_T} \right)^2$$

Für die aerodynamischen Koeffizienten  $\zeta_K + \zeta_S$  wird angegeben [7] bzw. lässt sich aus Versuchen berechnen [9]:

Lit.	$\zeta_K + \zeta_S$
a) [7] Modellzug Ae 6/6-Lok + 2 bzw. 3 Einheits-Wagen Typ I der SBB	1,456
b) [7] TEE-Zugmodell	1,331
c) [9] Modellzug U-Bahn München	1,62
d) [9] wie c, jedoch völlig gerundete Stirnfronten	1,22

Ein aus Modellversuchen ermittelter Reibungsverlustkoeffizient  $\zeta_{RT}$  lässt sich im allgemeinen – vor allem wegen der zu groben Vereinfachung der Drehgestelle – für die Verlustberechnungen an Grossausführungen nicht verwenden. Nach Gaillard [7] kann er aber aus demjenigen einer Grossausführung auf offener Strecke  $\zeta_R$  durch die Beziehung

$$(25) \quad \zeta_{RT} = \zeta_R \left( 1 + \frac{2,21}{\alpha} \right)$$

berechnet werden.

Für den Reibungsverlustkoeffizienten  $\zeta_R$  auf offener Strecke findet man in [7] folgende Angaben:

Zugtyp	$\zeta_R$
Tokaidobahn (sehr glatte Flächen) [10]	0,00496
Einheitswagen Typ I der SBB	0,00755
Personenzug [11]	0,0083

Bei U-Bahnen wird man im allgemeinen näherungsweise mit einem  $\zeta_R \approx 0,007$  rechnen können.

## 5.2 Vergleich der rechnerischen Näherungslösung mit Messergebnissen

### 5.21 U-Bahn München

Vom Institut für Strömungsmechanik der Techn. Universität München sind im Auftrag des U-Bahn-Referates der Stadt München in den U-Bahn-Anlagen Messungen in einem eingleisigen Streckenabschnitt durchgeführt worden [12]. Dabei wurde unter anderem auch die zeitliche Entwicklung der Tunnelluftgeschwindigkeit für den Fall gemessen, bei dem ein 6-Wagen-Zug in der Tunnelröhre hinter einem Messquerschnitt anfuhr (Bild 2). Der Anfahrvorgang vollzieht sich demnach entsprechend den für die Gl. (19) geltenden Voraussetzungen. Zur Berechnung wurden nachfolgende Werte eingesetzt, die nach verschiedenen Angaben berechnet bzw. ermittelt wurden:

Tunnellänge $L_T = 500$ m	Zuglänge $L_Z = 110,85$ m
Tunnelquerschnitt $A_T = 22,55$ m <sup>2</sup>	Zugquerschnitt $A_Z = 9,7$ m <sup>2</sup>
Tunnelumfang $U_T = 18,14$ m	Zugumfang $U_Z = 12,5$ m
Querschnittsverhältnis $\alpha$	$= 2,325$
Eintrittsverlustfaktor $\zeta_E$	$= 0,6$
Zugwiderstandsbeiwerte $\zeta_K + \zeta_S$	$= 1,62$
Zugreibungsbeiwert $\zeta_{RT}$	$= 0,014$
Tunnelwiderstandsbeiwert $\lambda$	$= 0,022$

Bei diesen Versuchen wurde leider kein Fahrtdiagramm aufgenommen. Um die Versuchsergebnisse auswerten zu können, wurde auf ein Fahrtdiagramm der U-Bahn München zurückgegriffen, das bei ähnlichen Versuchen in München ermittelt und in [13] veröffentlicht wurde. Diese Versuchsstrecke war allerdings länger als im vorliegenden Fall. Unter der Voraussetzung, dass ein Zug aber auch auf einem anderen Streckenabschnitt in gleicher Weise beschleunigt und verzögert werden möge, lässt sich aus dem nach [13] vorliegenden Fahrtdiagramm näherungsweise auch ein Fahrtdiagramm für die kürzere Versuchsstrecke ableiten. Eine mögliche Näherung ist in Bild 3 dargestellt, in dem auch das Fahrtdiagramm für die längere Versuchsstrecke zum Vergleich enthalten ist.

Wie man der Auftragung in Bild 3 entnehmen kann, müsste der Zug in  $t^* = 23,4$  s seine maximale Geschwindigkeit erreicht haben, die sich zu  $u_z^* = 19,8$  m/s ergibt. In der angenäherten Fahrgleichung (7) wurde bei der Berechnung die Konstante  $\varepsilon = 2$  gesetzt, was im vorliegenden Fall zu einer sehr guten Annäherung führt.

Der Anfahrvorgang wird nach den Gl. (12) und (19) mit den zuvor genannten Werten in seinem zeitlichen Verlauf durchgerechnet.

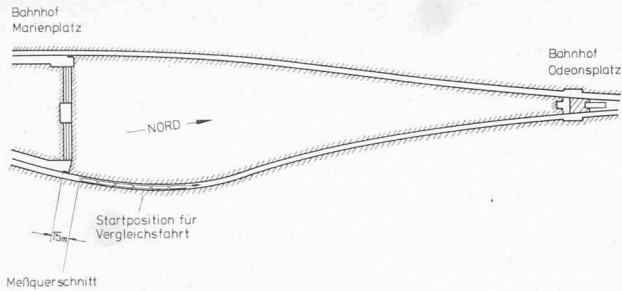


Bild 2. Lageskizze des untersuchten Streckenabschnittes der U-Bahn München [12]

Beim Vergleich mit dem Messergebnis ist noch zu beachten, dass die Messstelle nahe unterhalb der Tunnelwölbung lag, so dass die einzelnen berechneten Werte, die ja Mittelwerte der Tunnelluftströmung angeben, auf diese Messstelle umzuwerten sind.

Aus der dem Bericht [2] beiliegenden Darstellung für die Messpunktanordnung und einem Isotachenbild ergibt sich, dass die Geschwindigkeiten an der Messstelle  $u_{TM}$  im Vergleich zu den mittleren Geschwindigkeiten  $u_T$  um einen Faktor 1,21 grösser sein müssten. Allerdings erkennt man aus dem Versuchsergebnis Bild 4, dass an der Messstelle starke Luftgeschwindigkeitsschwankungen aufgetreten sind, die eine Aussage über die mittlere Tunnelluftgeschwindigkeit erheblich erschweren.

Die nach den Gl. (12) und (19) berechneten Geschwindigkeitswerte wurden trotzdem mit dem erwähnten Faktor für die Messstelle korrigiert und dann in Bild 4 eingetragen. Trotz der verschiedenen nur abschätzbaren Werte ergibt sich doch eine recht gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Versuch. Das Versuchsergebnis ist in Bild 4 (analog [12]) als «Vergleichsfahrt» gekennzeichnet.

In Bild 4 ist auch das Messergebnis bei Durchfahrt eines Zuges, d.h. also Start des Zuges im Bahnhof vor Anfang der Tunnelröhre und nicht nach dem Messquerschnitt, der sich 15 m hinter dem Bahnhof in der Tunnelröhre befand, eingezeichnet. Die beiden Startpositionen unterschieden sich also um rd. 130 m, bezogen auf die Zugfront. Dabei wurde vermutlich eine etwas höhere maximale Zuggeschwindigkeit gefahren, die dann auch zu etwas höheren Tunnelluftgeschwindigkeiten führte.

## 5.22 U-Bahn Wien

Die Maschinenbautechnische Versuchsanstalt Arsenal hat im Auftrag der Magistratsabteilung 32 der Stadt Wien im fertiggestellten Streckenabschnitt Karlsplatz–Taubstummengasse der U-Bahn Wien (Bild 5) u.a. die Tunnelluftbewegung bei Fahrt eines 2-Wagen-Zuges gemessen [14].

Bei der Fahrt vom Bahnhof Taubstummengasse in Richtung Karlsplatz durchfährt der Zug zunächst einen rd. 190 m langen doppelgleisigen Tunnelabschnitt grossen Querschnittes, z.T. mit konstanter niedriger Geschwindigkeit, die dann aber stetig ansteigt und nach Einfahrt in die 491 m lange Tunnelröhre, die nach etwas weniger als  $\frac{2}{3}$  ihrer Gesamtlänge durch 2 Querstellen mit der Parallelröhre verbunden ist, schliesslich 23,6 m/s in der Röhre erreicht. Auf dem Streckenabschnitt zwischen dem Tunnelportal und den Querstellen zur Parallelröhre befand sich eine Messstelle kurz vor den beiden Querstellen, allerdings in einer Krümmungszone der Tunnelstrecke. Durch Vergleich mit anderen Messungen und Messstellen konnte ermittelt werden, dass zwischen der an dieser Stelle gemessenen Geschwindigkeit  $u_{TM}$  und der mittleren Tunnelluftgeschwindigkeit  $u_T$  die Beziehung  $u_{TM} = 0,81 \cdot u_T$  besteht.

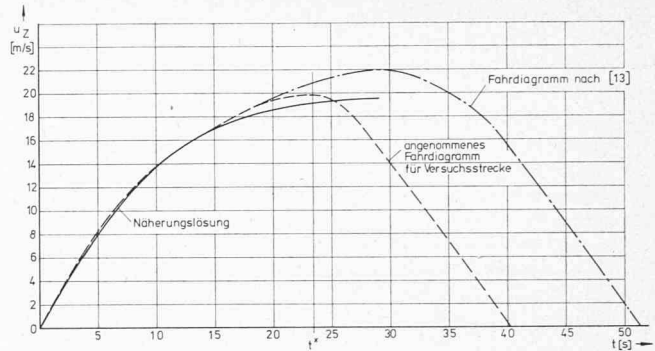


Bild 3. Aus in [13] für die U-Bahn München angegebenem Fahrtdiagramm (strichpunktierte Linie) abgeleitetes Fahrtdiagramm für die Versuchsstrecke (gestrichelte Linie) und Näherungslösung (ausgezogene Linie)

Für die Berechnung nach Gl. (21) und (22) wurde davon ausgegangen, dass die Tunnelluft in der Röhre z.Zt. des Einfahrens  $t_E$ , also  $\vartheta = 0$ , in Ruhe ist, was angenähert den tatsächlichen Verhältnissen entspricht.

Ausserdem musste für den Ansatz mit Hilfe der Näherungslösung Gl. (7) für das Fahrtdiagramm ein Startzeitpunkt  $t = 0$  für den Zug aus dem tatsächlichen Fahrtdiagramm

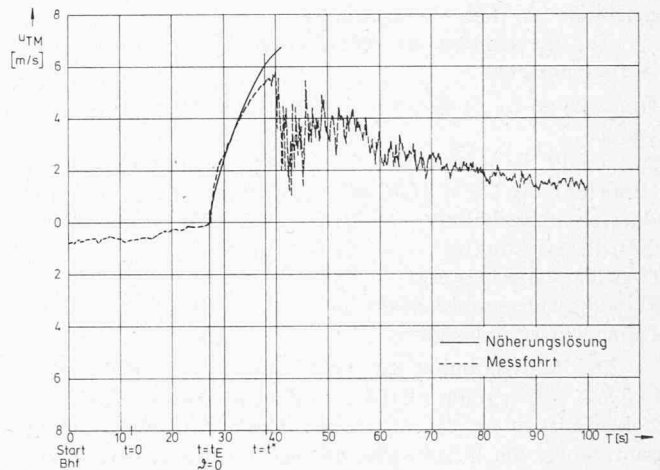


Bild 4. Zeitlicher Geschwindigkeitsverlauf der Luftströmung in einer eingleisigen Tunnelröhre der Münchner U-Bahn bei Fahrt eines 6-Wagen-Zuges

- 1 Näherungslösung nach Gl. [19]
- 2 Durchfahrt (Start des Zuges im Bahnhof, d.h. vor Anfang der eigentlichen Tunnelröhre)
- 3 Vergleichsfahrt (Start des Zuges nach einem Messquerschnitt in der Tunnelröhre)

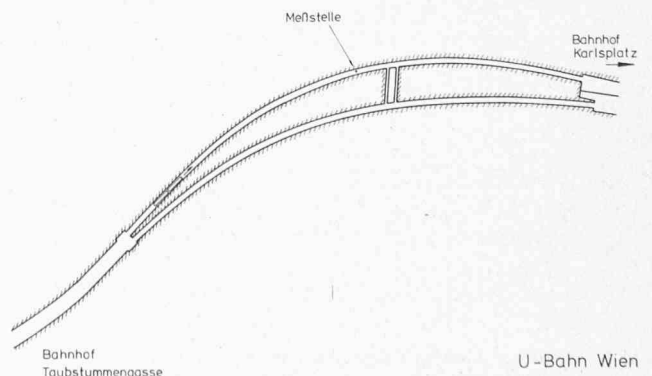


Bild 5. Lageskizze des untersuchten Streckenabschnittes der U-Bahn Wien [14]

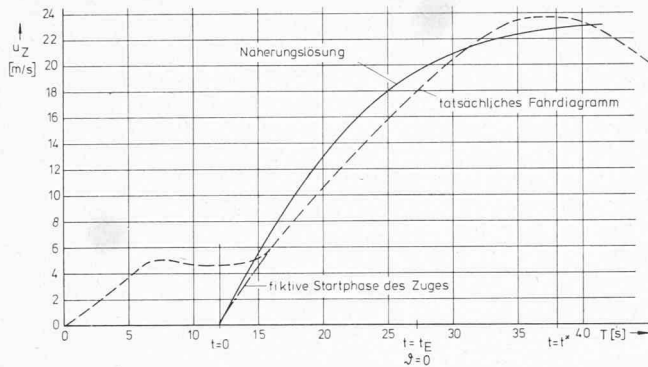


Bild 6. Tatsächliches (gestrichelte Linie) und angenähertes (ausgezogene Linie) Fahrtdiagramm der U-Bahn Wien sowie Festlegung der fiktiven Startzeitmarke  $t = 0$  zur Berechnung

(Bild 6) ermittelt werden, der diesen Ansatz ermöglicht. Dazu wurde der im tatsächlichen Fahrtdiagramm enthaltene Geschwindigkeitsanstieg über der Zeit bis auf die Geschwindigkeit 0 extrapoliert und die sich daraus ergebende Zeitmarke als Startzeit  $t = 0$  festgelegt (Bild 6). Aus dem Diagramm ergibt sich, dass der Zug nach  $t^* = 26$  s seine volle Fahrgeschwindigkeit  $u_z^* = 23,6$  m/s erreicht. In der angenäherten Fahrtdiagramm (7) wurde wieder  $\varepsilon = 2$  gesetzt. Das der Berechnung zugrundeliegende angenäherte Fahrtdiagramm ist gleichfalls in Bild 6 eingetragen.

Zur Berechnung des Anfachvorganges wurden folgende Werte eingesetzt:

Tunnellänge $L_T = 491$ m	Zuglänge $L_Z = 36,4$ m
Tunnelquerschnitt $A_T = 20,7$ m <sup>2</sup>	Zugquerschnitt $A_Z = 9,1$ m <sup>2</sup>
Tunnelumfang $U_T = 16,82$ m	Zugumfang $U_Z = 12,1$ m
Querschnittsverhältnis $\alpha$	$= 2,275$
Eintrittsverlustfaktor $\zeta_E$	$= 0,6$
Zugwiderstandsbeiwerte $\zeta_K + \zeta_S$	$= 1,4$
Reibungswiderstandsbeiwert $\zeta_{RT}$	$= 0,014$
Tunnelwiderstandsbeiwert $\lambda$	$= 0,041$

Der Startzeitpunkt für die Einfahrt in die Röhre  $t_E = 15,2$  s,  $\Phi = 0$  liegt um rd. 0,8 s vor dem gemessenen Geschwindigkeitsanstieg an der Messstelle. Diese Zeit entspricht der Laufzeit für die Druckwelle, die sich mit Schallgeschwindigkeit in der Tunnelröhre fortpflanzt.

Wie man dem Vergleich von Rechnung und Versuch entnehmen kann (Bild 7) ist die Übereinstimmung beider Ergebnisse als sehr gut zu bezeichnen.

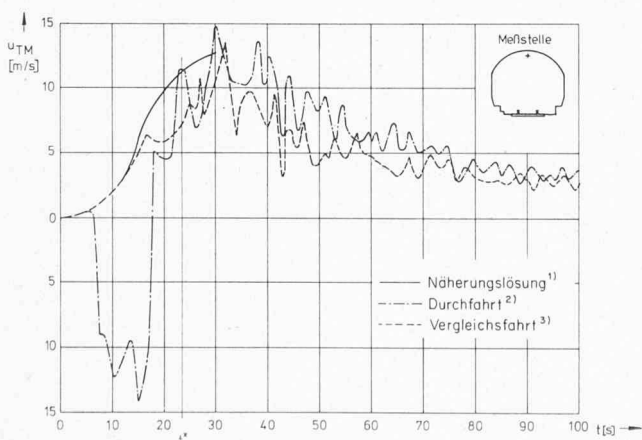
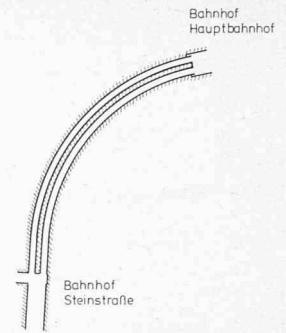


Bild 7. Zeitlicher Geschwindigkeitsablauf der Luftströmung in einer eingleisigen Tunnelröhre der Wiener U-Bahn bei Fahrt eines 2-Wagen-Zuges (ausgezogene Linie) Näherungslösung nach Gl. [21] und [22]; gestrichelte Linie Messfahrt

Bild 8. Lageskizze des untersuchten Streckenabschnittes der U-Bahn Hamburg [2]



### 5.23 U-Bahn Hamburg

Im Auftrag des Tiefbauamtes Hamburg, Abt. U-Bahn-Neubau, führte das Institut für Schiffbau der Universität Hamburg Messungen in einem kurzen, eingleisigen Tunnel (Bild 8) durch [2]. Neben Fahrten mit verschiedenen Zuglängen bei konstanter Zuggeschwindigkeit im Tunnel wurde auch eine Messung bei normalem Fahrbetrieb vorgenommen. Das in [2] angegebene Fahrtdiagramm enthält aber leider nur die Geschwindigkeitsangaben für den Tunnelbereich. Die Anfahrtphase bis zur Tunneleinfahrt musste deshalb durch Extrapolieren gewonnen werden (Bild 9).

Die Maximalgeschwindigkeit  $u_z^* = 13,9$  m/s wird danach z. Zt.  $t^* = 21$  s erreicht. Mit diesen Werten und der für die Berechnung nach Gl. (7) gewählten Konstanten  $\varepsilon = 2$  ergibt sich das in Bild 9 gleichfalls eingetragene angenäherte Fahrtdiagramm. Der Anfachvorgang kann nun nach Gl. (21) und (22) berechnet werden, wobei für die einzelnen in die Rechnung eingehenden Faktoren folgende Werte den Angaben in [2] entnommen, berechnet bzw. geschätzt wurden.

Tunnellänge $L_T = 262,5$ m	Zuglänge $L_Z = 56,34$ m
Tunnelquerschnitt $A_T = 18,0$ m <sup>2</sup>	Zugquerschnitt $A_Z = 8,3$ m <sup>2</sup>
Tunnelumfang $U_T = 15,82$ m	Zugumfang $U_Z = 11,61$ m
Querschnittsverhältnis $\alpha$	$= 2,169$
Eintrittsverlustfaktor $\zeta_E$	$= 0,6$
Zugwiderstandsbeiwerte $\zeta_K + \zeta_S$	$= 1,3$
Zugreibungsbeiwert $\zeta_{RT}$	$= 0,0141$ (0,012)
Tunnelwiderstandsbeiwert $\lambda$	$= 0,025$

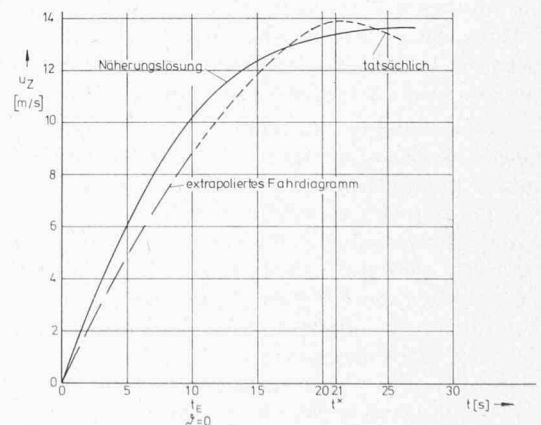


Bild 9. Tatsächliches (kurz gestrichelte Linie), auf den Startzeitpunkt extrapoliertes (lange gestrichelte Linie) und angenähertes (ausgezogene Linie) Fahrtdiagramm der U-Bahn Hamburg

Der Einfahrtzeitpunkt in die Röhre ergibt sich zu  $t_E = 10$  s.

Wie man aus der Gegenüberstellung von Rechnungs- und Versuchsergebnissen erkennt (Bild 10), ist zwar der Verlauf der Entwicklung der Tunnelluftgeschwindigkeit ähnlich, jedoch sind die berechneten Geschwindigkeiten durchweg grösser als die gemessenen, selbst wenn man einen verringerten Zugreibungsbeiwert  $\zeta_{RT} = 0,012$  annimmt.

Das ist vor allem dadurch bedingt, dass im vorliegenden Fall bei der Kürze des Tunnels die Haltestellenwiderstände auch näherungsweise nicht mehr vernachlässigt werden dürfen, da sie hier im Verhältnis zum Widerstand des Tunnels selbst recht gross werden und somit die Entwicklung der Tunnelluftbewegung stärker beeinflussen, als dies bei längeren Tunneln der Fall ist (vgl. Bild 7).

## 6. Schlussbemerkung

Wie der Vergleich der Ergebnisse aus Näherungsrechnungen und Versuchen zeigt, können mit Hilfe der angegebenen Näherungslösungen die Anfachvorgänge der Tunnel-luftströmungen in U-Bahn-Tunneln, die durch die einfahren den Züge hervorgerufen werden, recht gut vorausberechnet werden. Da der Einfluss der Haltestellenwiderstände bei den Näherungslösungen nicht berücksichtigt wurde, werden die berechneten Geschwindigkeiten grösser sein, als sie tatsächlich zu erwarten sind. Dieser Einfluss ist um so stärker, je grösser der Haltestellenwiderstand im Verhältnis zum eigentlichen Tunnelwiderstand ist.

## Literaturverzeichnis

- [1] K. Wiegardt: Belüftungsprobleme in U-Bahn- und Autotunneln, «Schiffstechnik» 9 (1962), S. 209–216.
- [2] W. Blendermann: Instationäre Vorgänge in einem U-Bahn-Tunnel, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr. 130 (1963).
- [3] W. Blendermann: Das Lüftungsproblem bei Untergrundbahnen, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht Nr. 135 (1969).
- [4] W. Blendermann: Luftzug und Lüftung bei Untergrundbahnen, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Schrift Nr. 2182 (1969).
- [5] W. Blendermann: Luftzug und Lüftung bei Untergrundbahnen, «Strasse, Brücke, Tunnel» 25 (1973), S. 253–260.
- [6] W. G. Brown: Basic Theory of Rapid-Transit Tunnel Ventilation Trans. ASME Series B., Vol. 88, Nr. 1 (1966), S. 1–7.
- [7] M. A. Gaillard: Zur Aerodynamik der Zugbegegnung im Tunnel und auf offener Strecke. Diss. Nr. 4874 ETH Zürich (1973).

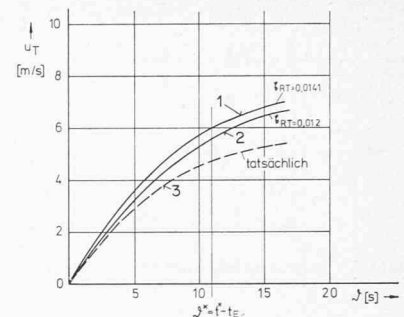


Bild 10. Tatsächlicher Geschwindigkeitsverlauf der Luftströmung im Tunnel der U-Bahn Hamburg bei Fahrt eines 4-DTW-1-Zuges in einer eingleisigen Tunnelröhre  
1, 2 Rechenergebnisse nach Gl. [21] und [22] mit  $\zeta_{RT} = 0,0141$  bzw.  $\zeta_{RT} = 0,012$   
3 Messergebnis

- [8] L. Gackenholtz: Beitrag zur Ermittlung der aerodynamischen Verhältnisse in langen Eisenbahntunneln bei schnellen Zugdurchfahrten. Diss. TU Hannover (1973).
- [9] R. Frimberger, E. Lukas: Modelluntersuchungen über das Widerstandsverhalten von Zügen in ein- und zweigleisigen Tunneln der Münchner U-Bahn. Bericht 69/9 des Inst. für Strömungsmechanik, TU München (1969).
- [10] T. Hara: Method of Measuring the Aerodynamic Drag of Trains. «Bull. of ASME», Vol. 8, Nr. 31 (1965), S. 390–396, oder Quarterly Report of RTRI, Vol. 6, Nr. 2 (1965), S. 52–55.
- [11] K. Sutter: Der Luftwiderstand auf Eisenbahnzüge in Tunneln. Diss. Nr. 581 ETH Zürich, R. Oldenbourg, München (1930).
- [12] R. Frimberger, P. Pucher: Luftgeschwindigkeitsmessungen in den unterirdischen Anlagen der Münchner Nord-Süd-U-Bahnlinie. Bericht Nr. 72/4 des Inst. für Strömungsmechanik der TU München (1972).
- [13] R. Frimberger, E. Lukas: Luftgeschwindigkeitsmessungen in den unterirdischen Anlagen der Münchner Nord-Süd-U-Bahnlinie. Bericht Nr. 70/1 des Inst. für Strömungsmechanik der TU München (1970).
- [14] H. Schausberger, I. Krönke, G. Winkler: Luftgeschwindigkeits- und Druckmessungen im Streckenabschnitt Taubstummengasse-Karlsplatz der Wiener U-Bahn. Bericht der Bundesversuchs- und Forschungsanstalt Arsenal Wien, Nr. 403 703–35.100 (1974).

Adresse des Verfassers: Dr. Ing. Elmar Rohne, in Firma Voith Getriebe KG, D-7920 Heidenheim (Brenz), Postfach 310, Alexanderstrasse 2.

# Die Bemessung von Flachpilzdecken: Näherungsverfahren

Von Hans Egli, Bern

## Einleitung

Zur näherungsweisen Berechnung von mehrfeldrigen Flachdecken auf rechteckigem Stützenraster sind verschiedene Methoden und Tabellenwerke bekannt. Die Schnittkräfte in Pilzdecken dagegen werden heute üblicherweise mit Hilfe von elektronischen Datenverarbeitungsanlagen bestimmt.

In Anlehnung an die Ersatzrahmenmethode für Flachdecken werden im folgenden Faktoren gegeben, die es erlauben, auch Pilzdecken mit flachen rechteckigen Pilzen als durchlaufende Balken zu berechnen. Der Einfluss der Pilzstärke auf die Biegemomente wird dabei berücksichtigt.

Die Faktoren sind in Diagrammen zusammengestellt. Sie sind das Ergebnis der Auswertung einer grossen Zahl von Com-

puterberechnungen von Pilzdecken, die teils für bestimmte Bauobjekte, teils als Ergänzungsberechnungen durchgeführt wurden.

Berechnet und ausgewertet wurde ein Innenfeld einer unendlich ausgedehnten Decke. Die gegebenen Faktoren können jedoch in guter Näherung auch in Endfeldern benützt werden.

## Grundlagen

Berechnungsmethode: Computerprogramm FEAPS des Fides-Rechenzentrums, Zürich

Statisches System: Innenfeld einer unendlich ausgedehnten Pilzdecke auf rechteckigem Stützenraster