Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 95 (1977)
Heft: 37

Artikel: Zeitgemässe Methoden in der Hydraulik
Autor: Bogárdi, János
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-73451

HERAUSGEGEBEN VON DER VERLAGS-AKTIENGESELLSCHAFT DER AKADEMISCHEN TECHNISCHEN VEREINE, 8021 ZÜRICH, POSTFACH 630

Zeitgemässe Methoden in der Hydraulik

Von **János Bogárdi**, Technische Universität Budapest

Forschung auf dem Gebiet der Hydraulik wurde und wird mit vielen Zielen und auf Grund von verschiedenen Ideen und Vorstellungen vorgenommen. Wie auf anderen Gebieten der Wissenschaft wird auch hier in Grundlagenforschung, angewandte Forschung und Entwicklungsforschung eingeteilt. Aus Missverständnis wird diese Einteilung als qualitative Gruppierung betrachtet. Es gibt aber keine Wissenschaften oder wissenschaftliche Forschung höherer und niedrigerer Ordnung. Hydraulische Vorgänge, die mit sehr einfachen Mitteln und Methoden zu Gesetzen zusammengefasst werden können, sind ebenso physikalische Phänomene, wie die zur Zeit noch nicht einmal annähernd erfassten Prozesse. Die Hydraulik – und hierbei schliesse ich auch die Hydromechanik ein – ist eine einheitliche Wissenschaft. Die dazugehörende Forschung kann somit nicht in einzelne Gruppen aufgeteilt werden.

Noch stärker tritt diese Einheit in Erscheinung, wenn man die Beziehungen zwischen Theorie, Unterricht und Praxis betrachtet. Unbestreitbar ist in allen drei Beziehungen die Forschung erforderlich. Mit Rücksicht auf die stürmisch zunehmenden Kenntnisse ist es unmöglich, ohne theoretische Forschung die Hydraulik mit der Entwicklung Schritt haltend zu lehren. Und ohne gut ausgebildete Hydrauliker ist es unmöglich, theoretische oder praktische Hydraulik auszuüben.

Bedauerlich ist der Umstand, dass zwischen der auf verschiedene Ziele ausgerichteten Forschung in der Hydraulik der erforderliche Einklang fehlt. Noch schlimmer sieht das Bild aus, wenn Forschungsarbeiten mit ähnlichen Zielen nicht miteinander verglichen werden können, weil die Annahmen, Näherungen und Vernachlässigungen nicht genau definiert sind.

Ich denke behaupten zu können, dass in unserer Ingenieur-, Forscher- und Lehrtätigkeit dieser Umstand oft störend war.

In den letzten Jahrzehnten treten jedoch viele neue Tendenzen auf, die bereits zur Entwicklung von erfolgreichen Forschungsmethoden geführt haben. Wir können uns hier nicht mehr als eine zusammenfassende Darlegung gestatten. Ein weitergehender Versuch würde unter anderem auch die Behandlung der durch die moderne Technik angebotenen Geräte und Instrumente für Messung, Beobachtung und Datenverarbeitung erfordern.

Aus diesem Grund sollen nur kurz an wenigen Beispielen einige Eigenarten der neuen Wege in der Forschung auf dem Gebiet der Hydraulik gezeigt werden.

Es ist keine Neuigkeit, dass bei den jüngeren Forschungsarbeiten *die einheitliche physikalische Anschauungsweise* die leitende Grundlage bildet. Es ist allgemein bekannt, dass alle hydraulischen Gesetze auf physikalischer Grundlage abgeleitet worden sind. Eine Synthese und Verbindung der Ergebnisse fehlte jedoch. Dabei zielt aber jegliche hydraulische Forschung nach einer möglichst genauen Bestimmung der Gesetzmässigkeiten des betreffenden Naturprozesses. Hiefür erscheint als zweckmässigster Weg, die Zusammenhänge mit Hilfe einer gemeinsamen Sprache der technischen Wissenschaften abzuleiten. Diese gemeinsame Sprache müsste offenbar auf die Lehrsätze der Physik aufbauen. Somit könnten die bereits bewiesenen Lehrsätze und noch mehr die neueren Gesetzmässigkeiten auf der Grundlage der einheitlichen physikalischen Betrachtungsweise wesentlich einfacher verbunden werden.

Die physikalische Anschauungsweise ist eine überaus vielseitige Art der Diskussion, zugleich jedoch verhältnismässig handlich, sind doch ihre wichtigsten Teile bereits von der Grundausbildung an der Universität bekannt. Die physikalischen Prozesse können natürlich auf verschiedener Weise von der physikalischen Seite her angegangen werden. Wir empfehlen die in der Thermodynamik entwickelte und in zahlreichen Zweigen der technischen Wissenschaften erfolgreich angewandte Transporttheorie. Sie ist in manchen Fachbüchern und Schriften ausführlich behandelt.[1])

Ohne auf Einzelheiten einzugehen, soll hier nur die allgemeine Bilanzgleichung der Transporttheorie stehen:

$$\text{(1)} \qquad \frac{\partial \nu_i}{\partial t} + div\left(\nu_i \mathfrak{v} + \sum_{l=1}^{m} L_{il}\, grad\, y_l\right) = q_i$$

Aufgrund der Bilanzgleichung (1) erfolgt die zeitliche Veränderung irgendeiner extensiven Grösse der Dichte ν_i durch den Einfluss der *konduktiven Stromstärke* an der Oberfläche,

$$\sum_{l=1}^{m} L_{il}\, grad\, y_l$$

die im allgemeinen verschiedene Werte annehmen kann, der *konvektiven Strömung*

$$\nu_i \mathfrak{v}$$

und der Dichte q_i der Quelle. Es soll erwähnt werden, dass die Bilanzgleichung sich auf sogenannte Lokalwerte bezieht. Deshalb bestimmen die darin enthaltenen Grössen die Bilanzgleichung immer bezüglich der Raumeinheit bzw. der Dichten.

Es kommt häufig vor, dass wir die Veränderung einer im Elementarvolumen dV enthaltenen Extensivgrösse x_i bestimmen wollen. Falls auf den Rauminhalt bezogen, der Quellenstrom Q_i und der Extensivstrom I_i beträgt, so beschreibt die Differentialgleichung

$$\text{(2)} \qquad \frac{dx_i}{dt} = Q_i - I_i$$

die zeitliche Veränderung der beliebigen Extensivgrösse x_i innerhalb des Rauminhaltes dV.

[1]) Einzelheiten über die hydraulische Anwendung der Transporttheorie findet der Leser im Buch von János Bogárdi: «Sediment Transport in Alluvial Streams», Akadémiai Kiadó, Budapest, 1974.

Dazu müssen die eingeführten Hypothesen und Annäherungen genau festgehalten und die Eindeutigkeitsbedingungen angegeben werden.

Die in der Forschung und im Unterricht der Hydraulik empfehlenswerte physikalische Denkweise und in Anlehnung die engste Einheit und Harmonie mit der Hydromechanik sollen an drei Beispielen gezeigt werden.

Das erste Beispiel ist die Bernoulli-Gleichung, die bei stationärer Strömung der idealen Flüssigkeit die Unveränderlichkeit des Energiegehalts in der Gewichtseinheit der Flüssigkeit zum Ausdruck bringt. Auch die Bernoulli-Gleichung bestimmt eine physikalische Erscheinung, somit kann auch dieser Prozess über die Bilanzgleichungen (1) beschrieben werden.

Offenbar kann die Bilanzgleichung der kinetischen Energie auch unmittelbar als Skalarprodukt der Impulsbilanzgleichung mit $\frac{1}{2}\mathfrak{v}$ erhalten werden. Mit Rücksicht auf die Eigenarten der hydromechanischen und hydraulischen Untersuchungen ist es aber zweckmässiger, die Bernoulli-Gleichung unmittelbar aus der Bilanzgleichung der kinetischen Energie abzuleiten.

Die charakteristische Extensivgrösse ist die kinetische Energie:

$$(3) \qquad \frac{1}{2}\, m\, v^2$$

ihre Dichte beträgt, wenn ρ die Massendichte ist:

$$(4) \qquad \nu_i = \frac{1}{2}\, \rho\, v^2$$

Die konvektive Flächenstromdichte der kinetischen Energie ist:

$$(5) \qquad \nu_i\, \mathfrak{v} = \frac{1}{2}\, \rho\, v^2\, \mathfrak{v}$$

Die konduktive Stromdichte der kinetischen Energie infolge Geschwindigkeitspulsation wird in Anlehnung an die ursprünglichen Hypothesen vernachlässigt, also

$$(6) \qquad L_{il} = 0$$

Ebenfalls in Anlehnung an die Grundhypothesen wird der Energiestrom des hydrodynamischen Druckes $\mathfrak{P}$ berücksichtigt.

Der Impuls der Druckkraft $\mathfrak{P}$ in der Zeit dt ist $\mathfrak{P}\, dt$ und ihr Impulsstrom:

$$(7) \qquad \frac{\mathfrak{P}\, dt}{dt} = \mathfrak{P}$$

die auf die Flächeneinheit bezogene konduktive Flächenstromdichte dieses Impulsstromes also:

$$(8) \qquad \frac{P}{[L^2]} = p\, \mathfrak{e}$$

ein hydrostatischer Druck, wobei $\mathfrak{e}$ der Einheitsvektor des resultierenden Druckes ist.

Gemäss (7) und (8) hingegen hat die Energie der Druckkraft $\mathfrak{P}$ die Dichte p und weil $\mathfrak{v}$ das kennzeichnende Intensiv ist, hat der Flächenkonduktivstrom der kinetischen Energie die Dichte

$$(9) \qquad p\, \mathfrak{v}$$

Die Quellendichte der kinetischen Energie im Schwerkraftraum beträgt bei einer mittleren Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$:

$$(10) \qquad \rho\, \mathfrak{g}\, \mathfrak{v}$$

Dementsprechend lautet die Bilanzgleichung der kinetischen Energie gemäss (1):

$$(11) \qquad \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\, \rho\, v^2\right) + div\left(\frac{1}{2}\, \rho\, v^2\, \mathfrak{v} + p\, \mathfrak{v}\right) = \rho\, \mathfrak{g}\, \mathfrak{v}$$

Man untersuche die in Gleichung (11) figurierenden Ausdrücke getrennt für den Fall einer stationären und stetigen Strömung.

In diesem Fall wird

$$(12) \qquad \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\, \rho\, v^2\right) = \rho\, \mathfrak{v}\, \frac{\partial v}{\partial t}$$

Null, weil $\dfrac{\partial v}{\partial t} = 0$

$$(13) \qquad div\left(\frac{1}{2}\, \rho\, v^2\, \mathfrak{v}\right) = \frac{1}{2}\, \rho\, v^2\, div\, \mathfrak{v} + \rho\, \mathfrak{v}\, grad\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

wobei das erste Glied auf der rechten Seite Null ist, weil $div\, \mathfrak{v} = 0$

$$(14) \qquad div\,(p\, \mathfrak{v}) = p\, div\, \mathfrak{v} + \mathfrak{v}\, grad\, p$$

wobei das erste Glied auf der rechten Seite wie vorher ebenfalls Null ist.

Berücksichtigt man, dass im Schwerkraftraum

$$(15) \qquad \mathfrak{g} = -\, grad\, U$$

ist, dann erhält Gleichung (11) folgende neue Form:

$$(16) \qquad \rho\, \mathfrak{v}\, grad\left(\frac{v^2}{2}\right) + \mathfrak{v}\, grad\, p + \rho\, \mathfrak{v}\, grad\, U = 0$$

beziehungsweise

$$(17) \qquad \rho\, \mathfrak{v}\left[grad\left(\frac{v^2}{2}\right) + \frac{1}{\rho}\, grad\, p + grad\, U\right] = 0$$

da $\rho \neq 0$ und $\mathfrak{v} \neq 0$ schreibt sich der Gradient für die Summe der drei Skalargrössen

$$(18) \qquad grad\left(U + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}\right) = 0$$

woraus

$$(19) \qquad U + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = konst$$

Das Kraftpotential ist:

$$(20) \qquad U = g\, z$$

Hiermit und durch g dividiert erhält man die Form

$$(21) \qquad z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = konst$$

die tatsächlich der Bernoulli-Gleichung identisch ist.

Unser zweites Beispiel sei das Darcy'sche Gesetz

$$(22) \qquad \frac{Q}{F} = v = k\, I$$

worin $Q = konst$ die Durchflussmenge durch den Querschnitt F, v die Sickergeschwindigkeit und I der Energiegradient ist.

In Übereinstimmung mit den ursprünglichen Annahmen kann der Energiegradient durch die Veränderung der piezometrischen Druckhöhe h gekennzeichnet werden, da infolge der niedrigen Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitsänderungen die piezometrische Drucklinie h parallel zu der Energielinie verläuft, d.h.

$$I = -\frac{\partial h}{\partial s} \quad \text{und} \quad v = -k\frac{\partial h}{\partial s}$$

und weil es sich nur um die Geschwindigkeitskomponente in der Hauptrichtung s handelt, in vektorieller Form geschrieben:

$$\mathfrak{v} = -k \, grad\, h$$

Die charakteristische Extensivgrösse ist $x_i = \rho V$, die Masse im Rauminhalt V, wenn die Dichte $\rho = konst$ ist. Die Quelle beträgt $Q_i = 0$. Der konduktive Massenstrom auf den Querschnitt F bezogen ist:

$$I_i = -F \rho k \, grad\, h$$

da der Durchlässigkeitsbeiwert k als Leitungsfaktor und die piezometrische Höhe h als charakteristische Intensivgrösse betrachtet werden kann.

Demgemäss lässt sich die Bilanzgleichung (2) auch auf die folgende Form bringen:

$$\text{(23)} \quad \frac{d(\rho V)}{dt} = \mathfrak{F} \rho k \, grad\, h$$

Da die Dichte $\rho = konst$ und $\frac{dV}{dt} = Q$ ist, drückt somit (23) tatsächlich das Darcy'sche Gesetz aus.

Als drittes Beispiel untersuchen wir nun die sogenannte Stützkraftfunktion des Wechselsprunges. In Zusammenhang mit dem Impulssatz haben wir bereits in der elementaren Hydraulik den Stützkraftsatz kennengelernt. Demnach wird das Gleichgewicht des Wasserkörpers im Wechselsprung – unter Vernachlässigung des Eigengewichtes und des Reibungsverlustes – durch die Differenz des eintretenden (Querschnitt 1) und des austretenden (Querschnitt 2) Impulsstromes und durch die Differenz der beiderseitigen hydrostatischen Druckkräfte bedingt.

Mit Rücksicht auf die Bilanzgleichung (2) und unter Annahme des Durchflusses $Q = konst$ sowie der Dichte $\rho = konst$ wird der Impuls des Wasserkörpers des Wechselsprunges auch $x_i = konst$ sein, d.h.

$$\frac{dx_i}{dt} = 0$$

Für die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ beträgt der Impulsstrom

$$I_i = \rho Q \mathfrak{v}$$

Mit Rücksicht auf die früher eingeführten Vernachlässigungen ist die Impulsquelle gleich der Resultante der hydrostatischen Druckkräfte: $Q_i = \mathfrak{P}$. Demnach lautet die Bilanzgleichung (2)

$$\text{(24)} \quad 0 = \mathfrak{P} - \rho Q \mathfrak{v}$$

Für die Querschnitte 1 und 2 des Wasserkörpers des Wechselsprunges, unter Einbezug der Randbedingungen erhält man:

$$0 = \mathfrak{P}_1 - \mathfrak{P}_2 + \rho Q \mathfrak{v}_1 - \rho Q \mathfrak{v}_2$$

woraus:

$$\text{(25)} \quad \mathfrak{P}_1 + \rho Q \mathfrak{v}_1 = \mathfrak{P}_2 + \rho Q \mathfrak{v}_2$$

das tatsächlich den Stützkraftsatz ergibt.

Die Ableitung des Darcy'schen Gesetzes und des Stützkraftsatzes mag wohl als überflüssig und übertrieben erscheinen, aber dennoch zeigen die drei Beispiele in überzeugender Weise, dass die physikalische Denkweise und hierin die Anwendung der Bilanzgleichungen die hydraulischen Gesetze sehr harmonisch darstellen.

Der praktizierende Wasserbauingenieur steht in Planung und Bau sowie in Betrieb der Anlagen immer hydraulischen Problemen gegenüber. Die Aufgaben stellen sich wie bei allen technischen Tätigkeiten allgemein in der Form, dass irgendein Werk – ein Mass oder eine Abmessung – aus mehreren bekannten oder geschätzten Variablen berechnet werden muss.

Wie erwähnt, ist die Beziehung zwischen wissenschaftlicher Forschung und Praxis meist ziemlich locker. Seit langem wird eine Koordinierung dieser beiden Bereiche angestrebt, was eine wirksamere praktische Nutzung der Ergebnisse von Theorie und Forschung bedeuten würde.

Der praktizierende Ingenieur erhebt mit Recht den Anspruch, dass man ihm einfache und zuverlässige Zusammenhänge, Formeln, zur Verfügung stelle. Er soll die Grenzwerte kennen, zwischen denen der Zusammenhang als gültig betrachtet werden darf. Die Masseinheiten der in den Beziehungen vorhandenen Grössen sollen eindeutig festgesetzt werden. Es ist ebenfalls notwendig, die Vernachlässigungen, Annäherungen und Annahmen genau anzugeben, die bei der Ableitung von Zusammenhängen einbezogen worden sind. Die hier oft vorhandenen Mängel dürften das Gewissen mancher Theoretiker und Forscher belasten.

Im Laufe seiner Arbeit begeht auch der praktizierende Ingenieur Fehler. Er verwendet Zusammenhänge, ohne deren Ursprung und Anwendungsbereich zu kennen. Er extrapoliert, obwohl dies auf Grund der Forschungsergebnisse nicht zulässig ist. Er hat zu viel Vertrauen in alles Gedruckte. Er hat eine Abneigung gegenüber arbeitsaufwendigen Verfahren oder auch gegenüber neuen Ergebnissen der technischen Entwicklung.

Zunächst werden wir versuchen zu zeigen, dass die physikalische Betrachtungsweise auch in der praktischen Hydraulik unentbehrlich ist. Nebst einem wohlbekannten und deshalb vielleicht als trivial zu bezeichnenden Beispiel werden wir auch ein komplexeres Problem aufführen, das sich in naher Zukunft auch für den praktizierenden Ingenieur als wichtig erweisen wird.

Der Ausfluss aus einem Behälter erfolgt durch eine Öffnung, die in einer Tiefe h unterhalb der Oberfläche liegt, mit einer Geschwindigkeit v, die sich mit sehr guter Annäherung als

$$\text{(26)} \quad v = \rho \sqrt{2gh}$$

berechnen lässt. Im allgemeinen lautet die einzige Aussage über φ, dass ihr Wert von der Form der Öffnung abhängig sei. Gleichung (26) bestimmt jedoch die Geschwindigkeit nur mit Rücksicht auf die Schwerkraft, und vernachlässigt Kraftwirkungen, die aus der Trägheit, Reibung, Kapillartätigkeit und Elastizität entstammen, da der numerische Effekt der letzteren um Grössenordnungen kleinere Veränderungen in der Geschwindigkeit hervorruft als derjenige der Schwerkraft. Offenbar bringt der Faktor φ auch diese unbedeutenden Effekte zum Ausdruck, was auch die gute Übereinstimmung berechneter und gemessener Werte beweist. Die physikalische Betrachtungsweise ist aber auch in solchen Fällen erforderlich. Es können nämlich extreme Fälle vorkommen, wo z.B. die durch Zähigkeit entstandenen Reibungskräfte nicht mehr zu vernachlässigen sind.

Über Homogenität in den Dimensionen wurde schon vorangehend einiges gesagt. Auch in der praktischen Hydraulik ist es unbedingt notwendig, diesem Gesichtspunkt Rechnung zu tragen. Jede physikalisch einwandfreie Gleichung muss hinsichtlich ihrer Dimensionen homogen sein. Die diesbezügliche Prüfung dürfte keine Schwierigkeiten bereiten.

Eine viel häufigere Fehlerquelle liegt darin, dass die Veränderlichen in einzelnen Formeln in bestimmten falschen Masseinheiten eingesetzt werden müssen.

Hier könnte man sich auf die Feststellung G. Laceys berufen, laut der die als Arbeitsformel gedachte Chézy-Formel uns viele Schwierigkeiten erspart hätte, wenn anstatt des dimensionsbehafteten – und daher masseinheitabhängigen – Beiwertes c ein dimensionsloser Beiwert $c_1 = \frac{c}{\sqrt{g}}$ in der ursprünglichen Formel verwendet worden wäre.

Ein dringendes Problem unserer Tage ist die Abwasserklärung, die Einleitung der Abwässer in Vorfluter und die zahlreichen Reinigungsverfahren. Da es sich hier um eine inhomogene Flüssigkeit handelt, entstehen neue Fragen, die in den Bereich des Begriffes «Vermischung» gehören. Die Vermischung, d.h. die Verteilung der Fremdstoffe, wird durch die Gesetze der Diffusion beschrieben. Das Problem mag zwar sehr theoretisch erscheinen. Dringende Ansprüche aus der Praxis zwingen uns aber, auch derartige Aufgaben einer Lösung zuzuführen.

Die physikalischen Grundlagen des Vermischungsvorganges können am besten anhand der Veränderung der Schwebstoffkonzentration über die Tiefe erläutert werden.

Die Veränderlichkeit der Schwebstoffkonzentration wird in der Praxis meist aus der Beziehung

$$(27) \qquad C = C_o\, e^{-15 t \eta}$$

berechnet, worin C die Konzentration in einer Höhe y über der Sohle, C_o die Sohlenkonzentration, $\eta = y/h$ die relative Tiefe bezeichnen.

$$t = \frac{\omega}{U_x} = \frac{\omega}{\sqrt{ghI}}$$

ist also der Quotient aus der Sinkgeschwindigkeit ω und der Gleitgeschwindigkeit.

Die Gleichung (27) kann auch als Arbeitsgleichung bezeichnet werden und ist aus der bekannten Beziehung von *O'Brien-Christiansen*

$$(28) \qquad C = C_o\, e^{-\omega \rho \int_o^y \frac{dy}{\varepsilon'_h}}$$

abgeleitet, mit der Hypothese, dass anstelle des Transportfaktors – Beiwert der Wirbeldiffusion – des Schwebstoffes der auf die Wassertiefe berechnete Mittelwert des Impuls-Transportfaktors eingesetzt wird. Auf diese Weise kann das Integral in der Potenz von e in Gleichung (28) gelöst werden.

Wird die Bewegung und Tiefenverteilung der Schwebstoffe als physikalische Erscheinung betrachtet, dann kann Gleichung (28) offenbar ebenfalls aus der Bilanzgleichung (1) abgeleitet werden.

$$\frac{\partial \nu_i}{\partial t} + div\left(\mathfrak{v}\, \nu_i + \sum_{l=1}^{m} L_{il} \operatorname{grad} y_l\right) = q_i$$

Die *charakteristische Extensivgrösse* ist die Schwebstoffmasse, ihre Dichte die Schwebstoffkonzentration C, also $\nu_i = C$.

Unter Voraussetzung einer permanenten und stetigen Schwebstofffracht gilt offenbar

$$\frac{\partial \nu_i}{\partial t} = 0 \qquad \text{und} \qquad q_i = 0$$

Hierbei kann die *charakteristische Intensivgrösse* als ν_h Schwebstoffgeschwindigkeit dem Negativwert der Sinkgeschwindigkeit ω gleichgesetzt werden, also wird unter dem Symbol «*div*» die konvektive Flächenstromdichte $-\omega\, C$ sein. Beim Konduktivstrom wird lediglich der Gradient der Konzentration C betrachtet, also $y_l = C$. Der Diffusionsbeiwert der Schwebstoffübertragung ε_h wird in die kinematische Form $\varepsilon_h = \varepsilon'_h/\rho$ eingeführt.

Somit lautet die Bilanzgleichung gemäss (1) für die Schwebstoffmasse als Extensivgrösse

$$(29) \qquad div\,(-\omega\, C - \varepsilon_h\, grad\, C) = 0$$

Berücksichtigt man, dass $div\ \omega = 0$ und die Richtung der Sinkgeschwindigkeit ω nach y zeigt, dann ist

$$(30) \qquad div\,(C\,\omega) = (\omega\, grad\, C) = \omega\, \frac{\partial C}{\partial y}$$

also

$$(31) \qquad \varepsilon_h\,(div\, grad\, C) + (grad\, \varepsilon_h\, grad\, C) + \omega\, \frac{\partial C}{\partial y} = 0$$

Für zweidimensionale Strömung gilt also

$$(32) \qquad \varepsilon_h \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right) + \left(\frac{\partial \varepsilon_h}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_h}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial y}\right) + \omega\, \frac{\partial C}{\partial y} = 0$$

Gemäss Annahme bei der Theorie des turbulenten Schwebstofftransportes ist die Konzentration C nur von y abhängig. Dementsprechend:

$$(33) \qquad \varepsilon_h\, \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial \varepsilon_h}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial y} + \omega\, \frac{\partial C}{\partial y} = 0$$

beziehungsweise

$$(34) \qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_h\, \frac{\partial C}{\partial y}\right) + \omega\, \frac{\partial C}{\partial y} = 0$$

Da bei gleichem Geschiebekorn die Sinkgeschwindigkeit ω ortsunabhängig ist, d.h.

$$(35) \qquad \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0$$

ergibt sich die neue Form von Gleichung (34):

$$(36) \qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_h\, \frac{\partial C}{\partial y} + \omega\, C\right) = 0$$

Nach Integration von:

$$(37) \qquad \varepsilon_h\, \frac{\partial C}{\partial y} + \omega\, C = konst$$

beziehungsweise

$$(38) \qquad \varepsilon'_h\, \frac{\partial C}{\partial y} + \rho\, \omega\, C = konst$$

erhält man die Grundgleichung (28) von *O'Brien-Christiansen.*

Die Ableitung der Gleichung (27) bzw. (28) über die Bilanzgleichungen weist wiederum auf die Einheit der Hydraulik, somit auf die enge Verbindung von Theorie, Forschung und Praxis hin.

Diese Ausführungen beleuchten noch einen wichtigen Umstand. In der Praxis wird für beliebige Materialübertragungen die Differentialgleichung

$$(39) \quad \frac{\partial C}{\partial t} + div\,(\mathfrak{v}\, C) = div\,(D\, grad\, C)$$

verwendet, die mit der Bilanzgleichung (1) identisch ist, wenn keine Quellen vorhanden sind. Im internationalen Schrifttum bezeichnet D den Diffusionsfaktor, der eigentlich ein Tensor ist, aber über die Einführung von verschiedenen Hypothesen zumeist auf einfachere Form gebracht wird.

In der praktischen Hydraulik müssen – wie erwähnt – bei Abwasserklärung, Einleitung von Abwässern in Lebegewässer die Diffusionserscheinungen berücksichtigt werden, die durch die Gleichung (39) in der allgemeinsten Form beschrieben sind.

Aus den erwähnten Beispielen geht hervor, dass die Einführung der physikalischen Denkweise von den einfachsten Aufgaben bis zu den kompliziertesten überaus vorteilhaft ist. Sie schlägt eine Brücke über die – nur scheinbaren – Widersprüche zwischen Theorie, Forschung und Praxis der Hydraulik.

Unsere Überlegungen bestätigen, dass die in den verschiedenen Bereichen der Hydraulik durchgeführten Arbeiten eine untrennbare Einheit bilden.

Literaturverzeichnis

[1] *J. Bogárdi:* Allgemeine Gleichungen der Schwebstoff-Führung, ungarisch; Hidrológiai Közlöny, 1970, Nr. 12, S. 529–536.

[2] *J. Bogárdi:* Feststoftrieb von Wasserläufen, ungarisch; Akadémiai Kiadó, Budapest, 1971, S. 837.

[3] *J. Bogárdi:* Hydromechanik, ungarisch; Fakultät für Bauingenieurwesen, TU B, Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest, 1976, J 9–945.

[4] *J. Bogárdi:* Hydraulik von Wasserläufen, ungarisch; Fakultät für Bauingenieurwesen, TU B, Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest, 1972, J 9–915.

[5] *J. Bogárdi:* Feststoffprobleme, Theorie und Praxis. Österreichische Wasserwirtschaft, Vol. 26, Nr. 7/8, 1974, S. 153–163.

[6] *J. Bogárdi:* Theory, education and practice in Hydraulics and fluid dynamics. Hidrológiai Közlöny, 1976, Nr. 1, S. 1–12.

[7] *J. Bogárdi:* Sediment transport in alluvial streams. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1974, S. 826.

[8] *J. Bogárdi, E. Szücs:* Balance equations of suspended sediment transportation. Acta Technica, 69, Nr. 1–2, 1970.

[9] *M. Kozák:* Hydraulik I–II, ungarisch; Fakultät für Bauingenieurwesen, TU B, Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest, 1966, J 9–486 und J 9–724.

[10] *Ö. Starosolszky:* Diffusion und Dispersion in der Ingenieurhydraulik, ungarisch; Müszaki Tudomány, Budapest, Nr. 43, 1970, S. 340 bis 390.

Adresse des Verfassers: Prof. Dr. techn. Dr. h. c. *János Bogárdi*, H-1024, Budapest, II. Mártirok-útja 31–33, Ungarn.

Die Automatisierung eines Scheiben-Zerstäubungstrockners mit Prozessrechner – ein Anwendungsaufsatz

Von **Peter A. Fink** und **Helmut Schelling**, Basel *)

Um in einer *Suspension* die *disperse Phase* (Feststoff) von der *kontinuierlichen Phase* (Flüssigkeit) durch *Trocknung* zu trennen, wird man die Suspension möglichst fein verteilen, damit die Phasengrenzflächen Flüssigkeit/Luft (Gas) für den Wärme- und Stoffaustausch möglichst gross gemacht werden.

In einem *Zerstäubungstrockner* wird ein Sprühnebel in warmer und trockener Luft zerstäubt, wobei sich die ausgetrockneten Flüssigkeitströpfchen entweder auf dem Boden des Zerstäubungsraumes ansammeln und von dort ausgetragen werden oder durch den Luftstrom mitgeführt und durch andere Vorrichtungen, wie Zyklone oder Filter, abgeschieden werden.

Bei der Suspension kann es sich beispielsweise um Farbstoffe, Waschmittel oder Nahrungsmittel handeln. Wichtig ist, dass alle Tröpfchen vollständig getrocknet werden, damit das Pulver oder das Granulat nicht klebt.

Der Zerstäubungstrockner ist auch so zu bemessen, dass die grössten Tröpfchen ausgetrocknet sind, bevor sie auf die Wand auftreffen und sie benetzen. Ausserdem soll das getrocknete Gut aber eine bestimmte Restfeuchte haben (einige Prozente), damit es auch nicht stäubt. Dies bedeutet, dass das getrocknete Gut eine bestimmte, möglichst konstante Restfeuchte haben soll. Eine *Restfeuchteregelung* wäre also sehr erwünscht, ist aber von der Messung her problematisch. (Eine eindeutige Bestimmung der Restfeuchte «on line» bereitet Mühe und geschieht am besten «off line» im Labor durch Verdampfen der restlichen Flüssigkeit mit Gewichtsvergleich oder allenfalls über eine Wasser- oder Feststoffbilanz über den ganzen Zerstäubungstrockner, was auch nicht unproblematisch ist.) Zudem ist man bei der *Wahl der Zulufttemperatur* nicht ganz frei, da bei zu hohen Temperaturen das Trockengut geschädigt werden kann; im übrigen hat man wegen des Energieverlusts durch die abgeblasene Warmluft und die Austragung des warmen Trockengutes ein Interesse daran, die Ablufttemperatur möglichst niedrig zu halten. Durch die Anforderungen an Temperaturen und Feuchte sowie durch mögliche Störgrössen (Aussenluft, Lufterhitzer, Netzschwankungen usw.) wird bereits der stationäre Betrieb eines solchen Apparates nicht einfach.

Zusätzliche Schwierigkeiten ergeben sich beim Automatisieren der transitorischen Phasen «Anfahren» und «Abfahren». Grundsätzlich unterscheidet man für den Vorgang der Zerstäubung zwischen Druckzerstäubern (durch Düsen oder Dralldüsen) und Fliehkraftzerstäubern (durch rotierende Scheiben oder offene Rohre).

Im folgenden soll ein *neues Automatikkonzept* eines Scheiben-Zerstäubers für verschiedene Farbstoffsuspensionen besprochen werden, das bei der Firma Sandoz in Muttenz realisiert worden ist.

Die Apparatur

Die Apparatur lässt sich sinnvollerweise in drei Abschnitte unterteilen:

1. Der zentrale Zerstäuberturm mit Produkt-Dosierung
2. Luftführungen für Zuluft und Abluft
3. Produktführung von Turmaustrag bis Silo.

Der erste Teil besteht aus dem *Turm* a) von 8 m Durchmesser und 8 m Höhe (Bild 1). Über dem Deckel des

*) Erweiterte Fassung eines am 17. Juni 1977 im Rahmen des Kolloquiums für technische Wissenschaften an der ETHZ gehaltenen Vortrags. Organisation: Institut für Verfahrens- und Kältetechnik.