

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 94 (1976)  
**Heft:** 21

**Artikel:** Zum Stand der Anwendung der Finite-Element-Methode im Grundbau  
**Autor:** Wibel, A.R.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-73099>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Zum Stand der Anwendung der Finite-Element-Methode im Grundbau

Von A. R. Wibel, St. Gallen

DK 624.15

Die Probleme, die ein in der Geotechnik tätiger Ingenieur lösen muss, werden von Jahr zu Jahr schwieriger. Dies liegt nicht nur daran, dass – zumindest in den Ballungszentren – nur noch wenig guter Baugrund zur Verfügung steht, sondern vor allem auch daran, dass immer höhere Bauwerkslasten in den Untergrund abzutragen und tiefere Geländeinschritte und Baugruben zu sichern sind. Ferner sind die heutigen Gebäude-, Brücken- und Sonderkonstruktionen wegen ihrer statisch vielfach unbestimmten Bauweise empfindlich gegenüber Setzungsunterschieden. Konstruktive Ingenieure und Maschinenhersteller stellen häufig hohe Anforderungen an die Genauigkeit der Setzungsvorhersagen des Geotechnikers. Nicht selten wird zum Beispiel gefordert, dass bei der Fundation von Maschinen mit langen durchlaufenden Wellen, der Unterfahrung empfindlicher Gebäude im U-Bahnbau oder bei tiefen Baugruben neben bestehenden Altbauten u.a. die Setzungen und Setzungsunterschiede wenige Millimeter nicht überschreiten dürfen.

### Unzulänglichkeiten der gebräuchlichen Verfahren

Dem Ingenieur stehen heute in der Praxis verhältnismässig unzulängliche Verfahren zur Verfügung, um *nachprüfbare* rechnerische Nachweise der Verträglichkeit der zu *erwartenden Setzungen* und *Setzungsunterschiede* sowie *ausreichender Standsicherheit* zu führen. Er ist leider allzu häufig darauf angewiesen, Aussagen allein aufgrund seiner «persönlichen Erfahrung» zu treffen bzw. die Ergebnisse von Laborversuchen und rechnerischen Abschätzungen zum Ausgleich von versuchsbedingten Fehlern und unsicheren Annahmen *gefährsmässig* seinen Erwartungen anzupassen und auf das *Glück des Tüchtigen* zu vertrauen.

Worin die wesentlichen Unzulänglichkeiten der gebräuchlichen Verfahren liegen, sei an den folgenden Beispielen kurz in Erinnerung gerufen:

*Setzungsberechnungen* werden eindimensional aufgrund der Ergebnisse von *Kompressionsversuchen* mit behinderter Seitendehnung oder geschätzter Steifeziffern durchgeführt, wobei die Spannungsverteilung im Untergrund dreidimensional am Modell des homogenen elastisch isotropen Halbraumes bestimmt wird. Da sich nach diesem Verfahren – wie viele Setzungsbeobachtungen an ausgeführten Bauwerken zeigten – wegen verschiedener Unzulänglichkeiten der Modellvorstellung zu hohe rechnerische Setzungen ergeben würden, werden die Unterschiede zwischen den Rechenannahmen und den tatsächlichen Verhältnissen durch mehr oder weniger, dem «Geschick» des Ingenieurs überlassene, willkürliche Annahmen ausgeglichen. So wird im allgemeinen die Zusammendrückbarkeit des Untergrundes nur bis in eine begrenzte Tiefe berücksichtigt. Außerdem werden die Ergebnisse der Kompressionsversuche aufgrund von Erfahrungswerten «korrigiert», um versuchsbedingte Fehlerinflüsse auszugleichen. Das Zusammenwirken von Bauwerk und Untergrund (Lastumlagerungen), Sekundärsetzungen und vor allem seitliches Ausweichen des Bodens (volumentreue Scherverformungen), das bei weichen bindigen Erdstoffen zu erheblichen

Setzungsanteilen führen kann, lassen sich rechnerisch nicht bestimmen und konnten bisher nur aufgrund von Erfahrungswerten grob abgeschätzt werden.

*Sohldruckverteilungen* werden im allgemeinen mit *Bettungs- oder Steifezifferverfahren* bestimmt. Aber auch hier zeigen Messungen an ausgeführten Bauwerken bzw. Grossversuche keine ausreichende Übereinstimmung mit den Rechenresultaten. Der Ingenieur ist daher häufig darauf angewiesen, für die Bemessung der Fundamentplatten zwei statisch mögliche Grenzverteilungen anzunehmen und die Bewehrung so zu dimensionieren, dass der gesamte Belastungsbereich zwischen den beiden Grenzverteilungen abgedeckt ist.

*Pfähle* werden üblicherweise aufgrund vorsichtiger Erfahrungswerte oder verhältnismässig aufwendiger Probefeststellungen bemessen, weil auch heute noch keine zuverlässigen Rechenverfahren zur Vorhersage des Tragverhaltens zur Verfügung stehen.

*Erddruckberechnungen* und *Standsicherheitsuntersuchungen* werden im allgemeinen unabhängig von den im Boden auftretenden Verformungen allein aufgrund statischer Gleichgewichtsbetrachtungen für ebene Probleme durchgeführt. Für allgemein räumliche Probleme gibt es noch keine Standardlösungen. Bei Erddruckberechnungen für Stützmauern, den Verbau tiefer Baugruben und Tunnelauskleidungen mit und ohne Verankerungen und Aussteifungen u.a. ist jedoch die Grösse und vor allem die Verteilung des Erddruckes von dem Zusammenwirken von Verbau und Untergrund und den dabei auftretenden Verformungen abhängig. Es ist deshalb üblich, die Grösse der wirksamen Erddrücke für die jeweils verträglichen Verformungen durch empirische Beziehungen in Abhängigkeit von Grenzwerten (aktiver, passiver Erddruck, Erdruhedruck) zu ermitteln. Die Erddruckverteilungen werden aufgrund von Erfahrungen den tatsächlichen Verhältnissen durch eine «Umverteilung» näherungsweise angepasst.

Sowohl bei Erddruckberechnungen, als auch bei Standsicherheitsuntersuchungen liegt eine besondere Unsicherheit in der Festlegung der in die Gleichgewichtsbetrachtungen eingehenden Scherfestigkeit des Untergrundes, da diese nicht

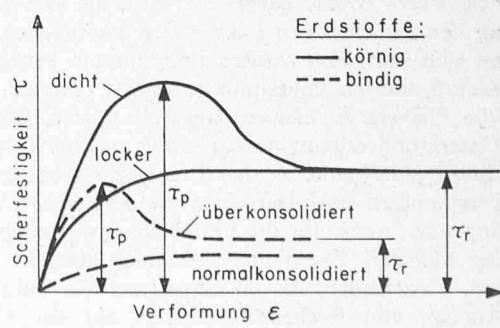


Bild 1. Qualitativer Verlauf der Scherfestigkeitsdiagramme verschiedener Erdstoffe

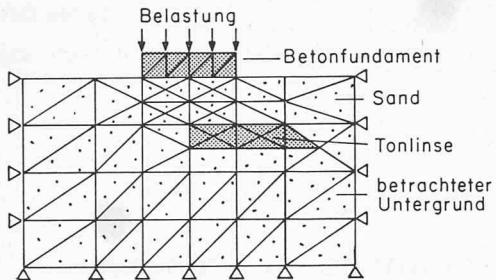


Bild 2. Beispiel einer Netzeinteilung für ein ebenes Problem

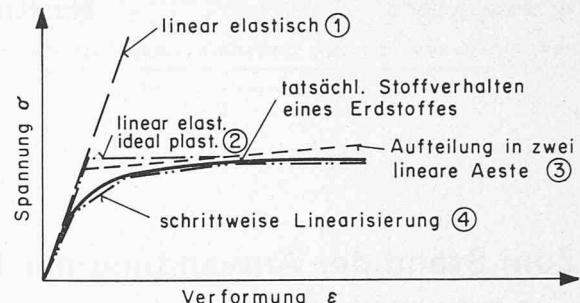


Bild 3. Stoffansätze für normal konsolidierte bindige und näherungsweise kritisch dicht gelagerte körnige Böden

konstant, sondern u.a. vom örtlichen Verformungszustand des Bodens abhängig ist (Bild 1). Wird zum Beispiel bei dichten Sanden oder überkonsolidierten Tonen die Restscherfestigkeit  $\tau_r$  verwendet, so werden unter Umständen erhebliche Scherfestigkeitsreserven vernachlässigt und damit unnötig hohe Sicherungsmassnahmen erforderlich.

Bei Verwendung des Größtwertes der Scherfestigkeit  $\tau_p$  wird dagegen möglicherweise bei ausreichenden rechnerischen Sicherheiten in Wirklichkeit ein unverantwortbares Risiko eingegangen, da sicherlich bereichsweise der dem Größtwert  $\tau_p$  entsprechende Verformungszustand schon überschritten und damit die tatsächliche mittlere Scherfestigkeit erheblich zu hoch angesetzt wurde.

### Die Finite-Element-Methode

Rechenverfahren, die eine für die Baupraxis ausreichend genaue Vorhersage des Tragverhaltens eines belasteten Baugrundes und des Wechselspiels zwischen Baugrund und Bauwerk ermöglichen, setzen im wesentlichen voraus, dass:

- das Rechenmodell des homogenen elastisch isotropen Halbraumes durch ein anderes ersetzt wird, das neben Inhomogenitäten und beliebigen Randbedingungen auch die tatsächlichen Eigenschaften eines Bodens weitgehend berücksichtigt (im wesentlichen das nichtlineare, bei bindigen Erdstoffen auch zeitabhängige Stoffverhalten mit Volumenänderungen unter hydrostatischer und bei körnigen Erdstoffen auch unter deviatorischer Belastung)
- statische Gleichgewichtsbetrachtungen durch Spannungs-Verformungsbetrachtungen unter Berücksichtigung «grosser Verformungen» ersetzt werden.

Die Finite-Element-Methode erfüllt diese Voraussetzungen grundsätzlich.

Grundlage dieses *numerischen Verfahrens* ist die Beschränkung der Betrachtungen auf einen *begrenzten Ausschnitt des Kontinuums*, der nicht durch einen geschlossenen Körper, sondern durch eine *Vielzahl von Einzelementen «endlicher» Grösse* dargestellt wird, die sich gegenseitig nur an den gemeinsamen Eckpunkten beeinflussen. So wird das an sich unendlich statisch unbestimmte Problem durch ein *endlich* statisch unbestimmtes ersetzt. Da die Eigenschaften von Element zu Element wechseln dürfen, können beliebige Untergrundverhältnisse dargestellt werden (Bild 2). Als statisch Unbestimmte werden in geotechnischen Finite-Element-Programmen im allgemeinen die *Knotenpunktverschiebungen* angesetzt, wobei für die Verschiebungsverteilungen innerhalb der Elemente bestimmte Annahmen getroffen werden müssen. Einzelheiten, die mathematische Formulierung und der Aufbau von Rechenprogrammen auf der Grundlage der Finite-Element-Methode können der Literatur [1] entnommen werden.

Bei der Anwendung der Finite-Element-Methode, die sich bisher vor allem im Zusammenhang mit *künstlichen Werkstoffen* (Flugkörper-, Schiffs-, Maschinen- und Reaktorbau) bewährt hat, stellen sich in der Geotechnik besondere Probleme. Diese Schwierigkeiten lassen sich durch die Begriffe «Ausgangszustand des Bodens» und «Stoffansatz» kennzeichnen.

### Ausgangszustand

Die Kenntnis des *Ausgangszustandes* (Eigenspannungszustand, Spannungsvorgeschichte, Porenziffer, Porenwasserdruck usw.) des durch die hinzukommenden Belastungen noch unbeeinflussten Untergrundes ist wichtig, da im allgemeinen das nichtlineare Stoffverhalten und die in dem jeweiligen Benutzerprogramm verwendeten Fliessbedingungen davon wesentlich abhängen. In vielen Fällen ist jedoch die Bestimmung des Ausgangszustandes des Untergrundes schwierig. Neben den Rechenannahmen für den Ausgangszustand des Bodens hat vor allem die Art des verwendeten Stoffansatzes, der die Verknüpfung zwischen Spannungen und Verformungen innerhalb eines Bodenelementes herstellt, erheblichen Einfluss. Der dadurch bedingte Schwankungsbereich der Rechenergebnisse erstreckt sich nicht nur auf wenige Prozente, sondern kann ein völlig falsches Bild der Spannungs- bzw. Verformungsverteilung im Untergrund vermitteln. Vor einer Anwendung der Finite-Element-Methode in der Geotechnik sollte deshalb in jedem Einzelfall sorgfältig überprüft werden, ob der in dem zur Verfügung stehenden Benutzerprogramm enthaltene Stoffansatz das Spannungs-Verformungsverhalten des Untergrundes für die vorliegende Aufgabenstellung überhaupt in ausreichender Näherung beschreiben und der Ausgangszustand des Bodens genügend genau abgeschätzt werden kann.

### Stoffansatz

Da die *Art des Stoffansatzes* für die Beurteilung der Eignung eines Benutzerprogrammes zur Lösung eines geotechnischen Problems von vorherrschender Bedeutung ist, werden im Folgenden häufig verwendete Ansätze kurz beschrieben.

In vielen Standardprogrammen, die nicht für geotechnische Zwecke entwickelt wurden, ist ein *linear elastischer* Stoffansatz enthalten (vgl. Typ ① in Bild 3). Derartige Programme eignen sich nicht für geotechnische Berechnungen, da sich Erdstoffe innerhalb des in der Praxis für Böden üblichen Spannungsbereiches im Gegensatz zu künstlichen Baustoffen (wie Stahl oder Beton) auch im allgemeinen nicht näherungsweise linear elastisch verhalten.

Eine wesentlich bessere Anpassung an das nichtlineare Stoffverhalten von Böden wird durch einen *linear elastisch-ideal plastischen* Stoffansatz [2, 3, 4] (vgl. Typ ② in Bild 3)

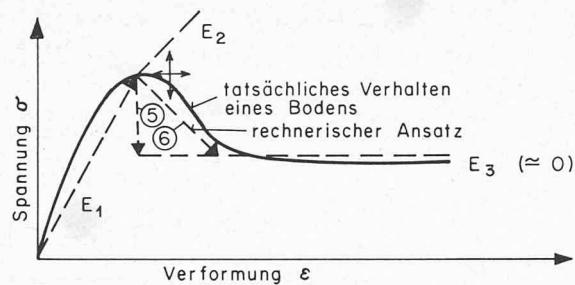


Bild 4. Stoffansätze für überkonsolidierte bindige bzw. überkritisch dicht gelagerte Böden ohne Berücksichtigung von Volumenänderungen

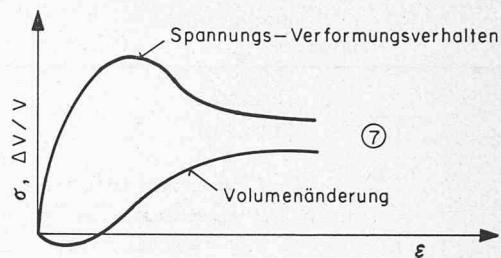


Bild 5. Stoffansatz für körnige Böden mit Volumenänderungen

erreicht. Dabei wird bis zum Erreichen eines Spannungszustandes, der eine vorgegebene Fliessbedingung (z.B. Mohr-Coulomb, Tresca, V. Mises, Prager-Drucker u.a.) erfüllt, linear elastisches Stoffverhalten angesetzt.

Die Grösse der bei Erreichen der Fliessbedingungen eintretenden plastischen Verformungen wird entweder durch eine Fliessregel (z.B. Prantl-Reuss o.a.) bestimmt [2, 3], oder näherungsweise aus den sich bei iterativem Rechengang ergebenden «pseudoelastischen» Verformungen ermittelt [4]. Das linear elastisch-ideal plastische Stoffverhalten wird häufig auch durch zwei lineare Äste dargestellt (Typ ④ in Bild 3), wobei der zweite Ast eine nur sehr geringe Steigung aufweist [5]. Der Rechenvorgang bei diesen beiden Verfahren erfolgt iterativ, schrittweise oder iterativ in Verbindung mit einer schrittweisen Steigerung der Belastung bzw. Verformung.

Um auch den gekrümmten Verlauf des Spannungs-Verformungsverhaltens zu erfassen, wurden Ansätze entwickelt, bei denen einer der beiden Elastizitätsparameter in Abhängigkeit von einer Vergleichsspannung und einer vorgegebenen Kennlinie bzw. von dem Verhältnis von mobilisiertem zu mobilisierbarem Reibungswinkel abschnitts- oder schrittweise neu bestimmt wird [6] (Typ ⑤ in Bild 3).

Bei derartigen Ansätzen (Typen ② bis ⑤ in Bild 3) werden im allgemeinen mögliche Volumenänderungen körniger Erdstoffe bei deviatorischen Belastungen ebenso wenig berücksichtigt, wie der bei überkritisch dicht gelagerten körnigen oder überkonsolidierten bindigen Erdstoffen bei bestimmten Verformungen auftretende Spannungsabfall. Diese Ansätze eignen sich deshalb vor allem zur Beschreibung des Stoffverhaltens von schnell belasteten, normal konsolidierten bindigen und näherungsweise kritisch dicht gelagerten körnigen Erdstoffen.

Um auch das Abfallen der Spannung nach dem Überschreiten des Spannungshöchstwertes bei überkonsolidierten bindigen und überkritisch dicht gelagerten körnigen Böden näherungsweise zu berücksichtigen und damit auch Erscheinungen wie z.B. progressive Brüche im Boden rechnerisch erklären zu können, wurden Ansätze entsprechend Bild 4 (Typen ⑥ und ⑦) entwickelt [7]. Das plötzliche Abfallen der Spannung nach dem Überschreiten des Höchstwertes (Typ ⑥) wird nach dem Erfüllen einer Fliessbedingung durch eine iterative Umverteilung der Überschussspannungen auf die Nachbarelemente erzwungen. Die bei Erfüllen der Fliessbedingungen eintretenden plastischen Verformungen werden durch eine linear elastische Rechnung unter Verwendung eines sehr niedrigen Elastizitätsmoduls bestimmt. Zur Erfassung des ebenfalls in Bild 4 dargestellten allmählichen Abfalls der Spannung (Typ ⑦) wird mit einer ansteigenden Geraden  $E_2$  in Bild 4 gerechnet, das entsprechende Element wird jedoch um den sich aus der Berechnung ergebenden Spannungszuwachs durch eine Verteilung der gegenüber dem

Spannungszuwachs doppelt so hohen Überschussspannungen auf die Nachbarelemente um den gleichen Betrag entlastet. Der Rechenvorgang erfolgt iterativ. Bei diesen Ansätzen (Typen ⑥ und ⑦) werden mögliche Volumenänderungen körniger Erdstoffe bei deviatorischen Belastungen nicht berücksichtigt. Sie eignen sich deshalb zur Lösung von Problemen, bei denen der Untergrund aus überkonsolidierten bindigen Böden bzw. überkritisch dicht gelagerten körnigen Erdstoffen besteht, falls mögliche Volumenänderung der körnigen Erdstoffe keinen wesentlichen Einfluss auf die Rechenergebnisse haben können.

Um das nichtlineare Verhalten von Erdstoffen genauer erfassen zu können, wurden verschiedene Reihenansätze entwickelt [8]. In ihnen wird in einer differentiellen Spannungs-Verformungsbeziehung die Spannungsänderung als Funktion der Änderung des gesamten Verformungszustandes unter Berücksichtigung der Verformungsgrößen höherer Potenz dargestellt. So lassen sich nicht nur der nichtlineare Zusammenhang zwischen Spannungen und Verformungen, sondern auch Volumenänderungen unter deviatorischen Belastungen erfassen (Typ ⑦ in Bild 5). Der Rechenvorgang erfolgt durch schrittweises Aufbringen der Belastung bzw. Verformung und gegebenenfalls eine Iteration. (Aufteilung des nichtlinearen Vorganges in mehrere lineare Einzelschritte; durch eine Iteration bei jedem Schritt wird erreicht, dass alle Einzelemente die nichtlineare Spannungs-Verformungsbeziehung erfüllen.)

Ungünstig an diesen Ansätzen (Typ ⑦) sind die aufwendige und schwierige Bestimmung einer grösseren Zahl von Stoffkonstanten, die in den Reihenansätzen enthalten sind und die Empfindlichkeit der Rechenergebnisse gegenüber geringfügigen Variationen der Stoffkonstanten. Wesentlich einfacher und entsprechend weniger empfindlich sind erweiterte elasto-plastische Ansätze, die ebenfalls näherungsweise den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Spannungen und Verformungen sowie mögliche Volumenänderungen körniger Erdstoffe beschreiben (wie Typ ⑦ in Bild 5). Bei diesen ebenfalls differentiellen Ansätzen wird bis zum Erreichen des Spannungszustandes, der eine vorgegebene Fliessbedingung erfüllt, mit zwei veränderlichen elastischen Konstanten gerechnet, die vom Ausgangszustand des betrachteten Erdstoffelementes und von Invarianten der Spannungen und Verformungen abhängen [9].

Die Grösse der plastischen Verformungen wird durch eine *Fliessregel* bestimmt, die auch mögliche Volumenänderungen körniger Erdstoffe unter deviatorischen Belastungen erfassst. Die in der Fliessregel enthaltenen Parameter sind ebenfalls vom Ausgangszustand des betrachteten Erdstoffelementes sowie Invarianten der Spannungen und Verformungen abhängig. Der Rechengang erfolgt schrittweise, gegebenenfalls mit einer Iteration bei jedem Schritt. Die Berücksichtigung der Volumenänderungen unter deviatorischer Be-

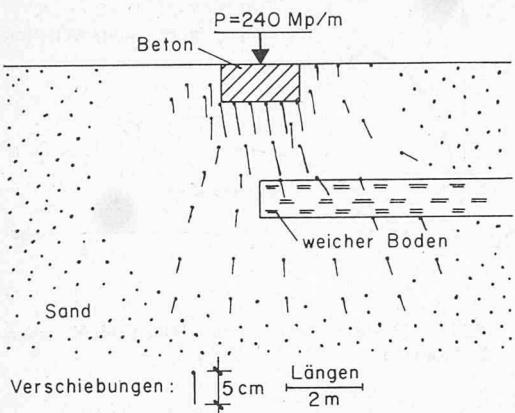


Bild 6. Verschiebungen unter einem Streifenfundament (nach [4])

lastung körniger Erdstoffe ist deshalb von Wichtigkeit, weil es in der Geotechnik häufig Probleme gibt, die nur durch Erfassen dieser Erscheinung wirklichkeitsstreu gelöst werden können. Als Beispiel sei hier die hohe Tragfähigkeit von Pfählen oder Ankern in dicht gelagerten körnigen Böden erwähnt, die nur durch horizontale Verformungen als Folge der teilweise behinderten Volumenvergrößerung des Bodens im Bereich der Mantelfläche erklärt werden können.

Zeitabhängige nichtlineare Konsolidierungsvorgänge bindiger Böden werden im allgemeinen durch eine Aufteilung der Zeit in Einzelschritte berechnet. Hierbei wird für jede Erhöhung der Belastung mit Hilfe der Finite-Element-Methode der Spannungs- und Verformungszustand im Untergrund bestimmt, dessen Änderung während eines Zeitschrittes mit einem Differenzenverfahren unter Berücksichtigung eines vorgegebenen Fließgesetzes für das Abströmen des Porenwassers bestimmt wird. Durch eine Iteration des Rechenganges bei jedem Zeitschritt wird erreicht, dass sowohl die Verträglichkeitsbedingungen, als auch das nichtlineare Fließgesetz erfüllt werden. Rechenprogramme mit derartigen Ansätzen, die auch die durch die Konsolidierung des Bodens bedingte Veränderung der Porenziffer und damit der Durchlässigkeit und des für Strömungsvorgänge im Poresystem mindestens erforderlichen Anfangsgefäßes enthalten, sind zur Zeit in Entwicklung [10]. Vor allem die Berücksichtigung der Veränderung der Durchlässigkeit und des Anfangsgefäßes während der Konsolidierung lassen eine wesentlich bessere Übereinstimmung zwischen der rechnerischen Vorhersage des zeitlichen Verlaufes von Konsolidierungsvorgängen im Zusammenhang mit Setzungs- und Standsicherheitsuntersuchungen und Messergebnissen an ausgeführten Bauvorhaben erwarten, als es mit den bisher üblichen Verfahren möglich war.

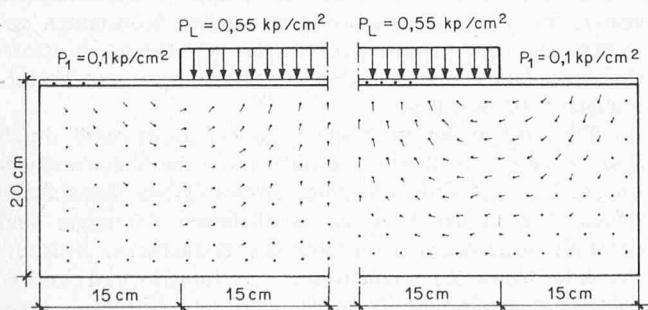


Bild 7. Flächenlasten auf weichem, kohäsivem Untergrund, links: Versuch, rechts: Rechnung

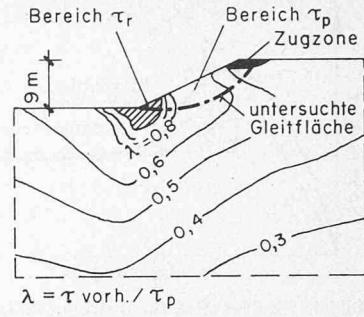


Bild 8. Standsicherheitsuntersuchungen einer Böschung in überkonsolidiertem Ton

### Rechenbeispiele

Zur Veranschaulichung der Möglichkeiten der Finite-Element-Methode in der Geotechnik mögen die folgenden Beispiele dienen:

In Bild 6 sind die Verschiebungen unter einem Streifenfundament in einem Untergrund aus Sand aufgetragen, der eine Linse aus weichem bindigem Boden enthält [4]. Die verstärkt in Richtung der Schwächezone verlaufenden Verschiebungsvektoren sind eine Folge der grösseren Zusammendrückbarkeit und geringeren Scherfestigkeit des bindigen Bodens gegenüber dem umgebenden Sand. Bei weiterer Steigerung der Fundamentbelastung ist ein durch die Schwächezone verlaufender Grundbruch zu erwarten. Diese Berechnung wurde mit einem linear elastisch-ideal plastischen Stoffansatz (vgl. Typ ② in Bild 3) durchgeführt.

In Bild 7 sind die Rechen- und entsprechenden Versuchsergebnisse von Verschiebungen unter Flächenlasten auf weichem, kohäsivem Untergrund dargestellt [5]. Die gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung zeigt, wie

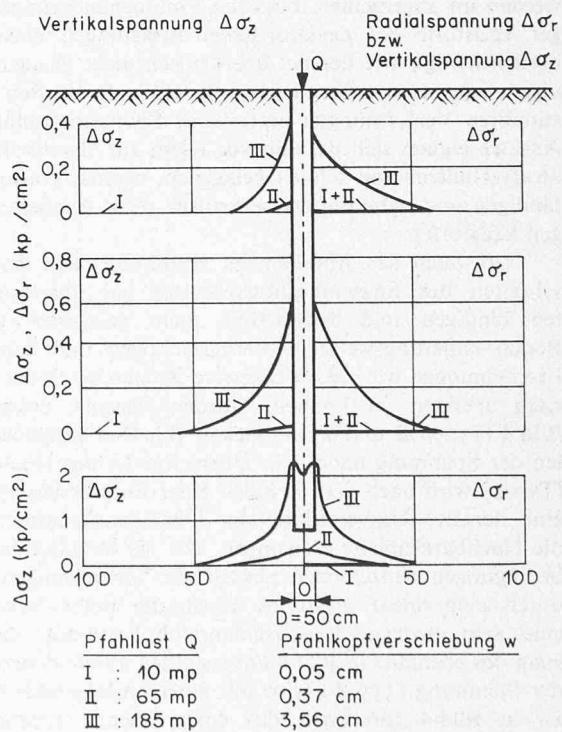


Bild 9. Änderung der Spannungsverteilung an einem Bohrpfahl

sich mit der Finite-Element-Methode die bisher rechnerisch in ihrer Grösse nicht vorhersagbaren, weitgehend durch seitliches Ausweichen (volumentreue Scherverformungen) verursachten Verschiebungen in guter Näherung vorhersagen lassen (z.B. bei der Schüttung von Strassendämmen auf weichen Seeablagerungen usw.). Den dargestellten Rechenergebnissen liegt ein aus zwei Ästen zusammengesetzter linear elastischer Stoffansatz (Typ ③ in Bild 3) zugrunde.

Die rechnerische Bestimmung von Standsicherheitsbeiwerten z.B. von Böschungen, verankerten Baugrubenwänden usw. ist mit der Finite-Element-Methode unmittelbar nicht möglich, da diese nur Verschiebungs- bzw. Spannungsverteilungen, nicht jedoch Sicherheitsbeiwerte liefern kann. Um die Vorteile der Finite-Element-Methode auch bei Standsicherheitsuntersuchungen nutzen zu können, ist es deshalb erforderlich, entweder den Sicherheitsbeiwert neu zu definieren oder durch eine zweckmässige Verknüpfung der Finite-Element-Methode mit einer herkömmlichen statischen Gleichgewichtsbetrachtung eine Näherungslösung zu suchen.

Bei dem in Bild 8 dargestellten Beispiel wurde zunächst die Spannungsverteilung im Untergrund unter Berücksichtigung des Eigenspannungszustandes vor dem Ausheben des Grabens und des nichtlinearen Stoffverhaltens des aus überkonsolidiertem Ton bestehenden Untergrundes (linear elastisch mit zwei Ästen und Spannungsabfall vom Grösstwert  $\tau_p$  auf den Restwert  $\tau_r$  entsprechend Typ ④ in Bild 4) bestimmt [9].

In der anschliessenden Berechnung des Standsicherheitsbeiwertes konnten dann die tatsächlichen Verhältnisse näherungsweise durch Berücksichtigung der Bereiche unterschiedlicher Scherfestigkeit erfasst werden.

In Bild 9 ist die Änderung der Spannungsverteilung in der Umgebung eines Bohrpahles in körnigem Untergrund aufgetragen, die mit Hilfe eines Finite-Element-Programmes bestimmt wurde, das einen erweiterten elasto-plastischen Stoffansatz (entsprechend Typ ⑦ in Bild 5) enthält [9]. Dieser Ansatz ermöglicht es, nicht nur den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Spannungen und Verformungen näherungsweise zu beschreiben, sondern er fasst auch die Volumenänderungen des körnigen Erdstoffes unter deviatorischen Verformungen sowie durch Kornbruch bei hohen hydrostatischen Spannungen (z.B. unterhalb des Pfahlfusses).

Deutlich ist in der Abbildung das mit zunehmender Pfahlverschiebung überproportionale Anwachsen der Radialspannung als Folge der teilweise verhinderten Volumenvergrösserung des Sandes in der Umgebung des Pfahlschaftes zu erkennen. Bei Pfahlverschiebungen von etwa 3,5 cm erreicht der Zuwachs an Radialspannung den Zuwachs an Vertikalspannung.

## Schlussfolgerungen

Die wenigen dargestellten Beispiele zeigen, dass sich dem in der Geotechnik tätigen Ingenieur in der Finite-Element-Methode grundsätzlich ein leistungsfähiges Hilfsmittel anbietet, das die wesentlichen Unzulänglichkeiten der herkömmlichen Rechenverfahren vermeidet. Erwähnt sei noch, dass sich das Verfahren nicht nur zur Analyse von statischen Spannungs-Verformungsproblemen eignet, sondern auch zur Lösung *dynamischer Spannungs-Verformungs- und von Grundwasserströmungs-Problemen* herangezogen werden kann.

Der Anwendung der Finite-Element-Methode durch geotechnische Ingenieurbüros auf praktische Aufgabenstellungen sind jedoch – zumindest vorerst – *enge Grenzen* gesetzt. Dies liegt nicht nur daran, dass bei einfachen Routineproblemen den Vorteilen durch ein besseres Rechenverfahren ein verhältnismässig grosser Aufwand für die numerische Aufbereitung des Problems entgegensteht, sondern auch daran, dass

die in den Rechenzentren zur Zeit allgemein zur Verfügung stehenden Standardprogramme nur einfache Stoffansätze enthalten (entsprechend Bild 3). Da die Ergebnisse geotechnischer Berechnungen mit Hilfe der Finite-Element-Methode nicht nur wesentlich vom Ansatz des Ausgangszustandes des Untergrundes sondern vor allem auch von dem verwendeten Stoffansatz zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Spannungen und Verformungen im Boden abhängen, ist eine Übertragbarkeit der Rechenergebnisse auf praktische Probleme heute nur in *Sonderfällen* möglich. Es sei ausserdem darauf hingewiesen, dass der Ingenieur die Verantwortung für die von einem Rechenzentrum erhaltenen Ergebnisse übernimmt, ohne das eingesetzte Programm oder die Rechenergebnisse auf ihre Richtigkeit überprüfen zu können. Da numerische Rechenverfahren auch dann einigermassen glaubhafte Resultate liefern können, wenn die Aufgabenstellung nur unzulänglich erfasst bzw. physikalische Gesetze oder mathematische Regeln verletzt sind, ist es unbedingt erforderlich, in jedem Einzelfall die einem Rechenprogramm zugrundeliegenden Ansätze in Verbindung mit dem zu lösenden Problem sowie die Rechenergebnisse mit kritischem Ingenieurverstand zu überdenken.

Anwendung und Weiterentwicklung der Finite-Element-Methode in der Geotechnik werden vorerst weitgehend auf Forschungsinstitute beschränkt bleiben. Neben der Entwicklung von praxisnahen Standardprogrammen mit verbesserten Stoffansätzen sollte eine Überprüfung ihrer Eignung für geotechnische Zwecke durch Vergleich der Ergebnisse von Berechnungen und Grossversuchen einhergehen. Hoffentlich werden bewährte Programme an den Rechenzentren zur Lösung schwieriger Einzelfälle allgemein zugänglich sein bzw. durch Parameterstudien in Verbindung mit Versuchen zur Entwicklung einfacher, gegenüber den herkömmlichen Verfahren jedoch wesentlich verbesserter empirischer Näherungsverfahren beitragen.

Die Anwendung so verfeinerter Rechenverfahren – wie der Finite-Element-Methode – setzt eine ausreichende Genauigkeit in der Beschreibung von Ausgangszustand und Stoffeigenschaften des Untergrundes voraus. Vor allem auch hier gilt es, die bestehende Lücke zwischen den rechnerischen Möglichkeiten und der Ungenauigkeit der den Ausgangszustand und die Stoffeigenschaften des Untergrundes beschreibenden Daten durch eine Verbesserung der Versuchstechnik in Feld und Labor zu schliessen.

## Literaturverzeichnis

- [1] Zienkiewicz/Cheung: The Finite Element Method in Engineering Science. McGraw Hill, London, 1971
- [2] Staub: Programmsystem am FIDES-Rechenzentrum, Zürich
- [3] Finel: Programmsystem am UNIVAC-Rechenzentrum, Zürich
- [4] Malina/Meissner/Wibel: Finite Elements. Vorträge der Baugrundtagung 1970 in Düsseldorf
- [5] Nahrgang: Lateral Displacement and Earth Pressures in Soft Cohesive Soils subjectet to High Surface Loads. Proceed. 5th Europ. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Madrid, 1972
- [6] Smolczyk: Diskussionsbeitrag. Vorträge der Baugrundtagung 1970 in Düsseldorf
- [7] Lo/Lee: Stress Analysis and Slope Stability in Strain-Softening Materials. Geotechnique 23, Nr. 1, 1973
- [8] Meissner/Wibel: Numerisches Rechenverfahren für Randwertprobleme in der Bodenmechanik. Die Bautechnik 2, 1973
- [9] Meissner/Wibel: Sandverformungen und Spannungsverteilungen in der Umgebung von Bohrpählen. Vorträge der Baugrundtagung 1974 in Frankfurt
- [10] Moser: Noch unveröffentlichte Forschungsarbeit, ausgeführt am Inst. f. Boden- und Felsmechanik d. Universität Karlsruhe

Adresse des Verfassers: Dr.-Ing. A. R. Wibel, SIA, c/o GEOTEST AG, Lukasstrasse 17, 9008 St. Gallen.