

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 92 (1974)  
**Heft:** 30: SIA-Heft, Nr. 7/1974

**Artikel:** Vermischungs- und Transportprobleme in Flüssen  
**Autor:** Dracos, Th. / Gyr, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-72425>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**



## SIA-Heft 7, 1974

### Vermischungs- und Transportprobleme in Flüssen

Von Th. Dracos und A. Gyr, Zürich

DK 532.529

#### Einleitung

Das Wasser ist für die Menschen und die Tiere eine physiologisch gesehen lebenswichtige Substanz. Es wird aber auch als Rohprodukt in verschiedenen Industrieprozessen benutzt und dient oft als Transportmittel von Abfallwärme und von flüssigen und festen Abfallstoffen. Transportanlagen, die das Wasser als Träger in diesem Sinne benutzen, sind die Kanalisationen. Diese bilden zusammen mit den Flüssen Transportsysteme, die einen beträchtlichen Teil unseres Abfalls den Meeren zuführen. Die Flüsse selbst sind aus demselben Grund bevorzugte Standorte von Industrieerzeugungsanlagen.

Der Nutzung der Flüsse als Spender von Trink- und Brauchwasser und zur Erholung steht ihre Benützung zum Abtransport von Abfallstoffen gegenüber. Die zwei Gesichtspunkte bilden die Grundlage für die Bestimmung der zulässigen Belastung eines Flusses durch Abfallstoffe. Dass eine solche überhaupt annehmbar ist, ist aber nur auf den komplizierten chemisch-biologischen Prozess der natürlichen Selbstreinigung zurückzuführen [1], [17].

Die Verunreinigung kann entstehen durch stabile, chemische Stoffe, Mikroorganismen; instabile, organische Verbindungen.

Die ersten dieser Substanzen werden nicht abgebaut. Grundsätzlich sollte deshalb ihre Einleitung in Flüsse verhindert werden. Gelangen solche Substanzen trotzdem in einen Fluss, so ist vom Standpunkt einer für die Nutzung ausreichenden Wasserqualität eine möglichst rasche und starke Verdünnung erwünscht. Massgebend dafür sind die Wasserführung des Flusses und eine gute Durchmischung.

Die Anzahl schädlicher Mikroorganismen nimmt in der meistens für sie feindlichen Umwelt des Flusses im allgemeinen mit der Verweilzeit und mit zunehmender Temperatur stark ab. Eine Verdünnung und somit Durchmischung und hohe Wasserführung ist vom hygienischen Standpunkt aus vorteilhaft.

Den wichtigsten Teil der Verunreinigung bilden die instabilen organischen Verbindungen. Der Abbau dieser Verbindungen erfolgt auf dem Weg komplizierter biochemischer Prozesse, die normalerweise mit dem Verbrauch des im Flusswasser gelösten Sauerstoffs verbunden sind. Die Abbaurate und somit der Sauerstoffverbrauch nimmt mit zunehmender Temperatur zu. Die Erneuerung des Sauerstoffgehaltes des Wassers erfolgt über die Lösung der Luft an der freien Oberfläche und die Durchmischung dieser Schicht mit dem übrigen Wasser des Flusses. Im wesentlichen hängt der Abbau dieser Stoffe von ihrer Konzentration, der Wassertemperatur, der Verweilzeit und der Belüftung ab.

Ob eine rasche Durchmischung des Abwassers oder des Kühlwassers mit dem Flusswasser erwünscht ist oder nicht, ist von Fall zu Fall zu untersuchen.

Für die Mischvorgänge in Flüssen ist die Turbulenz der Strömungen der massgebende Faktor. Dasselbe gilt auch für die Diffusion des an der Flussoberfläche aufgenommenen Sauerstoffes [2].

Bei der Abschätzung der zulässigen Belastbarkeit eines Flusses oder bei der Projektierung von Rückgabebauwerken an Flüssen ist es erwünscht, entweder rechnerisch oder mit Hilfe von Modellversuchen, den Mischvorgang zu erfassen und die Längen der Strecken zu bestimmen, die benötigt werden, bis eine möglichst gleichmässige Durchmischung, falls eine solche erwünscht ist, erreicht wird. Dabei stellen sich zwei grundsätzliche Fragen:

- In welchem Mass gestatten die heute üblichen Modelle eine zuverlässige Abschätzung solcher Diffusionsvorgänge?
- Sind die Ergebnisse der Modellversuche repräsentativ für die Vorgänge in der Natur?

Eine Antwort auf die zwei Fragen ist nach dem heutigen Stand der Erkenntnisse nur bedingt möglich. Im vorliegenden Aufsatz wird versucht, die damit verbundene Problematik aufzuzeichnen und die Untersuchungen zu skizzieren, die zur Lösung dieser Probleme unseres Erachtens notwendig sind.

#### Modelle der Mischprozesse

Das die Verunreinigung tragende Wasser wird in einem Fluss entweder als Punktquelle, Reihe von Punktquellen, Linienquelle, meistens quer zur Fließrichtung oder als seitlicher Zufluss eingeleitet. Die Verunreinigung kann Wärme, gelöste Stoffe oder Suspension sein. Ihre Durchmischung mit dem Flusswasser erfolgt durch molekulare und turbulente Diffusion. Einen Vergleich der Zeitmassstäbe der zwei Diffusionsprozesse ergibt sich aus der Reynoldszahl  $Re$ :

$$(1) \quad \frac{T_m}{T_{\text{turb}}} \sim Re = \frac{UL}{\nu}$$

wobei  $U$  die mittlere Geschwindigkeit,  $L$  eine für die Diffusion charakteristische Strecke, z. B. die Abflusstiefe und  $\nu$  die kinematische Zähigkeit des Wassers ist.  $T$  ist in dem Fall die Zeit, die eine in einem Punkt injizierte Verunreinigung benötigt, bis sie sich über die Strecke  $L$  quer zur Fließrichtung ausgebreitet hat. In Flüssen ist die Reynoldszahl sehr gross und die molekulare Diffusion gegenüber der turbulenten vernachlässigbar. Man darf sich deshalb auf die Betrachtung der turbulenten Diffusion beschränken.

Den Impulsfluss  $dJ/dt$  durch die Flächeneinheit quer zur Fließrichtung hat Boussinesq (1877) in Anlehnung an das laminare Verhalten der Strömung wie folgt angesetzt [3]:

$$(2) \quad \frac{dJ}{dt} = \tau_{x,y \text{ turb}} = -\rho \overline{u'v'} = \epsilon \frac{du}{dy}$$



Darin sind  $\tau$  die turbulente Schubspannung,  $u'$ ,  $v'$  die turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen in  $x$ - und  $y$ -Richtung,  $\overline{u'v'}$  der zeitliche Mittelwert des Produktes dieser Schwankungen;  $u$  die mittlere örtliche Geschwindigkeit in  $x$ -Richtung und  $\epsilon$  ein Proportionalitätsfaktor, dessen Dimension derjenigen der Zähigkeit  $\eta$  entspricht und deshalb «turbulente Zähigkeit» genannt wird. Der Impulsfluss wird durch diese Beziehung mit dem lokalen Geschwindigkeitsgradienten verknüpft. Im Gegensatz zur Zähigkeit  $\eta$ , die sich aus dem Newtonschen Ansatz

$$(3) \quad \tau_{xy} = \eta \frac{du}{dy}$$

ergibt, ist  $\epsilon$  keine Flüssigkeitseigenschaft, sondern eine «Eigenschaft der Strömung» und durch die lokalen Strömungsverhältnisse charakterisiert.

Die meisten Theorien, die zur Behandlung von Mischprozessen entwickelt wurden, übernehmen diese Betrachtungsweise und setzen den Fluss  $dJ_\Phi/dt$  einer skalaren Grösse  $\Phi$ , z.B. der Temperatur oder der Suspensionskonzentration, in Analogie zum Fickschen Gesetz, in einer turbulenten Strömung proportional zur lokalen Änderung dieser Eigenschaft an [4].

$$(4) \quad \frac{dJ_\Phi}{dt} = -\Gamma_{\Phi \text{ turb}} \Delta \Phi$$

Der Zusammenhang zwischen der turbulenten Strömung und dem Austauschprozess steckt im Proportionalitätsfaktor  $\Gamma_{\Phi \text{ turb}}$ , der von den lokalen Strömungsverhältnissen abhängig ist. Man weiss heute, dass das in den Ansätzen (2) und (4) enthaltene Konzept nicht zur Beschreibung von turbulenten Vorgängen ausreicht. Es ist aber das einzige, das mit noch durchführbarem Rechenaufwand zur Lösung praktischer Probleme führen kann.

Die Gleichungen (2) und (4) enthalten zwei Annahmen, die die Anwendbarkeit dieses Konzeptes stark einschränken. Diese Annahmen sind:

- Die Strömung ist eben,
- Es gilt ein zweiparametrisches Ähnlichkeitsgesetz.

Die zweite dieser Annahmen folgt aus Dimensionsbetrachtungen im Zusammenhang mit den Navier-Stockesschen Gleichungen. Die Ähnlichkeit einer turbulenten Strömung wird danach durch die Reynoldszahl beschrieben. In den Gleichungen (2) und (4) kommt aber die Zähigkeit nicht mehr vor. Zur Beschreibung turbulenter Austauschprozesse genügt nach dieser Theorie ein Längen- und ein Geschwindigkeits- oder ein Längen- und ein Zeitmassstab. Auf Grund dieser Annahmen lassen sich für die Koeffizienten in den Gleichungen (2) und (4) Ansätze ohne Zuhilfenahme weiterer Differentialgleichungen formulieren. Die daraus resultierenden Modelle sind unter den Begriff der «Mischwegtheorien» zusammengefasst. Diese Theorien bilden die Grundlage der heute üblichen Berechnungsmethoden und dienen zur Übertragung der Ergebnisse von Modellversuchen auf die Natur.

Das von Prandtl (1925) [5] eingeführte Konzept des Mischweges ist aus der Analogie zur kinetischen Gastheorie entstanden. Die folgende Gegenüberstellung zeigt diese Analogie auf.

Kinetische Gastheorie	Mischwegtheorie
(5) $\eta = 1/3 \rho \bar{l} v_m$	$\epsilon = \rho l u'$
$\eta$ molekulare Viskosität	$\epsilon$ turbulente Viskosität
$\bar{l}$ mittlere freie Weglänge	$l$ Mischweg
$v_m$ molekulare Geschwindigkeit; eine statistische Grösse.	$u'$ lokale turbulente Geschwindigkeitsschwankung; eine statistische Grösse.

Aus der Gleichung (5) erkennt man, dass als Ähnlichkeitsparameter die lokale turbulente Geschwindigkeitsschwankung  $u'$  und eine Länge  $l$  eingeführt wurden. Die Weiterentwicklung der Theorie besteht in der Formulierung geeigneter Ansätze für diese zwei Grössen. Die vom praktischen Standpunkt wichtigsten Ansätze sind:

1. Ansätze der Form  $u', v' \sim l |\partial u / \partial y|$ : Ausser dem Geschwindigkeitsprofil werden keine weiteren Grössen benötigt.

$$(6) \quad \text{Prandtl (1925) [5]} \quad \begin{array}{ll} l = y & \text{Wandnahe Strömung} \\ l = y/\delta & \text{Freie Turbulenz, Grenzschichten} \end{array}$$

$$(7) \quad \text{Escudier (1966) [6]} \quad \begin{array}{ll} l = k/y & \text{für } y/\delta \leq \lambda/k \\ l = \lambda & \text{für } y/\delta > \lambda/k \end{array}$$

$$(8) \quad \text{von Kármán (1930) [7]} \quad l = \kappa \left| \frac{\partial u / \partial y}{\partial^2 u / \partial y^2} \right|$$

2. Ansätze der Form  $u' = \sqrt{u'^2} = \sqrt{K}$ : Die kinetische Energie der turbulenten Strömung muss zusätzlich berechnet werden.

$$(9) \quad \begin{array}{l} \text{Kolmogoroff (1942) [8]} \\ \text{Prandtl (1945) [9]} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} l \sim a y \end{array} \right.$$

Darin bedeuten:

$y$  Abstand von der Wand

$\delta$  Grenzschichtdicke

$k$  und  $\lambda$  Koeffizienten abhängig von der Änderung des Geschwindigkeitsprofils mit wachsendem  $\delta$ : Rechteck-Kanal  $k=0,41$ ,  $\lambda=0,09$ ; wandnahe Strahlen  $k=0,6$ ,  $\lambda=0,075$

$\kappa$  Konstante, für klares Wasser 0,4

$a$  Koeffizient abhängig von der Turbulenzintensität.

Die angegebenen Theorien und Ansätze beziehen sich auf den Impulsaustausch. Unter der Annahme, dass der Fluss der skalaren Grössen in derselben Art wie der Impulsfluss erfolgt, müssen auch die turbulenten Austauschkoeffizienten  $\Gamma_{\Phi \text{ turb}}$  durch einen Mischweg  $l_\Phi$  beschreibbar sein [4].

$$(10) \quad \Gamma_{\Phi \text{ turb}} = \rho l_\Phi u'$$

Der Zusammenhang zwischen dem Mischweg  $l$  für den Impulsaustausch und denjenigen  $l_\Phi$  für eine skalare Grösse  $\Phi$  wird durch die Prandtl-Schmidt-Zahl

$$(11) \quad \sigma_{\Phi \text{ turb}} = l/l_\Phi$$

ausgedrückt. Wenn diese Zahl für eine bestimmte Art von Mischprozessen eine Konstante ist, können die Ansätze (6) bis (9) zur Berechnung von  $l_\Phi$  und somit auch für  $\Gamma_{\Phi \text{ turb}}$  benutzt werden.

Zur Bestimmung der  $\sigma_{\Phi \text{ turb}}$ -Zahl müssen Konzentrationsprofile der Grösse  $\Phi$  gemessen werden. Versuche in Strömungen, für welche die Mischwegtheorien gültig sind, zeigten, dass  $\sigma_{\Phi \text{ turb}}$  wohl von der Strömungsgeometrie, nicht aber von  $\Phi$  abhängig ist. Bestimmend für die Prandtl-Schmidt-Zahl sind demnach nur die Strömungsverhältnisse. Die folgenden Angaben sollen einen Eindruck über die Grössenordnung dieser Zahl ermitteln.

- Ebene Mischschicht	$l/\delta = 0,07 \quad \sigma_{\Phi \text{ turb}} = 0,5$
- Ebener Strahl in ruhendem Wasser	$l/\delta = 0,09 \quad \sigma_{\Phi \text{ turb}} = 0,5$
- Runder Strahl in ruhendem Wasser	$l/\delta = 0,075 \quad \sigma_{\Phi \text{ turb}} = 0,7.$

Im allgemeinen liegt diese Zahl zwischen 0,5 und 1. Sie wird meistens durch Experimente im Laboratorium ermittelt.



Ihre Universalität bei sehr grossen Massstabsänderungen ist unseres Wissens noch nicht genügend überprüft worden.

Die einfache Beziehung zwischen Impulsaustausch und Austausch anderer skalarer Grössen ermöglicht die Behandlung von Mischprozessen mit Hilfe der relativ einfachen Mittel der Mischwegtheorien.

### Diskussion und Grenzen der Anwendbarkeit der Mischwegtheorien

Die Ansätze (2) und (4) beruhen auf der Annahme, dass die Reynoldszahl sehr gross ist. Die Strömungsverhältnisse werden in dem Fall unabhängig von dieser Zahl. Wie schon früher erwähnt, entsteht dadurch ein Ähnlichkeitsgesetz, das nur von einem Längen- und einem Geschwindigkeitsmassstab abhängig ist. Unter diesen Bedingungen darf eine Flussströmung nach dem Froudeschen Gesetz nachgebildet werden [10], [11].

Solange die Voraussetzungen, welche den Ansätzen (2) und (4) zugrunde liegen, erfüllt werden, sind die Grenzen der Übertragbarkeit der Untersuchungen von Mischprozessen vom Modell auf die Natur identisch mit den Grenzen der Nachbildbarkeit der Strömung selbst. Letztere ist, wie bekannt, nur für Strömungen im rauen Bereich einwandfrei [10].

Aus der einfachen Form der Ansätze der Mischwegtheorien lassen sich einige allgemeine Schlüsse über die Mischvorgänge ziehen. Nach den Ansätzen der Form 1 ist der Mischprozess nur von den Geschwindigkeitsprofilen abhängig. Er ist intensiver an den Orten, an welchen grosse Geschwindigkeitsänderungen quer zur Strömungsrichtung auftreten. In einem breiten Flussprofil mit einer Geschwindigkeitsverteilung entsprechend Bild 1 ist auf Grund dieser Theorie zu erwarten, dass die Durchmischung in der vertikalen stärker als in der horizontalen Richtung sein wird. Sie wird auch stärker in der Nähe der Sohle und der Böschungen als in der Nähe der Oberfläche und in der Flussmitte sein. Diese Feststellung ist für die Beurteilung der Belüftung des Flusswassers und für die Anordnung von Abwassereinleitungen in Flüssen bedeutend.

Die Vereinfachungen, die hinter diesen Ansätzen stecken, begrenzen ihre Gültigkeit. Für die Praxis ist es wichtig, die Fälle zu kennen, für welche das Versagen dieser Theorien grössere Abweichungen von den tatsächlichen Verhältnissen ergeben. Es gibt zwei Gründe prinzipieller Natur, die zu diesem Versagen führen.

a) Die Verknüpfung des Austauschmechanismus mit dem mittleren Geschwindigkeitsprofil allein.

Für  $\partial u / \partial y \rightarrow 0$  folgt aus den Ansätzen (6), (7) und (8), dass auch  $\epsilon$  bzw.  $\Gamma_{\phi \text{ turb}}$  gegen Null geht. Das würde z.B. bedeuten, dass in einem Kanal in dem die Geschwindigkeit, in Querrichtung praktisch konstant bleibt (Bild 1) keine turbulente Durchmischung in dieser Richtung stattfinden würde, was mit den Beobachtungen nicht übereinstimmt. Der Ansatz (8) ergibt seinerseits für  $\partial^2 u / \partial y^2 \rightarrow 0$ , d.h. an Inflexionsstellen des Geschwindigkeitsprofils,  $l$  bzw.  $l_{\phi} \rightarrow \infty$  und somit auch  $\epsilon$  bzw.  $\Gamma_{\phi \text{ turb}} \rightarrow \infty$ , was offensichtlich nicht stimmen kann.

b) Die Vernachlässigung der Korrelationen der momentanen Geschwindigkeiten.

Auf den ersten Blick erscheint dies als eine widersprüchliche Aussage, zeigt doch Gleichung (2) deutlich, dass die turbulente Schubspannung das zeitliche Mittel über das Produkt der vertikalen und horizontalen Geschwindigkeitsschwankung, also eine Korrelation über diese zwei Grössen ist. Durch die zeitliche Mittelung geht aber eine Information über die tatsächliche örtliche Koppelung und damit über die Bewegungsstruktur verloren. Dies macht sich vor

allem dort bemerkbar, wo das Geschwindigkeitsprofil schwach, die Turbulenzintensität aber stark ändert, z.B. bei Rauigkeitsänderungen oder beim Zusammentreffen von zwei Strömen mit verschiedener Turbulenzintensität, aber ähnlichen Geschwindigkeitsprofilen.

Diese Probleme lassen sich durch den Kolmogoroffschen Ansatz (9) umgehen. In diesem Ansatz bezieht man sich direkt auf die Turbulenzintensität  $\sqrt{u'^2}$  die für  $\partial u / \partial y \rightarrow 0$  nicht zu verschwinden und für  $\partial^2 u / \partial y^2 \rightarrow 0$  nicht gegen unendlich zu gehen braucht. Diesen Vorteil erkaufte man sich mit einer wesentlichen Erschwerung der Rechnung oder Messung. Muss doch entweder die Energiegleichung simultan gelöst oder die Turbulenzintensität gemessen werden. Auch die Übertragung von im Modell durchgeführten Messungen stellt strengere Anforderungen an die Ähnlichkeitsbedingungen, da nicht nur die Geschwindigkeitsverteilungen, sondern auch die Turbulenzintensität im Modell und der Natur ähnlich sein müssen. Neben diesen Einschränkungen, die aus der Form der verschiedenen Mischwegansätze resultieren, treten noch die Beschränkungen auf, die die Grundlage aller Mischwegtheorien bilden. Die Gültigkeit dieser Annahme dürfte vor allem in folgenden Fällen in Frage gestellt sein.

- In Strömungen mit ausgeprägtem dreidimensionalem Charakter, z.B. bedingt durch Unregelmässigkeiten in der Gerinnegeometrie, durch Sekundärströmungen, usw.
- An Orten, an welchen Turbulenz produziert wird, d.h. in Wandnähe, in der Nähe von Hindernissen, bei Wechsel der Rauigkeitsverhältnisse, usw.
- Im Einflussbereich äusserer Kraftfelder, z.B. in Flusskrümmungen durch Auftreten zentrifugaler Kräfte oder in Beschleunigungs- und Verzögerungsstrecken.
- Bei Änderung der Materialwerte der Flüssigkeit, z.B. Änderung der Dichte, der Zähigkeit, usw. (Dichte- und Schichtströmungen).
- Wenn die Wirbelelemente durch die Viskosität direkt beeinflusst werden, z.B. in Strömungen im glatten und im Übergangsbereich. Dies schränkt die Wahl des Modellmassstabes ein.

Verfeinerung der Theorie durch Zuziehen weiterer Differentialgleichungen erlaubt einzelne der hier aufgeführten Beschränkungen zu beheben. Die damit verbundene Zunahme der Anforderungen an mathematischen Hilfsmitteln und an Rechenaufwand machen z.Z. die Anwendung fortgeschrittener Theorien nur auf sehr einfache Strömungen, keinesfalls aber auf Strömungen in Flüssen möglich.

### Mischvorgänge bei Rückgabe verunreinigten Wassers in Flüsse

Im folgenden werden die Mischvorgänge beschrieben, die bei den heute üblichen Einleitungsbauwerken zu erwarten sind. Diese Beschreibung soll eine Grundlage für die Wahl der Art des Einleitungsbauwerkes und die Bedeutung der Mischwegtheorien und ihre Einschränkungen erläutern.

Vom strömungstechnischen Standpunkt gesehen, lassen sich zwei Typen von Rückgaben unterscheiden.

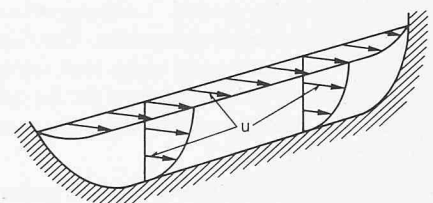


Bild 1. Schematische Darstellung der Geschwindigkeitsverteilung in einem breiten Gerinne



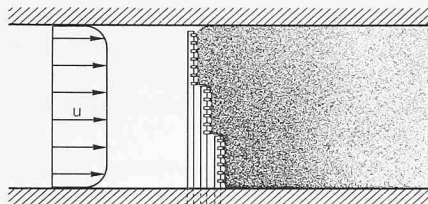


Bild 2. Darstellung einer gleichmässig verteilten Rückgabe in Sohlennähe quer zur Strömungsrichtung

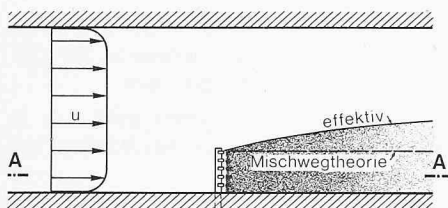
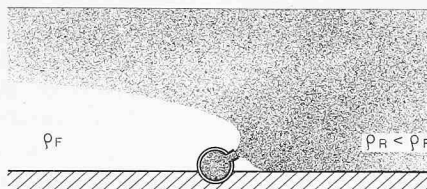


Bild 3. Einseitige Rückgabe in Sohlennähe quer zur Strömungsrichtung

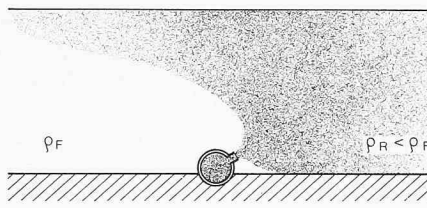
- Rückgaben mittels unter Druck laufenden Leitungen.
- Rückgaben durch offene Kanäle.

Da sich die Mischvorgänge bei diesen zwei Typen von Rückgaben in wesentlichen Punkten unterscheiden, werden sie getrennt behandelt.

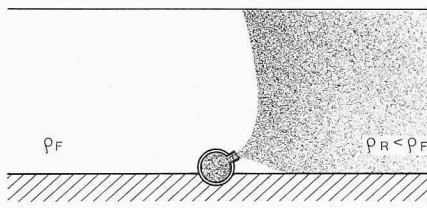
- Rückgaben mittels unter Druck laufenden Rohrleitungen. Die Hydraulik solcher Leitungen wurde von *Harlemann* [12, 13] eingehend untersucht. Der Überdruck in der Leitung ist meistens nicht gross und seine Bedeutung für den Mischprozess mit Ausnahme in der unmittelbaren Umgebung der Leitung sehr gering. Zu unterscheiden sind folgende Fälle:
- Verteilung der Rückgabe über die ganze Flussbreite (Bild 2). Der Mischvorgang ist im wesentlichen zweidimensional und bei grossen Reynoldszahlen nur von der Geschwindigkeitsverteilung im Fluss abhängig. Er lässt sich als wand-



a) kleine  $R_e$  - Zahl



b) mittlere  $R_e$  - Zahl



c) grosse  $R_e$  - Zahl

Bild 4. Entstehung von Stratifikation bei Dichteunterschieden in Abhängigkeit der Reynoldszahl,  $\rho_F$  Dichte des Flusswassers,  $\rho_R$  Dichte des Rückgabewassers

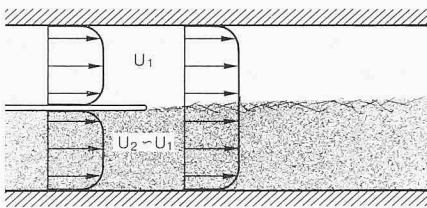


Bild 5. Vereinigung von zwei Parallelströmungen mit gleicher mittlerer Geschwindigkeit

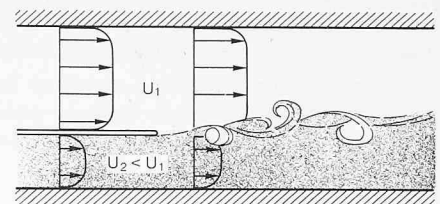
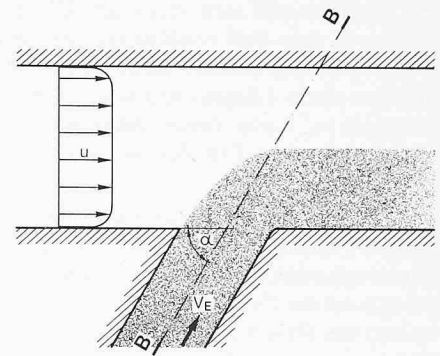


Bild 6. Vereinigung von zwei Parallelströmungen mit verschiedenen mittleren Geschwindigkeiten



Schnitt B-B

Bild 7. Seitliche Einleitung mit Entstehung von Stratifikation bei Dichteunterschieden

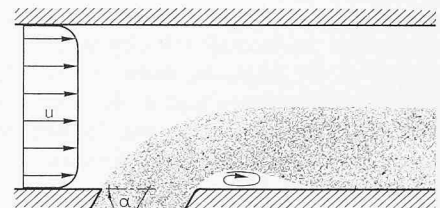


Bild 8. Ablösungserscheinungen bei seitlicher Einleitung

naher, ebener Strahl behandeln. Die Mischwegtheorien und damit auch die Modellversuche sind in der Lage, den Mischprozess mit befriedigender Genauigkeit zu erfassen und nachzubilden. Da es sich hauptsächlich um eine Mischung in der Vertikalen handelt, in der die Geschwindigkeitsänderungen beträchtlich sind, kann mit einer raschen Durchmischung vor allem in Sohlennähe gerechnet werden.

- Punktweise oder einseitige Einleitung (Bild 3). Die Mischwegtheorien ergeben, dass die Durchmischung nicht über die Grenze gehen kann, an der die Geschwindigkeitsänderung quer zur Strömungsrichtung Null wird. Das bedeutet, dass die Verunreinigung auf lange Strecken in Ufernähe verbleiben wird. Diese Feststellung stimmt mit den Beobachtungen teilweise überein. In der Tat ist die Durchmischung in Richtung Flussmitte gehemmt, aber nicht total unterbunden, wie aus der Theorie folgt. Eine rechnerische Abschätzung des Mischprozesses ist in diesem Fall nur mit



Hilfe des Ansatzes (9) möglich. Wie schon früher erwähnt, führt dies auch bei Modellversuchen zu zusätzlichen Bedingungen. Die Übertragbarkeit der Versuchsergebnisse sollte durch Messungen im Modell und in der Natur überprüft werden.

- Die Behandlung dieser Vorgänge nach der oben beschriebenen Art wird eingeschränkt, wenn die Einleitung des Abwassers, sei es wegen der Temperaturunterschiede oder wegen der Konzentration löslicher Stoffe, zu Stratifikationen führt (Bild 4). Dies ist vor allem bei kleineren Reynoldszahlen zu erwarten [12], d.h. bei gestauten Flussstrecken und besonders in Modellen kleiner Abmessungen, was zu einer weiteren Einschränkung betreffend die Wahl des Modellmassstabes führt.
- Rückgaben durch offene Kanäle.
- Rückgaben parallel zur Strömungsrichtung (Bild 5). Grundsätzlich handelt es sich um die Zusammenführung von zwei ebenen Strahlen. Jeder dieser Strahlen hat eine eigene mittlere Geschwindigkeit, eine eigene Turbulenzintensität und eine eigene Verteilung der Mischweglängen. Wenn der Unterschied der mittleren Geschwindigkeiten klein ist, entsteht kurz nach der Vereinigung der zwei Ströme ein Geschwindigkeitsausgleich an der Grenzfläche. Es bildet sich ein ausgeglichenes Geschwindigkeitsprofil mit nur geringer Änderung der Geschwindigkeit in der Querrichtung. Dem entsprechend ist allgemein mit einer langsamen Durchmischung der zwei Ströme zu rechnen. Das Mass der Durchmischung wird vom Unterschied in der Turbulenzintensität der zwei Ströme abhängig sein. Zur Behandlung dieser Vorgänge eignen sich am besten Ansätze der Form (9). Die daraus sich ergebenden Schwierigkeiten wurden früher schon erwähnt. Erfolgt die Zuteilung in einer Krümmung, so ist der Einfluss der Zentrifugalkräfte und die Entstehung von Sekundärströmungen zu berücksichtigen. Die rechnerische Behandlung wird praktisch unmöglich. Bei Modellversuchen ist, wenn möglich, eine Überprüfung der Übertragbarkeit der Resultate durch Messungen im Modell und in der Natur durchzuführen.
- Ganz anders gestaltet sich die Strömung, wenn die zwei Ströme verschiedene mittlere Geschwindigkeiten aufweisen. Nach ihrer Vereinigung entsteht zwischen den zwei Strömen eine Scherfläche, die zur Bildung von Wirbeln führt (Bild 6). Der Mischvorgang wird durch diese Wirbel dominiert. Er kann deshalb nicht mit den angegebenen Theorien erfasst werden.

Die beschriebenen Vorgänge bei parallel zusammengeführten Strömen gelten grundsätzlich auch für Stromvereinigungen, die unter einem Winkel erfolgen, solange dabei keine Ablösungserscheinungen auftreten. Dies ist oft bei Mündungen von Nebenflüssen in Hauptflüsse der Fall. Die dabei oft auftretende langsame Mischung in der Querrichtung ist durch Temperaturmessungen des Eidg. Amtes für Wasserwirtschaft bei Stilli an der Aare unterhalb der Mündungen der Reuss und der Limmat bestätigt worden [14].

#### - Seitliche Zuflüsse.

Bei seitlichen Zuflüssen üben zwei weitere Parameter einen Einfluss auf den Mischprozess aus: Die Einleitungsgeschwindigkeit  $V_E$  und der Rückgabewinkel  $\alpha$ . Die Geschwindigkeit ist im allgemeinen aus anderen Gründen (Kolkbildung, Schifffahrt, usw.) begrenzt. Falls zwischen Abwasser und Flusswasser ein deutlicher Dichteunterschied besteht (Kühlwasser, Lösungen, usw.), entsteht bei solchen Einleitungen eine ausgeprägte Tendenz zu Stratifikation (Bild 7). Dies ist in gewissen Fällen erwünscht [15], [16]. Die Durchmischung in der Vertikalen wird dadurch gehemmt und ihre Behandlung nach den Mischwegtheorien praktisch verun-

möglicht. Bei Modellversuchen ist die Frage der Ähnlichkeit speziell zu prüfen.

Tritt keine Stratifikation auf, so ist in der Umgebung der Rückgabe mit folgenden Erscheinungen zu rechnen. Die seitlich eingeleitete Strömung wird je nach Winkel und Geschwindigkeit eine mehr oder weniger ausgedehnte Ablösungszone erzeugen und erst in einer gewissen Distanz unterhalb der Rückgabestelle wieder an das Ufer anlegen (Bild 8). Im Bereich der Ablösungszone ist die Mischwegtheorie nicht gültig. In der Ablösungszone ist auch eine turbulente Durchmischung kaum wirksam. Die Mischwegtheorien versagen auch entlang der Ablösungsgrenze und am Ort, an den die Strömung wieder an das Ufer anlegt. Entlang dieser Grenze ist der Geschwindigkeitsgradient quer zur Strömungsrichtung sehr klein, was nach diesen Theorien kleine Mischweglängen und damit auch geringe Durchmischung ergibt. In der Tat weist die Strömung längs des Rezirkulationsgebietes ein hohes Turbulenzniveau und dementsprechend starke Durchmischung auf. Auch in diesen Fällen kommt der Kolmogoroffsche Ansatz (9) den effektiven Verhältnissen am nächsten. Er verlangt aber Messungen der Turbulenzintensität.

Unterhalb der Ablösungszone kann der Mischprozess normal behandelt werden. Dasselbe gilt auch, wenn die Ursache der Stratifikation geschwächt wird, z.B. durch Abkühlung des oberflächennahen Wassers.

#### Schlussbemerkungen

Im vorliegenden Aufsatz wurde versucht, die Nützlichkeit der Mischwegtheorien und die Grenzen ihrer Anwendbarkeit aufzuzeichnen. Dank der Einfachheit der entsprechenden Ansätze ist es möglich, wichtige Aussagen über die Wirkungsart verschiedener Rückgabebauwerke und über die Durchmischungsprozesse in Flüssen zu machen. Dies sollte dem projektierenden Ingenieur u.a. auch in der Gestaltung der Einleitungen von geklärtem Abwasser in Flüssen helfen.

Für verschiedene aktuelle Fragen kann die Lösung nicht mehr mit der klassischen Mischwegtheorie gefunden werden. Das Versagen dieser Theorien ist hauptsächlich durch ihre Beschränkung auf die Betrachtung des mittleren Geschwindigkeitsprofils bedingt. Die Misch- und Transportprozesse sind mit der Turbulenz der Strömung verknüpft. Letztere hat einen ausgesprochen stochastischen Charakter, der in den Mischwegbetrachtungen nicht eingeht. Eine erste Verbesserung in der Richtung bringt der Ansatz (9) von *Kolmogoroff*. In diesem Ansatz ist der turbulente Austauschkoefizient nicht mehr von Gradienten der mittleren örtlichen Geschwindigkeit, sondern auch von der lokalen Turbulenzintensität abhängig. Die in  $\Gamma \Phi_{\text{turb}}$  auftretenden Konstanten werden dadurch Ortsfunktionen der Turbulenzintensität bzw. der kinetischen Energie der turbulenten Schwankungen. Die Ermittlung dieser ortsabhängigen Koeffizienten verlangt die Durchführung von Messungen im Laboratorium und in der Natur. Durch die Berücksichtigung weiterer charakteristischen Grössen der Turbulenz werden neue Koeffizienten eingeführt, die unter Umständen feinere Messungen verlangen. Die theoretischen Grundlagen und die Berechnungsmethoden sind in der Richtung weit fortgeschritten. Ihre Anwendung scheitert aber oft am Fehlen genügender und zuverlässiger Messergebnisse. Die Messung der turbulenten Geschwindigkeit ist, dank den Fortschritten, die in den letzten Jahren in der Heissfilm- und in der Laser-Doppler-Anemometrie zu verzeichnen sind, im Labor mit befriedigender Zuverlässigkeit möglich. Für die Messung in Flüssen wurde von unserem Institut eine Sonde entwickelt, die kurz vor ihrem Einsatz steht. Man verspricht sich damit einen besseren Einblick in die Turbulenzstruktur in Flüssen und ihre Übertragbarkeit auf Modellversuche sowie eine Prüfung der Universalität der verschiedenen Koeffizienten, die in



den Mischwegtheorien vorkommen zu gewinnen. Es wird aber noch weitere Anstrengungen in der Richtung bedürfen, wenn man neue Koeffizienten ermitteln und fortgeschrittene Theorien überprüfen will.

In theoretischer Hinsicht ist zu berücksichtigen, dass es sich bei Misch- und Transportphänomenen um stochastische Prozesse handelt. Mittelwertmethoden wie die Mischwegtheorien können solche Prozesse nur in beschränktem Masse nachbilden. Ein neuer Zweig der Hydraulik, die stochastische Hydraulik, ist am Entstehen. Gerade aber die stochastischen Methoden benötigen ein umfangreiches und zuverlässiges Messmaterial, um mit Erfolg eingesetzt zu werden.

Die Notwendigkeit gezielter Messungen in der Natur und im Laboratorium kann aus den hier aufgeführten Gründen nicht genügend betont werden.

#### Liste der Symbole

$a$	=	Turbulenzkoeffizient nach Kolmogoroff
$J$	=	Impuls
$J_\Phi$	=	Transportfösse ( $J > J_\Phi$ )
$k$	=	Turbulenzkoeffizient nach Escudier
$K$	=	Kinetische Energie der Turbulenz
$l$	=	Mischweg
$L$	=	Charakteristische Länge
$Re$	=	Reynoldszahl
$t$	=	Zeit
$T$	=	Diffusions-Zeitmassstab
$u$	=	örtliche, mittlere Geschwindigkeit in $x$ -Richtung
$u'$	=	Schwankung der örtlichen Geschwindigkeit in $x$ -Richtung
$U$	=	Mittlere Geschwindigkeit
$v_m$	=	Molekulare Geschwindigkeit
$v'$	=	Schwankung der örtlichen Geschwindigkeit in $y$ -Richtung
$V_E$	=	Mittlere Einleitungsgeschwindigkeit
$x, y, z$	=	Ortskoordinaten
$\alpha$	=	Rückgabewinkel
$\Gamma_{\text{turb}}$	=	Turbulenter Diffusionskoeffizient
$\delta$	=	Grenzschichtdicke
$\varepsilon$	=	Turbulente Viskosität
$\eta$	=	Molekulare Viskosität
$\kappa$	=	Kármánsche Konstante
$\lambda$	=	Turbulenzkoeffizient nach Escudier
$\nu$	=	Kinematische Viskosität
$\rho$	=	Dichte
$\sigma_{\text{turb}}$	=	Prandtl-Schmidt-Zahl
$\tau$	=	Schubspannung
$\Phi$	=	Skalare Grösse

#### Literatur

- [1] K. Wuhrmann: Schutz der Gewässer vor Verunreinigung. Symposium «Schutz unseres Lebensraumes», ETHZ. Verlag Huber, Frauenfeld, 1970.
- [2] L. Thakston, P. A. Krenkel: Reaeration Prediction in Natural Streams. «Proc. ASCE», SA 1, 1969.
- [3] J. Boussinesq: Theorie de l'écoulement tourbillant. «Mem. Pre. par div. Sav.», 23, 1877 Paris.
- [4] R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot: Transport Phenomena. Wiley 1966.
- [5] L. Prandtl: Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz. «ZAMM» 5, 1925.
- [6] M. P. Escudier: The Distribution of Mixing Lengths in Turbulent Flows Near Walls. Imp. Col. Heat Transfer Sec., Rep. TWF/TN/1, 1966.
- [7] Th. von Kármán: Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz. Proc. 3rd Int. Congr. of Appl. Mech., Stockholm, 1930.
- [8] A. N. Kolmogoroff: Equations of Turbulent Motion of an Incompressible Turbulent Fluid. Isv. Akadem. Nauk, SSSR, Phys. VI, 1942.
- [9] L. Prandtl: Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz. Nachrichten der Ak. der Wiss. Göttingen, 1945.
- [10] E. Meyer-Peter, H. Favre: Der Wasserbauliche Modellversuch im Dienste der Wasserkraftnutzung und der Flusskorrektur. Festschrift zur Jahrhundertfeier des SIA, 1937.
- [11] J. P. Ackers: Modelling of Heated-Water Discharges. Eng. Aspects of Thermal Pollution, Vanderbilt Univ. Press, 1969.
- [12] D. R. F. Harleman u. a.: Thermal Diffusion of Condenser Water in a River during Steady and Unsteady Flows. MIT Hydrodynamics Laboratory Rep. No. 111, 1968.
- [13] D. R. F. Harleman u. a.: A Study of Submerged Multi-Port Diffusion. MIT Hydrodynamics Laboratory Rep. No. 139, 1971.
- [14] Kohler: Die Durchmischung von Wassertemperaturen bei Zusammenflüssen und die Beobachtung mittlerer Temperaturen in Durchflussprofilen, 1968. Eidg. Amt für Wasserwirtschaft, Int. Bericht 515-VIII. 68-50.
- [15] D. R. F. Harleman: Mechanics of Condenser-Water Discharge from Thermal-Power Plants. Eng. Aspects of Thermal Pollution, Vanderbilt Univ. Press, 1969.
- [16] E. Naudascher, C. Zimmermann: Modellversuche über die Wärmebelastung eines Flusses durch ein Kernkraftwerk, «Energie», J. 24, Nr. 1, 1972.
- [17] C. J. Velz: Applied Stream Sanitation. Wiley-Interscience, 1970.

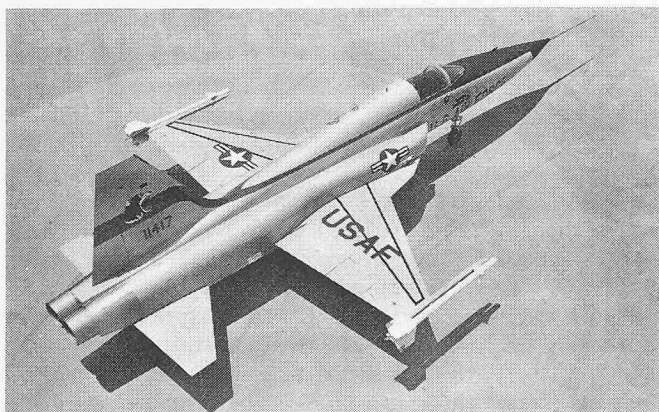
Adresse der Verfasser: Th. Dracos und A. Gyr, Institut für Hydro-mechanik und Wasserwirtschaft, ETH Zürich, Tannenstrasse 1, 8006 Zürich.

## Zur Beschaffung neuer Kampfmittel für die Luftkriegsführung

DK 629.135:355.424.4

Die nachfolgenden Unterlagen, die zur Publikation freigegeben worden sind, mögen den Leser darüber orientieren, in welcher Richtung die Untersuchungen des EMD in dieser Angelegenheit gelaufen sind.

Bild 1. Das einsitzige, zweimotorige Flugzeug F-5E Tiger II aus der Leichtbaureihe von Northrop



Zweifellos sind der Ablauf der Kämpfe im nahen Osten und die daraus erkennbaren neuen Elemente für die Beurteilung der materiellen Bedürfnisse der Luftrüstung mit berücksichtigt worden. Dabei ist aber zu bedenken, dass ein allzu voreiliges Umsetzen der erkannten neuen Richtungen in materielle Entschlüsse weder der Kontinuität militärischen Denkens, noch der Kostenseite genügend Rechnung tragen würde. Flugzeuge und Lenk Waffen können nicht einfach ab Lager gekauft werden; es können vielmehr nur diejenigen Waffensysteme berücksichtigt werden, die durch die entsprechenden Herstellerländer freigegeben worden sind, und letztlich auch finanziell tragbar sind. Die Auswahl ist bei den Kampfflugzeugen nicht gross, und bei den Flab-Lenk Waffen noch dürftiger. Daraus erkennt man, wie überaus schwierig ein Entscheid der politischen Behörden sein wird, wenn es darum geht, die eingeplanten finanziellen Mittel für Kampfflugzeuge und Flab-Lenk Waffen zu verteilen.

Im Vordergrund steht für die Flugwaffe ein Raumschütz-jäger für den Einsatz in Flughöhen nicht über 6000 m. ü. M. Wie sich die Dinge bei der Fliegerabwehrwaffe entwickeln werden, ist zur Zeit noch ungewiss.