Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 91 (1973)

Heft: 44

Artikel: 60 Jahre Forschung über die Kàrmànschen Wirbelstrassen - Ein Rückblick

Autor: Chen, Y.N.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-72038

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 04.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

HERAUSGEGEBEN VON DER VERLAGS-AKTIENGESELLSCHAFT DER AKADEMISCHEN TECHNISCHEN VEREINE, 8021 ZÜRICH, POSTFACH 630

60 Jahre Forschung über die Kármánschen Wirbelstrassen – Ein Rückblick

Professor Dr. Gustav Eichelberg zu seinem 81. Geburtstag gewidmet

DK 532.527

Von Dr. Ing. **Y.N. Chen**, Winterthur

Vorbemerkung der Redaktion. Im Begleitbrief, den der Verfasser des vorliegenden Aufsatzes seinem Manuskript mitgab, wird auf die stürmische Entwicklung hingewiesen, welche die Erforschung der von *Th. v. Kármán* vor sechzig Jahren erstmals untersuchten und nach ihm benannten Wirbelstrasse in den letzten Jahrzehnten infolge zunehmendem technischen Bedürfnis angenommen hat. Weiter heisst es dort: «Sechzig Jahre bedeuten im chinesischen Kalender einen Zyklus, nach welchem die Zeitrechnung wieder von vorne beginnt. Man legt dann gerne Rechenschaft über die wichtigen historischen Geschehnisse ab.» Dr. *Y. N. Chen* begründet die Wahl des 81. Geburtstages mit dem Hinweis, wonach «nach den Bräuchen meiner alten Heimat die Zahl $9 \cdot 9 = 81$ als Produkt der zwei grössten Ziffern auch ein glückliches Geschehnis anzeigt».

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein umfassender Bericht über die Forschungen zusammengestellt, die in den letzten sechzig Jahren über Kármánsche Wirbelstrassen an stationären kreisförmigen Einzelzylindern durchgeführt worden sind. Diese Forschungsphase wurde durch die Veröffentlichung von Theodor von Kármán über die Beziehung zwischen dem statischen Widerstand eines Körpers in der Strömung und der sich hinter demselben bildenden Wirbelstrasse eingeleitet. Seither sind zahlreiche Arbeiten über die Wirbelstrassen erschienen, was zeigt, dass ein erhöhtes technisches Bedürfnis nach zuverlässigen Berechnungsgrundlagen besteht. Da eine zusammenfassende Berichterstattung über die ganze Entwicklung bisher noch gefehlt hat, wird in der vorliegenden Arbeit die verfügbare Literatur geordnet, um den Lesern einen kurzen Überblick über die erzielten Ergebnisse zu vermitteln.

1. Einleitung

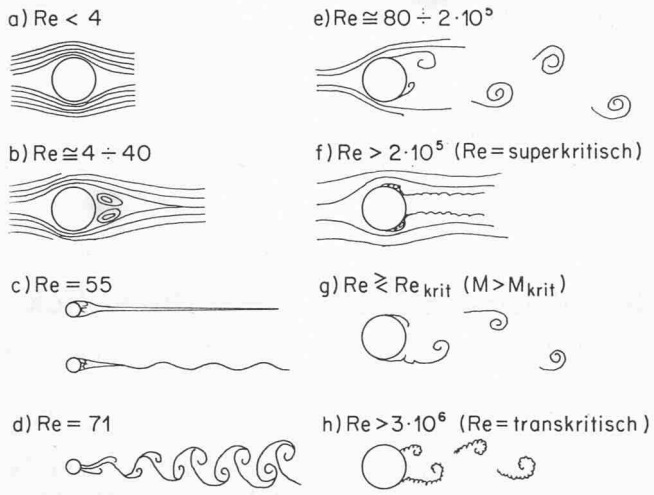
Die Geschichte der Wirbelstrassenforschung lässt sich bis ins 15. Jahrhundert zurückverfolgen. *Leonardo da Vinci* hinterliess eine Skizze der Wirbelstrasse hinter einem umströmten Körper [26]. Er hat die Wirbelstrasse mit symmetrischer Anordnung der Wirbel in den beiden Reihen gezeichnet. Erst viel später erkannte *Ahlhorn* [1] 1902 die richtige asymmetrische Anordnung, während *Marey* bereits 1901 Photographien dafür zeigte und *Mallock* 1907 wieder einmal über diese aerodynamische Erscheinung referierte (beide Referenzen *Goldstein* [52]). 1908 wies *Bernard* [11] zum erstenmal auf die Wichtigkeit der Wirbelstrassen hin. Aber die systematische Forschung darüber fing erst 1911/1912, also vor sechzig Jahren, mit der Stabilitätsbetrachtung von Kármán [67] [68] an. Deshalb ist sein Name mit Wirbelstrassenforschung aufs engste verbunden. In Frankreich wird manchmal auch neben Kármán der Name *Benard* genannt. Seither bilden die Wirbelstrassen ein beliebtes Thema für viele Forscher, insbesondere die Abklärung der Stabilitätsfragen, der Geometrie, der Wirbelablösungsfrequenz und der Wirbelkräfte. Durch die Wirbelbildung gerät der umströmte Körper oder das Strömungsmedium in manchen Fällen in heftige Resonanz, beispielsweise hohe Schornsteine, hohe Gebäude und schlanke Brücken im Wind, umströmte Zylinder und quer angeströmte Rohrbündel in Wärmeaustauschern usw. Im folgenden wird ein kurzer Rückblick über die Kármánsche Wirbelstrasse hinter einem stationären kreisförmigen Zylinder gegeben.

2. Kármánsche Wirbelstrassen am Kreiszylinder

Wenn ein Kreiszylinder mit zunehmender Geschwindigkeit U_∞ angeströmt wird, so entsteht zunächst eine vollkommen zähe Umströmung, solange die durch die Geschwindigkeit U_∞ und den Zylinderdurchmesser d bedingte Reynoldszahl $Re = U_\infty d/\nu$ (ν = kinematische Zähigkeit) kleiner als 4 bleibt. Bei weiterer Steigerung der Geschwindigkeit lösen sich von beiden Seiten des Zylinders die Grenzschichten ab, welche sich zu zwei symmetrischen Wirbeln aufwickeln. Diese «kleben» dann an den Zylinderseiten fest. Diese Erscheinung dauert bis etwa $Re = 40$ an. Darüber hinaus tritt eine wellenförmige Bewegung in der freien, abgeschwommenen Grenzschicht zwischen der oberen und unteren Strömung auf. Diese Bewegung wird sich schliesslich in die stabile, reguläre, unsymmetrische Wirbelstrasse auflösen, wie dies *Homann* [59] 1936, *Kovasznay* [74] 1949, *Roshko* [97] 1954 und *Tritten* [127] 1959 klar zeigten. Die Kármánsche Wirbelstrasse wird deshalb zunächst durch die Instabilität in der freien Grenzschicht stromabwärts ausgelöst. Die Rolle des Zylinders besteht hier nur in der Erzeugung der freien Grenzschicht, d. h. des Geschwindigkeitsprofils des Strömungsnachlaufes.

Der Grund, weshalb die Instabilität, nicht aber die Turbulenz diese periodische Erscheinung auslöst, liegt darin, dass die auf die Nachlaufbreite bezogene Reynoldszahl unabhängig von der Distanz stromabwärts ist. Bei Steigerung der Reynoldszahl wird das erste Auftreten bis zur vollständigen Bildung der Wirbelstrasse mehr und mehr in eine Region gerade hinter dem Zylinder rücken, bis schliesslich ab etwa $Re = 80$ die Bildung des Wirbels direkt von der abgelösten Grenzschicht der entsprechenden Zylinderseite übernommen wird (Bild 1). Dabei existiert eine gemeinsame, freie Grenzschicht nicht mehr. Erst von dieser Reynoldszahl an kann man von einer normalen Wirbelstrasse sprechen. Diese Eigenschaft bleibt bis zur transkritischen Reynoldszahl bestehen.

Über die Stabilität des zweidimensionalen, laminaren Strömungsnachlaufes im Bereich $Re = 0{,}8$ bis 60 wurde von *Taneda* [120] 1963 berichtet.



Bilder 1a bis 1h. Strömungsnachlauf hinter dem Zylinder

a) $Re < 4$ Keine Ablösung der Grenzschicht

b) $Re = 4$ bis 40 Bildung der stationären, symmetrischen Wirbel

c) d) $Re = 40$ bis 80 Bildung der Kármánschen Wirbelstrasse durch die stromabwärts auftretende Instabilität der vereinigten freien Scherschichten

e) $Re = 80$ bis $2 \cdot 10^5$ Bildung der Kármánschen Wirbelstrasse direkt aus der abgelösten, einzelnen Scherschicht in diesem subkritischen Reynoldsbereich

f) $Re = 2 \cdot 10^5$ bis $3 \cdot 10^6$ Superkritischer Reynoldsbereich. Laminare Blasen zwischen der laminaren Ablösung und der turbulenten Wiederanlegung der Grenzschicht mit der anschliessenden, endgültigen, turbulenten Ablösung. Bis zur $Re = 5{,}5 \cdot 10^5$ ist die Bildung der Kármánschen Wirbelstrasse (mit sehr hoher Strouhalzahl von $S = 0{,}47$) bei sorgfältig störungsfreier Strömung noch möglich. Oberhalb $Re = 5{,}5 \cdot 10^5$ wird der Strömungsnachlauf vermutlich jedenfalls turbulent

g) $Re \lessgtr Re_{crit}$, $M > M_{crit}$ Oberhalb der kritischen Machzahl wird sich die Kármánsche Wirbelstrasse auch im superkritischen Reynoldszahlbereich bilden

h) $Re > 3 \cdot 10^6$ Transkritischer Reynoldszahlbereich. Die Grenzschicht wird abgelöst, nachdem sie bereits turbulent ist. Keine Bildung von Blasen mehr. Eine Kármánsche Wirbelstrasse wird wieder ermöglicht, jedoch mit sehr turbulenten Wirbeln

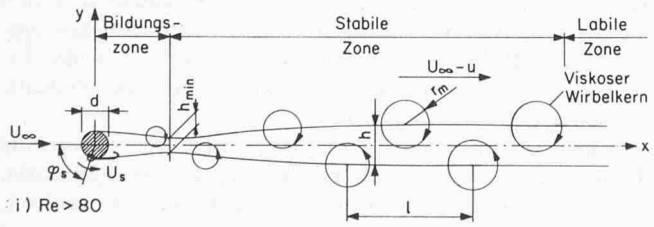


Bild 1i). Bezeichnungen für die normale Kármánsche Wirbelstrasse ($Re > 80$)

Der Kármánsche Wirbel wird hier nur durch seinen viskosen Kern dargestellt, dessen Halbmesser r_m mit der stromabwärtigen Wanderung infolge der Zähigkeit zunimmt. Die Längsteilung l der Wirbel bleibt in der ganzen Wirbelstrasse konstant, während seine Querteilung h (die Strassenbreite) zuerst abnimmt und dann bis zu einem praktisch konstanten Wert zunimmt. Die Stelle der minimalen Strassenbreite h_{min} wird als Ende der Bildungszone des Kármánschen Wirbels bezeichnet. Danach fängt die stabile Zone mit praktisch konstanter Breite an, um schliesslich in die labile Zone überzugehen. Der Winkel φ_s des Ablösungspunktes der abgelösten Grenzschicht (der freien Scherschicht) hängt von der Reynoldszahl $Re = U_\infty d/\nu$ ab. Die Geschwindigkeit über dem Ablösungspunkt wird mit U_s gekennzeichnet. Die Wirbelwandergeschwindigkeit $U_\infty - u$ ist um die Translationsgeschwindigkeit u geringer als die freie Strömungsgeschwindigkeit U_∞.

Unter Einführung der Instabilität versuchten *Abermathy* und *Kronauer* [2] 1963 eindrucksvoll die Entwicklung der asymmetrischen Wirbel aus den zwei parallelen, freien Grenzschichten theoretisch zu berechnen.

Die Strouhalzahl der Wirbelablösungsfrequenz ($S = fd/U_\infty$, nach *Strouhal* [117] 1878 benannt, mit f = Wirbelablösungsfrequenz, U_∞ = freie *Strömungsgeschwindigkeit)* gehorcht vor und nach dem Übergang von $Re = 80$ den verschiedenen Gesetzen (*Tritton* [127] [118], *Taneda* [120], *Berger* [10], *Gaster* [44], *Roshko* [97]). Im Bereich von etwa $50 < Re < 105$ veräuft die entsprechende Kurve tiefer als jene im Bereich von etwa $80 < Re < 150$. Gemäss *Tritton* wird der erste Bereich «low-speed mode» und der zweite Bereich «high-speed mode» genannt. Im Übergangsbereich von $80 < Re < 105$ treten Unregelmässigkeiten auf. Das Bild der Wirbelstrasse zeigt nicht mehr einen stabilen Zustand. Die Unregelmässigkeit tritt zunächst in einem Abstand von einigen Durchmessern auf und bewirkt eine starke Linienbildung der Wirbel in einer weiteren Strecke stromabwärts.

Die Geschwindigkeitsschwankung bei $Re = 56$ wurde 1949 von *Kovasznay* [74] gemessen. Im Punkt von $x/d = 2$ ist praktisch keine Schwankung in der laminaren Nachlaufströmung messbar. Die maximale Schwankung von $u'/U_0 = 0{,}14$ (u' = Geschwindigkeitsschwankung, U_0 = ungestörte, mittlere Geschwindigkeit) tritt erst bei $x/d = 7$ auf.

Nach dem Modell von *Roshko* [98] und *Sarpkaya/Garrison* [104] bricht ein Teil der abgelösten Grenzschicht vom Zylinder ab und rollt sich als Wirbel auf. Wie *Chen* [18] zeigte, scheint es möglich zu sein, die Lage des Bruchpunktes in Funktion der Reynoldszahl an Hand des Verlaufes der Kurven für den statischen Widerstandskoeffizienten und die Strouhalzahl qualitativ abzuschätzen.

Bis etwa $Re = 150$ ist die abgelöste Grenzschicht laminar (Roshko [97]) und die regulären asymmetrischen Wirbel sind stabil. Diese bleiben stromabwärts bis etwa $x = 50\,d$ in der Strasse ungeschwächt bestehen. Bei $Re > 150$ setzt die Irregularität der Wirbel ein, wobei deren Ablösungsfrequenz schwankend wird. Die abgelöste Grenzschicht, welche eine Wirbelfläche darstellt, schlägt von laminarer zu turbulenter Strömung um. Eine Schlieren-Funkenaufnahme von *Naumann* und *Pfeiffer* [89] zeigt, wie die abgelöste Grenzschicht (die Diskontinuitätsfläche) labil wird und sich in kleine, sogenannte Kantenwirbel aufrollt.

Der Bereich von $Re = 150$ bis 300 bildet nach *Roshko* [97] eine Übergangszone von der laminaren zur turbulenten Wirbelstrasse. *Bloor* [15] 1964 berichtet, dass im Bereich von $Re = 200$ bis 300 der Wirbel bei dessen Bildung noch laminar ist. Die in der Wirbelstrasse stromabwärts auftretende Turbulenz dürfte auf die dreidimensionale Verzerrung zurückzuführen sein. Bei $Re = 400$ ist es dann schwierig zu entscheiden, ob der Wirbel bei der Bildung immer noch laminar oder bereits turbulent geworden ist. Bei $Re > 300$ tritt zusätzlich eine starke Turbulenz in der Wirbelstrasse auf. Die Wirbel werden stromabwärts durch die Turbulenz immer mehr abgeschwächt, bis sie in dieser im Fall einer hohen Freiströmungsturbulenz (*Durgin* und *Karlsson* [34]) ganz verschwinden. Die Turbulenz steigt mit der Reynoldszahl an. Die Wirbelfrequenz wird dagegen wieder stabil.

Bei $Re = 400$ tritt nach *Bloor* der Umschlag laminar-turbulent praktisch vor dem Aufrollen der freien Scherschicht zum Wirbel auf. Dann existiert keine nennenswerte, stromaufwärtsgerichtete Wanderung des Umschlagpunktes von $Re = 400$ zu 1300. Bei $Re = 1300$ beginnen kleine turbulente Flecken in der Speise-Scherschicht aufzutreten. Unterhalb $Re = 1300$ sind jedoch nach *Bloor* keine Transitionswellen beobachtet worden. Diese Erscheinung wird von

Bloor damit erklärt, dass die Frequenz der Transitionswelle anscheinend nur wenig höher über der Strouhalfrequenz der Wirbelstrasse liegt.

Gemäss *Bloor* können die Transitionswellen mit den *Tollmien-Schichting*-Wellen identifiziert werden. Die Instabilität, welche zur Bildung der Transitionswellen führt, ist an und für sich zweidimensional. Es sind nur kleine Störungen dreidimensionaler Natur vorhanden. Das Verhältnis zwischen der Frequenz der Transitionswelle und der Strouhalfrequenz ist nach *Bloor* direkt proportional zu $Re^{1/2}$. Das Verhältnis nimmt von 2,5 für $Re = 1{,}3 \cdot 10^3$ auf 8 für $Re = 5 \cdot 10^3$ zu. Der Grenzschicht-Umschlagpunkt «laminar-turbulent» rückt dann über $Re = 1300$ mit steigender Reynoldszahl ständig näher an den Ablösungspunkt am Zylinder heran.

Bei $Re = 3500$ ist der Abstand des Punktes vom Zylinder: 1,4 d und bei $Re = 8500$ auf 0,7 d herangerückt *(Schiller* und *Linke* [108] 1933). *Dryden* [32] 1941 findet, dass je nach dem Turbulenzgrad der freien Strömung der Umschlagpunkt bei gewissen Reynoldszahlen praktisch den Ablösungspunkt am Zylinder erreicht und bis zur kritischen Reynoldszahl von etwa $Re = 2 \cdot 10^5$ unverändert bleibt. Nach der Messung von *Bloor* [15] beträgt der Abstand immer noch (0,02 bis 0,29) d bei $Re = 29\,500$ bis $45\,000$. Der Bereich des Umschlages erreicht erst bei etwa $Re = 5 \cdot 10^4$ die Schulter des Zylinders.

Roshko [97] untersuchte den Anteil der Wirbelenergie E_w an der gesamten Energie $E_w + E_r$ im Nachlauf hinter einem Zylinder (E_r = Turbulenzenergie). Danach tritt die Abschwächung der Wirbel mit ihrer Wanderung stromabwärts bei $Re > 200$ in der Energieform deutlich auf.

Homann [58] mass 1936 die Strömung um einen Zylinder für $Re = 4$ bis 71 (Bild 1). Bei $Re = 55$ ist die wellenförmige Bewegung der abfliessenden, freien Grenzschicht deutlich zu sehen. Eine regelmässige Wirbelstrasse tritt bei $Re = 71$ auf. Ein klares Bild für die Wirbelstrasse bei $Re = 200$ wurde 1957 von *Wille* und *Timme* [134] gezeigt. Bei $Re = 1{,}8 \cdot 10^5$, also nahe der kritischen Re-Zahl, ist die Bildung der Wirbelstrasse immer noch möglich *(Naumann* und *Pfeiffer* [89], Naumann [88]).

Der Prozess des Umschlages «laminar zu turbulent» in der freien Grenzschicht ist hauptsächlich nicht zähigkeitsbedingt, so dass seine Distanz x_t vom Ablösungspunkt proportional der Dicke der Grenzschicht δ_s in diesem Punkt ist (*Sato* [106] 1956). *Roshko* und *Friszdon* [102] 1968 geben folgende Beziehung zwischen x_t und R_e an:

$$x_t = \text{konst} \cdot Re^{-1/2}$$

Der von *Roshko* und *Friszdon* geschätzte Wert von 30 bis 40 für die Konstante scheint niedriger zu sein, als der gemessene von *Schiller* und *Linke* [108].

Bei $Re = 10^4$ nähert sich der Umschlagpunkt so nahe dem Zylinder, dass seine weitere Wanderung stromaufwärts den Bruchpunkt der freien Grenzschicht kaum mehr beeinflussen dürfte.

In den kritischen und überkritischen Reynoldszahlbereichen von etwa $2 \cdot 10^5 < Re < 2 \cdot 10^6$ ist die Ablösung der Grenzschicht immer laminar. Der Umschlag folgt jedoch unmittelbar danach. Die turbulent gewordene, freie Grenzschicht kann sich wieder am Zylinder anlehnen, und schliesslich tritt eine turbulente Ablösung an der rückwärtigen Zylinderoberfläche auf. Eine oder zwei laminare Blasen werden je nach der Strömungsturbulenz und der Zylinderoberflächengüte zwischen dem laminaren Ablösungspunkt und dem Wiederanlegungspunkt gebildet (*Bearman* [9]). Der letzte turbulente Ablösungspunkt kann bei einer idealen Strömung und einer polierten Zylinderoberfläche sehr weit rückwärts an dieser liegen. Nach der Messung von *Achenbach* [3] beträgt der entsprechende Winkel 140° (gemessen vom vorderen Staupunkt) bei einem Turbulenzgrad von 0,7 %. Der entsprechende, statische Widerstandskoeffizient beträgt 0,42 bei $Re = 3 \cdot 10^5$. *Bearmans* Untersuchungen [9] ergaben bei einem sehr niedrigen Turbulenzgrad von 0,2 % und an einem aussergewöhnlich fein polierten Zylinder einen statischen Widerstandskoeffizienten von 0,45 (Rückendruckkoeffizient $-c_p = 0{,}511$ bei $Re = 3{,}7 \cdot 10^5$) mit einer Separationsblase und von 0,23 ($-c_p = 0{,}235$, $Re = 4 \cdot 10^5$) mit zwei Separationsblasen zwischen der Ablösung und der Wiederanlehnung der Grenzschicht. Die Wirbelablösungsfrequenz steigt auf $S = 0{,}33$ (begleitet durch ein breites Energiedichte-Spektrum) für den ersten Fall und noch weiter auf $S = 0{,}47$ (mit einer starken Spitze im Energiedichte-Spektrum) für den letzten Fall. Dann liegt der Ablösungspunkt der Grenzschicht weit rückwärts, und die Wirbelstrasse wird sehr schmal. Diese kann mit grosser Sorgfalt bei der Messung bis zu einer hohen Reynoldszahl von $Re = 5{,}5 \cdot 10^5$ aufrechterhalten werden. Sie ist jedoch sehr empfindlich gegen jede Störung. Wenn eine Störung (beispielsweise durch Anordnung eines Staubpartikelchens auf der Oberfläche oder durch die Öffnung einer Bohrung zur Atmosphäre) vor der laminaren Separationsblase vorhanden ist, wird diese Blase örtlich zerrissen. Es tritt eine dreidimensionale Störung auf und zerreisst die Wirbelstrasse. Der Strömungsnachlauf wird dann turbulent mit einem breiten Frequenzband, und die Wirbelstrasse hört auf zu existieren. Über diesen turbulenten Strömungsnachlauf wurde bereits 1960 von *Fung* [43] zum erstenmal und darauf von *Schmidt* [109], [110] 1965, 1966 und *Jones* [65] 1968 berichtet. Dieses dreidimensionale Strömungsbild, welches für die Zerstörung der Wirbelstrasse verantwortlich ist, wurde von *Humphreys* [60] 1960 und *Morsbach* [87] 1967 untersucht. Wie *Hama* [53] 1957 und *Gerrard* [48] 1966 berichteten, weist die Wirbelstrasse sonst auch stets einen dreidimensionalen Charakter im subkritischen Reynoldszahlbereich auf, wobei jedoch ihre Stabilität durch diese Erscheinung in diesem Reynoldszahlbereich nicht wesentlich beeinträchtigt wird (*Morsbach* [87]). Bei der kritischen Reynoldszahl kann jedoch eine Wirbelstrasse durch Einführung starker Turbulenz in einzelne Strömungsfelder zerstört werden (*Chen* [17]).

Dem überkritischen Reynoldszahlbereich folgt ein transkritischer Bereich, in welchem der Umschlagspunkt «laminar-turbulent» vor dem Ablösungspunkt der Grenzschicht auftritt und sich keine Separationsblase hinter dem Ablösungspunkt bilden kann. Der Ablösungspunkt wandert nach vorn ($\varphi = 123°$ bis $112°$ bei $Re = 2 \cdot 10^6$ bis $5 \cdot 10^6$ im Experiment von *Achenbach* [3]), und der Strömungsnachlauf öffnet sich wieder. Ordentliche Wirbelablösung tritt abermals auf, und eine Bildung der Wirbelstrasse mit sehr turbulenten Wirbeln kommt damit wieder zustande. Dies wurde zum erstenmal 1961 von *Roshko* [99] beobachtet. Danach folgten weitere Bestätigungen durch *Schmidt* [109], [110] und *Jones* [65]. Da der Ablösungswinkel φ hier viel grösser ist als im subkritischen Reynoldszahlbereich ($\varphi \cong 83°$), muss die Wirbelstrasse entsprechend schmäler sein (*Chen* [22]). Der statische Widerstandskoeffizient und die Strouhalzahl sind jedoch im Gegensatz zum subkritischen Reynoldszahlbereich empfindlich gegen die Turbulenz der freien Strömung und die Rauhigkeit der Zylinderoberfläche (*Chen* [18]). Gemäss der Zusammenstellung von *Chen* [20] ist deshalb die Streuung der Strouhalzahl vom kritischen über den überkritischen bis zum transkritischen Reynoldszahlbereich infolge der verschiedenen, von den diversen Verfassern verwendeten Messeinrichtungen, wie Bild 2 zeigt, sehr stark.

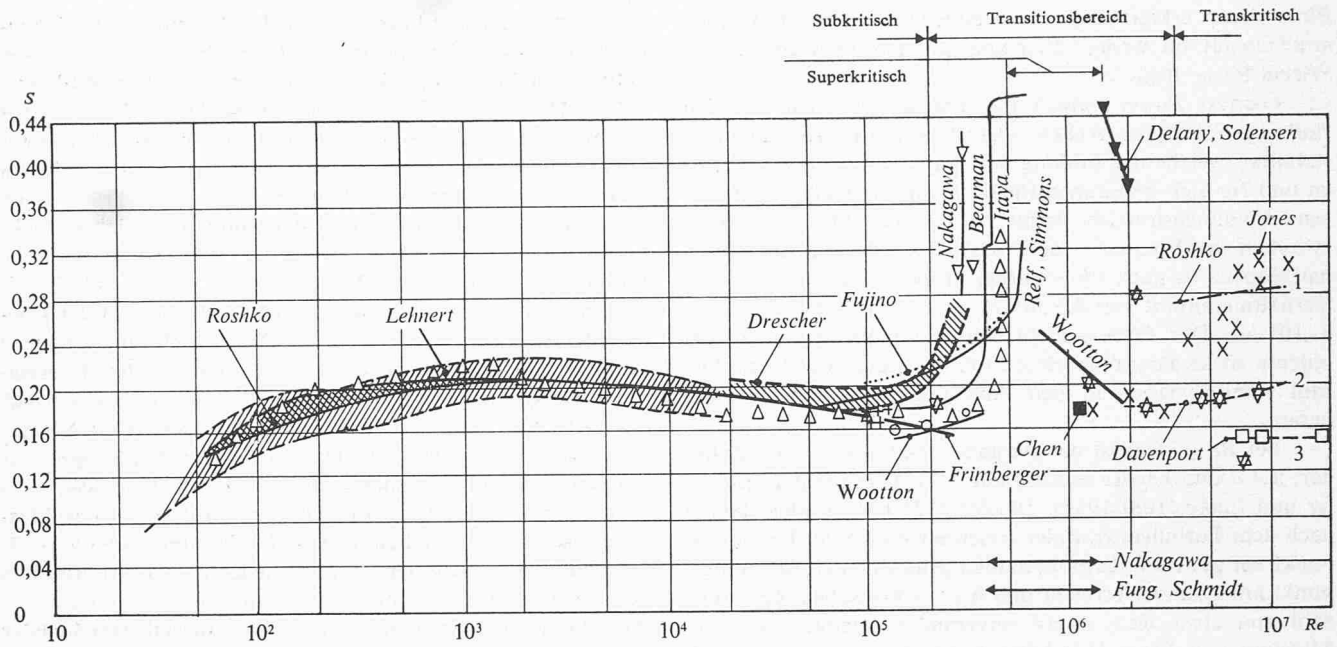


Bild 2. Experimentell ermittelte Strouhalzahl S über der Reynoldszahl Re

- zusammengestellt von *Lehnert* (1937)
- Mittellinie *Relf* und *Simmons* (1924)
- *Drescher* (1956)
- *Fujino* (1957)
- 1 *Roshko* (1961), Zylinder-Oberflächenrauhigkeit 200 μ-in (d = 18 in)
- 1 *Jones* (1968), Zylinderoberfläche poliert
- Mittellinie nach *Delany* und *Solensen* (1953)
- *Naumann* und *Pfeiffer* (1958)
- Beobachtung vom Verfasser an einem Metallkamin (Höhe 90 m, Durchmesser 2,2 m)
- *Wootton* (1968) mit rauhem Zylinder ($k/d = 0{,}13 \cdot 10^{-3}$)
- 2 Beobachtung an Metallkaminen, zusammengestellt von *Davenport* (1959)
- 3 Beobachtungen an Eisenbetonkaminen, zusammengestellt von *Davenport* (1959)
- *Frimberger* (1957)
- *Roshko* (1954)
- *N* Erforscher Reynoldszahlbereich *Nakagawa* und andere (1963) } Turbularbereich
- *F/S* Erforscher Reynoldszahlbereich *Fung* (1960), *Schmidt* (1965) } Turbularbereich
- *Itaya/Yasuda* (1961), nur die Mittellinie mit stillstehendem Zylinder
- *Wootton* (1968) mit glattem Zylinder
- *Nakagawa* und andere (1963)
- *Bearman* (1969)
- Ergebnis von UTIA (1955) für Re = 0,6 zu $2 \cdot 10^5$ stimmt mit der oberen Kurvengruppe überein (nach *Keefe* 1961)

Naumann und *Pfeiffer* [89] untersuchten die Abhängigkeit der Strouhalzahl von der Machzahl. Danach nimmt die Strouhalzahl mit steigender Machzahl schwach zu. Wird aber die kritische Machzahl erreicht, bei welcher sich ein Verdichtungsstoss an der Stelle grösster Geschwindigkeit ausbildete (für Zylinder $M_{krit} = U_\infty/a = 0{,}44$), löst sich die Grenzschicht direkt hinter dem Verdichtungsstoss ab, was die Bildung einer Wirbelstrasse im Nachlauf wiederum besonders begünstigt (*Naumann* [88]). Eine Wirbelstrasse wird hier auch gebildet, selbst wenn die überkritische Reynoldszahl erreicht wird (Bild 1). Der Verdichtungsstoss entsteht im allgemeinen nur auf je einer Seite des Zylinders. Er wird hierbei wechselseitig wie die Wirbelablösung selbst periodisch auf- und abgebaut.

Naumann zeigte ferner, dass die Wirbelstrasse bei unterkritischen Reynoldszahlen durch das Auftreten der örtlichen Verdichtungsstösse nicht beeinflusst wird.

Die Messung von *Schaeffer* und *Eskinazi* [107] zeigte, dass die Breite h der Wirbelstrasse nicht konstant bleibt. Sie nimmt unmittelbar hinter dem Zylinder zunächst bis zu einem Minimum ab, um danach wieder zuzunehmen. Sie bleibt dann für eine gewisse Strecke konstant und nimmt abermals stromabwärts wieder ab. Die Stellung für das obenerwähnte Minimum der Strassenbreite stimmt praktisch mit der Stelle der maximalen Geschwindigkeitsschwankung überein. Die längs der Achse der Wirbelstrasse auftretende Geschwindigkeitsschwankung mit doppelter Strouhalfrequenz erreicht dort auch ihren maximalen Wert (*Bloor* und *Gerrard* [16]). Deshalb wird diese Stellung von *Schaeffer* und *Eskinazi* als Beginn der vollständig entwickelten Wirbelstrasse und der Bereich zwischen dieser und dem Zylinder als Bildungszone des Wirbels bezeichnet. Nur die Strecke mit der praktisch konstant bleibenden Strassenbreite kann mit der von Kármán eingeführten, idealen Wirbelstrasse verglichen werden. Diese praktisch konstant bleibende Strecke (d. h. nach der minimalen Strassenbreite) ist als stabile Zone gekennzeichnet.

Im Gegensatz zu der Strassenbreite h (d. h. die Wirbelquerteilung) bleibt die Wirbellängsteilung in der Wirbelstrasse konstant. Dies geht aus den Messungen von *Schaeffer* und *Eskinazi* [107], *Hooker* [59] und *Taneda* [119] hervor.

Nach der Vorstellung von *Goldstein* [51] ist der Wirbel nach der Strecke der Bildungszone vollständig ausgebildet. Die Distanz der beiden Wirbelreihen wird nach dieser Zone infolge des Wachsens des Wirbelkerns zunehmen, bis die Grenze der Stabilität erreicht wird. Daraufhin findet keine Zunahme der Strassenbreite mehr stromabwärts statt. Die Zunahme des Wirbelkerns selbst dauert jedoch weiter an; sie stellt den dominierenden Faktor dar. Das stabile System geht dann seinem Ende zu, bis es schliesslich verschwindet. Diese Vorstellung wurde somit durch die Messung von *Schaeffer* und *Eskinazi* bestätigt.

Im Bereich nach der stabilen Zone, wo die Strassenbreite sich wieder verkleinert, weist die Wirbelstrasse gemäss der Messung von *Schaeffer* und *Eskinazi* eine instabile Eigenschaft auf. Diese Instabilität tritt etwa dort stromabwärts auf, wo der Wirbelkern über die halbe Breite der Wirbelstrasse hinauswächst. Diese Zone ist als labile Zone gekennzeichnet. Sie ist durch Unregelmässigkeiten und den möglichen Übergang zu Turbulenz charakterisiert. *Taneda* [119] beobachtete zwei Möglichkeiten in ihr. Eine davon ist der Übergang zur Turbulenz und die andere die Bildung einer

zweiten Wirbelstrasse in grösserem Massstab. In der Messung von *Taneda* wurde der Zylinder in einem Wassertank geschleppt, so dass die Turbulenz in der Strömung praktisch ausgeschaltet war. Diese verbesserte Messtechnik ermöglichte ihm, die Entwicklung der Wirbelstrasse weit stromabwärts zu verfolgen, da die früheren Messungen in Windkanälen infolge der unvermeidlich hohen Strömungsturbulenz, welche vergleichbar mit der Geschwindigkeitsschwankung in der Wirbelstrasse ab 30 Durchmessern wird, die Untersuchung der Wirbelstrasse stark einschränken.

Taneda fand, dass bei $Re = 150$ die ursprüngliche Wirbelstrasse bis zu etwa $x/d = 50$ dauerte, ehe sie zusammenbrach und turbulent wurde. Die erwähnte zweite Strasse in grösserem Massstab bildete sich dann allmählich aus und erreichte ihre vollständige Entwicklung in einem Abstand von etwa $x/d = 10^3$. Die Längsteilung der Wirbel in der zweiten Wirbelstrasse betrug etwa das 1,8- bis 3,3fache derjenigen der ersten Wirbelstrasse. Bei Reynoldszahlen grösser als 150 betrug dieser Vergrösserungsfaktor etwa 10.

Taneda beobachtete ferner, dass die zweite Wirbelstrasse entweder abermalig zusammenbrach und turbulent wurde oder vielmehr durch viskose Diffusion allmählich ausstarb.

Das Beobachtungsergebnis von *Wille* und *Timme* [134] bei $Re = 200$, wonach die Strassenbreite von $h/d = 0{,}6$ in einem Abstand von $x/d = 8$ auf $h/d = 1{,}8$ bei $x/d = 20$ zunahm, dürfte der Anfangsstrecke der stabilen Zone zugeordnet sein. Da die Strassenbreite nicht direkt gemessen werden kann, sondern aus der scheinbaren Strassenbreite berechnet werden muss, scheinen die berechneten Werte von *Wille* und *Timme* etwas zu hoch ausgefallen zu sein (vgl. Tabelle 2 in der Arbeit von *Schaeffer* und *Eskinazi* [107] und in der Zusammenstellung von *Chen* [20]).

Die Erscheinungen des Zusammenbruches der ursprünglichen Wirbelstrasse und der Bildung einer zweiten Wirbelstrasse in grösserem Massstab mit einer niedrigeren Frequenz konnten 1971 im Versuch von *Durgin* und *Karlsson* [34] bestätigt werden. Sie benützten ein verzögertes Strömungsfeld, um die Bildung dieser zweiten Wirbelstrasse zu erleichtern. Die turbulente Zone ohne wesentliche Geschwindigkeitsschwankungen zwischen den beiden Wirbelstrassen wird nach *Durgin* und *Karlsson* als «stille Zone» bezeichnet. In einer Messung von ihnen bei $Re = 237$ reduziert sich die Strouhalzahl von 0,16 in der ersten Wirbelstrasse auf 0,057 in der zweiten.

Durgin und *Karlsson* erklärten an Hand eines Modells für die stille Zone, dass der kreisförmige Wirbel mit der stromabwärtsgerichteten Wanderung zu einer elliptischen Form deformiert wird. Wenn deren Hauptachsen durch die Rotation infolge der selbstinduzierten Geschwindigkeit mit der Richtung stromabwärts übereinstimmen, können die benachbarten Wirbel in einer Zone einander berühren oder überlappen, so dass sie schliesslich zu einfachen Diskontinuitätsschichten auf jeder Seite des Strömungsnachlaufes werden. Diese beiden Schichten werden bald instabil und wandeln sich in die zweite Wirbelstrasse um.

3. Der Einfluss der Strömungsturbulenz und der Zylinderrauhigkeit auf die Wirbelablösung

Es gab lange Zeit einen Streit um die Frage, ob im überkritischen Reynoldszahlgebiet eine Wirbelstrasse überhaupt bestehen kann. Mit sorgfältigen Messeinrichtungen in Laboratorien unter idealen Zuständen, d. h. in Strömungen mit niedrigem Turbulenzgrad und bei Zylindern mit polierter Oberfläche, konnten tatsächlich keine Wirbelstrassen gefunden werden (*Fung* [43], *Schmidt* [109], [110] und *Jones* [65]). Die Nachlaufströmungen sind dann völlig turbulent. Bei den Feldmessungen im wirklichen Wind oder in Laboratorien unter gewöhnlichem, nicht idealem Zustand sind dagegen wieder Wirbelstrassen festgestellt worden. Erst die experimentelle Untersuchung von *Bearman* [9] 1969 brachte den klaren Beweis, dass bei idealem Zustand der Strömung und der Zylinderoberfläche eine schmale Wirbelstrasse (verbunden mit einem sehr kleinen Widerstand) möglich ist. Da diese schmale Strasse sehr empfindlich gegen jede kleine Strömung ist, kann sie leicht in Turbulenz zerfallen. Dann hört die Wirbelstrasse zu existieren auf.

Die Untersuchung von *Morsbach* [87] 1967 mit künstlich eingebauten, dreidimensionalen Störungen bestätigt die Neigung eines solchen Turbulentwerdens der schmalen Wirbelstrasse. Somit ist ersichtlich, dass die Wirbelstrasse erst turbulent werden kann, wenn der von ihr verursachte statische Widerstand sehr klein wird. Deshalb muss der statische Formwiderstand eine charakteristische Grösse für die Wirbelstrasse sein. Dies entspricht sehr gut der alten, aus experimentellen Ergebnissen gewonnenen Erfahrung, dass die Strouhalzahl dem statischen Widerstandskoeffizienten praktisch umgekehrt proportional ist (*Hoerner* [62], *Roshko* [99]).

Chen [19] konnte diese experimentelle Beziehung durch eine theoretisch abgeleitete Gleichung:

$$(1) \qquad c_D = 0{,}222\frac{1}{S} - 0{,}0028\frac{1}{S^2}$$

bestätigen. Diese, unter grossen Vereinfachungen ermittelte Gleichung wurde später von *Chen* [20] nochmals ergänzt. Aus ihr lässt sich folgern, dass jeder Faktor, welcher den Formwiderstandskoeffizienten beeinflusst, sich gleichzeitig auch auf die Strouhalzahl auswirkt. Als in Frage kommende Faktoren können Turbulenz in der freien Strömung und die Rauhigkeit der Zylinderoberfläche genannt werden. Somit können die Resultate der Untersuchungen über den Einfluss dieser beiden Faktoren auf den statischen Widerstandskoeffizienten herangezogen und auf die Auswertung der Strouhalzahl für die Wirbelstrasse verwendet werden.

Schubauer und *Dryden* [112] untersuchten 1935 zum erstenmal den Einfluss der Turbulenz in der freien Strömung auf den Druck auf der Rückseite (Rückendruck) von flachen, senkrecht zur Strömung gestellten Platten. Sie fanden, dass diese Turbulenz den Rückendruck verkleinert und damit den Widerstand erhöht. Die Turbulenz in der freien Strömung veranlasst deshalb die abgelöste, laminare Grenzschicht früher turbulent zu werden und damit den Strömungsnachlauf mit der äusseren Strömung intensiv zu mischen.

Die Strömung um die Kugel mit verschiedenen Turbulenzgraden wurde von *Dryden, Schubauer, Mock* und *Skramstad* [33] 1937 erforscht, wobei die Turbulenz durch ein Gitter erzeugt wurde und die Kugel in verschiedenen Abständen davon angeordnet war. Die Turbulenz veranlasst die abgelöste Grenzschicht bereits bei einer niedrigeren Reynoldszahl turbulent zu werden als in einer ruhigen Strömung, so dass sich die kritische Reynoldszahl verkleinert. Der Widerstand im überkritischen Reynoldszahlgebiet wird aber gemäss der Untersuchung von *Dryden* [33] bei grösserem Turbulenzgrad wieder grösser.

Über eine ähnliche Erscheinung am kreisförmigen Zylinder wurde bereits 1930 von *Fage* und *Warsap* [39] berichtet. Die Untersuchung zeigt deutlich, wie die kritische Reynoldszahl durch die Turbulenz der freien Strömung verkleinert und der Widerstand im überkritischen Reynoldszahlbereich dadurch vergrössert wird.

Während die Untersuchungen von *Dryden* [33] und *Fage/Warsap* [39] den Bereich der kritischen und der überkritischen Reynoldszahlen oberhalb etwa $8 \cdot 10^4$ behandelten,

unternahm *Gerrard* [46] 1965 Messungen am kreisförmigen Zylinder für den subkritischen Bereich von $Re = 2 \cdot 10^3$ bis $5 \cdot 10^4$. Er fand, dass die Turbulenz in der freien Strömung auch in diesem Reynoldszahlbereich den Rückendruck am Zylinder verkleinert und damit den Widerstand erhöht. Dieser Befund entspricht sehr gut jenem von *Roshko* [98], wenn man die bei der gleichen Reynoldszahl ermittelten Resultate des kleineren Durchmessers (d. h. mit erhöhter Strömungsgeschwindigkeit) für grössere Turbulenz in der freien Strömung gelten lässt. Durch diese Interpretation kann man auch die Differenz in den Messresultaten über den Widerstandskoeffizienten von *Delany* und *Sorensen* [25] im Reynoldszahlbereich von $3 \cdot 10^4$ bis 10^5 erklären. Die Bearmansche Messung [8] bei einem grossen Turbulenzgrad hat die Messresultate von *Fage* und *Warsap* [39] bestätigt. Eine Zusammenstellung findet sich in der Arbeit von *Chen* [23]. *Bearman* fand aber gleichzeitig, dass die Strouhalzahl unterhalb $Re = 3 \cdot 10^4$ nur noch geringfügig von der Turbulenz in der freien Strömung beeinflusst wird.

Drei neue Untersuchungen wurden von der Euromech 17 vom 1. bis zum 3. Juli 1970 in Cambridge vorgetragen. Aus dem zusammengefassten Bericht von *Mair* und *Maull* [80] geht hervor, dass Turbulenz von einer Grössenordnung wie der Zylinderdurchmesser oder darüber die abgelöste Grenzschicht und damit die Ablösung der Wirbel so weit beeinflussen kann, bis diese schliesslich vollständig unterdrückt wird. Turbulenz von kleiner Grösse wird vielmehr einen Einfluss auf die Lage des Ablösungspunktes ausüben (*D. G. Petty*). Nach der Untersuchung von *Surry* im Reynoldszahlbereich von $(3{,}4 \text{ bis } 4{,}4) \cdot 10^4$ wird die dynamische Auftriebskraft des Wirbels durch die Turbulenz selbst bis zu einem Grad von 15 % kaum beeinflusst. Ob sich dieses Resultat auf andere Reynoldszahlgebiete übertragen lässt, ist jedoch fraglich. Nach der Zusammenstellung von *Chen* [21] erreicht die Korrelation der Wirbel längs der Zylinderachse beim erwähnten *Re*-Bereich praktisch das Maximum, womit auch ein Maximum des gemessenen Auftriebskoeffizienten verbunden ist (vgl. Bild 4). Es scheint, dass die Bildung der Wirbel in diesem *Re*-Bereich besonders stabil ist, was vielleicht die von *Surry* berichtete Sondererscheinung erklären kann.

Der dritte Vortrag von *Armitt* [5] behandelte die Modulation der Wirbelablösungsfrequenz durch die Turbulenz von grossem Ausmass. Die aus der Wirbelablösung resultierende, aerodynamische Kraft wird dann über eine grosse Bandbreite zersplittert und der eigentliche Auftrieb des Wirbels vermindert.

Die Rauhigkeit der Zylinderfläche hat eine ähnliche, jedoch noch stärkere Wirkung auf den Widerstandskoeffizienten als die Turbulenz in der freien Strömung. Dies wurde deutlich durch die Messungen von *Fage* und *Warsap* [39] für $Re = 3 \cdot 10^4$ bis $3 \cdot 10^5$ und von *Achenbach* [4] für $Re = 4 \cdot 10^4$ bis $4 \cdot 10^6$ belegt. Als Ausgangspunkt können die Kurven für glatte Zylinderoberflächen von *Delany* und *Sorensen* [25] in den kritischen und überkritischen Reynoldszahlbereichen und von *Roshko* [99] im transkritischen Bereich bis zu $Re = 10^7$ erwähnt werden. Daraus ist ersichtlich, dass die Rauhigkeit die kritische Reynoldszahl stark verkleinert und den Widerstand in den überkritischen und transkritischen Reynoldszahlbereichen erhöht. Dagegen hat die Rauhigkeit wieder kaum einen Einfluss auf den Widerstand im subkritischen Reynoldszahlbereich unterhalb $3 \cdot 10^4$. Dies steht somit in völligem Einklang mit dem Einfluss der Turbulenz in der freien Strömung.

Über die Wirkungen der Strömungsturbulenz und der Zylinderoberflächenrauhigkeit lieferte *Armitt* [5] ebenfalls eine Reihe von Messwerten, wobei auch die kombinierten Effekte von beiden untersucht wurden. Er zeigte, dass die Turbulenz (mit Turbulenzgrad bis 10,5 %) bei grösseren Rauhigkeiten (mit Rauhigkeits-Reynoldszahl grösser als $6{,}5 \cdot 10^2$) keinen Einfluss mehr ausübt.

Nach den oben erwähnten experimentellen Resultaten hat die Reynoldszahl von $3 \cdot 10^4$ eine Sonderstellung für den statischen Widerstandskoeffizienten bezüglich dem Einfluss der Strömungsturbulenz und der Zylinderoberflächenrauhigkeit. So muss die Kurve der Strouhalzahl S nach Gl. (1) bei dieser Reynoldszahl auch einen extremen Punkt aufweisen. Dies wurde durch die Ausführung von *Chen* [20] völlig bestätigt. Nach ihm trennen sich die beiden S-Kurven für den idealen und den gewöhnlichen Zustand für Strömungsturbulenz und Zylinderoberflächengüte gerade bei der Reynoldszahl von $3 \cdot 10^4$. Die S-Kurve für den idealen Zustand fällt nach dem Überschreiten von $Re = 3 \cdot 10^4$ zunächst sanft, um erst bei $Re = 2{,}5 \cdot 10^5$ stark zu steigen. Dagegen steigt die S-Kurve für den gewöhnlichen Zustand bereits nach $Re = 3 \cdot 10^4$ in die Höhe.

Das Vorhandensein von engen Kanälen um die Wirbelstrasse kann einen Einfluss auf diese ausüben (vgl. *Thom* [122], *Shair/Grove/Petersen/Acrivos* [115], *Hunt* [61], *Taneda* [121]). Gemäss *Thom, Shair* et al und *Taneda* wird das Einsetzen der asymmetrischen Wirbelbildung durch die Kanalwände auf höhere Reynoldszahlen (d. h. oberhalb 40) hinausverzögert. Die Kanalwände haben somit einen stabilisierenden Effekt auf die Strömung (*Goldstein* [51]).

4. Der reale Wirbel

Die realen Wirbel haben entgegen den theoretischen Wirbelfäden Kerne von endlichem Durchmesser. Diese wachsen stromabwärts, so dass die Breite der Wirbelstrasse in der ersten Phase der stabilen Zone grösser wird. Die Wirbel können dann ineinander diffundieren und verlieren mit der Zeit ihre Zirkulation infolge der Turbulenz in der freien Strömung.

Oseen und *Hammel* [91] [54] behandelten 1911/1916 die Ausbreitung kreiszylindrischer Wirbel in zähen inkompressiblen Flüssigkeiten auf Grund der Navier-Stokes-Gleichung und fanden für den Sonderfall, dass der Wirbel im Anfangszustand ($t = 0$) aus einem geraden, linearen Wirbelfaden mit der Zirkulation Γ_0 (Potentialwirbel) besteht, folgende Wirbelgleichung (*Kaufmann* [69]):

$$(2) \qquad \zeta(r, t) = \frac{\Gamma_0}{8\pi \nu t} e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}$$

wo ζ die Wirbelstärke (Rotation) eines im Abstand r vom Wirbelzentrum liegenden Feldpunktes zurzeit t bedeutet. ν ist die kinematische Zähigkeit. Die Zirkulation um das Wirbelzentrum ergibt sich zu:

$$(3) \qquad \Gamma = \Gamma_0 \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}\right)$$

und daraus die tangentiale Geschwindigkeit:

$$(4) \qquad c_\varphi(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}}\right)$$

Radiale Geschwindigkeiten treten bei der hier vorausgesetzten laminaren Strömung nicht auf ($c_r = dr/dt = 0$). Dies ist ein Wirbel mit einem soliden Kern und einer äusseren, angenäherten Potentialströmung, getrennt durch eine Übergangszone, in welcher die maximale Geschwindigkeit von

$$(5) \quad c_{\varphi m} = 0{,}72 \frac{\Gamma_0}{2\pi r_m}$$

beim Radius von

$$(6) \quad r_m = 2{,}24\,(\nu t)^{\frac{1}{2}}$$

auftritt. r_m wird Wirbel- oder Kernradius genannt. Die Grösse $4\nu t/r^2$ kennzeichnet das Alter des Wirbels.

Die Geschwindigkeit c_x in axialer Richtung der Wirbelstrasse (x-Richtung) ergibt sich nach *Hooker* [59], *Wille* und *Timme* [134] zu

$$(7) \quad c_x = \frac{\Gamma_0}{l} \frac{\cosh(\pi h/l)}{\sinh(\pi h/l) - \sinh(2\pi/l \cdot y)} + \frac{\Gamma_0\, e^{-a}}{2\pi\,(y - h/2)} \quad \text{mit} \quad a = \frac{(y - h/2)^2}{4\nu t}$$

falls nur der betrachtete Wirbel (Aufwirbel genannt) durch einen *Oseen-Hammel*-Wirbel ersetzt wird, während alle Nachbarwinkel aus einfachen Wirbelfäden bestehen, da in grösserer Entfernung der Unterschied zwischen Real- und Potentialwirbel vernachlässigbar klein ist. *Timme* [123] fand 1957, dass diese Berechnung mit seinen Beobachtungen gut übereinstimmt. Die Geschwindigkeit steigt vom Wirbelmittelpunkt etwa linear mit r an und fällt nach dem Erreichen des maximalen Wertes am Wirbelradius r_m angenähert mit der Potenz $1/r$ wieder ab. Der scheinbare Wirbelmittelpunkt mit der Geschwindigkeit $w_x = 0$ liegt aber wesentlich weiter von der Strassenachse entfernt als der wirkliche Wirbelmittelpunkt (*Hooker* [59]). Die Wirbelstrasse scheint somit breiter, als sie wirklich ist.

Timme [124] berechnete 1959 den Geschwindigkeitsverlauf in einer Wirbelstrasse mit besserer Annäherung als Kármán, indem er die durch den *Oseen-Hammel*-Realwirbel bedingte Korrektur beim Aufwirbel berücksichtigte. Nach seiner Berechnung schwingt die Geschwindigkeit in der Strassenachse $y = 0$ mit doppelter Frequenz, weil dort die Wirbel der beiden Reihen gleich stark, aber in entgegengesetzter Richtung wirken. Im Zentrum der Wirbel muss diese doppelte Frequenz noch gut zu spüren sein. Der mittels Hitzdraht in einem Luftkanal gemessene Verlauf der Geschwindigkeiten bestätigte diese Berechnung. Da die Hitzdrahtsignale im Wirbelmittelpunkt $y = h/2$, wie theoretisch zu erwarten ist, keine eindeutigen Merkmale liefern, stellte *Timme* fest, dass der Hitzdraht ungeeignet ist, in einem Luftversuch die Strassenbreite h zu messen. Somit können die von *Roshko* [97], *Frimberger* [41] u. a. m. mit Hitzdraht durchgeführten, diesbezüglichen Messungen keine genaue Aussage über h liefern.

Nach den Gln. (5) und (6) nimmt der Wirbelradius r_m wie $t^{1/2}$ zu und die dort herrschende, maximale Geschwindigkeit $c_{\varphi m}$ wie $t^{-1/2}$ ab. Die mit der Zeit ändernden Wirbelprofile wurden 1962 von *Kirde* [71] numerisch berechnet. In der Wirbelstrasse wurde dabei aber die Zeit t durch den Weg x ausgedrückt. Die Messung von *Timme* [123] am ersten und fünften Wirbel hinter dem Zylinder bei $Re = 200$ zeigte diese Tendenz deutlich. *Wehrmann* [133] mass 1957 eine Wirbelreihe in einer durch eine dünne Platte aufgespalteten Wirbelstrasse, damit der Einfluss der anderen Wirbelreihe ferngehalten wird (über diese Messtechnik vgl. auch *Taneda* [121]). Das Gesetz $r_m \sim t^{1/2}$ und $c_{\varphi m} \sim t^{-1/2}$ wurde durch die Messungen bestätigt.

Die wirksame kinematische Zähigkeit in einem Wirbel kann durch die Auswertung von zwei seiner im Zeitintervall Δt aufgenommenen Bildern aus folgender Gleichung bestimmt werden:

$$(8) \quad \frac{\nu}{\Gamma_0^2} = \frac{k^2}{\Delta t}\left(\frac{1}{c_{\varphi m2}^2} - \frac{1}{c_{\varphi m1}^2}\right) \quad \text{mit } k^2 = 2{,}578 \cdot 10^{-3}$$

Bei $Re = 200$ fand *Timme* die wirksame Zähigkeit ν gleich ihrem normalen Wert. Nur für junge Wirbel direkt hinter dem Zylinder ist die wirksame Zähigkeit dreimal höher; aber der normale Wert wird stromabwärts schnell erreicht. Jedoch im Bereich von $Re = 1000$ ist die mittlere wirksame Zähigkeit zehnmal höher als die normale. Hierbei wurde als Grund von *Timme* ein turbulenzartiger Impulsaustauschvorgang angegeben.

In den Wirbelprofilen bei $Re = 1000$ treten zudem Ausbuchtungen (also Störungen) auf, die erscheinen und wieder verschwinden. Diese Erscheinung ist aus der Drehung des Wirbels allein nicht zu erklären. *Timme* konnte in seinen Versuchen noch beobachten, wie ein Wirbel von regelmässigem Aussehen sich in drei Einzelwirbel auflöste.

Das Verhalten der Wirbel stellte sich *Timme* folgendermassen vor: Der Wirbel entsteht durch Ablösen und Aufrollen der Reibungsschicht des Zylinders. Beide Vorgänge bergen den Keim ungeordneter Bewegung in sich, so dass der gerade entstandene Wirbel mit kleinen Störungen behaftet ist, welche eine scheinbare Zähigkeit hervorrufen. Im Bereich $Re = 200$ klingen diese Störungen rasch ab, so dass bei älteren Wirbeln nur noch die laminare Zähigkeit wirksam ist. Dagegen sind im Bereich um $Re = 1000$ die Störungen entweder von vornherein grösser oder sie wachsen mit der Zeit noch an, so dass sie zu einer Aufspaltung des Wirbels in mehrere Einzelwirbel führen können.

Zur Erfassung des Wesens dieser endlichen Störungen ist das Gedankenmodell von *Timme* wertvoll: Ein Wirbel setzt sich von einer bestimmten Stärke an aus mehreren kleineren, sozusagen Elementarwirbeln zusammen. Das Gefüge ist nur lose und kann sich gegeneinander verschieben. Dies macht sich in den Ausbuchtungen des Profils bemerkbar, welche anwachsen und abklingen oder auch zur Auflösung in die Elementarwirbel führen können.

Timme führt eine Reynoldszahl für den Wirbel ein:

$$(9) \quad Re_w = \frac{2 r_m c_{\varphi m}}{\nu}$$

Wegen Gl. (5) wird

$$(10) \quad Re_w = 0{,}23 \frac{\Gamma_0}{\nu}$$

Nach *Timme* würde eine kritische Reynoldszahl:

$$Re_{w\,\mathrm{krit}} \approx 570$$

existieren, bei deren Überschreitung der Wirbel durch eine geringe äussere Störung zum Zerfall gebracht und zu turbulenzähnlicher Strömung aufgelöst werden kann.

Schaeffer und *Eskinazi* [107] machten eine eingehende, theoretische Untersuchung, indem sie alle Wirbel in der Wirbelstrasse als zähe Wirbel betrachteten. Dabei gingen sie von den Voraussetzungen aus, dass die Längsteilung der Wirbel in der ganzen Strasse bei einer bestimmten Reynoldszahl konstant bleibt und der Ursprung des Wirbels (d. h. der Beginn des Alters) in der Achse des Zylinders liegt. Das analytische Resultat stimmte sehr gut mit dem Messresultat der beiden Verfasser überein. Gl. (6) für den Radius des Wirbelkerns konnte ebenfalls durch ihre Experimente bestätigt werden.

5. Die Stabilitätstheorien der Wirbelstrassen

Kármán [67] [68] hat 1911/1912 als erster den Widerstand eines Körpers in einer Strömung bei grossen Reynolds-

zahlen in Zusammenhang mit der Wirbelstrasse gebracht. In seinen berühmten Abhandlungen gab er eine linearisierte Theorie über die Stabilitätsbedingung für die Wirbelstrasse an. Dabei wurde die Wirbelstrasse in beiden Richtungen als unendlich lang angenommen und die Wirbel als ideal (also als Wirbelflächen ohne Zähigkeit, d. h. als Potentialwirbel) betrachtet. Als Resultat soll das Verhältnis h/l bei einem Wert von 0,2806 konstant bleiben.

Da das Kármánsche Resultat von den gemessenen Werten abweicht, versuchte danach eine Reihe von Autoren seine Stabilitätstheorie zu verbessern. Das Kármánsche Model wurde von *Domm* [29] [29a] durch Ersetzen der Wirbelfäden mit den Realwirbeln verbessert, so dass die Wirkung der Dämpfung und das Wachsen der Wirbelkerndurchmesser berücksichtigt werden konnten. Als Resultat hat sich eine abnehmende Tendenz von h/l mit wachsender, dimensionsloser Zeit $t = 40\nu t/l$ ergeben, was jedoch der Erfahrung widerspricht (vgl. Messresultat von *Wille/Timme* [134] und *Schaeffer/Eskinazi* [107] für den Anfang der stabilen Zone).

In seiner späteren Arbeit packte *Domm* [30] die Stabilitätstheorie der Wirbelstrasse von einer anderen Richtung an. Nach einem Satz von *Liapounoff* genügt eine linearisierte Theorie nicht zum Nachweis der Stabilität der Lösungen eines Differentialgleichungssystems, wenn der Realteil eines oder mehrerer Eigenwerte der Systemmatrix verschwindet. *Domm* bediente sich wieder des alten Kármánschen Modells von Wirbelfäden ohne Berücksichtigung der Dämpfung, behielt jedoch Störglieder des zweiten Grades bei. Er schloss sich an die Methode von *Schmieden* [111] und *Kochin* [72] [73] an und erteilte nur vier als repräsentativ gewählten Wirbeln je eine kleine Störung.

Domm fand, dass die Wirbelstrasse entweder ersten Grades oder zweiten Grades instabil ist. Der Spezialfall des Kármánschen Resultates weist nur die minimale Instabilität auf. Somit ist ersichtlich, dass die Theorie der Induktionswirkung der Wirbel ohne Berücksichtigung der Zähigkeit zu keiner Aussage über eine stabile Wirbelstrasse führen kann.

Lin [79] untersuchte 1939 die Wirbelstrassen in zähen Flüssigkeiten von einem ganz anderen Standpunkt aus. Die Oseensche Linearisierung der Navier-Stokes-Gleichung wurde auf die Strömung weit stromabwärts vom Zylinder angewendet. Im von ihm erzielten Stabilitätskriterium mussten zwei Faktoren, nämlich der Ursprung der Wirbel und der Integrationsparameter λ, offengelassen werden. Aber seine Lösung lieferte zum erstenmal ein Gesetz über die Verbreitung der Wirbelstrasse mit dem Weg. Seine Theorie wurde später durch *Timme* [124] mit den Messresultaten von *Wille* und *Timme* [134] überprüft. Eine Übereinstimmung konnte jedoch nur durch Wahl einer Zähigkeit, welche höher als der für den laminaren Fall gültige Wert ist, und eines Linschen Koordinaten-Nullpunktes, welcher stromabwärts vom Zylinder statt logischerweise nahe an ihm liegt, erreicht werden.

Als weitere Beiträge über das Stabilitätsproblem sind noch die von *Krzywoblock* [76], *Birkhoff* [13], *Dolaptschiew* [27], *Hunt* [61] u. a. m. zu erwähnen. Ein Überblick über die Entwicklung findet sich in den Arbeiten von *Rosenhead* [96], *Wille* [135] und *Dolaptschiew* [28].

Es scheint somit nicht möglich, ein brauchbares Resultat aus solchen Stabilitätsbetrachtungen für die Wirbelstrassen zu erzielen. *Kronauer* [75] schlug 1964 deshalb einen völlig neuen Weg ein. Er führte eine Hypothese ein, wonach die Anordnung der Wirbelstrasse sich so anpassen soll, dass der von ihr auf den Zylinder wirkende Widerstand stets beim minimalen Wert bleibt. Mathematisch wird dies durch folgende Gleichung formuliert:

$$(11) \quad \left[\frac{\partial c_D}{\partial (l/h)}\right]_{u/U_\infty = \text{konst}} = 0$$

mit c_D = statischer Form-Widerstands-Koeffizient
u = Translationsgeschwindigkeit des Wirbels

Bearman [7] versuchte 1966 das Kronauersche Kriterium mit Hilfe einer neuen Strouhalzahl $S_B = f\,h/U_s$ zu überprüfen, wobei U_s sich auf die Geschwindigkeit am Ablösungspunkt der Grenzschicht bezieht, d.h. $U_s = k\,U_\infty$ mit $k = \sqrt{1-c_p}$ (k: Ablösungsgeschwindigkeits-Koeffizient) und $c_p = (p_b - p_\infty) / \frac{1}{2}\rho\, U_\infty^2$ (c_p = Rückendruck-Koeffizient).

Roshko [98] hat bereits eine ähnliche Strouhalzahl, nämlich $S_R = f\,h'/U_s$ (bezogen auf die Distanz h' der beiden abgelösten freien Grenzschichten vom Zylinder), vorgeschlagen. Der Unterschied zwischen den beiden liegt in der Wahl des Parameters für die Länge. Die Bearmansche Strouhalzahl S_B ist auf die Breite h der Wirbelstrasse bezogen.

Bearman stellte sich vor, dass seine neue Strouhalzahl wie eine Universalzahl unabhängig von der Form des Zylinderquerschnittes konstant bleiben sollte. Er benützte in seinem Experiment ein dreieckiges Prisma mit der Spitze nach vorn. Dabei wurden zwei Methoden zum Variieren der Geometrie der von diesem Prisma erzeugten Wirbelstrasse verwendet. Entweder wurde eine Platte mit veränderlicher Länge direkt hinter der Mitte der Prisma-Rückenebene in der Strömungsrichtung angeordnet oder Luft wurde aus einem Schlitz mit variabler Breite aus der Rückenebene in die Strömung ausgeblasen. Das Verfahren von *Bearman* beruht auf der Messung der Wirbelfrequenz f und der Längsteilung l in der stabilen Zone der Wirbelstrasse. Dabei wurde absichtlich auf die Messung der Strassenbreite h verzichtet, da diese bekanntlich nur sehr ungenau ermittelt werden kann. Die dimensionslose Translationsgeschwindigkeit u/U_∞ konnte dann aus folgender Gleichung berechnet werden:

$$(12) \quad \frac{u}{U_\infty} = 1 - S\frac{l}{d}$$

Das Verteilungsverhältnis h/l liess sich aus dem Kronauerschen Kriterium bestimmen. Damit war die neue Strouhalzahl $S_B = f\,h/U_s$ ermittelbar. Da die auf diese Weise ermittelte Strouhalzahl S_B einen konstanten Wert von 0,181 für den ganzen gemessenen Bereich mit $k > 1{,}15$ besass, zog *Bearman* die Folgerung, dass das Kronauersche Kriterium die Eigenschaft der Wirbelstrasse richtig beschreibt.

Chen [20] baute die Kronauersche Theorie weiter aus und zeigte schliesslich, dass die Kenngrössen der Wirbelstrasse wie l/d, h/l, h/d, u/U_∞ *und* $\Gamma/U_\infty\, l$ mit dem statischen Form-Widerstands-Koeffizienten c_D und der normalen Strouhalzahl $S = fd/U_\infty$ in festen Beziehungen stehen, die analytisch formuliert werden können. Da c_D und S über dem ganzen interessanten Reynoldszahlbereich bis 10^7 eingehend gemessen worden sind, können die obenerwähnten Kenngrössen berechnet werden. Die Resultate sind in Bild 3 wiedergegebenen. Die Kurven 1 beziehen sich auf den idealen Zustand (Strömung mit niedrigem Turbulenzgrad und Zylinder mit polierter Oberfläche); die Kurven 2 auf den gewöhnlichen Zustand (Strömung mit hohem Turbulenzgrad und/oder Zylinder mit gewöhnlicher Oberflächengüte). Zur Überprüfung der Theorie wurden zahlreiche verfügbare experimentelle Resultate von einer Reihe von Autoren herangezogen, nämlich *Schaeffer/Eskinazi* [107], *Timme* [123], *Taneda* [119], *Walton* [131], *Tyler* [129], *Fage/Johansen* [37], *Berger* [10], *Tritton* [127], *Frimberger* [41], *Bloor* [15], *Wille/Timme* [134], *Roshko* [98], *Durgin/Karlsson* [34] (bei $Re = 237 : l/d = 4{,}45$, $S = 0{,}16$). Wie

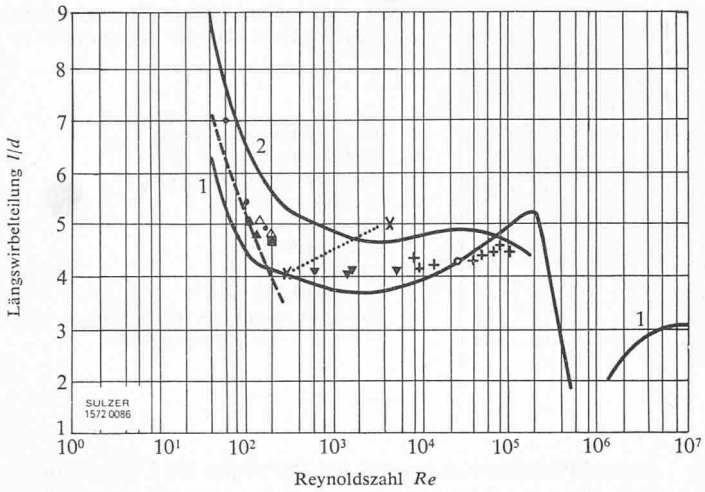


Bild 3a. Längswirbelteilung l/d über der Reynoldszahl Re

- ● *Schaeffer/Eskinazi* (1959)
- ■ *Timme* (1957)
- – – – *Taneda* (1962)
- ×·····× *Walton* (1928)
- ▼ *Tyler* (1931)
- ○ *Fage/Johansen* (1928)
- △ *Berger* (1964)
- ▲ *Tritton* (1959)
- + *Frimberger* (1957)
- ——— Gemäß der Theorie; Kurve 1 für den idealen Fall und Kurve 2 für den gewöhnlichen Fall

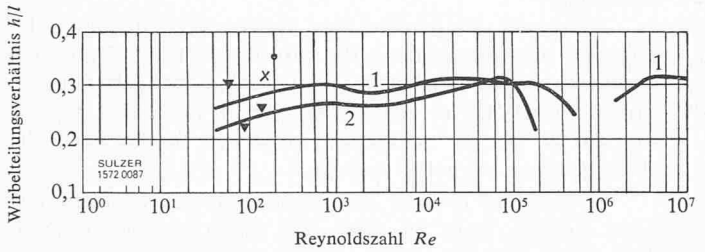


Bild 3b. Wirbelteilungsverhältnis h/l über der Reynoldszahl Re

- ● *Wille/Timme* (1957)
- ▼ *Schaeffer/Eskinazi* (1959)
- × *Berger* (1964)
- ——— Gemäß der Theorie; Kurve 1 für den idealen Fall und Kurve 2 für den gewöhnlichen Fall

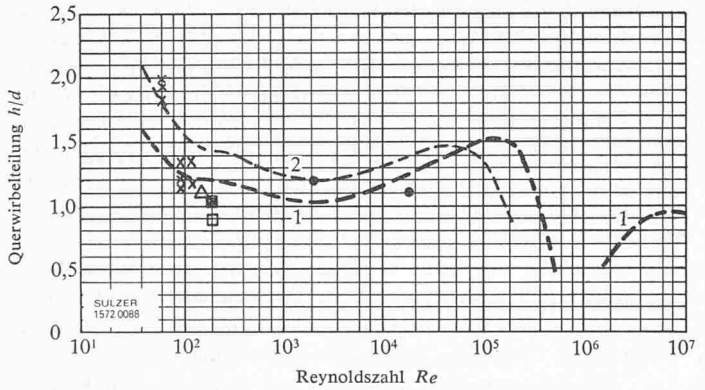


Bild 3c. Querwirbelteilung beziehungsweise Wirbelstrassenbreite h/d über der Reynoldszahl Re

◀

Theorie: Kurve 1 (idealer Fall)
Kurve 2 (gewöhnlicher Fall)

Experiment:
- × *Schaeffer/Eskinazi* (1959)
- ● *Bloor/Gerrard* (1966)
- △ *Berger* (1964) ($x/d = 13$)
- □ ■ *Wille/Timme* (1957) ($x/d = 11$; 13)

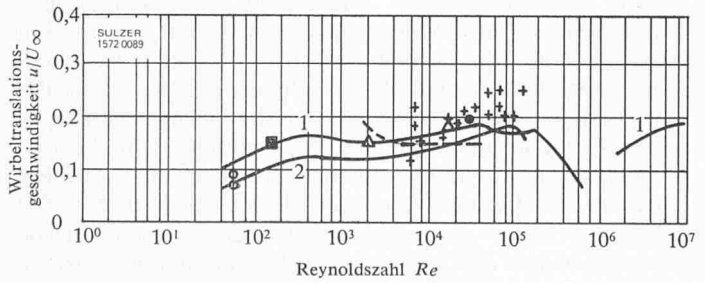


Bild 3d. Wirbeltranslationsgeschwindigkeit u/U_∞ über der Reynoldszahl Re

- △ *Bloor/Gerrard* (1966)
- ● *Fage/Johansen* (1928)
- ○ *Schaeffer/Eskinazi* (1959)
- ■ *Berger* (1964)
- – – – *Walton* (1928) (nur der zulässige Teil gezeigt)
- + *Frimberger* (1957)
- ——— Gemäß der Theorie; Kurve 1 für den idealen Fall und Kurve 2 für den gewöhnlichen Fall

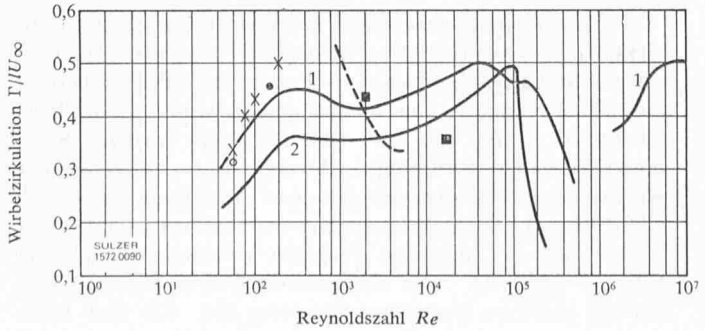


Bild 3e. Dimensionslose Wirbelzirkulation Γ/lU_∞ über der Reynoldszahl Re

- × *Gerrard* (1967), Auswertung aus $\Gamma = (0{,}7\text{–}0{,}8)\,(\pi d U_\infty)$ für $Re < 300$
- ■ *Bloor/Gerrard* (1966), Auswertung aus $\Gamma/\pi d U_\infty = 0{,}56$ und 0,46 bei $Re = 2 \cdot 10^3$ beziehungsweise $1{,}6 \cdot 10^4$ für $x/d = 6$
- ● *Schaeffer/Eskinazi* (1959)
- ○ *Berger* (1964)
- – – – – *Walton* (1928) (nur der zulässige Teil gezeigt)
- ——— Gemäß der Theorie; Kurve 1 für den idealen Fall und Kurve 2 für den gewöhnlichen Fall

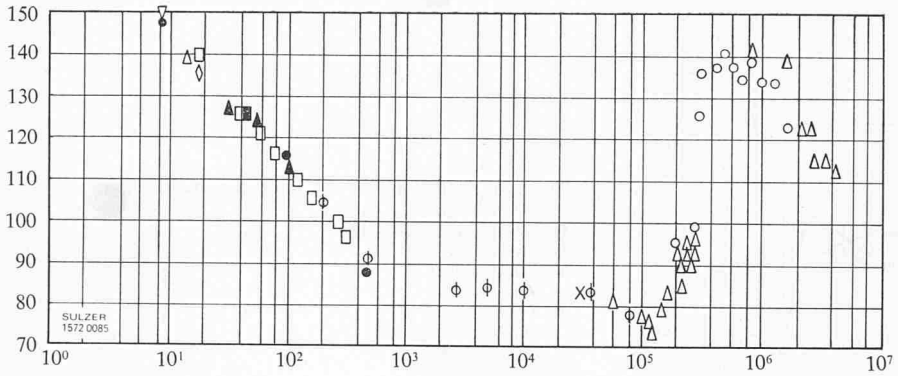


Bild 4. Ablösungswinkel φ_s für eine polierte Zylinderoberfläche über der Reynoldszahl *Re*

- ● *Dimopoulos/Hanratty* (1968)
- ϕ *Son/Hanratty* (1969)
- X *Sarpkaya* (1968)/*Hiemenz* (1911)
- Δo *Achenbach* (1968)
- ∇ *Underwood* (1969)
- □ *Homann* (1936)
- ■ *Taneda* (1956)
- ▲ *Hamielec/Raal* (1969)
- ◊ Der Punkt über Re = $5 \cdot 10^3$ soll auf $\varphi_s = 86°$ liegen *Dennis/Shimshoni* (1964)

Chen zeigte, ist die Übereinstimmung der Theorie mit den experimentellen Ergebnissen befriedigend.

Somit sind die Haupteigenschaften der Wirbelstrasse im ganzen erwähnten Reynoldszahlbereich bekannt. Die Breite h der Wirbelstrasse soll in direktem Zusammenhang mit der Lage des Ablösungspunktes der Grenzschicht stehen. Eine grosse Breite h soll einem stromaufwärts liegenden und eine kleine Breite einem stromabwärts liegenden Ablösungspunkt entsprechen. Aus dem Vergleich zwischen der von *Chen* berechneten Strassenbreite und dem experimentell ermittelten Grenzschicht-Ablösungswinkel (Bild 4) ersieht man, dass die Korrelation zwischen beiden ausgezeichnet ist. Da die Breite h aus den unabhängig vom Ablösungswinkel gemessenen Grössen von c_D und S berechnet ist, bedeutet diese Korrelation einen Beweis für die Hinlänglichkeit der Theorie. Wie Bild 4 zeigt, wird der kritische Reynoldszahlbereich von der plötzlichen Wanderung des Ablösungspunktes stromaufwärts eingeleitet, wobei die Wirbelstrasse dementsprechend geöffnet wird. Mit steigender Reynoldszahl wandert der Ablösungspunkt wieder stromabwärts zurück, verbunden mit der radikalen Verkleinerung der Strassenbreite.

6. Die dynamische Auftriebskraft des Wirbels

Die dynamische Auftriebskraft des Wirbels wurde von zahlreichen Autoren gemessen. Die Resultate zeigen eine so grosse Streuung, dass zwischen ihnen keine Korrelation aufgestellt werden kann. Selbst der Trend der gemessenen Auftriebskoeffizienten c_L zeigt keine einheitliche Beziehung mit der Reynoldszahl. Dies ist in der Zusammenstellung von *Chen* [21] klar dargestellt, siehe auch Bild 5.

Eine Reihe von Autoren versuchten, die Auftriebskoeffizienten c_L anhand eines vereinfachten Modells analytisch zu berechnen. Die bei den Berechnungen aufgetretenen Schwierigkeiten ergeben sich daraus, dass die Eigenschaften des Strömungsnachlaufes direkt hinter dem Zylinder nicht genau bekannt sind, da nur teilweise Forschungsresultate zur Verfügung stehen, wie *Birkhoff* [13], *Morkovin* [86], *Marris* [81], *Hanson/Richardson* [56], *Michalke* [85], *Gerrard* [48], *Roshko* [100], [101], *Roshko/Friszdon* [102], *Maekawa/Mizano* [84], *Toebes* [125], *Sarpkaya* [104], [105] (mit weiterem Literaturhinweis) u. a. m.

Die getroffenen Vereinfachungen führen dann zu Unsicherheiten bei den berechneten Resultaten. Beispielsweise betonte *Gerrard* [49] die gegenseitige Mischung der von den beiden Seiten des Zylinders abgelösten Grenzschichten und kam zur Schlussfolgerung, dass sich die positiven und negativen Drehsinne der Wirbelteilchen weitgehend aufheben. Nur anhand dieser Voraussetzung konnte ein vernünftiger niedriger Wert von c_L gewonnen werden. Aber seine Theorie bedarf weiterer experimenteller Beweise. Mindestens im Reynoldszahlbereich von 80 bis 150 zeigte die Untersuchung von *Tritton* [127] überhaupt keine solche gegenseitige Mischung.

Alexander [6] machte eine andere Vereinfachung. Er gründete seine Berechnung für den dynamischen Auftriebskoeffizienten der Wirbelstrasse auf einem Modell mit nur einem Wirbel. Da er einen Wert für c_L fand, der doppelt so gross ist wie der gemessene, muss sein Modell ebenfalls als ungeeignet betrachtet werden.

Jordan und *Fromm* [66] versuchten das Problem aus einer anderen Sicht zu lösen. Sie benützten die normale Wirbeldichte-Stromfunktion mit einer solchen Randbedingung für die grosse Distanz, dass die Wirkung des Zylinders infolge der Ablösung der Wirbel die Stromlinie auf oder ab verschiebt. Der Weg, um welchen sich die zum vorderen Staupunkt des Zylinders führende Stromlinie in grösserer Distanz verschiebt, ist eine charakteristische Grösse für die Berechnung. Um die periodische Ablösung der Wirbel zu erregen, wird eine Störung durch das plötzliche Drehen des Zylinders zuerst einmal gegen den und darauf einmal im Uhrzeigersinn eingeführt. Das Zeitintervall und die Amplitude der Drehung müssen so abgestimmt werden, dass die Wirbelstrasse möglichst rasch erregt wird, ohne dabei langandauernde Nachwirkungen zu verursachen. Durch dieses zweimalige Drehen wird die Verschiebung der zum vorderen Staupunkt führenden Stromlinie wieder neutralisiert.

Die Widerstands-, Auftriebs- und Drehmoments-Koeffizienten sind anfangs von *Jordan* und *Fromm* ohne die Störung berechnet worden. Nach dem Berechnungsresultat verkleinert sich der Widerstandskoeffizient mit der Zeit sehr rasch. Wenn dem Strömungsnachlauf keine Störung aufgelegt würde, so lieferte die Berechnung eine Kurve für den Widerstandskoeffizienten, welche mit zunehmender Zeit zu einem sehr kleinen, mittleren Wert absinkt. Um die Entwicklung eines solchen statischen Zustandes zu vermeiden, werden die Lösungen aus der Berechnung bei der Zeit $U_\infty t/d = 2$ auf die obenerwähnte Weise gestört. Diese Störung macht den Strömungsnachlauf instabil und verwandelt ihn in eine Wirbelstrasse, wobei der mittlere Widerstand gemäss *Jordan* und *Fromm* dramatisch ansteigt.

Der minimal erreichbare statische Widerstandskoeffizient für die symmetrische Strömung (d. h. vor dem Einsetzen der unsymmetrischen Ablösung der Wirbel) beträgt aus der Berechnung von *Jordan* und *Fromm* 1,1, 0,7 bzw. 0,4 für $Re = 100$, 400 bzw. 1000. Die zum vorderen Staupunkt führende Stromlinie schwingt nach Auftreten der Kármánschen Wirbelstrasse mit einer Amplitude von $0{,}04d$, $0{,}08d$ bzw. $0{,}12d$. Dabei schwingt der Ablösungswinkel mit 3°, 8° bzw. 7° um den mittleren Ablösungswinkel von 63°, 75° bzw. 88°. Die obgenannten Werte beziehen sich auf die gleichen Reynoldszahlen von 100, 400 und 1000.

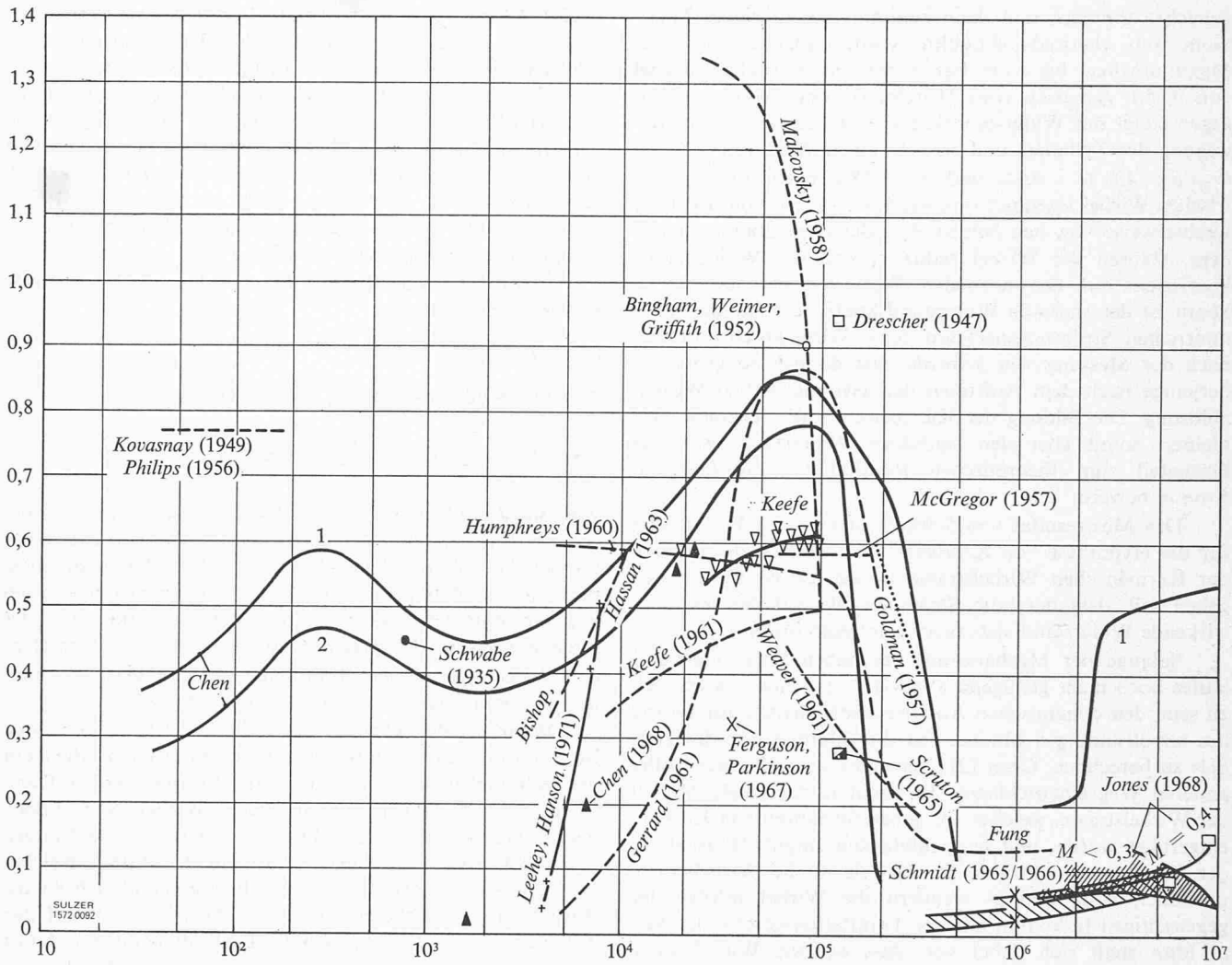


Bild 5. Auftriebskoeffizient c_L über der Reynoldszahl Re

Mittelwerte: — — — *Makavsky* (1958)
— — — *Humphreys* (1960)
— — — *Bishop, Hassan* (1963)
■ *Drescher* (1947)

Effektivwerte: — — — *Keefe* (1961)
— — — *Fung*
Schmidt (1965/66)
Jones (1968)

Spitzenwerte: — — — *Weaver* (1961)
····· *Goldman* (1957)
1 Theorie (Idealer Fall)
2 Theorie (Gewöhnlicher Fall)

Die weiteren Grössen betragen für den statischen Widerstandskoeffizienten 1,28, 1,23 und 1,24, für die Strouhalzahl 0,16, 0,20 und 0,206, für den dynamischen Auftriebskoeffizienten 0,27, 0,75 und 0,95 (einfache Amplitude) sowie für den dynamischen Widerstandskoeffizienten (mit der doppelten Strouhalfrequenz) 0,006, 0,07 und 0,125 (einfache Amplitude) bei den obenerwähnten drei Reynoldszahlen. Diese Resultate sind nochmals in Tabelle 1 zusammengestellt, wobei die entsprechenden gemessenen Werte aus der Zusammenstellung von *Chen* [20] und [21] zum Vergleich auch eingetragen sind.

Tabelle 1. Vergleich der theoretischen Werte von Jordan und Fromm mit den gemessenen Werten

Reynoldszahl	100		400		1000	
	Theorie	Messung	Theorie	Messung	Theorie	Messung
1. *die mittlere Grösse*						
Widerstandskoeffizient c_D	1,28	1,4	1,23	1,3	1,24	1,0
Ablösungswinkel φ_s (°)	63	67	75	88	88	95
2. *die dynamische Grösse*						
Strouhalzahl S	0,16	0,16	0,20	0,19	0,206	0,205
Auftriebskoeffizient c_L	0,27	0,77	0,75	–	0,95	0,45
Widerstandskoeffizient c'_D (mit doppelter Strouhalfrequenz)	0,006	–	0,07	–	0,125	–
Drehmomentkoeffizient	0,008	–	0,008	–	0,006	–

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist sehr gut für die Strouhalzahl S, nur mässig für den Widerstandskoeffizienten c_D und den mittleren Ablösungswinkel φ_s, dagegen unbefriedigend für den dynamischen Auftriebskoeffizienten c_L, da keiner der berechneten Werte von c_L dem gemessenen entspricht. Ausserdem ist das theoretische Resultat von *Jordan* und *Fromm*, wonach der mittlere Widerstandskoeffizient nach dem Auftreten der asymmetrischen Wirbelablösung (d. h für den schwingenden Strömungsnachlauf) grösser ist als vor dessen Auftreten (d.h. für den symmetrischen Strömungsnachlauf ohne Wirbelabschwimmung), nicht vereinbar mit dem experimentellen Resultat von *Schwabe* [113].

Schwabe untersuchte die Verteilung des statischen Druckes auf der Oberfläche des Zylinders bei einem plötzlichen Starten dessen Bewegung aus der Ruhe mit einer konstanten Geschwindigkeit entsprechend einer Reynoldszahl von 560. Er fand, dass der Rückendruck am Zylinder

zunächst abnimmt und dann zunimmt bis zu einem Maximum, um abermals endgültig wieder abzunehmen. Das Maximum liegt bei einer Länge der symmetrischen Wirbel von 0,85d, gemessen vom Mittelpunkt des Zylinders. Hingegen steigt der Widerstandskoeffizient ständig mit der Bewegung des Zylinders und erreicht einen Wert von 2,07 bei $U_\infty t/d = 4{,}5$ (t = Zeit) und $Re = 580$, bevor die symmetrischen Wirbel asymmetrisch werden und sich vom Zylinder wechselweise von den beiden Zylinderseiten ablösen. Nach dem Ablösen der Wirbel reduziert sich der Widerstandskoeffizient auf den normalen Wert von gerade über 1. Somit ist der statische Widerstandskoeffizient für den symmetrischen Strömungsnachlauf ohne Wirbelabschwimmung nach der Messung von *Schwabe* fast doppelt so gross wie derjenige nach dem Auftreten der asymmetrischen Wirbelablösung. Die Bildung der Kármánschen Wirbelstrasse verkleinert somit eher den statischen Widerstand, was das Gegenteil zum theoretischen Resultat von *Jordan* und *Fromm* beweist.

Das Messresultat von *Schwabe* liefert eine Bestätigung für die Hypothese von *Kronauer* [75], wonach die Bildung der Kármánschen Wirbelstrasse in solcher Weise vor sich gehen soll, dass der vom Strömungsfeld auf den Zylinder wirkende Widerstand stets beim Minimum bleibt.

Solange der Mechanismus des nahen Strömungsnachlaufes noch nicht genügend abgeklärt ist, scheint es fraglich zu sein, den dynamischen Auftriebskoeffizienten auf Grund des unvollständigen Modells für die Bildungszone des Wirbels zu berechnen. *Chen* [21] versuchte deshalb einen völlig anderen Weg einzuschlagen. Er benützte das ideale Modell der Wirbelstrasse, welches vor genau 60 Jahren von *Kármán* eingeführt wurde, und betrachtete den Impuls-Haushalt in der Strasse stromabwärts. Im Modell ist die Wirbelstrasse unendlich lang, und es wandern die Wirbel infolge der gegenseitigen Induktion mit der Translationsgeschwindigkeit u. Man stellt sich dabei vor, dass der die Wirbelstrasse erzeugende Zylinder im Unendlichen die Geschwindigkeit U_∞ aufweist. Wenn man eine Kontrollebene senkrecht zur Strassenachse wählt, so muss der Impulsstrom durch diese Kontrollebene gemäss der Ableitung von *Chen* eine Reaktion induzieren, welche nichts anderes als die von der Wirbelstrasse auf den Zylinder wirkende Kraft sein muss. Die so berechnete Kraft variiert zwischen $+\rho u \Gamma$ und $-\rho u \Gamma$ je nach der Lage der Kontrollebene. Geht die Kontrollebene gerade durch das Zentrum eines Wirbels, so ist die Kraft Null. Wenn die Kontrollebene durch den Mittelpunkt zwischen zwei Wirbeln der verschiedenen Reihen geht, wird die Kraft gleich $+\rho u \Gamma$ oder $-\rho u \Gamma$ sein. Auf Grund der Hypothese von *G. I. Taylor* für die isotrope Turbulenz argumentierte *Chen*, dass diese periodische, örtliche Variation mit der zeitlichen Änderung der entsprechenden Grösse verbunden sein muss. Somit muss die von der Wirbelstrasse auf den Zylinder wirkende Kraft zeitlich periodisch zwischen $+\rho u \Gamma$ und $-\rho u \Gamma$ variieren. Diese ist nichts anderes als die dynamische Auftriebskraft der Wirbelstrasse. Daraus lässt sich dann der Auftriebskoeffizient c_L nach folgender Gleichung ableiten:

$$c_L = \left(\frac{\Gamma}{l\,U_\infty}\right)^2 \frac{l}{d} \tanh \frac{\pi h}{l}$$

Dieser theoretische Wert von c_L ist auch in Bild 5 eingetragen. Man sieht, dass die entsprechenden theoretischen Kurven gerade das Feld der gemessenen Kurven und Punkte bei dessen oberen Grenze umhüllen, mit einer einzigen Ausnahme der Kurve von *Makovsky* [82]. Da diese Kurve aus dem Rahmen des erwähnten Feldes fällt, scheint ihre Zuverlässigkeit fragwürdig zu sein. Somit stellen die theoretischen Kurven von c_L die maximal erreichbaren Werte dar. *Chen* wies darauf hin, dass anscheinend die schlechte Korrelation der Wirbel längs der Zylinderachse in den experimentellen Untersuchungen der verschiedenen Autoren zu kleineren Werten von c_L geführt hat. Ein Vergleich mit den experimentell ermittelten Korrelationslängen der Wirbel von einer Reihe von Autoren, wie *Etkin/Korbacher/Keefe* [36], *Prendergast* [94], *Humphreys* [60], *el Baroudi* [35] und *Schmidt* [109], im entsprechenden Reynoldszahlbereich bestätigt diese Behauptung (vgl. *Chen* [21]).

Das theoretische Resultat für den dynamischn Auftrieb der Wirbelstrasse:

$$L = \rho u \Gamma \tag{13}$$

ist vollständig vereinbar mit der Gleichung

$$L = \rho \sum_{k=1}^{m} \Gamma_k u_k - \rho \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial}{\partial t}(p_{ki}\,\Gamma_k) \tag{14}$$

von *Sarpkaya/Garison* [104], [105]. Diese Gleichung beschreibt die Summe der einzelnen Auftriebskräfte einer grossen Anzahl von kleinen Wirbeln, welche den Strömungsnachlauf des Zylinders bilden und somit mit diesen Kräften auf den Zylinder wirken. Γ_k bedeutet die Zirkulation des k-ten Wirbels, u_k die relative Geschwindigkeit des betreffenden Wirbels zur freien Strömungsgeschwindigkeit U_∞ und p_{ki} die konjugierten Koordinaten dieses Wirbels.

Wenn ein Wirbel weit vom Zylinder weggeschwommen ist, kann die ihm zugeordnete Grösse im zweiten Glied auf der rechten Seite der Gleichung vernachlässigt werden. Dann ist der Rest der Gleichung für diesen Wirbel ganz ähnlich wie unsere Gleichung (13). Daraus lässt sich somit für den Fall der Wirbelstrasse folgern, dass nur der Wirbel, welcher aus dem Strömungsnachlauf wegschwimmt und sich an die Wirbelstrasse anschliesst, eine Netto-Auftriebskraft auf den Zylinder ausübt. Die Amplitude dieser dynamischen Kraft ist durch Gleichung (13) beschrieben. Dieser Effekt entspricht sehr gut dem am Schwanz des Tragflügels sich bildenden Anfahrwirbel. Sobald dieser Wirbel beim Rollen des Flugzeuges vom Tragflügel wegschwimmt, kann an diesem ein Auftrieb induziert werden.

Die im Nachlauf zurückgebliebenen Wirbel, welche dann beim Zylinder bleiben und daraufhin diffundiert werden (*Sarpkaya/Garrison* [104]), werden keine Wirkung auf die Erzeugung der Netto-Auftriebskraft ausüben. Diese Tatsache kann darauf beruhen, dass diese zurückgebliebenen Wirbel auf beiden Seiten des Zylinders existieren. Ihre gesamten Wirkungen müssen sich stets gegenseitig aufheben.

Die Gleichung für den dynamischen Auftrieb der Wirbelstrasse (Gl. [13]) ist ganz ähnlich wie jene für die statische Zirkulation um einen Körper, welcher von einer Strömung mit U_∞ quer angeströmt wird, nämlich $L_{\text{stat.}} = \rho\, U_\infty\, \Gamma$. Der einzige Unterschied liegt in der charakteristischen Geschwindigkeit: die freie Strömungsgeschwindigkeit U_∞ für die statische Zirkulation und die Translationsgeschwindigkeit u für die Kármánschen Wirbel. Jedoch haben die beiden Geschwindigkeiten die gleiche Bedeutung bezüglich ihrer zugeordneten, rotierenden Strömungen, da jede von ihnen als relative Geschwindigkeit zu der entsprechenden Strömung auftritt. Somit ist Gleichung (13) mit $L_{\text{stat.}} = \rho\, U_\infty\, \Gamma$ auch vereinbar.

7. Schwingung des nahen Strömungsnachlaufes

Die Ablösung von Wirbeln ist mit der Schwingung des Strömungsnachlaufes verbunden. *Birkhoff* [13] betrachtete diese Schwingung als die Ursache der Wirbelablösung. Er nahm an, der nahe Strömungsnachlauf sei ein einfacher,

harmonischer, starrer Oszillator, dessen Eigenfrequenz dann die Ablösungsfrequenz der Wirbel bestimme.

Chen [22] griff in einer neuen Bemühung dieses Thema wieder auf und ging nochmals vom idealen Wirbelfaden-Modell der Wirbelstrasse mit einer unendlichen Länge aus. Die wirkliche Wirbelstrasse wird einer semi-unendlichlangen idealen Wirbelstrasse entsprechen, deren Anfang in einem gewissen Abstand s dem Zylinder nacheilt. Dieser Abstand soll dann der Länge der Bildungszone des Wirbels entsprechen. Die Kraft, welche der Zylinder als Reaktion zum dynamischen Auftrieb auf die Wirbelstrasse ausübt, bildet dann mit diesem Abstand ein dynamisches Drehmoment, welches zwischen $+\rho u s \Gamma$ und $-\rho u s \Gamma$ periodisch schwankt. Durch die Wirbelstrasse muss ausser der periodischen Kraft noch ein periodisches Drehmoment übertragen werden. Wie bereits gezeigt, schwankt die periodische Kraft zwischen $+\rho u \Gamma$ und $-\rho u \Gamma$. Das periodische Drehmoment kann aus dem Moment des Impulsinhaltes in der semi-unendlichlangen, idealen Wirbelstrasse gemäss der Theorie von *Chen* berechnet werden. Die Berechnung liefert dann ein zwischen $+\alpha \rho \Gamma (l/2\pi)^2$ und $-\alpha \rho \Gamma (l/2\pi)^2$ schwankendes Drehmoment. Dieses muss gleich dem obenerwähnten dynamischen Drehmoment $\pm \rho u s \Gamma$ sein. Durch Gleichsetzen der beiden Drehmomente ergibt sich

$$\frac{s}{d} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{l}{d} \frac{U_\infty - u}{u} \tag{15}$$

wobei α praktisch einen konstanten Faktor ($\alpha = 0{,}538$ bis $0{,}568$) im ganzen interessanten Reynoldszahlbereich (mit $l/h = 3$ bis 5) darstellt.

Diese theoretische, dimensionslose Länge der Wirbelbildungszone stimmt sehr gut mit den gemessenen Werten von *Schaeffer/Eskinazi* [107], *Bloor* [15] und *Bloor/Gerrad* [16] überein. Die Messwerte wurden bereits von *Chen* in einer früheren Arbeit [20] zusammengestellt. Somit kann das eingeführte Modell als geeignet zur Untersuchung solcher dynamischen Eigenschaften der Wirbelstrasse betrachtet werden.

Ferner ist zu erwarten, dass das so ermittelte Drehmoment auf die wirkliche Wirbelstrasse angewendet werden kann. Ein solches Drehmoment wird dann den nahen Strömungsnachlauf der wirklichen Wirbelstrasse zur Schwingung erregen. Aus dem Gleichsetzen dieses Drehmomentes und des Produktes aus dem Trägheitsmoment des nahen Strömungsnachlaufes und dessen Winkelbeschleunigung lässt sich dann ein Faktor fh^2/Γ ableiten, welcher im ganzen Reynoldszahlbereich konstant bleiben soll. Dieser Faktor wird mit Hilfe der in Bild 3 dargestellten Werte berechnet und in Bild 6 über der Reynoldszahl wiedergegeben. Er bleibt wirklich konstant mit einem Wert von 0,165 im ganzen Reynoldszahlbereich von 10^2 bis 10^7 für einen idealen Strömungszustand (d. h. mit kleinem Turbulenzgrad und glatter Zylinderoberfläche). Er variiert nur im niedrigen Reynoldszahlbereich von einem Wert von 0,180 bei $Re = 40$ bis zu einem Wert von 0,168 bei $Re = 100$. Da die Wirbelstrasse unterhalb etwa $Re = 80$ aus der Instabilität der wiedervereinigten, dünnen Grenzschicht entsteht und somit als eine Vorstufe der normalen Wirbelstrasse oberhalb dieser Reynoldszahl (mit der Bildung der Wirbel direkt von der Zylinderoberfläche) betrachtet werden muss, ist diese Variation verständlich. Somit ist eine universelle Zahl von $fh^2/\Gamma = 0{,}165$ für die normalen Wirbelstrassen gefunden. Ihre Konstanz erstreckt sich über alle Zustände der Wirbel, d. h. vom rein laminaren bis zum stark turbulenten Zustand. Dieser Faktor kann somit als eine universelle Wirbelstrassenzahl gekennzeichnet werden. Sie bringt die Wirbelablösungsfrequenz f, die Strassenbreite h und die Wirbelzirkulation Γ in eine feste Beziehung zueinander. Sollten jedoch die Strömungszustände nicht ideal sein, dann erhöht sich diese Zahl geringfügig auf 0,172.

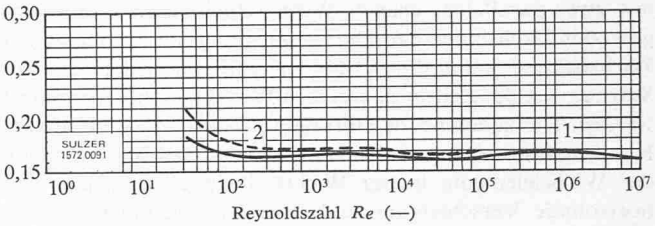


Bild 6. Universelle Strassenzahl C über der Reynoldszahl Re, Kurve 1 Idealer Fall, Kurve 2 Gewöhnlicher Fall

Die universelle Strassenzahl $c = fh^2/\Gamma$ kann zur Erklärung der Rückkopplung zwischen der Wirbelablösung und der Wirkung des Strömungsnachlaufes herangezogen werden. Die Ablösungsfrequenz und die Intensität des Wirbels müssen stets mit der Breite der Wirbelstrasse gekoppelt sein. Dieses Resultat bestätigt somit das Denkmodell von *Kronauer* [75] über den Rückkopplungsmechanismus, wonach die Wirkung des Strömungsnachlaufes auf die Ablösung des Wirbels von solcher Art ist, dass sie das Bedürfnis zur Aufrechterhaltung des Strömungsnachlaufes befriedigt.

8. Der Strömungsnachlauf

Der Nachlauf der Strömung direkt hinter dem Zylinder ist noch nicht völlig abgeklärt. Eine grosse Anzahl von Messungen an den abgelösten Grenzschichten und in der Wirbelbildungszone sind verfügbar, und eine Reihe von Autoren versuchten, dieses Gebiet anhand von vereinfachten mathematischen Modellen zu beschreiben. *Prantl* [93] entdeckte 1922, dass nur ungefähr eine Hälfte der Wirbelintensität, welche in der abgelösten Grenzschicht enthalten ist, in den Kármánschen Wirbel übergeht (d. h., der Bildungsfaktor ε des Kármánschen Wirbels beträgt nur etwa 0,5). *Fage* und *Johansen* [37] und *Jeffreys* [64] machten eine ähnliche Abschätzung für diesen Bildungsfaktor. *Roshko* [98] ermittelte 1954 einen Wert von 0,43 bei einer Reynoldszahl von $Re = 2 \cdot 10^4$. Er stellte sich vor, dass die abgelöste, freie Scherschicht bei einem gewissen Punkt brechen wird und nur der stromabwärts liegende Teil von diesem Bruchpunkt an in den Kármánschen Wirbel rollt. *Sarpkaya* und *Garrison* [104] bestätigten 1963 in ihrer Messung den Bildungsfaktor des Kármánschen Wirbels mit einem Wert von etwa 0,5 und schlugen vor, dass der Teil zwischen dem Zylinder und dem Bruchpunkt nur den Zweck hat, die Wirbelstärke in die Scherschicht zu speisen, welche in den Kármánschen Wirbel übergeht. Diese speisende, freie Scherschicht diffundiert dann in die Strömung und wird von dieser absorbiert.

Einige Autoren stimmten der obenerwähnten Theorie des Bruches der freien Scherschicht nicht zu und versuchten anderweitig, den reduzierten Wert des Wirbelbildungsfaktors ε mit einer Theorie der gegenseitigen Vermischung der beiden abgelösten Grenzschichten zu erklären. Bei dieser Mischung sollten dann die Wirbelschichten mit den beiden entgegengesetzten Drehsinnen teilweise zusammenkommen und sich somit in ihrer Wirkung aufheben. Dadurch wird die Intensität des gebildeten Kármánschen Wirbels stark geschwächt.

Abernathy und *Kronauer* [2] konnten diese Vermischung tatsächlich nachweisen. Dazu führten sie ein Modell

mit zwei parallelen, ebenen Wirbelschichten mit entgegengesetzten Drehsinnen ein. Die Entwicklung der Kármánschen Wirbelstrasse kann durch die Zunahme der periodischen Störung mit der Zeit in den beiden Wirbelschichten simuliert werden. Die zunehmende Störung wird durch eine besondere Kombination der vertikalen und horizontalen Verschiebung der Wirbelelemente in der Wirbelschicht ausgedrückt. Die horizontale Verschiebung führt zunächst zu einer periodischen Verteilung der zu- und abnehmenden Wirbelintensität entlang der Wirbelschicht und schliesslich zur Bildung der in periodischen Abständen wiederkehrenden Wirbelwolke. Während die Konzentration der Wirbelelemente und damit die Zunahme deren transversalen Verschiebung vorwärtsgehen, treten gewisse Wirbelelemente einer Reihe in die andere über, und zwar derart, dass die hinübergekommenen Wirbelelemente den äusseren Mantel der dort aufgerollten Wirbelwolke bilden. Die endgültige Entwicklung führt dann zur Konzentration aller individuellen Wirbelelemente in die Wirbelwolken, welche den Wirbeln der ordentlichen Wirbelstrasse entspricht. Wenn ein Teil der Wirbelelemente einer Wirbelschicht in die Richtung der Achse zur anderen Wirbelschicht schwenkt, muss sich der zurückgebliebene Teil in die entgegengesetzte Richtung bewegen, damit die mittlere, transversale Geschwindigkeit der Wirbelelemente in einer Wirbelschicht Null bleibt. Dies erklärt die Zunahme der Breite der Wirbelstrasse nach dem Modell von *Abernathy* und *Kronauer*.

Infolge dieser Art reibungsloser Vermischung der Wirbelelemente von einer Wirbelschicht in die andere wird die Intensität des gebildeten Kármánschen Wirbels wesentlich kleiner als die Stärke der ungestörten Wirbelschicht in einer Wellenlänge. Der Wirbelbildungsfaktor konnte von den beiden Autoren zu einem Wert von 0,6 berechnet werden.

Der Ausgangspunkt im Modell von *Abernathy* und *Kronauer* von zwei parallelen, ebenen Wirbelschichten entspricht aber nicht ganz dem Zustand der realen Strömung. Es ist bekannt, dass die Bildung der Kármánschen Wirbelstrasse ihren Anlauf bereits bei einer Reynoldszahl von 40 beginnt. Die beiden von den Scheitelpunkten des Zylinders abgelösten Grenzschichten vereinigen sich zunächst entlang der Zentralebene des Zylinders stromabwärts zu einer einzigen Scherschicht. Beim Überschreiten der Reynoldszahl von etwa 40 tritt zunächst eine wellenförmige Bewegung in der stromabwärts liegenden, vereinigten Scherschicht quer zur Strömungsrichtung auf. Diese Wellenbewegung führt dann zum Rollen in einzelne Wirbel, welche wechselweise in verschiedenen Drehsinnen in zwei Reihen angeordnet sind (*Homann* [58], *Roshko* [97], [98], *Kovasznay* [74] und *Tritton* [127].

Wenn die Reynoldszahl auf etwa 80 ansteigt, verschiebt sich die Bildungszone der Wirbel direkt hinter dem Zylinder. Die einzelnen abgelösten Grenzschichten werden sich direkt zu Wirbel rollen, ohne sich vorher in eine gemeinsame Scherschicht zu vereinigen. Dieser Zustand dauert bis zum transkritischen Reynoldszahlgebiet. Aus diesen Messresultaten ist ersichtlich, dass entweder die zwei abgelösten Grenzschichten sich in eine gemeinsame freie Scherschicht zur Bildung der Kármánschen Wirbelstrasse vereinigen ($40 < Re < 80$) oder direkt in Wirbel aufrollen, ohne vorher in zwei parallele ebene, freie Scherschichten überzugehen ($Re > 80$).

Gerrard [49] betrachtete die abgelöste Scherschicht als hintereinandergereihte Strecken von Fäden, welche von elementaren Wirbeln belegt waren. Jede Strecke stand sowohl unter der Wirkung der statischen Strömung als auch unter derjenigen der Strömungsfelder der überlagerten Wirbel. Die Turbulenz und die Viskosität in der Strömung wurden vernachlässigt. Die Ablösungsfrequenz und der dynamische Auftrieb der Kármánschen Wirbel wurden dann unter der Voraussetzung berechnet, dass die Wirbelfrequenz hauptsächlich durch die abgelöste Intensität der Wirbelschicht pro Zeiteinheit bestimmt ist. Diese Annahme entspricht nur annähernd der von *Chen* [20] [22] eingeführten universellen Strassenzahl $c = f h^2/\Gamma$, welche auf folgende Formel gebracht werden kann:

$$f h = (c f \Gamma)^{1/2}$$

Somit ist die Wirbelfrequenz f direkt der Wurzel aus der abgelösten Intensität der Wirbelschicht pro Zeiteinheit ($f\Gamma$) und umgekehrt der Breite h der Wirbelstrasse proportional. *Gerrard* führte ferner einen Faktor k^2 ein, um die Intensität ($k^2 \triangle t u^2$, mit u = mittlere Geschwindigkeit in der Scherschicht) der Wirbelelemente zu berechnen, welche im Zeitinterval $\triangle t$ für einen Schritt seiner Berechnung vom Zylinder abgelöst sind. Die Grösse k^2 wurde von *Gerrard* aus der Überlegung angenommen, dass drei Sorten gegenseitiger Vermischung der zwei abgelösten Grenzschichten im nahen Strömungsnachlauf infolge dessen Schwingung in der Querrichtung stattfindet (*Gerrard* [47]). Ein Wert von 0,25 bis 0,75 wurde von *Gerrard* für k^2 in seine Berechnung eingesetzt, obgleich die entsprechende, auf den Ablösungspunkt bezogene Grösse etwa 2 beträgt (s. *Chen* [20]). Somit nahm *Gerrard* eine starke Aufhebung der beiden Wirbelschichten infolge dieser Vermischung an, wodurch er erst einen vernünftigen Auftriebskoeffizienten erhielt.

Wood [136] konnte 1970 in seiner Messung mit eingespritzten Farbstoffen in die Strömung einen Bildungsfaktor ε des Wirbels zu 0,61 infolge dieser gegenseitigen Vermischung ermitteln. Dieser Wert stimmt mit dem theoretisch vorausgesagten Wert von *Abernathy* und *Kronauer* auffälligerweise überein. Da die direkte Messung von *Roshko* für die Intensität des Kármánschen Wirbels einen wesentlich tieferen Wert von 0,43 liefert, scheint somit die Reduktion der Intensität des Wirbels nicht vollkommen durch die Vermischung der beiden Wirbelschichten erklärbar.

Im übrigen stehen zwei experimentelle Resultate von *Timme* und *Tritton* anscheinend gegen die Theorie der starken gegenseitigen Vermischung. *Timme* [123] mass die Geschwindigkeitsverteilung des Kármánschen Wirbels unmittelbar nach dessen Entstehung bei $Re = 200$. Da das Profil der gemessenen Geschwindigkeitsverteilung einen sehr glatten Verlauf ohne jede sichtbare Schwankung zeigt, muss die Existenz von beträchtlichen Zellen der Wirbelschichten mit entgegengesetztem Drehsinn als höchst unwahrscheinlich interpretiert werden. Wie *Timme* gezeigt hat, tritt eine Schwankung des Geschwindigkeitsverteilprofils erst weit stromabwärts infolge der Aufteilung des Wirbels auf. Das Experiment von *Tritton* wurde mit Hilfe der Einspritzung von Farbstoffen in eine Grenzschicht durch eine Bohrung auf der entsprechenden Seite des Zylinders durchgeführt. Ein Reynoldszahlbereich von 80 zu 150 wurde untersucht. Er fand, dass die durch die Farbstoffe gefärbte, freie Scherschicht stets in die entsprechende Seite der Kármánschen Wirbelstrasse floss. Keine Vermischung mit der anderen Seite der Wirbelstrasse konnte festgestellt werden.

Toebes [126] zeigte einen Film, auf dem die Struktur der Bildungszone des Kármánschen Wirbels zu erkennen war. Obgleich eine Berührung der beiden freien Scherschichten während deren Aufrollen in diesem Film klar zum Vorschein kam, gingen die in eine Seite des Zylinders eingespritzten Farbstoffe anscheinend praktisch vollständig in den Wirbel, welcher sich gerade auf der entsprechenden Seite bei der Bildung befand, hinein, so weit man mit blossen Augen verfolgen konnte. Es scheint somit, dass

mindestens in der Bildungszone des Wirbels keine wesentliche Vermischung der beiden freien Scherschichten zustandekommt.

Gemäss den oben zitierten experimentell gewonnenen Resultaten kann man folgern, dass neben der teilweise gegenseitigen Vermischung der beiden freien Scherschichten noch ein anderer wichtiger Mechanismus für die reduzierte Intensität des geformten Kármánschen Wirbels verantwortlich sein muss. Er kann nur noch in der Diffusion der zum Kármánschen Wirbel führenden Speise-Scherschicht erblickt werden. Erst eine Kombination der beiden Theorien über die Diffusion der Speise-Scherschicht (*Roshko, Sarpkaya* und *Garrison*) und über die gegenseitige Vermischung der beiden Scherschichten (*Abernathy* und *Kronauer* sowie *Gerrard*) kann zu einer brauchbaren Erklärung der reduzierten Intensität des Kármánschen Wirbels führen.

Der unmittelbare Strömungsablauf hinter dem Zylinder wurde von einer Reihe von Autoren gemessen. *Bloor* [15] entdeckte «scharfe Spikes» in den aufgenommenen Diagrammen für die schwankenden Geschwindigkeiten in den Punkten $x/d = 2{,}46$, $y/d = 0{,}60$ und stromabwärts bei einer Reynoldszahl von $5{,}2 \cdot 10^3$, wobei der Mittelpunkt des Zylinders als Ursprungspunkt $x = 0$, $y = 0$ für das Koordinatensystem angenommen wurde. Diese Spikes entsprechen einer plötzlichen Reduktion und einem unmittelbaren Wiederanstieg der Geschwindigkeit. *Bloor* hat sie der Annäherung des Wirbels der entgegengesetzten Wirbelreihe zugeschrieben.

Das Vorkommnis der Spikes wurde durch die Messung von *Hanson, Kozak* und *Richardson* [55] bei $Re = 10\,600$ und 53 000 bestätigt. Da diese Autoren auch Spikes in der nahe dem Ablösungspunkt liegenden, freien Scherschicht fanden, argumentierten sie, dass der Ursprung der Spikes ein anderer als der von *Bloor* angegebene sein muss. Sie folgerten dabei, dass die Spikes offenbar durch die Vorbeiwanderung der gekrümmten Scherschicht und der in dieser auftretenden Wirbelkernen verursacht seien. Die Autoren wiesen somit auf die Existenz der kleinen Wirbel entlang der freien Scherschicht hin (siehe auch *Hanson* und *Richardson* [56]). Dieses Argument fand eine Unterstützung im experimentellen Resultat von *Naumann* und *Pfeiffer* [89] bereits 1958. Diese beiden Autoren entdeckten eine Reihe von kleinen Kantenwirbeln entlang der zum Kármánschen Wirbel führenden Speise-Scherschicht in den Schlieren-Aufnahmen.

Die weiteren Experimente von *Maekawa* und *Mizuno* [84] sowie *Toebes* [125] enthüllten eine klare Sonderheit dieser Spikes, nämlich, dass diese mit Vorliebe an den verzögerten Flanken der Signale für die schwankenden Geschwindigkeiten auftreten. Daraus kann man einen Zusammenhang ableiten, dass die von *Naumann* und *Pfeiffer* entdeckten Kantenwirbel am verzögerten Teil der freien Scherschicht auftreten müssen.

Die Verteilung des von der Wirbelbildung verursachten dynamischen Druckes über dem Zylinderumfang im subkritischen Reynoldszahlbereich wurde von *McGregor* [83], *Gerrard* [45], *Ferguson* und *Parkinson* [40] und *Surry* [118] gemessen. Die von *McGregor* angegebene Theorie enthält jedoch einen Faktor, welcher nur durch die experimentell ermittelten Werte bestimmt werden kann. Keine weitere, verbesserte Theorie ist bis jetzt verfügbar. Diese Lücke lässt sich offenbar damit erklären, dass der unmittelbare Strömungsnachlauf noch nicht genügend genau erforscht worden ist. Für den überkritischen Reynoldszahlbereich liegt die Messung von *Spitzer* [116] bei $Re = 0{,}75 \cdot 10^6$ vor. Der dynamische Druck sinkt vom Zylinderscheitelpunkt stromaufwärts viel schneller als bei subkritischen Reynoldszahlen ab.

Heinzer und *Dalton* [57] untersuchten die Bildung der symmetrischen Wirbel hinter dem Zylinder bei dessen zunächst beschleunigten Bewegung vom Stillstand bis zur höchsten Geschwindigkeit und dann bei dessen verzögerten Bewegung wieder zum Stillstand. Wie die Photoaufnahmen zeigen, erscheint die zum Wirbel führende, freie Grenzschicht beim beschleunigten Vorgang sehr glatt, dagegen beim verzögerten Vorgang stark mit Störungen überlagert. Diese Messung liefert eine weitere Bestätigung dafür, dass die verzögerte, freie Scherschicht instabil ist.

Literaturverzeichnis

[1] *Ahlborn, F.*, 1902: Über den Mechanismus des hydro-dynamischen Widerstandes. Abh. Geb. Naturwiss., Bd. 17.

[2] *Abernathy, F. H.* und *Kronauer, R. E.*, 1962: The formation of vortex streets. «Journal Fluid Mechanics», Vol. 13, p. 1–20.

[3] *Achenbach, E.*, 1968: Distribution of Local Pressure and Skin Frietion Around a Circular Cylinder in Crossflow up to $Re = 5 \cdot 10^6$. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 34, p. 625–639.

[4] *Achenbach, E.*, 1971: Influence of surface roughness on the cross-flow around a circular cylinder. «Journal Fluid Mechanics», Vol. 46, p. 321–335.

[5] *Armitt, J.*, 1968: The effect of surface roughness and free stream turbulence on the flow around a model cooling tower at critical Reynolds numbers. Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, Loughborough, 1968, Paper 6.

[6] *Alexander, A. J.*, 1968: A Theory for the Oscillating Lift on a Circular Cylinder, Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures. Loughborough University of Technology, National Physical Laboratory and Royal Aeronautical Society, Paper 19, 1968.

[7] *Bearman, P. W.*, 1966: On Vortex Street Wakes. National Physical Laboratory, Teddington ,England, Aero Report No. 1199, 1966.

[8] *Bearman, P. W.*, 1968: Some effects of turbulence on the flow around bluff bodies. Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, Loughborough, 1968, Paper 11.

[9] *Bearman, P. W.*, 1969: On Vortex Shedding From a Circular Cylinder in the Critical Reynolds Number Regime. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 37, p. 577–585.

[10] *Berger, E.*, 1964: Die Bestimmung der hydraulischen Grössen einer Kármánschen Wirbelstrasse aus Hitzdrahtmessungen bei kleinen Reynoldsschen Zahlen. «Zeitschrift für Flugwissenschaften», Bd. 12, Nr. 2, S. 41–59.

[11] *Benard, H.*, 1908: Formation des centres de giration à l'arrière d'un obstacle en mouvement. «C. r. Acad. Sci.» (Paris), Bd. 147, p. 839–842.

[12] *Bingham, H. H., Weimer, D. K. and Griffith, W.*, 1952: The cylinder and semicylinder in subsonic flow. Princeton University, Dept. of Physics, Technical Report 11–13, 1952.

[13] *Birkhoff, G.*, 1953: Formation of Vortex Streets. «Journal of Applied Physics», Vol. 24, p. 98–103.

[14] *Bishop, R. E. D.*, and *Hassan, A. T.*, 1964: The Lift and Drag Force on a Cylinder in a Flowing Fluid. «Proceedings Royal Society», London, Series A, Vol. 277, p. 32–50.

[15] *Bloor, M. S.*, 1964: The Transition to Turbulence in the Wake of a Circular Cylinder. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 19, p. 290–304.

[16] *Bloor, M. S.*, and *Gerrard, J. H.*, 1966: Measurement on turbulent vortices in a cylinder wake. «Proc. Rocal Society», London, Vol. 294A, p. 319–343.

[17] *Chen, Y. N.*, 1966: Vibrations Excited by the Wake on Circular Cylinders at Supercritical Reynolds Numbers. «Sulzer Technical Review», research number, p. 70–77.

[18] *Chen, Y. N.*, 1970: The Relationship Between the von Kármán Vortex Street and the Steady Drag of a Single Circular Cylinder. Proceedings of the Symposium on Flow-Induced Vibration in Heat Exchangers, ASME Winter Annual Meeting, New York, Dec. 1, 1970, p. 85–88.

[19] *Chen, Y. N.*, 1970: Flow-Induced Vibrations in Tube Bundle Heat Exchangers With Cross and Parallel Flow, Part 1, Parallel Flow, and Part 2, Crossflow. Proceedings of the Symposium on Flow-Induced Vibration in Heat Exchangers, ASME Winter Annual Meeting, New York, Dec. 1, 1970, p. 57–74.

[20] *Chen, Y. N.*, 1971: Fluctuating Lift Forces of the Kármán Vortex Streets on Single Circular Cylinders and in Tube Bundles, Part 1, The Vortex Street Geometry of the Single Cylinder. ASME Paper, No. 71–Vibr.–11. «Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME», Series B. Vol. 94 No. 2, May 1972, p. 603–612.

[21] *Chen, Y. N.*, 1971: Fluctuating lift forces of the Kármán vortex streets on single circular cylinders and in tube bundles. Part 2, Lift forces on single circular cylinders, ASME-Vibrations Conference, Toronto, September 8–10, 1971, Paper 71–Vibr.–12. «Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME», Series B, Vol. 94 No. 2, May 1972, p. 613–622.

[22] *Chen, Y. N.*, 1972: Wake swing and vortex shedding in a cross flow past a single circular cylinder. IUTAM/IAHR-Symposium on Flow-induced Structural Vibrations, Karlsruhe, 14–16, Aug. 1972, Paper B2.

[23] *Chen, Y. N.*, 1972: Eigenschaften der Kármánschen Wirbelstrasse, «Technische Rundschau Sulzer», Forschungsnummer 1972, S. 68–80.

[24] *Davenport, A. G.*, 1959: The wind-induced vibration of guyed and self-supporting cylindrical columns. «Trans. Eng. Inst.», Canada, Vol. 3, p. 119–140.

[25] *Delany, N. K.*, and *Sorensen, N. E.*, 1953: Low-Speed Drag of Cylinders of Various Shapes. NACA Technical Note 3038, 1953.

[26] *Den Hartog, J. P.*, 1959: Vibration: A Survey of Industrial Applications. «The Chartered Mechanical Engineer», London, Vol. 3, p. 196–217.

[27] *Dolaptschiew, Bl.*, 1955: Verallgemeinerte Föpplsche Kurven im Zusammenhang mit der Wirbelstandsbestimmung. «Z. angew. Math. Mech.», Bd. 35, S. 427–434.

[28] *Dolaptschiew, Bl.*, 1957: Bemerkungen über die Stabilitätsuntersuchungen der Wirbelstrassen. Schriftenreihe Forschung-Institut für Mathematik, Akademie der Wissenschaften, Berlin, 1957, Nr. 4.

[29] *Domm, U.*, 1954: Ein Beitrag zur Stabilitätstheorie der Wirbelstrassen unter Berücksichtigung endlicher und zeitlich wachsender Wirbelkerndurchmesser. «Ing.-Arch.», Bd. 22, S. 400–410.

[29a] *Domm, U.*, 1955: The stability of vortex streets with consideration of the spread of vorticity of the individual vortices. «J. of the Aeronaut. Sci.», p. 750–754.

[30] *Domm, U.*, 1956: Über die Wirbelstrassen von geringster Instabilität. «Z. angew. Math. Mech.», Bd. 36, S. 367–371.

[31] *Drescher, H.*, 1956: Messung der auf querangeströmte Zylinder ausgeübten, zeitlich veränderten Drücke. «Zeitschrift für Flugwissenschaft», Vol. 4, S. 17–21.

[32] *Dryden, H. L.*, 1941: The role of transition from laminar to turbulent flow in fluid mechanics. Bicentennial Conference, Univ. of Penn. Press (Philadelphia), p. 1–13.

[33] *Dryden, H. L., Schubauer, G. B., Mock, W. C. Jr.* and *Skramstad, H. K.*, 1937: Measurements of intensity and scala of windtunnel turbulence and their relation to the critical Reynolds number of spheres. NACA Report No. 581, 1937.

[34] *Durgin, W. W.*, und *Karlsson, S. K. F.*, 1971: On the phenomenon of vortex street breakdown. «Journal Fluid Mechanics», Vol. 48, p. 507–527.

[35] *El Baroudi, M. Y.*, 1960: Measurements of Two-Point Correlations of Velocity Near a Circular Cylinder Shedding a Kármán Vortex Street. University of Toronto, UTIA TN 31, 1960.

[36] *Etkin, B., Korbacher, G. K.*, and *Keefe, R. T.*, 1957: Acoustic Radiation From a Stationary Cylinder in a Fluid Stream (Aeolian Tones). «Journal Acoustical Society of America», Vol. 29, p. 30–36.

[37] *Fage, A.*, und *Johanson, F. C.*, 1927: On the Flow of Air Behind an Inclined Flat Plate of Infinite Span, Proceedings, Royal Society, London, Series A, Vol. 116, p. 170–195.

[38] *Fage, A.*, und *Johanson, F. C.*, 1928: The Structure of Vortex Streets. «Philosophical Magazine», Series 7, Vol. 5, p. 417–441.

[39] *Fage, A.*, und *Warsap, J. H.*, 1930: The effects of turbulence and surface roughness on the drag of a circular cylinder. «Aeronautical Research Council», London, R and M, No. 1283, 1930.

[40] *Ferguson, N.*, und *Parkinson, G. V.*, 1967: Surface and Wake Flow Phenomena of the Vortex-Excited Oscillation of a Circular Cylinder, ASME Paper No. 67–Vibr.–31. «Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME», Series B, Vol. 89, No. 4, November 1967, p. 831–838.

[41] *Frimberger, R.*, 1957: Experimentelle Untersuchungen an Kármánschen Wirbelstrassen. «Zeitschrift Flugwissenschaften», Bd. 5, S. 355–359.

[42] *Fujino, R.*, 1957: The Dynamic Behaviour of Stacks under the Action of Wind, Proceedings, 7th National Congress Applied Mechanics, Tokyo, 1957, p. 387–392.

[43] *Fung, Y. C.*, 1960: Fluctuating Lift and Drag Acting on a Cylinder in a Flow at Supercritical Reynolds Numbers. «Journal of Aerospace Science», Vol. 27, No. 11.

[44] *Gaster, M.*, 1971: Vortex shedding from circular cylinders at low Reynolds numbers. «Journal Fluid Mechanics», Vol. 46, p. 749–756.

[45] *Gerrard, J. H.*, 1961: An Experimental Investigation of the Oscillating Lift and Drag of a Circular Cylinder Shedding Turbulent Vortices. «Journal Fluid Mechanics», Vol. 11, p. 244–256.

[46] *Gerrard, J. H.*, 1965: A disturbance-sensitive Reynolds number range of the flow past a circular cylinder. «Journal Fluid Mechanics», Vol. 22, p. 187–195.

[47] *Gerrard, J. H.*, 1966: The Three-Dimensional Structure of the Wake of a Circular Cylinder. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 25, p. 143–164.

[48] *Gerrard, J. H.*, 1966: The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 25, p. 401–413.

[49] *Gerrard, J. H.*, 1967: Numerical Computation of the Magnitude and Frequency of the Lift on a Circular Cylinder. Philosophical Transactions of the Royal Society, London, Series A, Vol. 261, 1118, Jan. 1967, p. 137–162.

[50] *Goldmann, R.*, 1957: The Generation and Suppression of von Kármán Vortex Forces, Engineering Report No. 8984, 1957, Martin Co., Baltimore, Md. (quoted in Weaver's paper).

[51] *Goldstein, S.*, 1938: Modern Developments in Fluid Dynamics. Vol. II, p. 553–571. Oxford University Press/Dover Publications New York.

[52] *Goldstein, S.*, 1969: Fluid Mechanics in the first half of this century. «Annual Review of Fluid Mechanics», Vol. 1, p. 1–28.

[53] *Hama, F. R.*, 1957: Three-dimensional vortex pattern behind a circular cylinder. «Journal of the Aeronautical Sciences», Vol. 24, p. 156–158.

[54] *Hammel, G.*, 1916: Spiralförmige Bewegung zäher Flüssigkeiten. «Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung», Bd. 25, S. 34–60.

[55] *Hanson, F. B., Kozak, S. H., Richardsson, P. D.*, 1966: Velocity spikes in separated flows. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 25, p. 43.

[56] *Hanson, F. B.*, und *Richardson, P. D.*, 1968: The near-wake of a circular cylinder in crossflow, ASME Paper No. 68–FE–5.

[57] *Heinzer, A.*, und *Dalton, C.*, 1969: Wake observations for oscillation cylinders. «Transaction of the ASME Journal of Basic Engineering», Vol. 91, p. 850–852.

[58] *Homann, F.*, 1936: Einfluss grosser Zähigkeit bei Strömung um Zylinder und Kugel. «Forschung Ingenieurwesen», Vol. 7, S. 1.

[59] *Hooker, S. G.*, 1936: On the Action of Viscosity in Increasing the Spacing Ratio of a Vortex Street. «Proceedings, Royal Society», London, Series A, Vol. 154, p. 67–89.

[60] *Humphreys, J. S.*, 1960: On a Circular Cylinder in a Steady Wind at Transition Reynolds Numbers. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 9, p. 603–612.

[61] *Hunt, J. N.*, 1961: Stable vortex wakes near rigid boundaries. «Journal Math. Physics», Vol. 40, p. 33–44.

[62] *Hoerner, S. F.*, 1958: Fluid-Dynamics Drag. Chapter III, p. 3–6.

[63] *Itaya, S.*, und *Yasuda, Y.*, 1961: Experiments on Strouhal number. «Bulletin of JSME», Vol. 4, p. 274–277.

[64] *Jeffreys, H.*, 1930: Proceedings Royal Society (London), Series A, Vol. 128, p. 376–393.

[65] *Jones, G. W.*, 1968: Unsteady Lift Forces Generated by Vortex Shedding at High Reynolds Numbers. ASME Paper 68–FE–36.

[66] *Jordan, S. K.*, und *Fromm, J. E.*, 1972: Oscillatory drag, lift, and torque on a circular cylinder in a uniform flow. «Physics of Fluids», Vol. 15, p. 371–376.

[67] *von Kármán, Th.*, 1911: Über den Mechanismus des Flüssigkeitswiderstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt. «Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen», 1911, S. 509–517.

[68] *von Kármán, Th.*, und *Rubach, H.*, 1912: Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes. «Physikalische Zeitschrift», Bd. 13, S. 49–59.

[69] *Kaufmann, W.*, 1962: Über die Ausbreitung kreiszylindrischer Wirbel in zähigen (viskosen) Flüssigkeiten. «Ing.-Arch.», Bd. 31, S. 1–9.

[70] *Keefe, R. T.*, 1961: An Investigation of the Fluctuating Forces Acting on a Stationary Circular Cylinder in a Subsonic Stream, and of the Associated Sound Field. Inst. Aerophysics, Univ. of Toronto, UTIAS Report No. 76, AFOSR 2147, Sept. 1961.

[71] *Kirde, K.*, 1962: Untersuchungen über die zeitliche Weiterentwicklung eines Wirbels mit vorgegebener Anfangsverteilung. «Ing.-Arch.», Bd. 31, S. 385–404.

[72] *Kochin, N. J.*, 1939: Compt. Rend. (Doklady) de l'Acad. des Sci. de l'URSS 24, 18–22 (1939).

[73] *Kochin, N. E., Libel, I. A.*, und *Roze, N. V.*, 1964: Theoretical Hydromechanics, Intersience Publishers, Wiley, New York, 1964, p. 197–245.

[74] *Kovasznay, L. S. G.*, 1949: Hot-Wire Investigation of the Wake Behind Cylinders at low Reynolds Numbers. «Proceedings, Royal Society», London, Series A, Vol. 198, p. 174–190.

[75] *Kronauer, R. E.*, 1964: Predicting Eddy Frequency in Separated Wakes. Paper presented at the IUTAM Symposium on concentraded vortex montions in fluids, University of Michigan, Ann Arbor, Mich., July 6–11, 1964 (quoted by Bearman 1966).

[76] *v. Krzywoblocki, M. Z.*, 1953: On the stability of Benard-Kármán vortex street in compressible fluids. «Acta Physica Austriaca», Vol. 7, p. 283–298.

[77] *Leehey, P.*, und *Hanson, C. E.*, 1971: Aeolian tones associated with resonant vibration. «Journal Sound and Vibration», Vol. 13, p. 465–483.

[78] *Lehnert, R.*, 1937: Akustische Messungen an Wirbelstrassen hinter Kreiszylinder und ebener Platte. «Physik. Zeitschrift», Bd. 38, S. 476–498.

[79] *Lin, C. C.*, 1939: On periodically oscillating wakes in the OSEEN approximation in «Studies etc. presented to R. v. Mises», p. 170–176, Acad. Press New York, 1939.

[80] *Mair, W. A.*, und *Maull, D. J.*, 1971: Bluff bodies and vortex shedding – a report on Euromech 17. «Journal Fluid Mechanics», Vol. 45, p. 209–224. (*J. Armitt:* Cross-wind vibration of chimmeys; *D. G. Petty:* Vortex shedding from circular cylinders in turbulent flow; *D. Surry:* Some effects of free stream turbulence on vortex shedding from a circular cylinder at subcritical Reynolds numbers.)

[81] *Marris, A. W.*, 1964: A Review of Vortex Streets, Periodic Wakes, and Induced Vibration Phenomena. «Journal of Basic Engineering», Trans. ASME, Series D, Vol. 86, No. 2, June 1964, p. 185–196.

[82] *Makovsky, M. S.*, 1958: Vortex-Induced Vibration Studies. David Taylor Model Basin Report No. 1190, July 1958 (quoted in Weaver's paper).

[83] *McGregor, D. M.*, 1957: An Experimental Investigation of the Oscillating Pressure on a Circular Cylinder in a Fluid Stream. University of Toronto, Inst. of Aerophysics, UTIAS Technical Note No. 14, 1957.

[84] *Maekawa, T.*, und *Mizuno, S.*, 1967: Flow around the separation point and in the near-wake of a circular cylinder. «Physics of Fluids», Vol. 10, p. 184–186.

[85] *Michalke, A.*, 1965: Vortex formation in a free boundary layer according to stability theory. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 22, p. 371–382.

[86] *Morkovin, M. V.*, 1964: Flow Around Circular Cylinder – A Kaleidoscope of Challenging Fluid Phenomena, Proceedings ASME, Symposium on Fully Separated Flow, 1964, p. 102–118.

[87] *Morsbach, M.*, 1967: Über die Bedingungen für die Wirbelstrassenbildung hinter Zylindern. Dissertation TH Aachen 1967.

[88] *Naumann, A.*, 1961: Über einige Probleme der aerodynamischen Grundlagenforschung. «Z. f. Flugwiss.», Bd. 9, S. 203–217.

[89] *Naumann, A.*, und *Pfeiffer, H.*, 1958: Versuche an Wirbelstrassen hinter Zylinder bei hohen Geschwindigkeiten. «Forschungsberichte Wirtschafts- und Verkehrsministerium Nordrhein-Westfalen», Nr. 493, 1958.

[90] *Nakagawa* et al., 1963: An experimental study of aerodynamic devices, for reducing wind-induced oscillatory tendencies of stacks. Symposium on Wind Effect on Building and Structures, NPL, Teddington, 1963.

[91] *Oseen, C. W.*, 1911: Neuere Methoden und Ergebnisse in der Hydrodynamik, S. 86, Leipzig, 1927, Akademische Verlagsgesellschaft und «Arch. für Mat. astron. och Fysik», Bd. 7, p. 1–11 (1911).

[92] *Philips, O. M.*, 1956: The Intensity of Aeolian Tones. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 1, p. 607–624.

[93] *Prandtl, L.*, 1922: Bemerkungen zu «Die absoluten Dimensionen der Kármánschen Wirbelbewegung, von W. Heisenberg». «Physik. Zeitschrift», Bd. 23, S. 366.

[94] *Prendergast, V.*, 1958: Measurement of Two-Point Correlations of the Surface Pressure on a Circular Cylinder. University of Toronto, UTIA TN 23, 1958.

[95] *Relf, E. F.*, und *Simmons, L. F. G.*, 1924: The Frequency of the Eddies Generated by the Motion of Circular Cylinders Through a Fluid. «Aeronautical Research Council», No. 917.

[96] *Rosenhead, L.*, 1953: Vortex Systems in Wakes. «Advances in Applied Mechanics», Vol. 3, p. 185–195.

[97] *Roshko, A.*, 1954: On the Development of Turbulent Wakes From Vortex Streets. NACA Report 1191, 1954.

[98] *Roshko, A.*, 1954: On the Drag and Shedding Frequency of Two-Dimensional Bluff Bodies. NACA Technical Note 3169, 1954.

[99] *Roshko, A.*, 1961: Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Very High Reynolds Number. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 10, p. 345–356.

[100] *Roshko, A.*, 1967: A Review of Concept in Separated Flow. «Proceedings Canadian Congress of Applied Mechanics», Quebec, 1967.

[101] *Roshko, A.*, 1967: Transition in incompressible near-wakes. «The Physics of Fluids», Vol. 10, No. 9, Sept., 1967, p. 181–183.

[102] *Roshko, A.*, und *Fiszdon*, 1969: On the persistence of transition in the near-wake. Problems of hydrodynamics and continuum mechanics, contributions in honor of the sixtyth birthday of L. I. Sedov, Academician, Nov. 14, 1967, Society for Ind. and Appl. Math., Philadelphia Pa., 1969, p. 200–205.

[103] *Sallet, D. W.*, 1969: On the Spacing of Kármán Vortices. «Journal of Applied Mechanics», Vol. 36, Trans. ASME, Series E, Vol. 91, No. 2, June 1969, p. 370–372.

[104] *Sarpkaya, T.*, und *Garrison, C. J.*, 1963: Vortex Formation and Resistance in Unsteady Flow. «Journal of Applied Mechanics», Vol. 30, No. 1, ASME, Series E, Vol. 85, Mar. 1963, p. 16–24.

[105] *Sarpkaya, T.*, 1968: An Analytical Study of Separated Flow About Circular Cylinders. ASME Paper No. 68-FE-15.

[106] *Sato, H.*, 1956: Experimental investigation on the transition of laminar separated layer. «Journal Phys. Society of Japan», Vol. 11, p. 702–709.

[107] *Schaeffer, J. W.*, und *Eskinazi, S.*, 1959: An Analysis of the Vortex Street Generated in a Viscous Fluid. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 6, p. 241–260.

[108] *Schiller, L.*, und *Linke, W.*, 1933: Druck und Reibungswiderstand des Zylinders bei Reynoldschen Zahlen 5000 bis 40 000. «Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschifffahrt», Bd. 24, No. 7, S. 193–198.

[109] *Schmidt, L. V.*, 1965: Measurements of Fluctuating Air Loads on a Circular Cylinder. «Journal of Aircraft», Vol. 2, No. 1, p. 49–55.

[110] *Schmidt, L. V.*, 1966: Fluctuating Force Measurements Upon a Circular Cylinder at Reynolds Number up to $5 \cdot 10^6$. Paper presented at Meeting on Ground Wind Loads Problems in Relation to Launch Vehicles, NACA TM X-57779, 1966, p. 19.1–19.17.

[111] *Schmieden, C.*, 1936: Zur Theorie der Kármánschen Wirbelstrasse. «Ing.-Arch.», Bd. 7, S. 215–221, und S. 337–341.

[112] *Schuhbauer, G. B.*, und *Dryden, H. L.*, 1935: The effect of turbulence on the drag of flat plates. NACA Report No. 546, 1935.

[113] *Schwabe, M.*, 1935: Über Druckermittlung in der nichtstationären ebenen Strömung. «Ing.-Archiv», Bd. 6, S. 34–50.

[114] *Scruton, C.*, 1963: On the Wind-Excited Oscillations of Stacks, Towers and Masts. Symp. Wind Effect on Buildings and Structures, National Physical Laboratory, Teddington, England, 1963.

[115] *Shair, F. H., Grove, A. S., Petersen, E. E.* und *Acrivos, A.*, 1963: The Effect of Confining Walls on the Stability of the Steady Wake Behind a Circular Cylinder. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 17, p. 546–550.

[116] *Spitzer, R. E.*, 1965: Measurement of unsteady pressure and wake fluctuations for flow over a cylinder at supercritical Reynolds number. Ph. D. Thessis Caltech.

[117] *Strouhal, V.*, 1878: Über eine besondere Art der Tonerregung. «Wien Ann. Physik und Chem.», Neue Folge, Bd. V, S. 216–251.

[118] *Surry, D.*, 1972: Some effects of intense turbulence on the aerodynamics of a circular cylinder at subcritical Reynolds number. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 52, p. 543–563.

[119] *Taneda, S.*, 1952: Studies on Wake Vortices (II), Experimental Investigation of the Wake Behind Cylinders and Plates at Low Reynolds Numbers, «Res. Inst. Appl. Mech.», Vol. I, p. 29–40.

[120] *Taneda, S.*, 1963: The stability of two dimensional laminar wakes at low Reynolds numbers. «Journal of the Physical Society of Japan», Vol. 18, p. 288–296.

[121] *Taneda, S.*, 1965: Experimental investigation of vortex streets. «Journal of the Phys. Society Japan», Vol. 20, p. 1714–1721.

[122] *Thom, A.*, 1933: The flow past circular cylinders at low speeds. «Proceedings Royal Society», London, Series A, Vol. 141, p. 651–668.

[123] *Timme, A.*, 1957: Über die Geschwindigkeitsverteilung in Wirbeln. «Ingenieur Archiv», Vol. 25, S. 205–225.

[124] *Timme, A.*, 1959: Über Eigenschaften von Wirbelstrassen. Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt (DVL), Report Nr. 77, 1959.

[125] *Toebes, G. H.*, 1969: The unsteady flow and wake near an oscillating cylinder. «Journal Basic Engineering», Vol. 91, 1969, Trans. ASME, p. 493–505.

[126] *Toebes, G. H.*, 1972: Correlations between forces, flow field features and confinement for bluff cylinders. IUTAM/IAHR-Symposium on Flow-Induced Structural Vibrations, held at Karlsruhe, Germany, August 14–16, 1972, Paper G2.

[127] *Tritton, D. J.*, 1959: Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 6, p. 547–567.

[128] *Tritton, D .J.*, 1971: A note on vortex streets behind circular cylinder at low Reynolds numbers. «Journal Fluid Mechanics», Vol. 45, p. 203–208.

[129] *Tyler, E.*, 1931: Vortex Formation Behind Obstacles of Various Sections. «The Philosophical Magazine», Series 7, Vol. 2, No. 72, p. 849–890.

[130] *Underwood, R. L.*, 1969: Calculation of Incompressible Flow Past a Circular Cylinder at Moderate Reynolds Numbers. «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 37, p. 95–114.

[131] *Walton, E. T. S.*, 1928: The Formation of Vortex Behind a Cylinder Moving Through a Fluid. «Scientific Proceedings of the Royal Dublin Society», Vol. 18, No. 47, 1928, p. 521–534.

[132] *Weaver, W.*, 1961: Wind-Induced Vibrations in Antenna Members. «Proceedings of the American Society of Civil Engineers», Journal of the Mechanics Division, Vol. 87, p. 141–165.

[133] *Wehrmann, O.*, 1957: Hitzdrahtmessungen in einer aufgespalteten Kármánschen Wirbelstrasse. Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt, Ber. Nr. 43.

[134] *Wille, R.*, und *Timme, A.*, 1957: Über das Verhalten von Wirbelstrassen. «Jahrbuch für Schiffbautechn., Gesellschaft», S. 215–221.

[135] *Wille, R.*, 1960: Kármán Vortex Streets. «Advances in Applied Mechanics», Vol. 6, 1960, p. 273–287.

[136] *Wood, C. J.*, 1970: An examination of vortex street formation by particle tracers. Paper presented at the European Mechanics Colloquium number 17, Cambridge, 1–3, July, 1970. A summary see: *W. A. Mair* and *D. J. Maull:* «Bluff bodies and vortex shedding – a report on Euromech 17». «Journal of Fluid Mechanics», Vol. 45, 1971, p. 209–224.

[137] *Wootton, L. R.*, 1968: The oscillations of model circular stacks due to vortex shedding at Reynolds numbers in the range 10^5 to $3 \cdot 10^5$. Symposium on Wind Effect on Buildings and Structures, National Physical Laboratory, Tedding, England.

Adresse des Verfassers: Dr. Ing. *Y. N. Chen*, Gebrüder Sulzer AG, Winterthur, Laboratorium für Schwingungen und Akustik, Abt. 1512, 8400 Winterthur.

«Die zwanziger Jahre – Kontraste eines Jahrzehnts»

DK 061.4:7

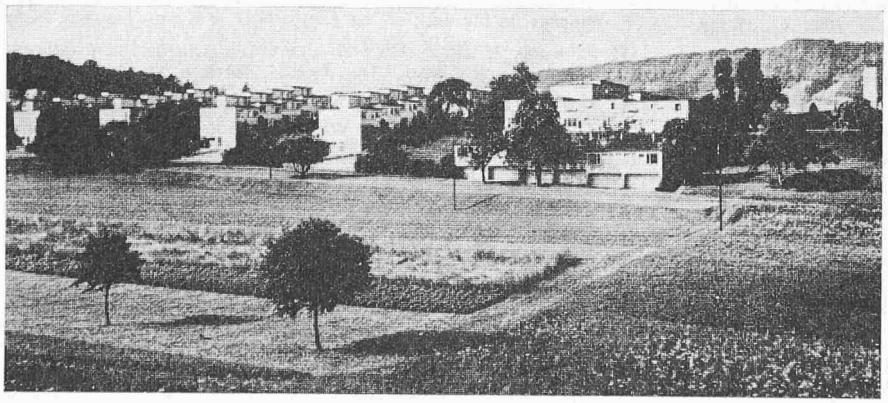
Zur Ausstellung

Diese Ausstellung bildete einen nachhaltigen Beitrag zu den Zürcher Juni-Festwochen und reiht sich in ihrer Bedeutung an die Marksteine, die schon *Alfred Altherr* mit den unter seiner Leitung während der zwanziger Jahre zeitgenössisch und authentisch geschaffenen Ausstellungen im Zürcher Kunstgewerbemuseum gesetzt hatte. Zu erinnern ist an: «Neuestes Kunstgewerbe aus der Pariser Ausstellung» (mit dem Schwerpunkt *nicht* auf dem französischen «Art Déco», sondern auf dem nordischen Kunstgewerbe) des Jahres 1925, an «Das neue Heim» (1926), «Form und Ornament» (1927) «Wettbewerb für zeitgemässe einfache Möbel» (1928), «Die Wohnung für das Existenzminimum», «Die neue Hauswirtschaft» und «Die Bauhauswanderausstellung» (alle 1930), «Gropius» (1931), ferner in einem weiteren Zusammenhang eine Ausstellung über zeitgenössische Photographie und «Russische Ausstellung» (beide 1929) und «Theaterkunstausstellung» (1931).

Die mit diesen damaligen Ausstellungen veranschaulichten Gebiete werden auch in der retrospektiven Schau von 1973 auf die zwanziger Jahre (in welche noch Beispiele aus der Malerei und Plastik einbezogen worden sind) vorgestellt.

Im Vorwort des Kataloges zu ihrer Ausstellungsrealisation erklärt Dr. *Erika Billeter* die Absicht, in dieser Veranstaltung des Jahres 1973 jene (erwähnten) Vorläufer im KGM Zürich nicht einfach wiederholen zu wollen. Vielmehr soll aus heutiger Sicht zu einer Art Synthese aus dem bisher Gezeigten gefunden werden, das ungeheuer vielfältige Jahrzehnt in seinen Kontrasten und Widersprüchen gezeigt und eben diesen auf den verschiedensten gestalterischen Gebieten nachgegangen werden. Dass dabei Wünsche offenbleiben und auf Wesentliches verzichtet werden musste, durfte der Besucher als leider unumgängliche Tatsache eines solchen Ausstellungsunternehmens verständnisvoll hinnehmen.

Aus dem wegleitenden Ausstellungskommentar sollen hier noch einige konzeptionelle *Geleitworte* entnommen werden:



Werkbundsiedlung Neubühl, Zürich, 1932, *M. E. Haefeli; W. M. Moser* und *E. Roth; R. Steiger* und *C. Hubacher; P. Artaria* und *H. Schmidt* (Bild 44)