

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 90 (1972)
Heft: 40

Artikel: Wirtschaftliche Betontragwerke durch Optimierung
Autor: Huber, J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-85322>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Von Dr. J. Huber, dipl. Ing., Bern

Es wurde ein Optimierungsverfahren entwickelt, das dem Ingenieur hilft, wirtschaftliche Betontragwerke innert kurzer Frist zu entwerfen. Neben den statischen Parametern werden die Einzelkosten der Materialien in ein Formular eingetragen, worauf dann durch ein Programm für Computer mit mindestens 32 K Bytes die Optimallösung sowie benachbarte Vergleichslösungen ermittelt werden. Der Hauptvorteil des Verfahrens besteht darin, dass mit wenigen Angaben eine grosse Zahl von Varianten schnell durchgerechnet werden kann, was bisher wegen Zeitmangels kaum möglich war. Steht kein Computer zur Verfügung, können Optimierungen mit Hilfe eines Tabellenbuches durchgeführt werden, wobei allerdings meist Interpolationen erforderlich sind. Bisherige praktische Anwendungen im Brücken-, Hoch- und Industriebau zeigten, dass in allen Fällen Einsparungen erzielt werden konnten.

1. Einleitung

Wohl werden für die statische Berechnung von Ingenieurkonstruktionen eine grosse Zahl von Computerprogrammen verwendet. Für die Analyse der Bauwerkskosten bleibt aber, vor allem wegen des zunehmenden Bauvolumens, nicht viel Zeit, und in vielen Fällen verfügt der Projektierende auch nicht über genügend Informationen über den Stand der Einzelkosten der Bauteile. Die statisch günstigste Lösung, mit Ausnützung der zulässigen Spannungen von Beton und Eisen, muss nicht immer die billigste sein. Damit nun der Ingenieur derartige Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen innert nützlicher Frist anstellen kann, wurde als Hilfsmittel ein Optimierungsverfahren für das Teilgebiet der Betontragwerke entwickelt.

2. Konstruktive Optimierung

2.1. Allgemeines

Unter Optimieren versteht man ganz allgemein das Aufsuchen der besten Lösung für ein gegebenes Problem. In unserem Fall: Entwerfen derjenigen Betontragkonstruktion, deren Kosten am niedrigsten sind. Dazu sei ein einfaches Beispiel angeführt:

Hat ein Ingenieur die Aufgabe, eine Brücke zu entwerfen, so wird er zunächst eine Querschnittsform wählen, eine Trägerhöhe annehmen und die entsprechende Armierung bestimmen. Es gibt aber eine Vielzahl von Lösungen. Er kann eine Trägerhöhe von 60, 70, 80, 100 oder auch 140 cm annehmen und hierbei mehr oder weniger Eisen verwenden. Berücksichtigt

man die Einzelkosten des jeweiligen Bauobjektes, wie die Kosten für 1 m³ Beton, für 1 m² Schalung, für 1 t Eisen, für 1 m³ Foundation usw., so gibt es nur mehr eine einzige Lösung (beispielsweise $H = 95$ cm), für die dann die Brückenkosten minimal sind (Bild 1). Bei allen anderen Konstruktionshöhen ergeben sich grössere Brückenkosten. So wird für $H = 60$ cm die Konstruktion um etwa 15% teurer.

Diese Untersuchungen müssten für verschiedene Konstruktionsarten und Materialgütern – wie für Platten, Hohlplatten, Plattenbalken, Hohlkasten sowie für Konstruktionen aus Normal- oder Spezialbeton, schlaff armiert oder vorgespannt – durchgeführt werden, um die wirtschaftlichste Lösung zu erhalten. Allein schon aus zeitlichen Gründen ist es kaum möglich, derartige Berechnungen innert kurzer Frist zu bewältigen.

2.2. Entwicklung des Verfahrens

Es war vorerst notwendig, ein mathematisches Modell zu entwickeln, das neben den statischen Veränderlichen auch alle notwendigen Kostenparameter enthält. Die Berücksichtigung nur eines Kostenparameters (beispielsweise des Betongewichtes), wie vielfach in der Literatur anzutreffen, um das Problem zu linearisieren, genügt in der Praxis nicht. Der Verfasser beschäftigt sich seit Jahren mit dieser Aufgabe, die nun mit der Optimierung allgemeiner Betonträgerkonstruktionen abgeschlossen werden konnte. Die Optimierung von Betonplatten wurde bereits früher [3], [4] fertiggestellt.

Im folgenden soll der Lösungsweg beschrieben werden, wobei auf die umfangreichen Detailberechnungen in diesem Rahmen nicht eingegangen werden kann. Um eine Lösung zu ermöglichen, wurden auf Grund praktischer Erfahrungen Näherungen getroffen, die aber die Grössenordnung der Ergebnisse im Hinblick auf die Auswahl der wirtschaftlichsten Konstruktion nicht beeinflussen.

Die Zielfunktion, in diesem Fall die Herstellkosten K , wird definiert durch:

$$K = f(x_i, p, \sigma, k_j);$$

darin bedeuten:

- x_i die optimalen Abmessungen des Trägerquerschnittes, wie die Konstruktionshöhe $H(x_1)$ das Verhältnis der Stegbreite zur Breite (x_2), die Plattendicke (x_3); die Trägerlänge (x_4) usw.
- p die äusseren Belastungen der Konstruktion
- σ die zulässigen Beanspruchungen der Materialien bzw. die Grenzspannungen nach dem Traglastverfahren und
- k_j die Kostenparameter bzw. die Einheitskosten; es sind dies beispielsweise die Kosten für die Herstellung und den Einbau von 1 m³ Beton, die Schalungskosten je m², die Kosten für 1 t fertig verlegte Stahlarmierung usw.

Als nächstes wird das Minimum der Funktion durch partielle Differentiation von K nach den einzelnen Veränderlichen x_i in der Form

$$\frac{\partial K}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial K}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial K}{\partial x_i} = 0$$

ermittelt. Man erhält somit ein nichtlineares Gleichungssystem, dessen Auflösung einen Teil der gesuchten theoretischen Lösungen (x_i) ergibt. Danach muss untersucht werden, ob die Nebenbedingungen, die meist konstruktiver oder technologischer Natur sind, erfüllt werden. Es müssen beispielsweise die zulässigen Beanspruchungen der Materialien sowie die

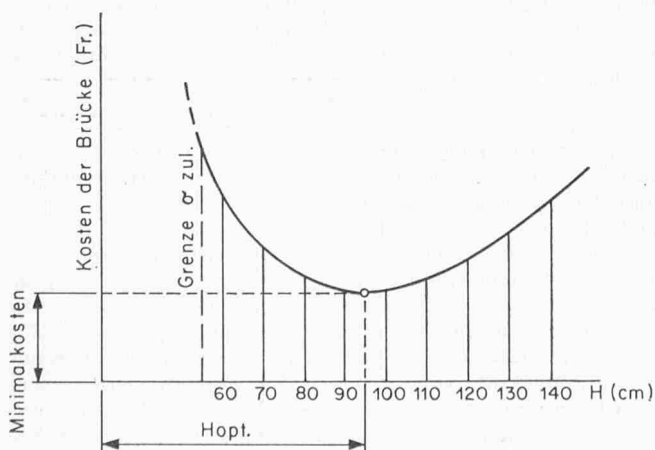


Bild 1. Brückenkosten in Abhängigkeit der Konstruktionshöhe H und Bestimmung der Minimalkosten bzw. von H_{opt} , Beispiel

Bruchsicherheit eingehalten werden usw. Diese Forderungen lassen sich in Form von Gleichungen und Ungleichungen formulieren. Dadurch gibt es einen weiteren Teil von Lösungen. Die praktisch mögliche Optimallösung wird durch ein entsprechendes Programm, erstellt in Fortran IV für Computer mit 32 K Bytes, ermittelt.

2.3. Ablauf der Optimierung

Der Projektierende braucht sich nun aber keineswegs mit Differenzieren und elektronischer Datenverarbeitung auseinanderzusetzen. Für das Verfahren genügt ein Mindestmass an Eingaben. Wichtig ist es, dass vorher alle entsprechenden Stellen wie Bauherr/Architekt, Statiker und Kalkulator angefragt werden, um die notwendigen Angaben zu erhalten (Bild 2). Wenn nämlich der Architekt oder der Bauherr bereits alle Abmessungen der Konstruktion festgelegt hat, erübrigt sich eine Optimierung.

Bei den Angaben handelt es sich um 4 Gruppen von Werten:

- statische Angaben: Es wird das maximale Nutzlastmoment M^p (bei freiaufliegendem Träger $= p l^2/8$) mit dazugehöriger Normalkraft benötigt. Diese Werte werden mit einem Statikprogramm (wie RASPAN oder STRESS) ermittelt, können aber in erster Näherung auch geschätzt werden.
- zulässige Spannungen von verschiedenen Beton- und Eisensorten
- geometrische Abmessungen für verschiedene Querschnittsformen
- Einheitskosten für verschiedene Materialien

Der Ingenieur trägt nun gleich für mehrere Annahmen diese Angaben in ein Formular ein, worauf dann der Computer die wirtschaftlichste Konstruktion sowie Vergleichslösungen für die verschiedenen Annahmen ermittelt.

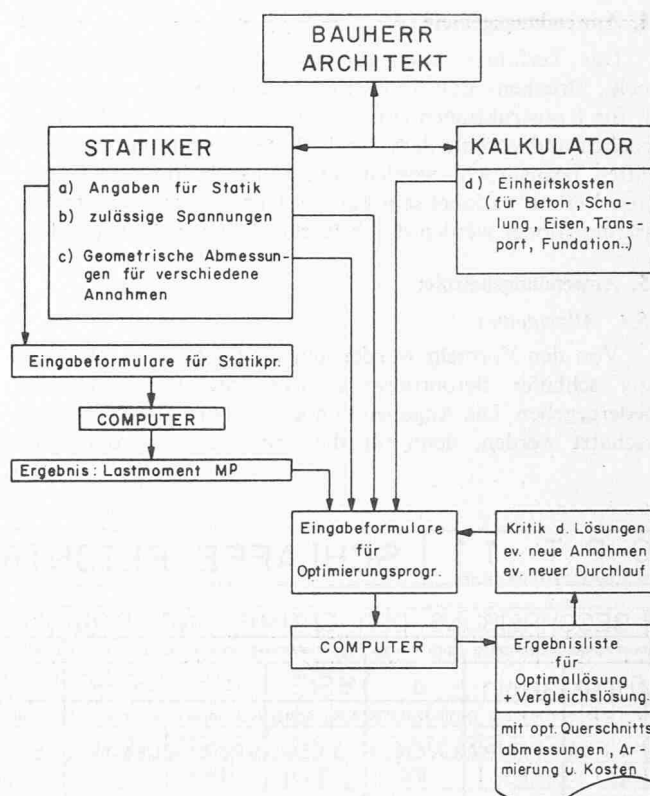


Bild 2. Flussdiagramm der Informationen, die für die Optimierung benötigt werden

Bild 3. Beanspruchungen der zu untersuchenden Tragwerke sowie Beispiele solcher Tragwerke

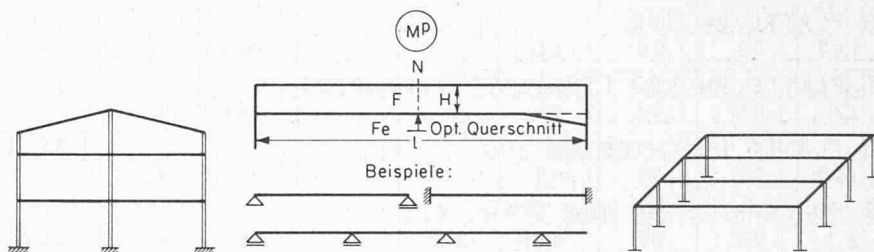


Bild 4. Bezeichnungen und Beispiele für die Träger, die untersucht werden können

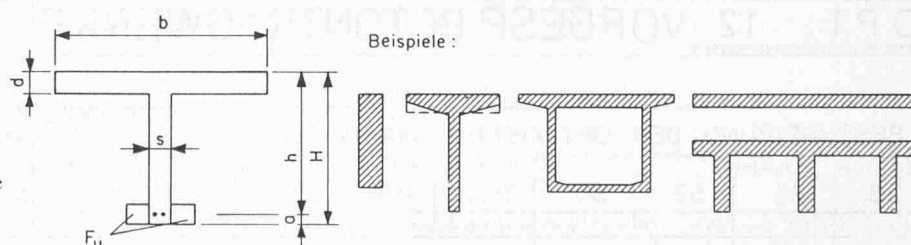
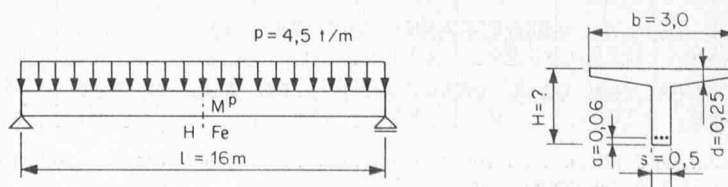


Bild 5. Grunddaten und eine Variante (Plattenbalken) eines Beispiels zur Bestimmung des wirtschaftlichsten Tragwerks. Gesucht wird die optimale Lösung mit Querschnittsform, Betongüte, Bewehrungsart usw.



2.4. Anwendungsgebiete

Das Verfahren kann für normale Betontragwerke im Hoch-, Brücken- und Industriebau angewendet werden. Es gilt für Konstruktionen (Bild 3), die aus Trägern und Platten bestehen und vornehmlich durch Biegemomente mit Normalkräften beansprucht werden. Die Querschnitte der Träger, deren Verlauf variabel sein kann, setzen sich aus Rechtecken zusammen oder werden durch Rechtecke angenähert (Bild 4).

2.5. Anwendungsbeispiel

2.5.1. Allgemeines

Von den Formeln werden nur die für OPT 11, Optimierung schlaffer Betontragwerke (Variante 1) verwendeten wiedergegeben. Die Angaben können in erster Näherung auch geschätzt werden, denn für die Ermittlung der optimalen

Konstruktion (Querschnittsform, Materialgüte, Abmessungen) reicht die Genauigkeit in erster Iteration meist aus. Die Detailstatik mit Bemessung wird unabhängig von der Optimierung anschliessend wie üblich durchgeführt.

Problemstellung

Es ist das wirtschaftlichste Tragwerk (Stützweite $l = 16$ m, $b = 3$ m) unter einer Nutzbelastung von $p = 4,5$ t/m bei Berücksichtigung der angegebenen Einheitskosten zu entwerfen (Bild 5).

Angaben

Maximales Nutzlastmoment: $M^p = p \cdot l^2/8 =$
 $4,5 \text{ t/m} \cdot (16 \text{ m})^2/8 = 144 \text{ t m}$

Spezialbeton BS 400: $\text{Kosten } B_1 = 100 \text{ Fr./m}^3$,
 $\sigma_{bzul} = 160 \text{ kg/cm}^2$

[illegible]

Bild 6. Formular OPT 11 mit Eintrag der Grunddaten für neun Varianten

[illegible]

Bild 7. Formular OPT 12 mit Eintragungen der Grunddaten für vier Varianten vorgespannter Betontragwerke: Platten mit verschiedener Vorspannung, vorgespannter Plattenbalken

Hochwertiger Beton BH 300: Kosten $B_1 = 90 \text{ Fr./m}^3$,
 $\sigma_{bzul} = 120 \text{ kg/cm}^2$
 Stahl III (schlaff): Kosten $E_1 = 1400 \text{ Fr./t}$,
 $\sigma_{ezul} = 2400 \text{ kg/cm}^2$
 Spannstahl: Kosten $E_1 = 3400 \text{ Fr./t}$,
 $\sigma_{ezul} = 11000 \text{ kg/cm}^2$
 Lotrechte Schalung: Kosten $S_1 = 30 \text{ Fr./m}^2$

Diese Angaben verwendet nun der Ingenieur für die Eingtragungen in die Formulare gleich für mehrere Optimierungsvarianten.

2.5.2. Schlaff armierte Betontragwerke

Für schlaff armierte Betontragwerke sind in Formular OPT 11 (Bild 6) neun Varianten eingetragen:

- Variante 1: Plattenbalken, 1 Steg, Spezialbeton BS 400
- Variante 2: Plattenbalken, 1 Steg, hochwertiger Beton BH 300
- Variante 3: Plattenbalken, 2 Stege, Spezialbeton BS 400
- Variante 4: Plattenbalken, 2 Stege, hochwertiger Beton BH 300
- Variante 5: Platte, BS 400
- Variante 6: Platte, BH 300
- Variante 7: Platte, BH 300 (Traglastverfahren)
- Variante 8: Platte, Leichtbeton 300
- Variante 9: Hohlkasten, BS 400, Stahl III

Zur Erläuterung werden die Eingaben für die Variante 1 – ohne detaillierte Erklärung und Ableitung der Formeln – ermittelt. Es bedeuten:

- M^p , LC , LS und M/L statische Werte
 l die Trägerlänge
 γ das Raumgewicht des Betons
 λ den Momentbeiwert infolge Konstruktionsgewicht
 c die Querschnittsverteilung über die Trägerlänge (mit $c = 1$ bei konstantem Querschnittsverlauf)
 m das Verhältnis der zulässigen Spannungen
 μ das Armierungsverhältnis
 E den Kostenparameter für die Armierung (wobei w den Armierungsverlauf über die Trägerlänge berücksichtigt)
 BS/E das allgemeine Kostenparameterverhältnis (mit s als Summe aller Stegstärken und t als doppelte Anzahl der Stege)
 B/E das Kostenparameterverhältnis von Beton zu Eisen
 YSE das Kostenparameterverhältnis von horizontaler Schalung und weiteren konstanten Kostenanteilen (wie obere Plattenarmierung, Einrüstung usw.) zu Eisen

Im besonderen Fall ergibt sich somit:

$$\begin{aligned}
 M^p/b &= 144 \text{ tm}/3 \text{ m} = 48 \text{ t} \\
 LC &= l^2 \gamma \lambda c = (16 \text{ m})^2 \cdot 2,5 \text{ t/m}^3 \cdot 1/8 \cdot 1 = 80 \text{ t/m} \\
 LS &= LC / \sigma_{bzul} = 80 \text{ t/m} / 1600 \text{ t/m}^2 = 0,05 \text{ m} \\
 M/L &= M^p/(b \cdot LC) = 48 \text{ t} / 80 \text{ t/m} = 0,6 \text{ m} \\
 m &= \sigma_{ezul} / \sigma_{bzul} = 24000 \text{ t/m}^2 / 1600 \text{ t/m}^2 = 15 \\
 \mu_{\max} &= \mu_{\max} \cdot m = 0,0135 \cdot 15 = 0,2 \\
 \mu_{\min} &= 0,03 \\
 E &= w E_1/m = 1,25 \cdot 1400 \text{ Fr./t} / 15 = 117 \text{ Fr./t} \\
 BS/E &= \frac{s B + t S}{b E} = \frac{0,5 \text{ m} \cdot 100 \text{ Fr./m}^3 + 2 \cdot 30 \text{ Fr./m}^2}{3 \text{ m} \cdot 117 \text{ Fr./t}} = 0,314 \text{ t/m}^3
 \end{aligned}$$

Bild 8, rechts. Computerausdruck der Ergebnisse des Vergleichs von neun Varianten schlaff armerter Tragwerke

OPTIMIERUNGSVERFAHREN FUER WIRTSCHAFTLICHE SCHLAF ARMIERTE TRAGWERKE

1. ERMITTLUNG DER OPTIMALLOESUNG (H, FE, KOS) JEDER EINGEGEBENEN VARIANTE (SOWIE VERGLEICHSWERTE FUER ZUNEHMENDE ABNEHMENDE KOSTENPARAMETER)
2. AUSWAHL DER OPTIMALEN VARIANTE (SOWIE ZUSAMMENSTELLUNG DER KOSTEN)

1. PLATTENBALKEN, 1 STEG, SPEZIALBETON BS 400

EINGABEDATEN VARIANTE 1
 WMA=200 WMI=.030 A=0.06 BS/E=0.314 BE=0.85 YSE=0.0 LS=0.0500
 M/L=0.600 S/B=0.167 D=0.25 FU=0.0 EN=0.0 PN=0.0 E=117.0

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
57	136.1	113	50	108	84	66	113	155	38	113	215	29	127
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=113 ARMIERUNG FE=49.8 KOSTEN/L*B=108.1

2. PLATTENBALKEN, 1 STEG, HOCHW. BETON BH 300

EINGABEDATEN VARIANTE 2
 WMA=200 WMI=.030 A=0.06 BS/E=0.400 BE=1.03 YSE=0.0 LS=0.0667
 M/L=0.600 S/B=0.167 D=0.25 FU=0.0 EN=0.0 PN=0.0 E=87.5

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
71	118.0	117	65	104	88	86	108	160	49	109	221	38	123
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=117 ARMIERUNG FE=64.8 KOSTEN/L*B=104.3

3. PLATTENBALKEN, 2 STEGE, SPEZIALBETON BS 400

EINGABEDATEN VARIANTE 3
 WMA=200 WMI=.030 A=0.06 BS/E=0.485 BE=0.85 YSE=-.02 LS=0.0500
 M/L=0.600 S/B=0.167 D=0.15 FU=0.0 EN=0.0 PN=0.0 E=117.0

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
55	129.7	89	57	112	68	75	117	121	43	118	166	33	134
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=89 ARMIERUNG FE=56.8 KOSTEN/L*B=112.3

4. PLATTENBALKEN, 2 STEGE, HOCHW. BETON BH 300

EINGABEDATEN VARIANTE 4
 WMA=200 WMI=.030 A=0.06 BS/E=0.628 BE=1.03 YSE=-.03 LS=0.0667
 M/L=0.600 S/B=0.167 D=0.15 FU=0.0 EN=0.0 PN=0.0 E=87.5

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
68	116.2	92	74	110	70	99	115	124	56	115	169	44	131
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=92 ARMIERUNG FE=74.4 KOSTEN/L*B=109.9

5. PLATTE, BS 400

EINGABEDATEN VARIANTE 5
 WMA=200 WMI=.030 A=0.03 BS/E=1.030 BE=0.0 YSE=0.0 LS=0.0500
 M/L=0.600 S/B=1.000 D=0.0 FU=0.0 EN=0.0 PN=0.0 E=117.0

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
63	185.1	64	118	185	63	119	185	84	99	192	113	85	215
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=64 ARMIERUNG FE=117.5 KOSTEN/L*B=185.1

6. PLATTE, BH 300

EINGABEDATEN VARIANTE 6
 WMA=200 WMI=.030 A=0.03 BS/E=1.260 BE=0.0 YSE=0.0 LS=0.0667
 M/L=0.600 S/B=1.000 D=0.0 FU=0.0 EN=0.0 PN=0.0 E=87.5

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
84	185.5	84	135	185	84	135	185	90	130	188	121	112	211
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=84 ARMIERUNG FE=135.2 KOSTEN/L*B=185.5

7. PLATTE, BH 300 (TRAGLASTVERFAHREN)

EINGABEDATEN VARIANTE 7
 WMA=220 WMI=.030 A=0.03 BS/E=1.260 BE=0.0 YSE=0.0 LS=0.0667
 M/L=0.600 S/B=1.000 D=0.0 FU=0.0 EN=0.0 PN=0.0 E=87.5

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
71	182.0	71	151	182	71	151	182	90	130	188	121	112	211
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=71 ARMIERUNG FE=151.1 KOSTEN/L*B=182.0

8. PLATTE, LEICHTBETON 300

EINGABEDATEN VARIANTE 8
 WMA=167 WMI=.030 A=0.03 BS/E=1.450 BE=0.0 YSE=0.0 LS=0.0455
 M/L=0.880 S/B=1.000 D=0.0 FU=0.0 EN=0.0 PN=0.0 E=87.5

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
74	177.8	74	118	178	74	118	178	81	111	182	108	93	205
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=74 ARMIERUNG FE=118.4 KOSTEN/L*B=177.8

9. HOHLKASTEN, BS 400, STAHL III

EINGABEDATEN VARIANTE 9
 WMA=220 WMI=.030 A=0.03 BS/E=0.485 BE=0.85 YSE=-.05 LS=0.0500
 M/L=0.600 S/B=0.167 D=0.15 FU=0.50 EN=0.0 PN=0.0 E=117.0

HMIN	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS	H	FE	KOS
54	137.8	90	59	119	67	79	125	123	45	125	170	34	142
VERGLEICHSWERTE BS/E													

OPTIMALLOESUNG HOEHE H=90 ARMIERUNG FE=59.0 KOSTEN/L*B=119.5

ZUSAMMENSTELLUNG

VARIANTE	1	2	3	4	5	6	7	8	9
KOSTEN/(L*B)	108.1	104.3	112.3	109.9	185.1	185.5	182.0	177.8	119.5

OPTIMALE KONSTRUKTION=VARIANTE 2 KOSTEN/(L*B)=104.3

EINGABEDATEN VARIANTE 4
 SB=1200.0 SS=1350.0 SZ=-200.0 SO= 0.0 BSE= 81.0 BE= 210.0 YSE= 0.0 E= 0.430 LC= 80.0
 MP= 48.05/B= 0.167 U= C.250 FU= 0.0 QN= 0.0 GN= 0.0 A= 0.13 J= 0.900 ZM= 0.0

LOESUNG	NR	KOS	H	A	Z/B	SPGEN	Q
LOESUNG	NR= 1	KOS=*****	H= 1.60	A=*****	Z/B= 17.8	SPGEN=6322.1350.1116.*****	Q=0.30.685.027
LOESUNG	NR= 2	KOS=*****	H= 1.03	A=*****	Z/B= 17.8	SPGEN=6322.1350.1116.*****	Q=0.37.707.028
LOESUNG	NR= 3	KOS=*****	H= 1.03	A=0.60	Z/B= 322.1	SPGEN=1200.1350.775.-0.	Q=0.37.707.028
LOESUNG	NR= 4	KOS=*****	H= 1.16	A=0.13	Z/B= 97.8	SPGEN=347.1065.-64.-0.	Q=0.35.703.028
LOESUNG	NR= 5	KOS=*****	H= 0.55	A=0.13	Z/B= 247.7	SPGEN=1200.4411.-656.-0.	Q=0.55.689.029
LOESUNG	NR= 6	KOS=*****	H= 1.03	A=0.13	Z/B= 110.5	SPGEN=412.1350.-101.-0.	Q=0.37.707.028
LOESUNG	NR= 7	KOS=*****	H= 0.34	A=0.13	Z/B= 138.1	SPGEN=357.2004.-200.-0.	Q=0.41.710.028
LOESUNG	NR= 8	KOS=*****	H= 0.35	A=0.13	Z/B= 588.1	SPGEN=3592.6671.-200.-0.	Q=0.76.614.041
LOESUNG	NR= 9	KOS=*****	H= 2.02	A=0.13	Z/B= 154.9	SPGEN=-17.1350.-200.889.	Q=0.27.657.026
LOESUNG	NR= 10	KOS=*****	H= 2.02	A=0.13	Z/B= 154.9	SPGEN=-17.1350.-200.889.	Q=0.21.595.021
LOESUNG	NR= 11	KOS=*****	H= 0.67	A=0.13	Z/B= 147.4	SPGEN=992.2204.-200.-806.	Q=0.40.710.028
LOESUNG	NR= 12	KOS=*****	H= 0.46	A=0.13	Z/B= 154.0	SPGEN=2721.1350.226.*****	Q=0.62.667.031
LOESUNG	NR= 1	KOS=*****	H= 1.06	A=-.11	Z/B= 80.7	SPGEN=2721.1350.226.*****	Q=0.36.707.028
LOESUNG	NR= 4	KOS=*****	H= 0.66	A=0.13	Z/B= 131.7	SPGEN=521.1846.-175.-0.	Q=0.40.710.028
LOESUNG	NR= 1	KOS=*****	H= 2.87	A=0.13	Z/B= -36.5	SPGEN=3292.1350.362.*****	Q=0.24.637.024
LOESUNG	NR= 4	KOS=*****	H= 1.58	A=0.13	Z/B= 73.7	SPGEN=228.580.-13.-0.	Q=0.30.686.027
LOESUNG	NR= 1	KOS=*****	H= 9.39	A=0.13	Z/B=-160.6	SPGEN=2316.1350.148.*****	Q=0.30.556.018
LOESUNG	NR= 4	KOS=*****	H= 2.18	A=0.13	Z/B= 57.3	SPGEN=152.313.8.-0.	Q=0.26.661.026

OPTIMALLOESUNG: HOEHE H=116 CM A= 13 VORSPANNKRAFT Z/B= 98 SPANNUNG SP= 34 KOSTEN/L*B= 101

ZUSAMMENSTELLUNG

VARIANTE 1 KOSTEN/(L*B)= 181.7

VARIANTE 2 KOSTEN/(L*B)= 175.6

VARIANTE 3 KOSTEN/(L*B)= 161.1

VARIANTE 4 KOSTEN/(L*B)= 101.2

OPTIMALE KONSTRUKTION=VARIANTE 4 KOSTEN/(L*B)= 101.2

Bild 9. Computerausdruck der Ergebnisse des Vergleichs von vier Varianten vorgespannter Betontragwerke. Ausschnitt mit den Angaben über die Optimallösungen (Variante 4) und Zusammenstellung

$$B/E = 100 \text{ Fr./m}^3 / 117 \text{ Fr./t} = 0,855 \text{ t/m}^3$$

$$YSE = 0$$

$$s/b = 0,50 \text{ m} / 3 \text{ m} = 0,167$$

Der Computer liefert nun folgendes für Variante 1 (siehe Computerausgabe für OPT 11, Bild 8):

a) Wiedergabe der Eingabedaten zur Kontrolle

b) Verschiedene Vergleichslösungen

- die Lösung bei Ausnützung der zulässigen Spannungen von Beton und Eisen mit $H_{\min} = 57 \text{ cm}$ und Kosten (KOS) = 136 Fr./m²
- die Optimallösung mit $H_{\text{opt}} = 113 \text{ cm}$, Kosten (KOS) = 108 Fr./m²
- jene Lösung für eine Zunahme der Beton- und Schalungskosten auf $2 \cdot BS/E$ mit $H = 84 \text{ cm}$
- jene Lösungen für eine Abnahme der Beton- und Schalungskosten auf $\frac{1}{2} BS/E$ und $\frac{1}{4} BS/E$ mit $H = 155 \text{ cm}$ und $H = 215 \text{ cm}$

c) Die Optimallösung im Detail, mit $H_{\text{opt}} = 113 \text{ cm}$, ungefähre Armierung in Trägermitte

$$Fe = (FE) \cdot 10 \cdot b/m = 49,8 \cdot 10 \cdot 3/15 = 100 \text{ cm}^2$$

Konstruktionskosten/m² (ohne konstante Anteile YSE)

$$KOS = 108,1 \text{ Fr./m}^2$$

Von allen Plattenbalken aus Spezialbeton BS 400 ist bei den getroffenen Annahmen der mit einer Höhe von $H = 113 \text{ cm}$ am billigsten. Würde man die Lösung mit Ausnützung von Beton und Eisen ausführen, so ergäben sich um 26% höhere Kosten. Aber auch die direkt benachbarten Vergleichslösungen sind noch um 4% teurer.

2.5.3. Vorgespannte Betontragwerke

Auch für die Optimierung vorgespannter Betontragwerke (Formular OPT 12, Bild 7) trifft der Ingenieur verschiedene Annahmen wie:

Variante 1: Platte voll vorgespannt, BS 400

Variante 2: Platte voll vorgespannt, BH 300

Variante 3: Platte teilweise vorgespannt, BH 300

Variante 4: Plattenbalken voll vorgespannt, 1 Steg, BH 300

Es werden nur die Ergebnisse für Variante 4 der Computerberechnung wiedergegeben. In diesem Fall werden 12 benachbarte Einzellösungen ermittelt (siehe Computerausgabe OPT 12, Bild 9), von denen nur diejenigen mit Kosten $\neq *$ brauchbar sind. Ausserdem werden je 2 Lösungen (1 und 4) für zu- und abnehmende Kostenparameter angeführt.

Es bedeuten:

KOS die Konstruktionskosten je m²

H die Konstruktionshöhe

A die Überdeckung der Kabel

Z/B die Vorspannkraft nach Schwinden und Kriechen /b

SPGEN Druckspannungen vor und nach Schwinden und Kriechen, Zugspannungen vor und nach Schwinden und Kriechen

Q Querschnittsbeiwerte für Fläche ($F = Q_1 b H$), Schwerpunkt ($S = Q_2 H$), Trägheitsmoment ($J = Q_3 b H^3$)

Abschliessend wählt dann der Computer von allen Varianten die wirtschaftlichste aus. Es ist dies, bei den getroffenen Annahmen für dieses Anwendungsbeispiel, Variante 4 (ein vorgespannter Plattenbalken aus BH 300 mit einer Höhe von $H = 116 \text{ cm}$).

Die optimale Konstruktion hängt sehr von den Einheitskosten der Materialien und den Annahmen des Ingenieurs ab. Bei anderen Einheitskosten und Annahmen würde sich eine andere Lösung ergeben.

2.5.4. Zeitbedarf

Für das Zusammenstellen der Angaben und Ausfüllen der Formulare für diese 13 Optimierungsvarianten wurden 80 Minuten benötigt. Das Loch beanspruchte 10 Minuten, und der Computerdurchlauf dauerte gesamthaft 1 Minute. Um diese Untersuchungen konventionell durchzuführen, benötigte man für Bemessung und Berechnung von entsprechend weit über 100 Varianten einige Tage.

Literaturverzeichnis

- [1] E. Anderheggen: Optimale Bemessung von Stabtragwerken. Diss. ETH, Juris Druck Zürich, 1966
- [2] S. Gajnullina: Die Anwendung der Variationsmethoden zur Berechnung von Systemen geringsten Gewichtes. Trudykazanskogo aviacionnogo in-ta, UdSSR vypusk 91, 1966
- [3] J. Huber: Die praktische Anwendung der konstruktiven Optimierung im Bauwesen. Oe. Institut für Bauvorsuchung, Jahresbericht 1968
- [4] J. Huber: Elektronische Rechenanlagen im Bauwesen (Plattenoptimierung). «Oe. Ingenieur-Zeitschrift», Heft 3, 1964
- [5] G. Rozvany und M. Cohn: Lower bound optimal design of concrete structures. «Proc. ASCE» 96, Nr. 6, 1970
- [6] M. Russow und G. Quaschnig: Operations Research und seine Anwendungsmöglichkeiten in der Bauindustrie. «IFA Baupraxis», Heft 7, 1968

Adresse des Verfassers: Dr. Josef Huber, dipl. Bauing., in Firma Losinger AG, Könizstrasse 74, 3001 Bern.