Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 90 (1972)
Heft: 40

Artikel: Wirtschaftliche Betontragwerke durch Optimierung
Autor: Huber, J.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-85322

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Wirtschaftlichere Betontragwerke durch Optimierung

DK 624.04:693.5:539.4.012

Von Dr. **J. Huber**, dipl. Ing., Bern

Es wurde ein Optimierungsverfahren entwickelt, das dem Ingenieur hilft, wirtschaftliche Betontragwerke innert kurzer Frist zu entwerfen. Neben den statischen Parametern werden die Einzelkosten der Materialien in ein Formular eingetragen, worauf dann durch ein Programm für Computer mit mindestens 32 K Bytes die Optimallösung sowie benachbarte Vergleichslösungen ermittelt werden. Der Hauptvorteil des Verfahrens besteht darin, dass mit wenigen Angaben eine grosse Zahl von Varianten schnell durchgerechnet werden kann, was bisher wegen Zeitmangels kaum möglich war. Steht kein Computer zur Verfügung, können Optimierungen mit Hilfe eines Tabellenbuches durchgeführt werden, wobei allerdings meist Interpolationen erforderlich sind. Bisherige praktische Anwendungen im Brücken-, Hoch- und Industriebau zeigten, dass in allen Fällen Einsparungen erzielt werden konnten.

1. Einleitung

Wohl werden für die statische Berechnung von Ingenieurkonstruktionen eine grosse Zahl von Computerprogrammen verwendet. Für die Analyse der Bauwerkkosten bleibt aber, vor allem wegen des zunehmenden Bauvolumens, nicht viel Zeit, und in vielen Fällen verfügt der Projektierende auch nicht über genügend Informationen über den Stand der Einzelkosten der Bauteile. Die statisch günstigste Lösung, mit Ausnützung der zulässigen Spannungen von Beton und Eisen, muss nicht immer die billigste sein. Damit nun der Ingenieur derartige Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen innert nützlicher Frist anstellen kann, wurde als Hilfsmittel ein Optimierungsverfahren für das Teilgebiet der Betontragwerke entwickelt.

2. Konstruktive Optimierung

2.1. Allgemeines

Unter Optimieren versteht man ganz allgemein das Aufsuchen der besten Lösung für ein gegebenes Problem. In unserem Fall: Entwerfen derjenigen Betontragkonstruktion, deren Kosten am niedrigsten sind. Dazu sei ein einfaches Beispiel angeführt:

Hat ein Ingenieur die Aufgabe, eine Brücke zu entwerfen, so wird er zunächst eine Querschnittsform wählen, eine Trägerhöhe annehmen und die entsprechende Armierung bestimmen. Es gibt aber eine Vielzahl von Lösungen. Er kann eine Trägerhöhe von 60, 70, 80, 100 oder auch 140 cm annehmen und hierbei mehr oder weniger Eisen verwenden. Berücksichtigt man die Einzelkosten des jeweiligen Bauobjektes, wie die Kosten für 1 m³ Beton, für 1 m² Schalung, für 1 t Eisen, für 1 m³ Fundation usw., so gibt es nur mehr eine einzige Lösung (beispielsweise $H = 95$ cm), für die dann die Brückenkosten minimal sind (Bild 1). Bei allen anderen Konstruktionshöhen ergeben sich grössere Brückenkosten. So wird für $H = 60$ cm die Konstruktion um etwa 15% teurer.

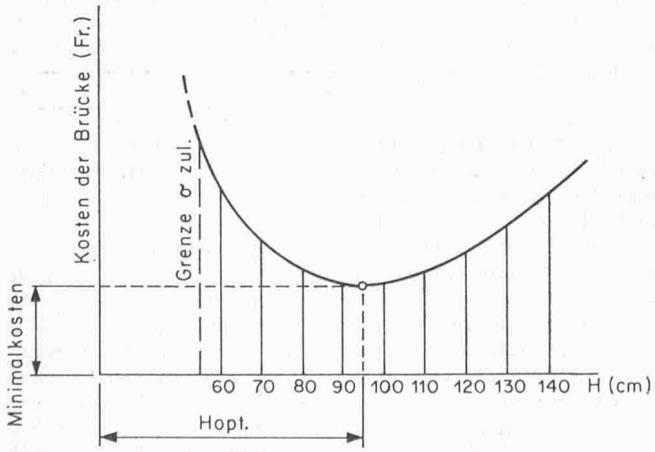

Bild 1. Brückenkosten in Abhängigkeit der Konstruktionshöhe H und Bestimmung der Minimalkosten bzw. von H_{opt}, Beispiel

Diese Untersuchungen müssten für verschiedene Konstruktionsarten und Materialgüten – wie für Platten, Hohlplatten, Plattenbalken, Hohlkasten sowie für Konstruktionen aus Normal- oder Spezialbeton, schlaff armiert oder vorgespannt – durchgeführt werden, um die wirtschaftlichste Lösung zu erhalten. Allein schon aus zeitlichen Gründen ist es kaum möglich, derartige Berechnungen innert kurzer Frist zu bewältigen.

2.2. Entwicklung des Verfahrens

Es war vorerst notwendig, ein mathematisches Modell zu entwickeln, das neben den statischen Veränderlichen auch alle notwendigen Kostenparameter enthält. Die Berücksichtigung nur eines Kostenparameters (beispielsweise des Betongewichtes), wie vielfach in der Literatur anzutreffen, um das Problem zu linearisieren, genügt in der Praxis nicht. Der Verfasser beschäftigt sich seit Jahren mit dieser Aufgabe, die nun mit der Optimierung allgemeiner Betonträgerkonstruktionen abgeschlossen werden konnte. Die Optimierung von Betonplatten wurde bereits früher [3], [4] fertiggestellt.

Im folgenden soll der Lösungsweg beschrieben werden, wobei auf die umfangreichen Detailberechnungen in diesem Rahmen nicht eingegangen werden kann. Um eine Lösung zu ermöglichen, wurden auf Grund praktischer Erfahrungen Näherungen getroffen, die aber die Grössenordnung der Ergebnisse im Hinblick auf die Auswahl der wirtschaftlichsten Konstruktion nicht beeinflussen.

Die Zielfunktion, in diesem Fall die Herstellkosten K, wird definiert durch:

$$K = f(x_i, p, \sigma, k_j);$$

darin bedeuten:

x_i die optimalen Abmessungen des Trägerquerschnittes, wie die Konstruktionshöhe $H(x_1)$ das Verhältnis der Stegbreite zur Breite (x_2), die Plattendicke (x_3); die Trägerlänge (x_4) usw.

p die äusseren Belastungen der Konstruktion

σ die zulässigen Beanspruchungen der Materialien bzw. die Grenzspannungen nach dem Traglastverfahren und

k_j die Kostenparameter bzw. die Einheitskosten; es sind dies beispielsweise die Kosten für die Herstellung und den Einbau von 1 m³ Beton, die Schalungskosten je m², die Kosten für 1 t fertig verlegte Stahlarmierung usw.

Als nächstes wird das Minimum der Funktion durch partielle Differentiation von K nach den einzelnen Veränderlichen x_i in der Form

$$\frac{\partial K}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial K}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial K}{\partial x_i} = 0$$

ermittelt. Man erhält somit ein nichtlineares Gleichungssystem, dessen Auflösung einen Teil der gesuchten theoretischen Lösungen (x_i) ergibt. Danach muss untersucht werden, ob die Nebenbedingungen, die meist konstruktiver oder technologischer Natur sind, erfüllt werden. Es müssen beispielsweise die zulässigen Beanspruchungen der Materialien sowie die

Bruchsicherheit eingehalten werden usw. Diese Forderungen lassen sich in Form von Gleichungen und Ungleichungen formulieren. Dadurch gibt es einen weiteren Teil von Lösungen. Die praktisch mögliche Optimallösung wird durch ein entsprechendes Programm, erstellt in Fortran IV für Computer mit 32 K Bytes, ermittelt.

2.3. Ablauf der Optimierung

Der Projektierende braucht sich nun aber keineswegs mit Differenzieren und elektronischer Datenverarbeitung auseinanderzusetzen. Für das Verfahren genügt ein Mindestmass an Eingaben. Wichtig ist es, dass vorher alle entsprechenden Stellen wie Bauherr/Architekt, Statiker und Kalkulator angefragt werden, um die notwendigen Angaben zu erhalten (Bild 2). Wenn nämlich der Architekt oder der Bauherr bereits alle Abmessungen der Konstruktion festgelegt hat, erübrigt sich eine Optimierung.

Bei den Angaben handelt es sich um 4 Gruppen von Werten:

a) statische Angaben: Es wird das maximale Nutzlastmoment M^p (bei freiaufliegendem Träger $= p\,l^2/8$) mit dazugehöriger Normalkraft benötigt. Diese Werte werden mit einem Statikprogramm (wie RASPAN oder STRESS) ermittelt, können aber in erster Näherung auch geschätzt werden.
b) zulässige Spannungen von verschiedenen Beton- und Eisensorten
c) geometrische Abmessungen für verschiedene Querschnittsformen
d) Einheitskosten für verschiedene Materialien

Der Ingenieur trägt nun gleich für mehrere Annahmen diese Angaben in ein Formular ein, worauf dann der Computer die wirtschaftlichste Konstruktion sowie Vergleichslösungen für die verschiedenen Annahmen ermittelt.

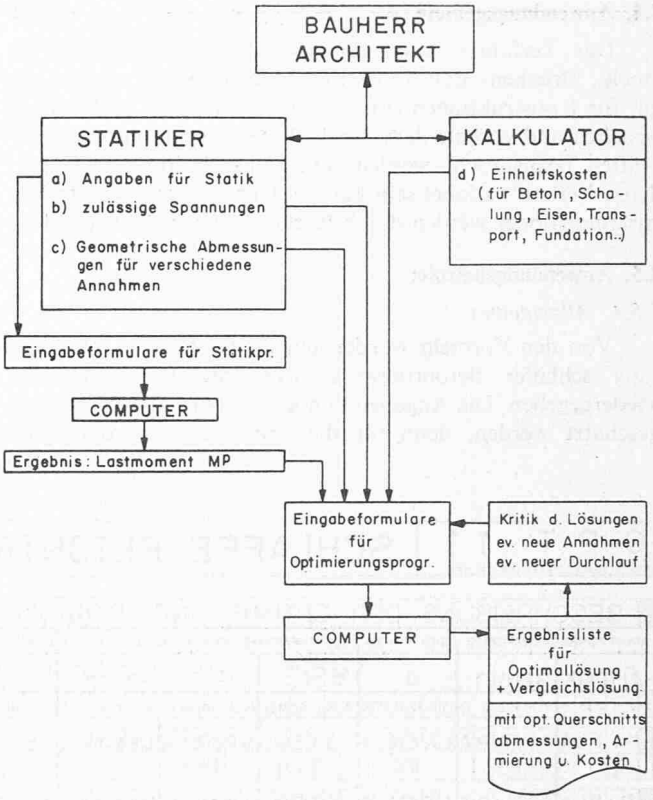

Bild 2. Flussdiagramm der Informationen, die für die Optimierung benötigt werden

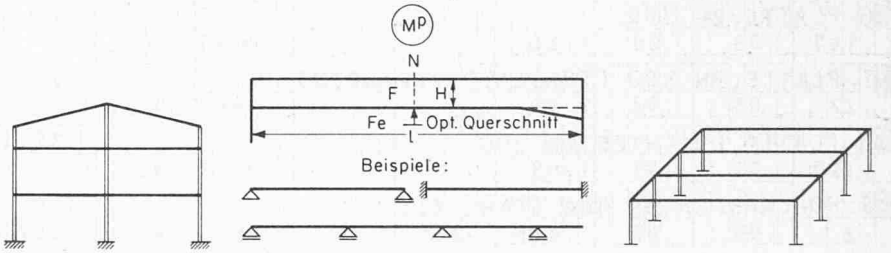

Bild 3. Beanspruchungen der zu untersuchenden Tragwerke sowie Beispiele solcher Tragwerke

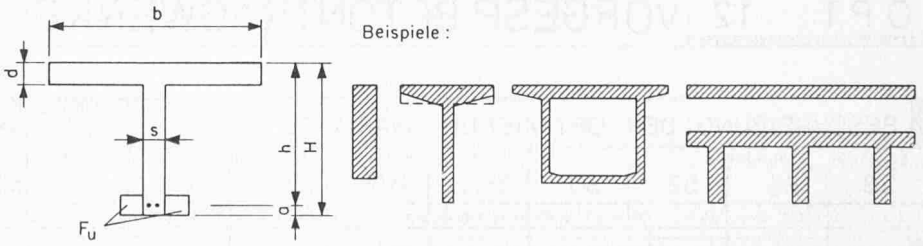

Bild 4. Bezeichnungen und Beispiele für die Träger, die untersucht werden können

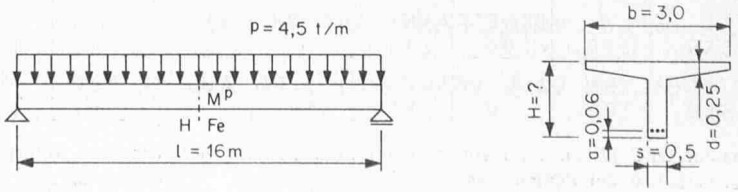

Bild 5. Grunddaten und eine Variante (Plattenbalken) eines Beispiels zur Bestimmung des wirtschaftlichsten Tragwerks. Gesucht wird die optimale Lösung mit Querschnittsform, Betongüte, Bewehrungsart usw.

2.4. Anwendungsgebiete

Das Verfahren kann für normale Betontragwerke im Hoch-, Brücken- und Industriebau angewendet werden. Es gilt für Konstruktionen (Bild 3), die aus Trägern und Platten bestehen und vornehmlich durch Biegemomente mit Normalkräften beansprucht werden. Die Querschnitte der Träger, deren Verlauf variabel sein kann, setzen sich aus Rechtecken zusammen oder werden durch Rechtecke angenähert (Bild 4).

2.5. Anwendungsbeispiel

2.5.1. Allgemeines

Von den Formeln werden nur die für OPT 11, Optimierung schlaffer Betontragwerke (Variante 1) verwendeten wiedergegeben. Die Angaben können in erster Näherung auch geschätzt werden, denn für die Ermittlung der optimalen Konstruktion (Querschnittsform, Materialgüte, Abmessungen) reicht die Genauigkeit in erster Iteration meist aus. Die Detailstatik mit Bemessung wird unabhängig von der Optimierung anschliessend wie üblich durchgeführt.

Problemstellung

Es ist das wirtschaftlichste Tragwerk (Stützweite $l = 16$ m, $b = 3$ m) unter einer Nutzbelastung von $p = 4{,}5$ t/m bei Berücksichtigung der angegebenen Einheitskosten zu entwerfen (Bild 5).

Angaben

Maximales Nutzlastmoment: $M^p = p \cdot l^2/8 = 4{,}5\ \text{t/m} \cdot (16\ \text{m})^2/8 = 144\ \text{t m}$

Spezialbeton BS 400: Kosten $B_1 = 100$ Fr./m³, $\sigma_{bzul} = 160$ kg/cm²

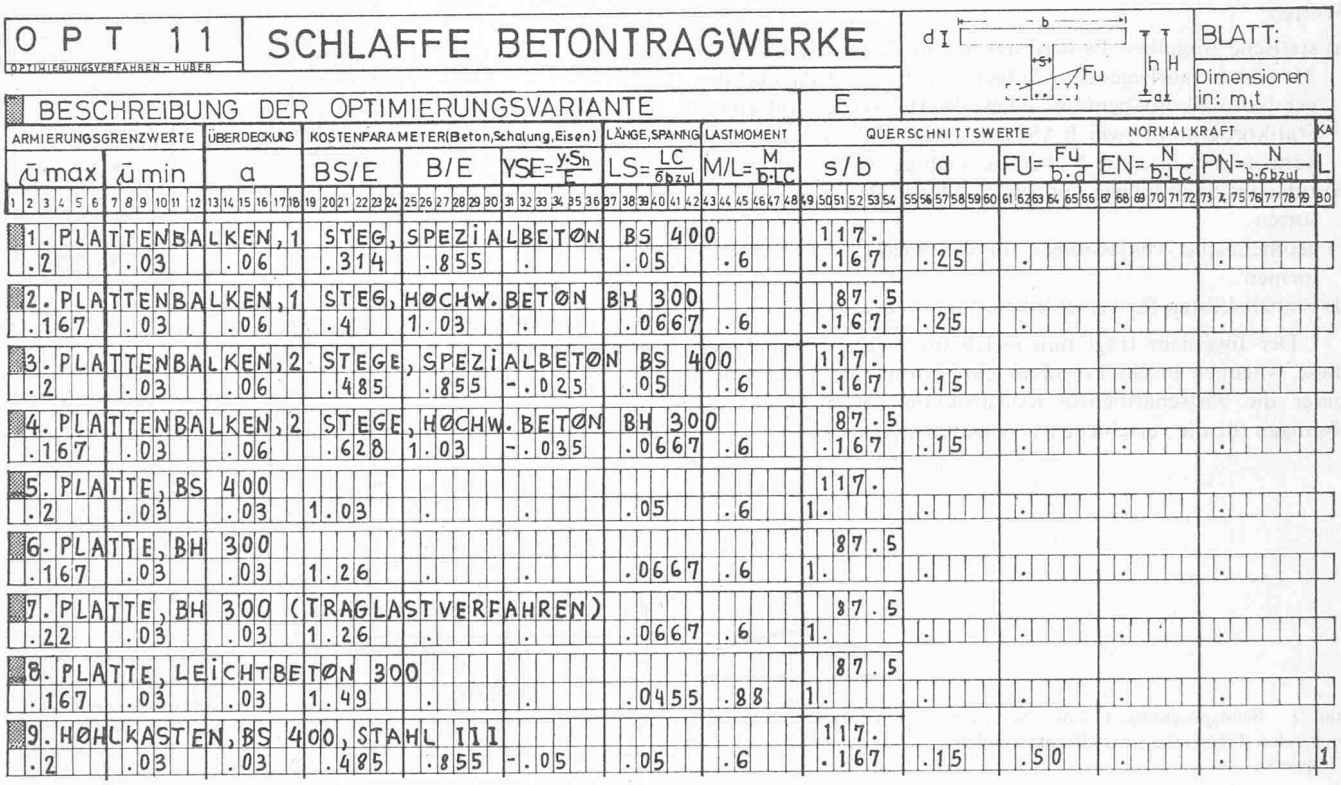

Bild 6. Formular OPT 11 mit Eintrag der Grunddaten für neun Varianten

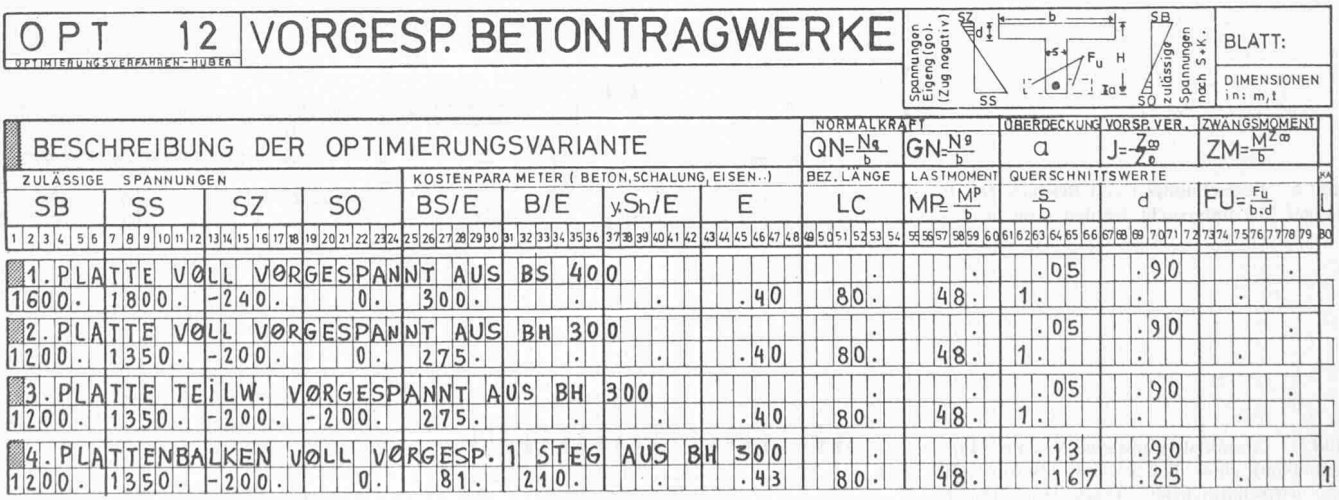

Bild 7. Formular OPT 12 mit Eintragungen der Grunddaten für vier Varianten vorgespannter Betontragwerke: Platten mit verschiedener Vorspannung, vorgespannter Plattenbalken

Hochwertiger Beton BH 300: Kosten $B_1 = 90$ Fr./m³, $\sigma_{bzul} = 120$ kg/cm²

Stahl III (schlaff): Kosten $E_1 = 1400$ Fr./t, $\sigma_{ezul} = 2400$ kg/cm²

Spannstahl: Kosten $E_1 = 3400$ Fr./t, $\sigma_{ezul} = 11000$ kg/cm²

Lotrechte Schalung: Kosten $S_1 = 30$ Fr./m²

Diese Angaben verwenden nun der Ingenieur für die Eintragungen in die Formulare gleich für mehrere Optimierungsvarianten.

2.5.2. *Schlaff armierte Betontragwerke*

Für schlaff armierte Betontragwerke sind in Formular OPT 11 (Bild 6) neun Varianten eingetragen:

Variante 1: Plattenbalken, 1 Steg, Spezialbeton BS 400
Variante 2: Plattenbalken, 1 Steg, hochwertiger Beton BH 300
Variante 3: Plattenbalken, 2 Stege, Spezialbeton BS 400
Variante 4: Plattenbalken, 2 Stege, hochwertiger Beton BH 300
Variante 5: Platte, BS 400
Variante 6: Platte, BH 300
Variante 7: Platte, BH 300 (Traglastverfahren)
Variante 8: Platte, Leichtbeton 300
Variante 9: Hohlkasten, BS 400, Stahl III

Zur Erläuterung werden die Eingaben für die Variante 1 – ohne detaillierte Erklärung und Ableitung der Formeln – ermittelt. Es bedeuten:

M^p, LC, LS und M/L statische Werte
l die Trägerlänge
γ das Raumgewicht des Betons
λ den Momentbeiwert infolge Konstruktionsgewicht
c die Querschnittsverteilung über die Trägerlänge (mit $c = 1$ bei konstantem Querschnittsverlauf)
m das Verhältnis der zulässigen Spannungen
μ das Armierungsverhältnis
E den Kostenparameter für die Armierung (wobei w den Armierungsverlauf über die Trägerlänge berücksichtigt)
BS/E das allgemeine Kostenparameterverhältnis (mit s als Summe aller Stegstärken und t als doppelte Anzahl der Stege)
B/E das Kostenparameterverhältnis von Beton zu Eisen
YSE das Kostenparameterverhältnis von horizontaler Schalung und weiteren konstanten Kostenanteilen (wie obere Plattenarmierung, Einrüstung usw.) zu Eisen

Im besonderen Fall ergibt sich somit:

$$M^p/b = 144 \text{ tm}/3 \text{ m} = 48 \text{ t}$$

$$LC = l^2 \gamma \lambda c = (16 \text{ m})^2 \cdot 2{,}5 \text{ t/m}^3 \cdot 1/8 \cdot 1 = 80 \text{ t/m}$$

$$LS = LC / \sigma_{b\,zul} = 80 \text{ t/m} / 1600 \text{ t/m}^2 = 0{,}05 \text{ m}$$

$$M/L = M^p/(b \cdot LC) = 48 \text{ t} / 80 \text{ t/m} = 0{,}6 \text{ m}$$

$$m = \sigma_{ezul} / \sigma_{bzul} = 24000 \text{ t/m}^2 / 1600 \text{ t/m}^2 = 15$$

$$\bar{\mu}_{max} = \mu_{max} \cdot m = 0{,}0135 \cdot 15 = 0{,}2$$

$$\bar{\mu}_{min} = 0{,}03$$

$$E = w\,E_1/m = 1{,}25 \cdot 1400 \text{ Fr./t} / 15 = 117 \text{ Fr./t}$$

$$BS/E = \frac{s\,B + t\,S}{b\,E} = \frac{0{,}5 \text{ m} \cdot 100 \text{ Fr./m}^3 + 2 \cdot 30 \text{ Fr./m}^2}{3 \text{ m} \cdot 117 \text{ Fr./t}} = 0{,}314 \text{ t/m}^3$$

```
OPTIMIERUNGSVERFAHREN FUER WIRTSCHAFTLICHE SCHLAFF ARMIERTE TRAGWERKE
**********************************************************************

1.ERMITTLUNG DER OPTIMALLOESUNG(H,FE,KOS) JEDER EINGEGEBENEN VARIANTE
  (SOWIE VERGLEICHSWERTE FUER ZUNEHMENDE+ABNEHMENDE  KOSTENPARAMETER)
2.AUSWAHL DER OPTIMALEN VARIANTE  (SOWIE ZUSAMMENSTELLUNG DER KOSTEN)


1.PLATTENBALKEN,1 STEG,SPEZIALBETON BS 400

EINGABEDATEN  VARIANTE 1
WMA=.200 WMI=.030 A=0.06 BS/E=0.314 BE=0.85 YSE=0.0  LS=0.0500
M/L=0.600 S/B=0.167  D=0.25 FU=0.0  EN=0.0   PN=0.0   E= 117.0

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    57 136.1    113  50 108     84  66 113    155  38 113    215  29 127
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H=113  ARMIERUNG FE= 49.8  KOSTEN/L*B= 108.1
  ----------------------------------------------------------------------

2.PLATTENBALKEN,1 STEG,HOCHW.BETON BH 300

EINGABEDATEN  VARIANTE 2
WMA=.167 WMI=.03C A=0.06 BS/E=0.400 BE=1.03 YSE=0.0  LS=0.0667
M/L=0.600 S/B=0.167  D=0.25 FU=0.0  EN=0.0   PN=0.0   E=  87.5

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    71 118.0    117  65 104     88  86 108    160  49 109    221  38 123
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H=117  ARMIERUNG FE= 64.8  KOSTEN/L*B= 104.3
  ----------------------------------------------------------------------

3.PLATTENBALKEN,2 STEGE,SPEZIALBETON BS 400

EINGABEDATEN  VARIANTE 3
WMA=.200 WMI=.03C A=0.06 BS/E=0.485 BE=0.85 YSE=-.02 LS=0.0500
M/L=0.600 S/B=0.167  D=0.15 FU=0.0  EN=0.0   PN=0.0   E= 117.0

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    55 129.7     89  57 112     68  75 117    121  43 118    166  33 134
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H= 89  ARMIERUNG FE= 56.8  KOSTEN/L*B= 112.3
  ----------------------------------------------------------------------

4.PLATTENBALKEN,2 STEGE,HOCHW.BETON BH 300

EINGABEDATEN  VARIANTE 4
WMA=.167 WMI=.03C A=0.06 BS/E=0.628 BE=1.C3 YSE=-.03 LS=0.0667
M/L=0.600 S/B=0.167  D=0.15 FU=0.0  EN=0.0   PN=0.0   E=  87.5

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    68 116.2     92  74 110     70  99 115    124  56 115    169  44 131
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H= 92  ARMIERUNG FE= 74.4  KOSTEN/L*B= 109.9
  ----------------------------------------------------------------------

5.PLATTE,BS 400

EINGABEDATEN  VARIANTE 5
WMA=.200 WMI=.030 A=0.03 BS/E=1.030 BE=0.0  YSE=0.0  LS=0.0500
M/L=0.600 S/B=1.C00  D=0.0  FU=0.0  EN=0.0   PN=0.0   E= 117.0

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    63 185.1     64 118 185    63 119 185     84  99 192    113  85 215
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H= 64  ARMIERUNG FE=117.5  KOSTEN/L*B= 185.1
  ----------------------------------------------------------------------

6.PLATTE,BH 300

EINGABEDATEN  VARIANTE 6
WMA=.167 WMI=.03C A=0.03 BS/E=1.260 BE=0.0  YSE=0.0  LS=0.0667
M/L=0.600 S/B=1.C00  D=0.0  FU=0.0  EN=0.0   PN=0.0   E=  87.5

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    84 185.5     84 135 185    84 135 185    90 130 188    121 112 211
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H= 84  ARMIERUNG FE=135.2  KOSTEN/L*B= 185.5
  ----------------------------------------------------------------------

7.PLATTE,BH 300 (TRAGLASTVERFAHREN)

EINGABEDATEN  VARIANTE 7
WMA=.220 WMI=.03C A=0.03 BS/E=1.260 BE=0.0  YSE=0.0  LS=0.0667
M/L=0.600 S/B=1.C00  D=0.0  FU=0.0  EN=0.0   PN=0.0   E=  87.5

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    71 182.0     71 151 182    71 151 182    90 130 188    121 112 211
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H= 71  ARMIERUNG FE=151.1  KOSTEN/L*B= 182.0
  ----------------------------------------------------------------------

8.PLATTE,LEICHTBETON 300

EINGABEDATEN  VARIANTE 8
WMA=.167 WMI=.030 A=0.03 BS/E=1.450 BE=0.0  YSE=0.0  LS=0.0455
M/L=0.880 S/B=1.C00  D=0.0  FU=0.0  EN=0.0   PN=0.0   E=  87.5

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    74 177.8     74 118 178    74 118 178    81 111 182    108  93 205
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H= 74  ARMIERUNG FE=118.4  KOSTEN/L*B= 177.8
  ----------------------------------------------------------------------

9.HOHLKASTEN,BS 400,STAHL III

EINGABEDATEN  VARIANTE 9
WMA=.200 WMI=.030 A=0.03 BS/E=0.485 BE=0.85 YSE=-.05 LS=0.0500
M/L=0.600 S/B=0.167  D=0.15 FU=0.50 EN=0.0   PN=0.0   E= 117.0

  HMIN   KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS      H  FE KOS
  ----------    ----------    ----------    ----------    ----------
    54 137.8     90  59 119    67  79 125    123  45 125    170  34 142
  VERGLEICHSWERTE  BS/E         2*BS/E         BS/E/2         BS/E/4

  OPTIMALLOESUNG  HOEHE H= 90  ARMIERUNG FE= 59.0  KOSTEN/L*B= 119.5
  ----------------------------------------------------------------------

ZUSAMMENSTELLUNG
----------------

VARIANTE  1   KOSTEN/(L*B)= 108.1
VARIANTE  2   KOSTEN/(L*B)= 104.3
VARIANTE  3   KOSTEN/(L*B)= 112.3
VARIANTE  4   KOSTEN/(L*B)= 109.9
VARIANTE  5   KOSTEN/(L*B)= 185.1
VARIANTE  6   KOSTEN/(L*B)= 185.5
VARIANTE  7   KOSTEN/(L*B)= 182.0
VARIANTE  8   KOSTEN/(L*B)= 177.8
VARIANTE  9   KOSTEN/(L*B)= 119.5

OPTIMALE KONSTRUKTION=VARIANTE 2   KOSTEN/(L*B)= 104.3
**********************************************************************
```

Bild 8, rechts. Computerausdruck der Ergebnisse des Vergleichs von neun Varianten schlaff armierter Tragwerke

```
4.PLATTENBALKEN VOLL VORGESP.1 STEG AUS BH 300

EINGABEDATEN VARIANTE  4
SB=1200.0 SS=1350.0 SZ=-200.0 SO=    0.0 BSE=  81.0 BE= 210.0 YSE=   0.0   E= 0.430 LC=   80.0
MP=  48.0S/B= 0.167  D= C.250 FU= 0.0     QN=    0.0 GN=    0.0    A=  0.13 J= 0.900 ZM=    0.0

LOESUNG NR=  1  KOS=*****  H= 1.60  A=****   Z/B=  17.8  SPGEN=6322.1350.1116.*****  Q=0.30.685.027
LOESUNG NR=  2  KOS=*****  H= 1.03  A=****   Z/B=  17.8  SPGEN=6322.1350.1116.*****  Q=0.37.707.028
LOESUNG NR=  3  KOS=  193  H= 1.03  A=0.60  Z/B= 322.1  SPGEN=1200.1350.  775.   -0.  Q=0.37.707.028
LOESUNG NR=  4  KOS=  101  H= 1.16  A=0.13  Z/B=  97.8  SPGEN= 347.1065.  -64.   -0.  Q=0.35.703.028
LOESUNG NR=  5  KOS=*****  H= 0.55  A=0.13  Z/B= 247.7  SPGEN=1200.4411.-656.   -0.  Q=0.55.689.029
LOESUNG NR=  6  KOS=  102  H= 1.03  A=0.13  Z/B= 110.5  SPGEN= 412.1350.-101.   -0.  Q=0.37.707.028
LOESUNG NR=  7  KOS=*****  H= 0.84  A=0.13  Z/B= 138.1  SPGEN= 557.2004.-200.   -0.  Q=0.41.710.028
LOESUNG NR=  8  KOS=*****  H= 0.35  A=0.13  Z/B= 588.1  SPGEN=3592.6671.-200.   -0.  Q=0.76.614.041
LOESUNG NR=  9  KOS=*****  H= 2.02  A=0.13  Z/B= 154.9  SPGEN= -17.1350.-200. 889.  Q=0.27.657.026
LOESUNG NR=10  KOS=*****  H= 2.02  A=0.13  Z/B= 154.9  SPGEN= -17.1350.-200. 889.  Q=0.21.595.021
LOESUNG NR=11  KOS=*****  H= 0.67  A=0.13  Z/B= 147.4  SPGEN= 992.2204.-200.-806.  Q=0.48.704.028
LOESUNG NR=12  KOS=*****  H= 0.46  A=0.13  Z/B= 154.0  SPGEN=2721.1350.  226.*****  Q=0.62.667.031
LOESUNG NR=  1  KOS=*****  H= 1.06  A=-.11  Z/B=  80.7  SPGEN=2721.1350.  226.*****  Q=0.36.707.028
LOESUNG NR=  4  KOS=*****  H= 0.88  A=0.13  Z/B= 131.7  SPGEN= 521.1846.-175.   -0.  Q=0.40.710.028
LOESUNG NR=  1  KOS=*****  H= 2.87  A=0.13  Z/B= -36.5  SPGEN=3282.1350.  362.*****  Q=0.24.637.024
LOESUNG NR=  4  KOS=  106  H= 1.58  A=0.13  Z/B=  73.7  SPGEN= 228.  580.  -13.    0.  Q=0.30.686.027
LOESUNG NR=  1  KOS=*****  H= 9.39  A=0.13  Z/B=-160.6  SPGEN=2316.1350.  148.*****  Q=0.19.556.018
LOESUNG NR=  4  KOS=  119  H= 2.18  A=0.13  Z/B=  57.3  SPGEN= 152.  313.    8.   -0.  Q=0.26.661.026

  OPTIMALLOESUNG: HOEHE H=116 CM  A= 13  VORSPANNKRAFT Z/B=  98  SPANNUNG SP= 34  KOSTEN/L*B= 101
  ----------------------------------------------------------------------------------------------

ZUSAMMENSTELLUNG
----------------

VARIANTE  1   KOSTEN/(L*B)= 181.7

VARIANTE  2   KOSTEN/(L*B)= 175.6

VARIANTE  3   KOSTEN/(L*B)= 161.1

VARIANTE  4   KOSTEN/(L*B)= 101.2

OPTIMALE KONSTRUKTION=VARIANTE 4  KOSTEN/(L*B)= 101.2
*****************************************************
```

Bild 9. Computerausdruck der Ergebnisse des Vergleichs von vier Varianten vorgespannter Betontragwerke. Ausschnitt mit den Angaben über die Optimallösungen (Variante 4) und Zusammenstellung

B/E = 100 Fr./m³ / 117 Fr./t = 0,855 t/m³

YSE = 0

s/b = 0,50 m / 3 m = 0,167

Der Computer liefert nun folgendes für Variante 1 (siehe Computerausgabe für OPT 11, Bild 8):

a) Wiedergabe der Eingabedaten zur Kontrolle

b) Verschiedene Vergleichslösungen

- die Lösung bei Ausnützung der zulässigen Spannungen von Beton und Eisen mit H min = 57 cm und Kosten (KOS) = 136 Fr./m²
- die Optimallösung mit H opt = 113 cm, Kosten (KOS) = 108 Fr./m²
- jene Lösung für eine Zunahme der Beton- und Schalungskosten auf $2 \cdot BS/E$ mit H = 84 cm
- jene Lösungen für eine Abnahme der Beton- und Schalungskosten auf $\frac{1}{2} BS/E$ und $\frac{1}{4} BS/E$ mit H = 155 cm und H = 215 cm

c) Die Optimallösung im Detail, mit H opt = 113 cm, ungefährer Armierung in Trägermitte

$Fe = (FE) \cdot 10 \cdot b/m = 49{,}8 \cdot 10 \cdot 3/15 = 100$ cm²

Konstruktionskosten/m² (ohne konstante Anteile YSE) KOS = 108,1 Fr./m²

Von allen Plattenbalken aus Spezialbeton BS 400 ist bei den getroffenen Annahmen der mit einer Höhe von H = 113 cm am billigsten. Würde man die Lösung mit Ausnützung von Beton und Eisen ausführen, so ergäben sich um 26% höhere Kosten. Aber auch die direkt benachbarten Vergleichslösungen sind noch um 4% teurer.

2.5.3. *Vorgespannte Betontragwerke*

Auch für die Optimierung vorgespannter Betontragwerke (Formular OPT 12, Bild 7) trifft der Ingenieur verschiedene Annahmen wie:

Variante 1: Platte voll vorgespannt, BS 400

Variante 2: Platte voll vorgespannt, BH 300

Variante 3: Platte teilweise vorgespannt, BH 300

Variante 4: Plattenbalken voll vorgespannt, 1 Steg, BH 300

Es werden nur die Ergebnisse für Variante 4 der Computerberechnung wiedergegeben. In diesem Fall werden 12 benachbarte Einzellösungen ermittelt (siehe Computerausgabe OPT 12, Bild 9), von denen nur diejenigen mit Kosten ≠* brauchbar sind. Ausserdem werden je 2 Lösungen (1 und 4) für zu- und abnehmende Kostenparameter angeführt.

Es bedeuten:

KOS	die Konstruktionskosten je m²
H	die Konstruktionshöhe
A	die Überdeckung der Kabel
Z/B	die Vorspannkraft nach Schwinden und Kriechen /*b*
SPGEN	Druckspannungen vor und nach Schwinden und Kriechen, Zugspannungen vor und nach Schwinden und Kriechen
Q	Querschnittsbeiwerte für Fläche ($F = Q_1 b H$), Schwerpunkt ($S = Q_2 H$), Trägheitsmoment $J = Q_3 b H^3$)

Abschliessend wählt dann der Computer von allen Varianten die wirtschaftlichste aus. Es ist dies, bei den getroffenen Annahmen für dieses Anwendungsbeispiel, Variante 4 (ein vorgespannter Plattenbalken aus BH 300 mit einer Höhe von H = 116 cm).

Die optimale Konstruktion hängt sehr von den Einheitskosten der Materialien und den Annahmen des Ingenieurs ab. Bei anderen Einheitskosten und Annahmen würde sich eine andere Lösung ergeben.

2.5.4. *Zeitbedarf*

Für das Zusammenstellen der Angaben und Ausfüllen der Formulare für diese 13 Optimierungsvarianten wurden 80 Minuten benötigt. Das Lochen beanspruchte 10 Minuten, und der Computerdurchlauf dauerte gesamthaft 1 Minute. Um diese Untersuchungen konventionell durchzuführen, benötigte man für Bemessung und Berechnung von entsprechend weit über 100 Varianten einige Tage.

Literaturverzeichnis

[1] *E. Anderheggen:* Optimale Bemessung von Stabtragwerken. Diss. ETH, Juris Druck Zürich, 1966

[2] *S. Gajnullina:* Die Anwendung der Variationsmethoden zur Berechnung von Systemen geringsten Gewichtes. Trudykazanskogo aviacionnogo in-ta, UdSSR vypusk 91, 1966

[3] *J. Huber:* Die praktische Anwendung der konstruktiven Optimierung im Bauwesen. Oe. Institut für Bauforschung, Jahresbericht 1968

[4] *J. Huber:* Elektronische Rechenanlagen im Bauwesen (Plattenoptimierung). «Oe. Ingenieur-Zeitschrift», Heft 3, 1964

[5] *G. Rozvany* und *M. Cohn:* Lower bound optimal design of concrete structures. «Proc. ASCE» 96, Nr. 6, 1970

[6] *M. Russow* und *G. Quaschning:* Operations Research und seine Anwendungsmöglichkeiten in der Bauindustrie. «IFA Baupraxis», Heft 7, 1968

Adresse des Verfassers: Dr. *Josef Huber*, dipl. Bauing., in Firma Losinger AG, Könizstrasse 74, 3001 Bern.