

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 90 (1972)
Heft: 10: SIA-Heft, Nr. 2/1972: Brücken und Strassen

Artikel: Robert Maillarts Einführung des Schubmittelpunktes: Teilwiedergabe von Original-Texten
Autor: Béguin, G.H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-85136>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SIA-Heft Nr. 2, 1972

1972 – Maillart-Jahr

DK 92

Wie auf S. 97 dieses Jahrgangs angezeigt, wollen wir heute eine Seite von Robert Maillarts Leistung ins Licht rücken: seinen Beitrag zur Förderung der theoretischen Grundlagen nicht nur der Eisenbetonbauweise, sondern der Baustatik überhaupt. Mit seiner Entdeckung des Schubmittelpunktes hat er Wesentliches zur Biegsungslehre beigetragen. Da er den Kampf um diese Erkenntnis in der Schweiz. Bauzeitung ausgetragen hat, konnte sich Ing. Gilbert H. Béguin auf unsere früheren Veröffentlichungen stützen. Weil aber Maillarts grosse Leistung die ausgeführ-

ten Bauten sind, begleiten wir die theoretischen Ausführungen mit einer kleinen Auswahl von zeitgenössischen Bildern, wobei wiederum eine Beschränkung sich aufdrängt, nämlich auf die Brücken. Zur Abrundung des Bildes von Maillart, das wir der heutigen Generation vorführen möchten, geben wir den Nachruf wieder, den der unvergessene Professor Hans Jenny-Dürst am 2. Mai 1940 in der «Neuen Zürcher Zeitung» erscheinen liess, ergänzt durch Photos und andere Unterlagen, die wir von Frau M. Blumer-Maillart erhalten haben. Ihr danken wir auch dafür, dass sie mit Hingabe alles sammelt und hegt, was an Dokumenten über das Schaffen ihres Vaters noch vorhanden ist.

W. J.

Robert Maillarts Einführung des Schubmittelpunktes

DK 93:624.04

Teilwiedergabe von Original-Texten, gestaltet durch G. H. Béguin, Dr. Ing., dipl. Bauing. EPFL, Genève

Zur Erinnerung an den hundertsten Geburtstag von R. Maillart wird nachstehend eine gekürzte Fassung der verschiedenen Veröffentlichungen von Maillart über das Thema des Schubmittelpunktes dargeboten. Sie umfasst 8 Aufsätze, welche in der SBZ in den Jahren 1921 bis 1924 veröffentlicht worden sind.

Der Forscher und Historiker auf dem Gebiete der Baustatik wird sich wohl an die ursprünglichen Texte halten müssen. Für den Bauingenieur von heute stellt diese Wiedergabe jedoch einen Beitrag dar zur Bereicherung seiner allgemeinen baustatischen Bildung.

Im Text wurden zwecks klarer Darstellung Untertitel eingeführt. Alle vom Verfasser eingefügten Zwischentexte (Überbrückung der Auslassungen in Maillarts Originaltext) sind in Kursivschrift gesetzt.

Einleitung

Die Brücken und die Pilzdecken von Maillart sind durch das wertvolle Buch von Architekt Max Bill [1] gewürdigt und bekannt geworden.

Die Aufsätze von Maillart über Probleme der Baustatik sind in der Schweiz heute kaum mehr bekannt, obwohl sie meistens in der Schweizerischen Bauzeitung veröffentlicht wurden. Anderswo hingegen wurden seine Arbeiten anerkannt; so liest man zum Beispiel im Buch von V.Z. Vlasov [2]: «Im Jahre 1921, 12 Jahre nach Bachs Experimenten, veröffentlichte Maillart eine Arbeit [SBZ, Nr. 18, 1921] über das Problem der Biegung und Drehung von dünnwandigen Metallprofilen...»

Damals lag die Idee eines Schubmittelpunktes bereits «in der Luft». Im Jahre 1913 hatte S.P. Timoshenko eine Arbeit [3] veröffentlicht, in der er die Biegung von asymmetrischen Querschnitten behandelte. Er zeigte, dass bei halbkreisförmigen und bei gleichschenklig-dreieckförmigen Querschnitten eine kleine Verlagerung des Lastangriffspunktes vom Schwerpunkt weg genüge, um Torsionserscheinungen zu vermeiden.

Für dünnwandige Querschnitte, wo diese Verlagerung des Lastangriffspunktes ein grösseres Ausmass annimmt, wurde die entsprechende Frage durch Maillart behandelt. Er führte den Begriff des Schubmittelpunktes ein.

Der Ausgangspunkt: die Versuche von C. Bach

In seinem ersten Aufsatz [4] schreibt Maillart im April 1921:

In der letzten Auflage von Bachs «Elastizität und Festigkeit» [5] sind auf Seite 267 Biegungsversuche mit einem L-Eisen erwähnt, die zu lebhaftem Meinungsaustausch führten, mit dem Resultat, dass man sich diese Versuchsergebnisse noch nicht recht erklären kann.

Bach belastete einen L-Balken Nr. 30 gemäss Abbildungen 1, 2 und 3. In den Abbildungen 2 und 3 sind die gemessenen Spannungen eingeschrieben und aufgetragen, die Endpunkte zu Spannungsdigrammen verbunden. Die normale, das heisst nach üblicher Methode berechnete Spannung von 272 kg/cm² wird bis um 53 und 90 % überschritten. Offenbar belastete Bach lediglich in der Stegmitte und im Schwerpunkt, weil er a priori annahm, es könne für die Möglichkeit einer normalen Spannungsverteilung nur einer dieser Punkte in Betracht fallen. Das Vorhandensein eines dritten charakteristischen Punktes zog er nicht in Erwägung; und doch liegt es gar nicht so fern zu vermuten, dass, sofern die Verschiebung der Last von Stegmitte um 2,2 cm nach links eine Mehrüberschreitung der normalen Spannungen von 90 — 53 = 37% ergab, die Überschreitung verschwinden dürfte, wenn man die Belastungsebene um $2,2 \times \frac{53}{37} = 3,2$ cm von Stegmitte nach rechts verschiebt.

Abbildung 4 zeigt, eng schraffiert, die «normale» Spannungsverteilung gemäss der Hauptgleichung der Biegsungslehre. Die Resultierende der Biegungsspannungen jeder Schnitthälften geht durch einen Druck- und Zugmittelpunkt S_d und S_z , deren Lage sich ermittelt zu:

$$y_0 = \frac{\Sigma (y^2 \Delta F)}{\Sigma (y \Delta F)} = \frac{J_x}{2 S_x} = 12,7$$

$$x_0 = \frac{\Sigma (xy \Delta F)}{\Sigma (y \Delta F)} = \frac{S_y (h - d)}{2 S_x} = \frac{S_y (h - d) y_0}{J_x} = 3,0.$$

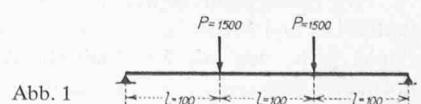


Abb. 1

(Darin sind S_x und S_y die statischen Momente der Querschnittshälften; alle Werte sind stets in cm und kg verstanden).

Dass statt dieser Spannungsverteilung eine solche gemäss Abbildungen 2 und 3 beobachtet wurde, führt nun Bach ohne weiteres auf die Asymmetrie des Querschnittes zurück.

Ein prinzipieller Unterschied im Verhalten des symmetrischen und asymmetrischen Querschnittes ist nicht vorhanden. Beim symmetrischen Querschnitt haben wir lediglich den Spezialfall, dass Zug- und Druckmittelpunkt in die Symmetriechse fallen.

Der Schubmittelpunkt

Eine Querkraft erzeugt nicht nur Schubspannungen, sondern auch zusätzliche Biegeungs- und Torsionsspannungen. Damit nämlich unter Einwirkung einer Querkraft P und des Momentes $P \cdot l$ Gleichgewicht herrscht, müssen nicht nur die Biegespannungen dem Biegungsmoment, sondern auch die Schubspannungen der Querkraft Gleichgewicht halten. Nun ist aber die Schubspannungs-Verteilung von der Biegespannungs-Verteilung abhängig. Für die normale Biegespannungs-Verteilung ergibt sich also ein ganz bestimmtes System der Schubspannungen mit einer nach Grösse, Richtung und Angriffspunkt ganz bestimmten Resultierenden; sie ist gleich und entgegengesetzt der Querkraft und muss denselben Angriffspunkt haben wie diese. Wenn wir also den Angriffspunkt der dem normalen Spannungssystem entsprechenden Resultierenden der Schubspannungen ermitteln, so ist damit die Ebene bestimmt, in der die Querkraft wirken muss, damit der normale Biegefall realisiert ist. Fällt die Querkraft außerhalb dieser Ebene, so wird Gleichgewicht nur vorhanden sein können durch Hinzutreten von partiellen Ausbiegungs- sowie Torsionserscheinungen, wie sie Bach beim L-Eisen-Versuch konstatiert hat.

Die Schubspannungen sind im Normalfall im Steg vertikal gerichtet, dagegen in den Flanschen fast horizontal und zwar die Horizontalkomponenten in den beiden Flanschen entgegengesetzt. Die Grösse der Resultierenden sowohl der Horizontal- als auch der Vertikalspannungs-Komponenten ist durch die statischen Momente S des Flansches in bezug auf dessen rechten (mit der Stegachse übereinstimmenden) und unteren Rand annähernd bestimmt, indem

$$H \text{ und } V = \frac{\sigma}{l} \cdot S = \frac{P \cdot (h-d)}{2 J_x} \cdot S \\ (\sigma = \text{mittlere Flanschspannung} = \frac{P \cdot l \cdot (h-d)}{2 J_x}).$$

So ergibt sich als Summe der Momente der Schubspannungen bezogen auf den Stegmittelpunkt

$$M = \frac{P(h-d)}{2 J_x} \left((2 F_f \cdot s \cdot \frac{(h-d)}{2} - 2 F_f \frac{d}{2} \cdot s) \right) \\ = P \frac{S_y(h-d)(h-2d)}{2 J_x},$$

da das statische Moment der Flanschfläche $F_f \cdot s$ annähernd gleich ist dem statischen Moment des halben Querschnittes.

Also ist der Abstand der Resultierenden vom Stegmittelpunkt:

$$e = \frac{M}{P} = \frac{S_y(h-d)(h-2d)}{2 J_x} = 3,1.$$

Wir haben somit gefunden, dass wenn die Belastungsebene vertikal ist und durch einen 3,1 cm von der Stegachse entfernten Punkt geht, den wir **Schubmittelpunkt** nennen wollen, die normale Spannungsverteilung stattfinden wird.

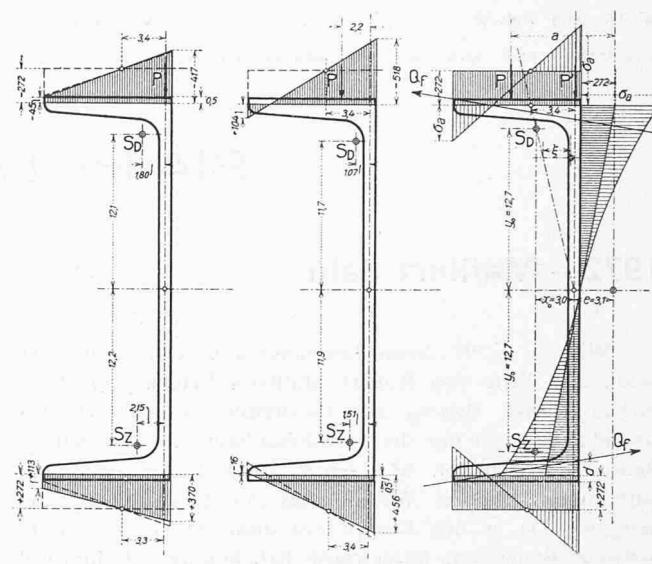


Abb. 2

Abb. 3

Abb. 4

Berechnung der Spannungen für den Fall der Versuche von Bach

Um nun zu ermitteln, wie sich die Spannungen ändern, wenn die Lastebene sich im Abstand a von diesem Punkt befindet (Abb. 4), zerlegen wir die Last in eine durch den Schubmittelpunkt und eine durch die Stegmitte gehende Vertikalkomponente. Letztgenannte hat die Grösse

$$P' = \frac{a}{e} \cdot P.$$

Die dieser Komponente entsprechenden Q_f sind nun die einzigen Kräfte, die auf den ganzen Querschnitt drehend und auf die beiden Querschnithälften ausbiegend wirken, indem die Querkraft P' mit der Resultierenden der Schubspannungen des Steges zusammenfällt. Wir haben uns also zu beschränken, die Wirkung der Q_f zu untersuchen, wobei wiederum nur deren Horizontalkomponenten

$$H = P' \frac{S_y(h-d)}{2 J_x} = P' \frac{e}{h-2d} = P \frac{a}{(h-2d)}$$

in Betracht zu ziehen sind.

Die Ausbiegungen der oberen und unteren Querschnithälften sind gleich aber entgegengesetzt, so dass aus Symmetriegründen in Stegmitte keine Biegung wirken und sie weder längs noch seitlich ausweichen kann; die neutrale Achse für Ausbiegung wird also den Stegmittelpunkt enthalten müssen und ergibt sich als dessen Verbindungsline mit dem Druck- (oder Zug-)Mittelpunkt.

Dann rechnet Maillart die Ausbiegung des oberen Flansches in der Mitte des Trägers und findet:

Für $P = 1500$, $l = 100$, $h-2d = 26,8$, $T = 188$ ergibt sich

$$f_b = 0,01065 a \cdot y.$$

Nun wirkt aber auch der Drehwiderstand dem Ausweichen entgegen. Wäre er allein vorhanden, so ergäbe sich die Verschiebung desselben Punktes für das Drehmoment $H(h-2d)$ = $P \cdot a$ zu:

$$f_d = \frac{\psi (J_x + J_y) l}{G \cdot F^4} \cdot P \cdot a \cdot y.$$

Für $P = 1500$, $l = 100$, $\psi = 40$, $J_x + J_y = 8521$, $G = 800\,000$, $F = 58,8$ ergibt sich

$$f_d = 0,00535 \cdot a \cdot y.$$

Bei Vorhandensein beider Widerstände ergibt sich dann die Ausbiegung aus

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_b} + \frac{1}{f_a}$$

zu:

$$f = \frac{f_b \cdot f_a}{f_b + f_a} = 0,00356 a \cdot y.$$

Daraus lassen sich die Biegungsspannungen berechnen.

Die sich hiermit ergebende Spannungsverteilung ist für $y = 14,5$ und den äusseren Stegrand in Abbildung 4 ersichtlich gemacht.

Vergleichen wir Vorstehendes mit den Bachschen Versuchsresultaten, so sehen wir, dass in der Messlinie $y = \mp 14,5$ die Horizontal-Biegungsspannungen in einem von der Stegachse um 3,3 bis 3,4 cm entfernten Punkt Null sind. Dies stimmt mit der Lage der von mir angenommenen neutralen Achse überein.

Die Rechnungsresultate sind in Abbildung 2 und 3 gestrichelt angegeben. Die Übereinstimmung ist für den oberen Flansch sehr gut und im ganzen befriedigend mit Hinblick auf die Unvollkommenheiten der Rechnung einerseits und sekundäre Einwirkungen beim Versuch andererseits; letztgenannte sind durch das ungleiche Verhalten der Querschnithälften charakterisiert.

Die Schlussbemerkungen

Es wäre höchst erwünscht, die Versuche zu ergänzen durch Belastung im Schubmittelpunkt sowie in beidseitig bedeutenden Abständen unter Bestimmung der Ausbiegungen und Spannungen.

Bei symmetrisch angeordneten Flanschen fällt der Schubmittelpunkt mit dem Stegmittelpunkt zusammen, und es findet natürlich keine Ausbiegung statt, wenn in der Stegachse belastet wird.

Es muss deshalb nachdrücklich als ein Irrtum bezeichnet werden, wenn symmetrische Querschnitte (z.B. das L-Profil) gegenüber dem T-Profil für besser geeignet gehalten werden. Denn in der Praxis spielen Exzentrizitäten von einigen Zentimetern eine geringe Rolle, und gerade die Belastung auf dem Querschnittrand ist keine seltene.

Vielmehr muss man zum Schlusse kommen, dass ein Balken irgendwelchen Profiles stets durch die Möglichkeit exzentrischer Belastung stark gefährdet ist.

In idealer Weise wird die Gefahr aber erst beseitigt durch gute womöglich in den Lastpunkten angeortnete Querversteifungen, die sowohl Verdrehung wie Ausweichen verhindern. Dann können die Balken in üblicher Weise berechnet werden, ob sie nun symmetrischen oder asymmetrischen Querschnitt haben.

Die Diskussion der Arbeiten anderer Autoren

a) Die Arbeit von Zimmermann

In [6] erklärt Maillart:

Im «Bauingenieur» erschien eine Abhandlung von Wirkl. Geh. Oberbaurat a.D. Dr.-Ing. Dr. Zimmermann über das gleiche Thema.

Auch Zimmermann findet, zwar auf etwas weniger direktem Wege, dass normale Durchbiegung (ohne Ausbiegung) des T-Eisens eintritt, wenn die Belastung in einem gewissen Abstand vom Steg stattfindet.

Zimmermann kommt indes nicht dazu, die heute zu Unrecht zur Geltung gekommene Anschauung über das prinzipiell verschiedene Verhalten symmetrischer und asymmetrischer Querschnitte fallen zu lassen.

b) Das Lehrbuch von W. Ritter

Alle bekannten Lehrbücher der Statik leisten nämlich der Meinung Vorschub, *das der Schwerpunkt hier eine Hauptrolle spielt*.

W. Ritter in seiner «Graphischen Statik I», nachdem er die Gesetze der Verteilung der Schubspannungen auf dem notwendigen «Umweg» des Biegsprinzips (S. 62) ermittelt, bietet schliesslich eine Darstellung des Verlaufes der Schubspannungen (S. 69). Dass aber die in seiner Figur durch den Schwerpunkt gehende Kraft Q nicht nur der Grösse und Richtung, sondern auch dem Angriffspunkte nach die Resultierende der Spannungen ist, wird nicht nachgewiesen. Es ist indes anzunehmen, dass Ritter nicht an ganz unregelmässige Querschnitte dachte, unter welcher Einschränkung diese Unstimmigkeit nicht allzugrosse praktische Bedeutung erlangt. Dass ein feststehender Irrtum entstand, fällt also weniger zu Ritters, als zu unseren Lasten, die wir nur zu leicht geneigt sind, das von Geistesgrössen Gebotene kritik- und vorbehaltlos anzunehmen und übertrieben zu verallgemeinern.

... *Es ist zu hoffen, dass Versuche bald ausgeführt werden. Die Versuche dürften bestätigen:*

1) Dass alle Querschnittsformen dem klassischen Biegungsgesetze gehorchen, sofern Biegemomente allein auftreten.

2a) Dass beim Hinzutreten einer Querkraft ein bestimmtes normales Spannungsdia gramm sich bei jeder Querschnittsform zeigen wird, wenn die zur Stabachse parallele Querkraftebene zur Verbindungs linie von Zug- und Druckmittelpunkt des Diagrammes parallel ist und durch dessen Schubmittelpunkt geht.

2b) Dass bei paralleler Verschiebung dieser Querkraftebene für jede Querschnittsform partielle Ausbiegungen und Verdrehungen proportional zum Mass der Verschiebung stattfinden.

c) Die Abhandlung von A. Eggenschwyler [8]

In [7] erwähnt Maillart seine früheren Aufsätze und schreibt:

Im «Bauingenieur» findet sich nun eine Abhandlung «Neues über Biegung und Dehnung» von Ing. A. Eggenschwyler, aus der als wichtigstes neues Resultat die Folgerung genannt sei, dass die bis jetzt anerkannte Theorie der Drehung nicht zutreffe, indem bei Drehung im allgemeinen noch Längsspannungen auftreten. Und zwar hätten diese den Charakter von Biegungsbeanspruchungen, und wären von solcher Bedeutung, dass der Einfluss der Deformationen gemäss der «alten Anschauung» als ganz nebensächlich behandelt werden könnte.

Die Theorie setzt voraus, dass auf die beiden Enden eines geraden Stabes von konstantem Querschnitt gleiche und entgegengesetzt gerichtete Drehmomente wirken.

Die ursprünglich geraden Fasern des Stabes gehen dabei mit Ausnahme der Schwerpunktachse in Schraubenlinien über. Diese Fasern werden sich nun allerdings relativ zur Schwerpunktachse verlängern, und zwar beträgt diese Verlängerung für die Längeneinheit des Stabes

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\delta^2 \varrho^2}{2}$$

wo δ den Drehungswinkel pro Längeneinheit und ϱ den Abstand der Faser von der Schwerpunktachse bezeichnet.

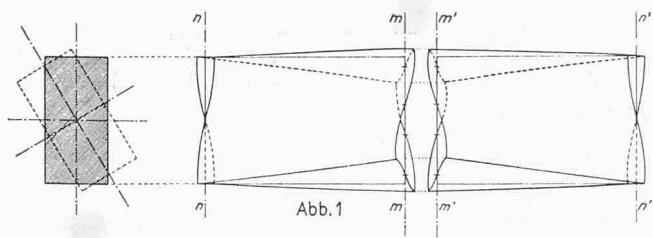


Abb. 1

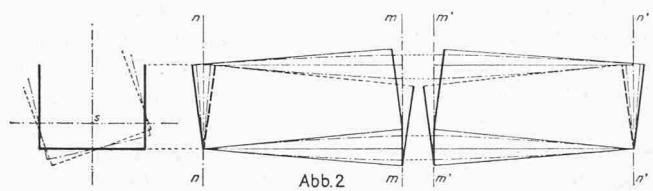


Abb. 2

Bei unseren Baumaterialien ist δ ein sehr kleiner Wert, und da es hier im Quadrat erscheint, so erhellt, dass dann diese Längsspannungen kleine Größen zweiter Ordnung sind und weder theoretisch noch praktisch ins Gewicht fallen, so dass man sie ignorieren kann.

Auch eine Krümmung der Schwerpunktachse ist undenkbar.

Zur Veranschaulichung der Verhältnisse sind (Abbildung 1) ein Rechteckstab und (Abbildung 2) ein dünnwandiger L-Stab, durch Drehung deformiert, in starker Verzerrung gezeichnet.

Betrachten wir den Fall, wenn – entgegen der Voraussetzung – Drehmomente nicht nur an den Stabenden, sondern auch in einem Zwischenpunkte angreifen, beispielsweise in der Mitte. Wäre der Stab in der Angriffsebene m-m zerschnitten, so würden sich dort die Querschnitte wie gezeichnet verbiegen und würden keineswegs mehr aufeinander passen. Bilden jedoch die beiden in der Figur zur Verdeutlichung auseinandergezogenen Stabhälfte ein einziges Stück, so müssen sich die Fasern relativ verlängern und verkürzen, damit die Querschnitte m und m' aufeinander passen. Es treten also biegungsähnliche Spannungerscheinungen auf.

Wenn wir uns die beiden L-Stäbe (Abbildung 2) zusammengeschoben und zu einem Stück vereinigt denken, so werden die Kanten eine strichpunktierter gezeichnete, gekrümmte Form annehmen. Es findet Ausbiegung statt, und zwar bei beiden Flanschen in entgegengesetzter Richtung. Die Verdrehung wird geringer, bleibt aber bis zu einem hohen Grade bestehen. Ausbiegungswiderstand und Drehwiderstand des Stabes teilen sich also in die Aufnahme des in der Mitte angreifenden Drehmomentes.

In meinem ersten Artikel habe ich den Versuch gemacht, diese Widerstände zu berechnen und daraus den Anteil der Längsspannungen zu ermitteln, indem ich die Bachsche Versuchsanordnung als Beispiel wählte. Es ergab sich zunächst, dass sich der Widerstand gegen Verdrehung zum Widerstand gegen Ausbiegung wie 0,01065 zu 0,00535, also angenähert wie 2:1 verhält.

Dieses Verhältnis von 2:1 ist aber nicht etwa ein für jede Querschnittsform konstantes. Es hängt hauptsächlich ab von der Länge l, die in den Formeln für f einmal in der dritten, das andere Mal in der ersten Potenz auftritt. Je länger also der Stab im Verhältnis zu den Querschnittsabmessungen ist, desto mehr tritt der Ausbiegungswiderstand zurück vor dem Drehwiderstand.

Dr. Ing. Eggenschwyler beantwortet in [9] die kritischen Betrachtungen von Maillart, der diese Diskussion wie folgt beendet:

Nach wie vor erscheint mir als für die Praxis wichtigstes Resultat der Behandlung dieser Frage nicht die Gewinnung eines schönen Rechnungsverfahrens, sondern die Erkenntnis, dass erstens auch bei symmetrischen Profilen die Querversteifung nicht nur eine beiläufige – also gelegentlich nach Belieben wegzulassende – Zugabe, sondern eine Notwendigkeit für die volle Ausnutzung der Trägerstärke bedeutet, und dass zweitens der Konstrukteur ganz ruhig zu den in vielen Fällen bestgeeigneten asymmetrischen Profilen greifen darf, deren Gebrauch durch Autoritäten und amtliche Erlasse eingeschränkt oder gar verboten werden will.

Die Versuche der T.K.V.S.B.

In einem Aufsatz [10], den er «Der Schubmittelpunkt» (1924) betitelt, erwähnt Maillart seine früheren Äusserungen:

Damals schon hatte indessen die Technische Kommission des Vereins schweizerischer Brückenbauwerkstätten Versuche angeordnet, die von deren Sekretär, Ing. M. Ros, geleitet wurden und dank dem Entgegenkommen von Prof. Dr. F. Schüle in der Eidg. Materialprüfungsanstalt ausgeführt werden konnten.

Die Anordnung und das Resultat der Versuche sind in Abb. 1 (S. 219) wiedergegeben. Die Belastung des L-Profil geschah weder in der Schwerpunktachse noch in der Stegebene, sondern in der Vertikalebene durch den Schubmittelpunkt, dessen Abstand von der Stegmitte sich hier ergibt zu

$$e = \frac{S_y (h - d) (h - 2d)}{2 J_x} = \\ = \frac{25,5 \cdot 18,85 \cdot 17,7}{2 \cdot 1911} = 2,2 \text{ cm}.$$

Diese Belastungsart ergibt nun, wie man sieht, auffallend gleichmässige Belastungsdiagramme. Die Abweichungen vom normalen Spannungszustand, die bei Bach 100% überschritten, vermindern sich auf wenige Prozente und liegen durchweg innerhalb der durch die Messapparate bedingten Fehlergrenzen. (Bei gleichem Anlasse durchgeföhrte Versuche mit steigend belasteten L N.P. 16 ergaben für ähnliche Spannungshöhen durchweg grössere Spannungsunterschiede zwischen den äussersten Punkten der gleichen Flanschen!)

Durch diesen Versuch werden meine Voraussagen 1 und 2a (Bd. 78, S. 19) bestätigt, indem der Schubmittelpunkt nun auch experimentell ermittelt ist und es sich erwiesen hat, dass ein asymmetrisches Profil den Gesetzen der klassischen Biegungstheorie ebenso gehorcht wie die symmetrischen.

Dasselbe L-Eisen N.P.20 wurde alsdann auch in der Schwerpunktachse belastet; dabei ergaben sich grosse Unregelmässigkeiten (Abb. 2, Seite 219). Da das Verhältnis der Balkenstrecken hier 1:6,8:1 (gegenüber 1:1:1 bei Bach) betrug, sinkt die Größenordnung der uns interessierenden Zusatzspannungen auf etwa 15% der Hauptspannungen (gegenüber 110% bei Bach), so dass das Resultat schon durch die Ungenauigkeiten der Messung verdunkelt wird. Dazu kam, dass bei Eintritt der Verdrehung sofort ein leichtes Kippen des Balkens erfolgt ist, wodurch sich eine senkrecht zum Steg wirkende Lastkomponente einstellte, die infolge der grossen Horizontalbiegsamkeit fühlbare Störungen hervorbrachte.

Was aber auch aus solchen weiteren Versuchen sich ergeben möge, deren Resultate werden an Bedeutung nie dem des Hauptversuches gleichkommen können, der eine für die Biegungslehre neue und wichtige Erkenntnis, nämlich das Vorhandensein des Schubmittelpunktes bestätigt hat.

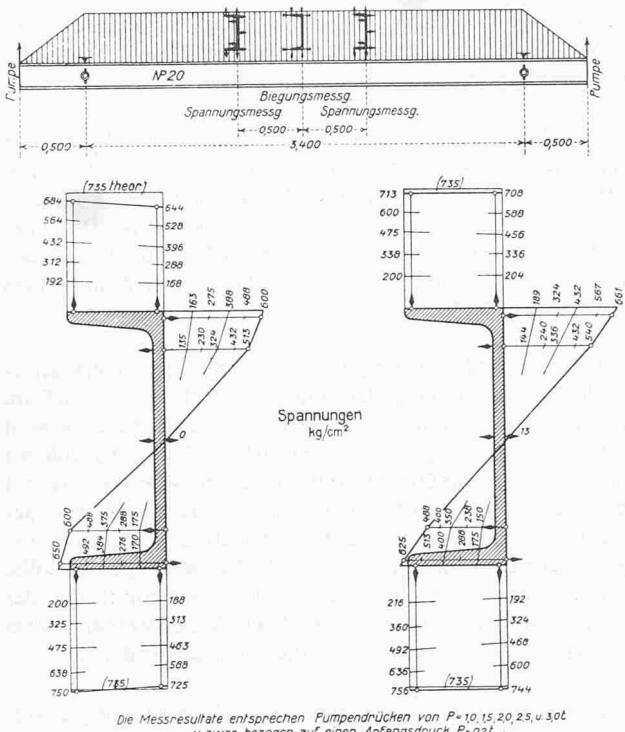


Abb. 1. Belastung in der Ebene des Schubmittelpunktes

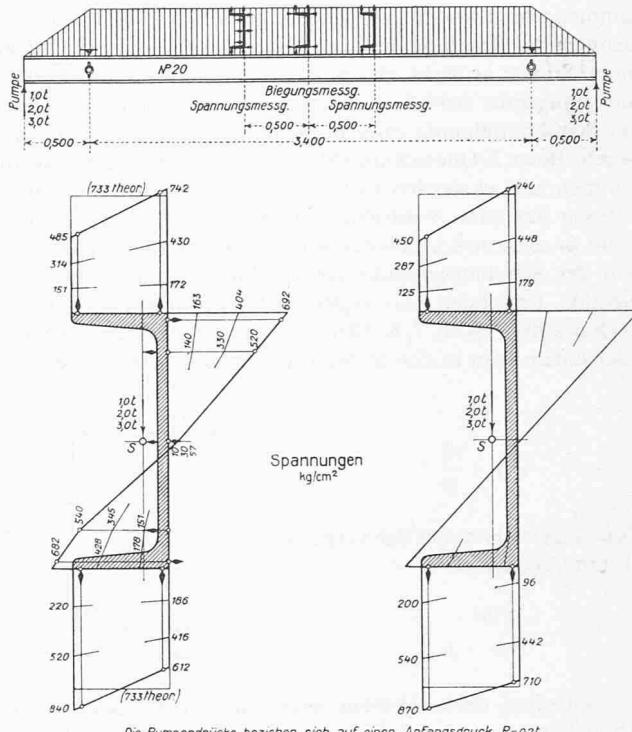


Abb. 2. Belastung in der Ebene des Schwerpunktes

Die damals geltenden Theorien

Maillart befasst sich in [10] mit den geltenden Meinungen:

Man wird sich nun fragen dürfen, ob an den Grundirrtümern, die in den Lehrbüchern sich finden, und die wohl auch von den meisten Lehrkanzeln aus vorgetragen werden, noch weiter festgehalten werden will.

Anderer Art sind die Unrichtigkeiten, die sich in dem kürzlich erschienenen Werke der Professoren Dr.-Ing. August Föppl und Dr. Otto Föppl [11] finden.

Unter anderem sah sich Föppl veranlasst, in «Schlussbemerkungen» Vorbehalte zu machen. Zuerst warnt er vor der Anwendung der Biegsungslehre auf «aussergewöhnliche Fälle» und sagt dann weiter:

«Legt man ein L-Eisen als Balken über eine Spannweite und belastet es etwa in der Mitte, so kommt nur dann eine reine oder «normale» Biegsungsbeanspruchung heraus, wenn die Lastebene durch die mit I in Abbildung 4 bezeichnete Querschnittshauptachse geht. Richtet man den Versuch nicht so ein, dass diese Bedingung erfüllt wird, sondern geht die Lastebene, wie es leicht vorkommt, durch die Mittellinie des Steges, so entsteht neben dem Biegmomentsmoment auch noch ein Verdrehungsmoment.»

In den gewöhnlichen Fällen der Anwendung eines L-Trägers zur Aufnahme von Biegungslasten hat man einen Träger von diesem Profile für solche Zwecke als minder geeignet anzusehen. Für andere Trägerformen, insbesondere für die T-Eisen lassen sich ganz ähnliche Betrachtungen durchführen. Dagegen verhält sich ein L-Träger unter gewöhnlichen Umständen, der Erfahrung zufolge, in der Tat ziemlich genau so, wie es die Theorie voraussagt.

Und Maillart kündigt seine Anschauung an:

Föppl hält also ausdrücklich daran fest, dass «reine» Biegsungsbeanspruchung dann zu erwarten ist, wenn die Lastebene durch den Schwerpunkt des Querschnittes geht.

Nein, die Nichtübereinstimmung von Theorie und Versuchen ist hier nicht durch Bemängelung und Korrektur der letztgenannten zu erklären, sondern nur durch eine Berichtigung der Theorie aus der Welt zu schaffen.

Die Ermittlung des Schubmittelpunktes [10]

Es drängt sich die Frage auf nach der allgemeinen Ermittlung des Schubmittelpunktes, in analoger Weise etwa mit der des Schwerpunktes. Hier stossen wir aber auf bekannte Schwierigkeiten, indem das Problem der Verteilung der Schubspannungen über die Querschnittsfläche allgemein schwer zu lösen ist. Die Form des Umrisses spielt dabei eine einschneidende Rolle. Wenn zum Beispiel einerseits beim Rechteckquerschnitt die Verteilung der Schubspannungen als bekannt gelten kann, so genügt es, sich einen unendlich schmalen seitlichen Einschnitt (Abbildung 6) zu denken, der weder an Schwerpunktslage, Flächeninhalt, Trägheitsmoment usw. etwas ändert, um zu erkennen, dass er auf die Lage des Schubmittelpunkts einen starken Einfluss haben wird. Die Schubspannungen müssen nämlich offenbar vielerorts eine schiefe Richtung annehmen, womit der Schubmittelpunkt nach rechts rückt. Das Mass dieser Verschiebung rechnerisch zu bestimmen, scheint mir nicht leicht zu sein. Eher noch würde das Experiment zum Ziele führen.

Leichter ist die Aufgabe zu behandeln, wenn es sich um Querschnitte handelt, die aus langgestreckten Rechtecken zu-

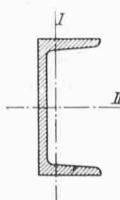


Abb. 4



Abb. 6

sammengesetzt sind, da die Richtung der Schubspannungen so ziemlich der Richtung der Längsseiten der Querschnitte folgen muss. So war es leicht, den Schubmittelpunkt für das L-Profil mit genügender Schärfe zu berechnen. Beim Winkeleisen wird der Schubmittelpunkt etwa im Schnittpunkt der Innenflächen liegen. Beim Z-Querschnitt fällt er mit dem Schwerpunkt zusammen, und es werden also bei einem solchen gleich wie beim L-Eisen nur dann Verdrehungen beobachtet werden können, wenn er exzentrisch belastet wird. Mathematisch genau lässt sich der Schubmittelpunkt für aus Linien zusammengesetzte Gebilde berechnen. So ergibt sich beispielsweise für den L-Querschnitt (Abb. 7, S. 220) durch einfache direkte Ableitung oder indem man in den früheren Ausführungen $d = 0$ setzt:

$$e = \frac{b^2}{2b + \frac{h}{3}}$$

Zum Vergleich sei der Schwerpunkt-
abstand beigesetzt:

$$s = \frac{b^2}{2b + h}$$

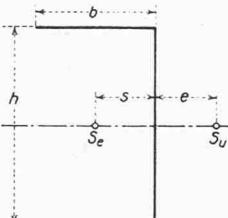


Abb. 7

Zwischen beiden Werten besteht also, trotz einer gewissen Ähnlichkeit der Ausdrücke, keine einfache Beziehung. Immerhin mag bemerkenswert erscheinen, dass bei veränderlichem h sich beide Werte innerhalb der Grenzen 0 und $b/2$ bewegen.

Die Ansichten der Lehrkanzeln

Prof. A. Rohn äusserst sich in [12]:

In den Nummern der SBZ vom 30. April und 9. Juli 1921 sowie vom 3. März 1924, hat Herr Ing. R. Maillart den Schubmittelpunkt definiert. Etwa gleichzeitig wurde diese Frage behandelt von Dr. sc. techn. H. Schwyzer: «Statische Untersuchung der aus ebenen Tragflächen zusammengesetzten räumlichen Fachwerke» (Zürich, 1920); Dr. sc. techn. A. Eggeneschwyler: «Über die Festigkeitsberechnung von Schiebetoren und ähnlichen Bauwerken» (Zürich, 1921) und Dr. Ing. F. Zimmermann im «Bauingenieur» (1921).

Ingenieur Maillart gebührt zweifellos das Verdienst, die Widersprüche abgeklärt zu haben, die in den von ihm besprochenen Bachschen Versuchen erblickt wurden; er hat damit einen wertvollen Beitrag zu einem Spezialfall der baustatistischen Festigkeitslehre geliefert.

Die grundlegenden Gleichgewichtsbedingungen zwischen den äussern und den innern Kräften in bezug auf Querschnitt F lauten nun:

1. Die Summe der innern Normalkräfte σdF ist gleich gross und entgegengesetzt gerichtet wie die Längskraft N ; σdF wirkt in der Richtungslinie der Längskraft N .

2. Die Resultierende aller inneren Schubkräfte τdF ist gleich gross und entgegengesetzt gerichtet wie die Querkraft Q ; sie wirkt in der Richtungslinie von Q .

Die Gleichgewichtsbedingung 2 schliesst nun ohne weiteres den Schubmittelpunkt in sich ein. Dieser Punkt ist der Mittelpunkt der innern Schubkräfte τdF , wie der Angriffspunkt A der Längskraft N der Mittelpunkt der innern Normalkräfte σdF ist (wobei wohl zu beachten ist, dass dieser Schubmittelpunkt im allgemeinen kein Querschnittsfestpunkt, wie es zum Beispiel der Punkt S , Mittelpunkt der dF -Werte, ist).

Die Lehrbücher und Lehrkanzeln haben die Aufgabe, bezüglich des Einflusses der Schubkräfte, eingeschränkt, dies, indem nur der wichtigste, wenn auch spezielle Fall der Praxis behandelt wird, nämlich jener des reinen Schubes oder Abscherens für symmetrische Querschnitte, wobei die Querkraft

Q in der Symmetrieebene wirkt. In diesem Spezialfall wird durchaus nach Gleichgewichtsbedingung 2 verfahren; der Schubmittelpunkt liegt dann auf dieser Symmetrieebene.

...

Es soll noch kurz auf die Schwierigkeiten der allgemeinen Lösung der Aufgabe hingewiesen werden. (Abb. 3, S. 221) zeigt als Beispiel einen Querschnitt F , der in der Ebene E (Spur y auf F) durch die Resultierende R der äusseren Kräfte beansprucht ist. Es liege sogenannter zentrischer Druck vor, das heisst die Längskraft N treffe den Querschnitt F in seinem Schwerpunkt S .

...

Es muss somit Gleichgewicht zwischen der Querkraft Q und den Resultierenden der innern Schubkräfte $\int \tau_y dF$ im Querschnittsteil F_1 und $\int \tau_x dF$ in F_2 bestehen; die erste wird gleich der Querkraft Q , die zweite gleich Null sein. Angenähert nehmen diese resultierenden innern Schubkräfte die Lagen I und II ein. Der Schubmittelpunkt, der bei Erfüllung der Gleichgewichtsbedingung 2 auf der Richtung Q liegen sollte, liegt hier genau auf der Achse I. Wie beim L-Eisen sollte nun die Kraftebene E , in bezug auf den Querschnitt, von der Richtung y durch S nach der Achse I verschoben werden, wobei die Normalspannung ganz wesentlich steigen würde.

...

Es werden zusätzliche Längs- und Schubspannungen auftreten, sobald die Kraftebene E nicht die Lage einer Symmetrieebene $s-s$ einnimmt.

Die Antwort von Maillart [13]

Professor Rohn findet es verdienstlich, dass ich dieses Gebiet behandelt habe. Zum Lob berechtigt dies allein wohl kaum, indem ein Verdienst noch nicht dadurch entsteht, dass man eine Frage behandelt; oft ist das Gegenteil der Fall. Es kommt eben darauf an, wie man sie behandelt und ob man sie der Lösung näher bringt.

...

Dann sagt Prof. Rohn, «dass dieser Schubmittelpunkt im allgemeinen kein Querschnittsfestpunkt» sei, wie etwa der Schwerpunkt. Damit tritt mir Prof. Rohn im Hauptpunkt entgegen; denn gerade die Tatsache, dass der Schubmittelpunkt ein Querschnittsfestpunkt ist, stellt eine neue und wichtige Erkenntnis von grosser und allgemeiner Bedeutung dar.

Professor Rohn erblickt Schwierigkeiten, die nicht bestehen.

Alle denkbaren auf einen Querschnitt wirkenden äusseren Kräfte lassen sich, wie bekannt, auf zwei Kräfte zurückführen, nämlich eine Normalkraft, die den Querschnitt in irgendeinem Punkte trifft und eine Schubkraft¹⁾, die irgendwo in der Schnittebene angreift.

...

Vielmehr hat in jedem Falle eine weitere Zerlegung der beiden Kräfte in je eine Kraft von gleicher Grösse und je ein Moment zu erfolgen, so dass folgende vier Komponenten entstehen:

1. Die Normalkraft N , im Schwerpunkt angreifend;
2. Das Biegungsmoment M , senkrecht zum Querschnitt gelegen;
3. Die Schubkraft S , im Schubmittelpunkt angreifend;
4. Das Torsionsmoment T , parallel zum Querschnitt liegend.

Bei dieser im übrigen bekannten Behandlung ist neu die Einführung des Schubmittelpunktes an Stelle des Schwerpunktes.

¹⁾ Zur grösseren Klarheit sei die im Querschnitte wirkende Kraft als «Schubkraft» S bezeichnet im Unterschied zu der im allgemeinen ausserhalb des Schnittes gelegenen «Querkraft» Q .

Von diesen vier Einflüssen habe ich die drei letztgenannten behandelt, während – nach Prof. Rohn mit Recht – die Lehrbücher sich meist auf den Spezialfall beschränken, wo der Querschnitt symmetrisch ist und auch symmetrisch beansprucht wird. Sobald man aus diesem Spezialfall hinaustrat, tauchten die bekannten Widersprüche mit den Versuchsergebnissen auf, weil eben der Begriff des Schubmittelpunktes unbekannt war und man fälschlicherweise auch bezüglich S mit dem Schwerpunkt operierte.

...

Wie leicht sich die Dinge behandeln lassen, wenn man meinem Gedankengang folgen will, kann an dem Beispiel, das Prof. Rohn anführt, gezeigt werden. Es handelt sich um einen Winkelquerschnitt (Abb. 3). Dabei macht Prof. Rohn folgende spezielle Annahmen:

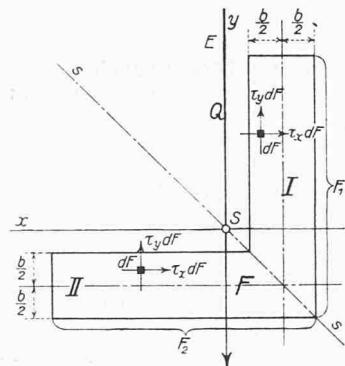


Abb. 3

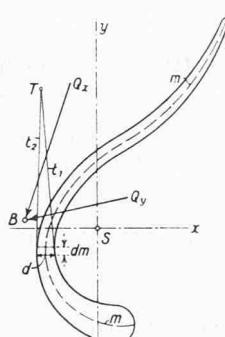


Abb. 1

1. Die Querkraftebene ist parallel zu einem (nämlich dem vertikal gezeichneten) Schenkel.
2. Die Normalkraft wirkt in der Querkraftebene.
3. Die Querkraftebene geht zunächst durch den Schwerpunkt.
4. Die Resultierende geht zunächst ebenfalls durch den Schwerpunkt, das heisst der Schnitt ist in einem Inflexionspunkt geführt.

Dabei steht für Prof. Rohn die Frage im Vordergrund, ob eine Verschiebung der Resultierenden parallel zum horizontalen Schenkel und zwar soweit, dass die Querkraftebene durch den Schubmittelpunkt geht, empfehlenswert sei.

Ohne weiteres ergibt sich, dass nach erfolgter Zerlegung bei beiden Alternativen die erste und die dritte Komponente, nämlich Normal- und Schubkraft, identisch sind und somit bei dem besagten Vergleich nicht in Betracht kommen. Bei der ersten Alternative wird das Biegemoment zu Null, dagegen besteht ein Torsionsmoment

$$T = Q \cdot a$$

wo a den Abstand des Schubmittelpunktes von der Schubkraft bezeichnet. Bei der zweiten Alternative verschwindet das Torsionsmoment, wogegen wir es nun zu tun haben mit einem Biegemoment

$$M = N \cdot a$$

(Der Hebelarm, nämlich der Abstand vom Schwerpunkt zum Kraftangriffspunkt, ist dank der speziellen Annahmen zufällig derselbe wie vorhin).

...

Wenn die aus dem *Torsionsmoment* hervorgerufenen Spannungen bestimmt werden sollen, so ist vor allem zu be-

merken, dass die Kenntnis des Torsionsmomentes allein zur eindeutigen Lösung nicht genügt. Es treten nämlich im allgemeinen neben Schubspannungen auch noch Längsspannungen [7] auf – ihre algebraische Summe ist natürlich gleich Null – deren Grösse von der Art der Belastung längs des Balkens abhängt. Es sind dies die bei den Bachschen Versuchen zutage getretenen Zusatzspannungen. Ihre Berechnung habe ich versucht [4], doch dürfte gerade hier das Experiment allein eine Präzisierung bringen können.

Ein zusätzlicher Beitrag

Eggenschwyler nimmt auch an der Diskussion teil, und er erklärt in [14] unter anderem:

Der Schubmittelpunkt kann aber auch auf graphostatischem Wege bestimmt werden, wie ich schon an anderen Stellen verschiedentlich ausführte.

Die Schubspannung eines beliebigen Querschnittpunktes ist gleich

$$\tau = \frac{Q' \cdot S}{I \cdot d}$$

und nach dem Schnittpunkt T der zugehörigen Berührungs tangenten t_1 und t_2 zu gerichtet (Abb. 1), wobei Q' die senkrecht zur Nulllinie gerichtete Komponente der Querkraft Q , S das statische Moment des ausserhalb des betrachteten Punktes gelegenen Querschnitteiles in Bezug auf die Nulllinie, I das Trägheitsmoment des ganzen Querschnittes in bezug auf die Nulllinie und d die Wandstärke an der betrachteten Stelle bedeuten. Daraus folgt, dass jedes Flächenelement $d \cdot dm$ durch die Schubkraft

$$\tau \cdot d \cdot dm = \frac{Q'}{I} \cdot (S \cdot dm)$$

beansprucht ist, die längs der Mittellinie $m-m$ des Querschnittes wirkt. Setzt man alle diese Werte zu ihrer Resultierenden zusammen, dann erhält man die Querkraft Q , und da man für Q'

einen beliebigen Wert einsetzen kann und $\frac{Q'}{I}$ für den ganzen

Querschnitt unveränderlich ist, so kann man auch die Werte $(S \cdot dm)$ als in der Mittellinie $m-m$ wirkende Kräfte annehmen und durch ein Kraft- und Seileck zu ihrer Resultierenden zusammensetzen, die die Lage der Querkraft Q angibt. Führt man dieses Verfahren für zwei als neutrale Achsen angenommene Schwerachsen x und y durch, dann ist der Schnittpunkt der zugeordneten Querkraftanlagen Q_x und Q_y der Schubmittelpunkt B .

Die Schlussbemerkung von Maillart

Er schliesst die Diskussion in [14] mit folgenden Worten:

Immerhin darf man der mathematischen Behandlung vor dem Versuch den Vorrang nicht zuerkennen, wobei beiden die rein verstandes- oder sogar gefühlsmässige Betrachtung des Wesens der Dinge voranzugehen hat, ansonst mathematische Ableitungen sowohl als auch Versuchsreihen leicht grund- und uferlos werden. Erst wenn eine Sache durchdacht ist, soll zur Rechnung und zum Experiment gegriffen werden.

Genf, 8. April 1924

R. Maillart

Avis

Les lecteurs de langue française trouveront dans l'étude [15], parue en 1924, l'essentiel de l'exposé de Maillart; ils y trouveront également une autre dérivation de la distance entre centre de cisaillement et axe de l'âme du profil en \square .

Signalons encore qu'une ré-impression abrégée de la dite étude paraîtra prochainement dans le «Bull. Tech. Suisse Romande».

Literaturverzeichnis

- [1] Bill, M.: Robert Maillart, Brücken und Konstruktionen, Zürich 1949.
- [2] Vlasov, V.Z.: Tonkostennye uprugie sterzhni (Dünnwandige elastische Stäbe), Moskau 1940.
- [3] Timoshenko, S.P.: Abhand. in «Bull. Inst. Engrs. Ways of Communication», St. Petersburg 1913.
- [4] Maillart, R.: Zur Frage der Biegung, in SBZ 1921, Bd. 77, S. 195–197.
- [5] Bach, C. und Baumann, R.: Elastizität und Festigkeit, Berlin 1920.
- [6] Maillart, R.: Bemerkungen zur Frage der Biegung, in SBZ 1921, Bd. 78, S. 18–19.
- [7] Maillart, R.: Über Drehung und Biegung, in SBZ 1922, Bd. 79, S. 254–257.
- [8] Eggenschwyler, A.: Neues über Biegung und Drehung, in «Der Bauingenieur» 1922, Heft 1 und 2.
- [9] Eggenschwyler, A.: Über Drehung und Biegung von L-Eisen, in SBZ 1922, Bd. 80, S. 205–207.
- [10] Maillart, R.: Der Schubmittelpunkt, in SBZ 1924, Bd. 83, S. 109–111.
- [11] Föppl, A. und Föppl, O.: Grundzüge der Festigkeitslehre, Leipzig/Berlin 1923.
- [12] Rohn, A.: Zur Frage des Schubmittelpunktes, in SBZ 1924, Bd. 83, S. 131–132.
- [13] Maillart, R.: Zur Frage des Schubmittelpunktes, in SBZ 1924, Bd. 83, S. 176–177.
- [14] Eggenschwyler, A.: Zur Frage des Schubmittelpunktes, in SBZ 1924, Bd. 83, S. 259–262 (mit Bemerkungen von R. Maillart).
- [15] Maillart, R.: Le centre de glissement, dans «Bull. Tech. Suisse Romande» n° 13, 21 juin 1924.

Adresse des Verfassers: *Gilbert H. Béguin, Dr. (Eng. Mechanics, Univ. of Michigan, Ann Arbor USA)*, 1227 Genève Acacias, 32, rue des Noisettes.

Verzeichnis der ausgeführten Brücken, welche durch R. Maillart entworfen wurden

DK 624.21:624.012.4.071.1

Zürich, Stauffacherbrücke über die Sihl, 1899 (Maillart war Ingenieur beim städtischen Tiefbauamt)

Zuoz (GR), Innbrücke, 1901, 4 m breit, Bogenspannweite 30 m (erneuert 1968)

St. Gallen, Brücke über die Steinach, 1903, Bogenspannweite 30 m

Billwil-Oberbühren (SG), über die Thur, 1903/04, 4 m breit, zwei Bogen mit je 35 m Spannweite

Tavanasa (GR), über den Rhein, 1905, zerstört 1927 (Lawine)

Wattwil (SG), über die Thur

Laufenburg (AG), Kraftwerk, über den Rhein, 1911/12, Gewölbe

Aarburg (AG), über die Aare, 1911/12, 5,2 m breit, Bogenspannweite 68 m (erneuert 1968)

Augst-Wyhlen (BL), Wehrbrücke des Rhein-Kraftwerks, 1910/12

Wyhlen (Kraftwerke Rheinfelden), Kabelbrücke, Träger mit Kastenquerschnitt, 1910

Rheinfelden (AG), über den Rhein, 1911/12, fünf Gewölbe (22 bis 40 m Spannweite)

Vorder-Ibach (SZ), über die Muota, 1912, 8 m breit, Bogenspannweite 36 m

Marignier (Hte-Savoie, Frankreich), über die Arve, 1920, drei Bogen

Innerthal (SZ), Wäggital-Kraftwerk, Brücken der Seeuferstrassen:

a) über den Flienglibach, 1924, Bogenspannweite 39 m

b) über den Ziggibach, 1924, Bogenspannweite 21 m

c) über den Schrähbach (linksufrige Seestrasse), Bogenspannweite 29 m

Donath bei Andeer (GR), über den Valtschielbach, 1925, 3,6 m breit, Bogenspannweite 43 m

Bern, Lorraine-Strassenbrücke über die Aare, 1928/29, 20 m breit, Bogenspannweite 82 m

Schiers (GR), über das Salginatobel, 1930, 3,8 m breit, Bogenspannweite 90 m

Klosters (GR), Eisenbahnbrücke über die Landquart, 1930, 5 m breit, Bogenspannweite 30 m

Frutigen-Adelboden (BE), Spitalbrücke über die Engstligen, 1930, 7 m breit, Bogenspannweite 30 m

Thurbrücke bei Felsegg, Spannweite 72 m. Erbaut 1933

