**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 89 (1971)

**Heft:** 49

**Artikel:** Zur eindimensionalen Theorie der Reaktion in Gleichdruck-Turbinenstufen: Bestimmung des erforderlichen Reaktionsgrades

**Autor:** Dimopoulos, N.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-85053

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 05.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

HERAUSGEGEBEN VON DER VERLAGS-AKTIENGESELLSCHAFT DER AKADEMISCHEN TECHNISCHEN VEREINE, 8021 ZÜRICH, POSTFACH 630

# Zur eindimensionalen Theorie der Reaktion in Gleichdruck-Turbinenstufen

## Bestimmung des erforderlichen Reaktionsgrades

DK 621.165:62–151

Prof. Dr.-Ing., Dr. h. c. G. Eichelberg zum 80. Geburstag gewidmet von Prof. Dr.-Ing. **N. Dimopoulos**, TH Athen

### 1. Einleitung

Wie bekannt, wurden früher bei Dampfturbinen die Gleichdruckstufen, bzw. die Curtisräder, ohne Reaktion gebaut. So fand nur im Leitrad (bzw. im ersten Leitrad) eine Expansion statt, während im Laufrad (bzw. in den Laufrädern, sowie im Umlenkrad) die Strömung, wegen der unvermeidlichen Verluste, immer eine verzögerte war[1]). Dies führte wiederum zu erheblichen Strömungsverlusten, insbesondere zu einem erhöhten Wert des sogenannten Restverlustes nach Traupel [1], S. 363–370, der hauptsächlich auf die verschiedenen Reibungseffekte in den Laufschaufeln zurückzuführen ist und mit der Verzögerung der Strömung stark zunimmt. Da aber dieser Restverlust gewöhnlich einen beachtlichen Teil des Gesamtverlustes im Laufrad bildet, wurde dadurch der Laufradwirkungsgrad und folglich der Wirkungsgrad der ganzen Stufe stark gemindert. Deshalb ist man in den letzten Jahrzehnten dazu übergegangen, den Gleichdruckstufen immer eine gewisse Reaktion zu geben, so dass eine Verzögerung der Strömung im Laufrad (bzw. in den Laufrädern, sowie im Umlenkrad bei Curtisrädern) vermieden wird. In der heutigen Literatur (vgl. z. B. [1], S. 190, und [2], S. 14) werden im allgemeinen Werte des Reaktionsgrades angegeben, die im Bereich von 0,05 bis 0,25 liegen, während in der Praxis, für normale HD-Gleichdruckstufen, meistens Werte zwischen 0,05 und 0,15 empfohlen werden (vgl. z. B. [1], S. 415, und [2], S. 15). Im allgemeinen darf jedoch der Reaktionsgrad nicht beliebig gross gewählt werden, weil dann das Gesamtgefälle der Stufe kleiner wird, was einen Hauptvorteil der Gleichdruckstufe eliminieren und ihre Zweckmässigkeit in Frage stellen würde.

Es scheint also wichtig, den erforderlichen Minimalwert $r_m$ des Reaktionsgrades einer Stufe bestimmen und diese entsprechend bemessen zu können. Dabei soll man am besten von einem erwünschten Beschleunigungsverhältnis der Laufradströmung $\xi'' = w_2/w_1$ (vgl. Bild 1) ausgehen. In einem zweikränzigen Curtisrad[2]) sollte man die Beschleunigungsverhältnisse in beiden Laufrädern $\xi'' = w_2/w_1$ und $\xi'''' = w_4/w_3$ sowie im Umlenkrad $\xi''' = c_3/c_2$ vorschreiben. Im allgemeinen wird bei normalen Gleichdruckstufen $\xi'' \geqslant 1{,}0$ verlangt, während bei Curtisrädern die Werte $\xi'' \approx \xi''' \approx \xi'''' \approx 1{,}0$ angestrebt werden [1], S. 415. Auch das Beschleunigungsverhältnis $\xi''$ kann nicht beliebig hoch gewählt werden, weil man so zu einer ungünstig bemessenen Stufe gelangen könnte, was sich durch einen unnötig grossen Reaktionsgrad und unzweckmässige Werte der die Stufe charakterisierenden Parameter, darunter auch ihrer dimensionslosen Kenngrössen, wie zum Beispiel der Durchflusszahl $\varphi$ oder der Druckzahl $\psi$, äussert[3]).

[1]) Nach der klassischen Theorie des Laufrades ist in diesem Fall (Reaktionsgrad $r = 0$) das Beschleunigungsverhältnis im Laufrad, bei axialer Durchströmung der Stufe ($u_1 = u_2 = u$), $\xi'' = w_2/w_1 = \sqrt{\eta''} < 1{,}0$ (vgl. Bild 1).

[2]) Curtisräder mit mehr als zwei Kränzen werden, wie bekannt, kaum mehr gebaut.

[3]) Über diese Tatsache wird ausführlich am Schluss dieser Arbeit (Nachtrag 1.) berichtet.

### 2. Die Gleichdruckstufe

Die Bezeichnung der wichtigsten Grössen einer typischen Gleichdruckstufe geht aus Bild. 1 hervor.

Den wirklichen (mittleren) Strömungsgeschwindigkeiten $c_1$ bzw. $w_2$ entsprechen diejenigen der verlustfreien (isentropen) Strömung $c_{1s}$ bzw. $w_{2s}$.

*Die wichtige Stufengrössen sind:*

Leitradwirkungsgrad

$$\eta' = c_1^2/c_{1s}^2 = (c_0^2 + 2\,\Delta i')/(c_0^2 + 2\,\Delta i_s')$$

Laufradwirkungsgrad

$$\eta'' = w_2^2/w_{2s}^2 = (w_1^2 + 2\,\Delta i'')/(w_1^2 + 2\,\Delta i_s'')$$

Reaktionsgrad $r = \Delta i_s''/(\Delta i_s' + \Delta i_s'') \approx \Delta i_s''/\Delta i_s$

Druckzahl $\psi = \Delta i_s/(u^2/2)$

Durchsatzzahl $\varphi = k_2 c_{n2}/u = k_2 w_{n2}/u$,

wobei $k_2$ den Korrekturfaktor für die Kontinuitätsgleichung am Durchflussquerschnitt 2 bedeutet, der sehr wenig verschieden von 1,0 ist.

Durch Anwendung des Energiesatzes auf das Laufrad und zweckmässige Einführung des Laufradwirkungsgrades erhält man für dessen (relative) Austrittsgeschwindigkeit den bekannten Ausdruck

$$\text{(a)} \qquad w_2^2 = \eta''\,(w_1^2 + 2\,\Delta i_s' + u_2^2 - u_1^2)$$

Mit der Vorschrift $w_2 = \xi'' w_1$ ergibt sich daraus für das nötige theoretische (isentrope) Laufradgefälle

$$(1') \qquad (\Delta i_s'')_m = \frac{\xi''^2 - \eta''}{\eta''}\,\frac{w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

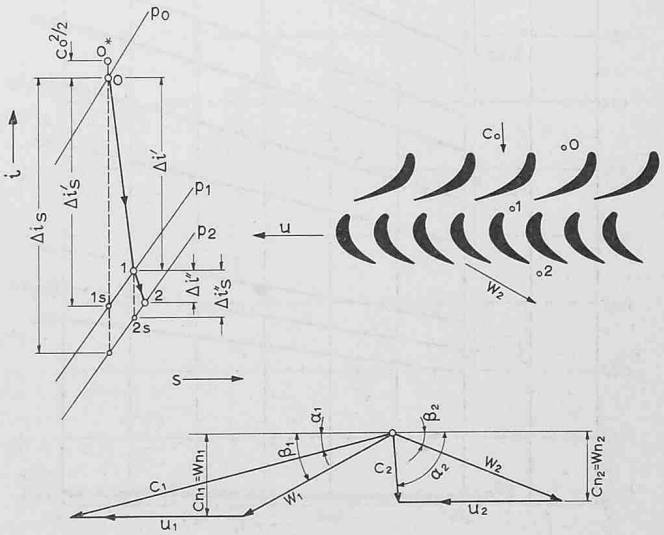



Bild 1. Typische Gleichdruckstufe mit zugehörigem $i,s$-Diagramm und Geschwindigkeitsdreiecken

In den meisten Fällen unterscheiden sich aber $u_1$ und $u_2$ sehr wenig voneinander, denn die Strömung ist meistens beinahe axial. So kann ohne weiteres $u_1 = u_2 = u$ gesetzt und mit der einheitlichen Umfangsgeschwindigkeit $u$ gerechnet werden, wobei Gl. (1') zur einfacheren Form übergeht:

$$(1) \qquad (\Delta i_s'')_m = \frac{\xi''^2 - \eta''}{\eta''} \frac{w_1^2}{2}$$

Für den entsprechenden Reaktionsgrad ergibt sich dann

$$(2') \qquad r_m = \frac{(\Delta i_s'')_m}{\Delta i_s} = \frac{\xi''^2 - \eta''}{\eta''} \frac{w_1^2}{2\,\Delta i_s} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2\,\Delta i_s}$$

oder, für $u_1 = u_2 = u$,

$$(2) \qquad r_m = \frac{\xi''^2 - \eta''}{\eta''} \frac{w_1^2}{2\,\Delta i_s}$$

Von diesen zwei exakten Gleichungen (1) und (2) wird nun die Ermittlung von $r_m$ ausgehen, wobei folgendes zu sagen ist: Für $\xi'' = w_2/w_1$ haben wir einen vorgeschriebenen Wert, während die Schätzung des zu erwartenden Laufradwirkungsgrades $\eta''$ bei einiger Erfahrung im allgemeinen nicht schwierig ist, weil eben der einen bedeutenden Teil des Gesamtverlustes in den Laufschaufeln bildende Restverlust (bei normaler Bemessung der Beschaufelung und Ablenkung der Strömung) direkt und stark vom vorgeschriebenen Wert von $\xi''$ abhängt [1]. Die Berechnung der (relativen) Laufrad-Eintrittsgeschwindigkeit $w_1$, oder besser des Faktors $w_1^2/2\,\Delta i_s$, ist dagegen nicht einfach, denn $w_1$ hängt, über $c_1$, vom theoretischen Leitradgefälle $\Delta i_s' = (1 - r)\,\Delta i_s$ ab, das wiederum vom Reaktionsgrad abhängig ist. Hierfür gibt es zwei Wege zur weiteren Behandlung des Problems:

*a. Schrittweise Bestimmung von $r_m$, nach völliger Berechnung des Leitrades, allenfalls auch des Laufrades*

Diese Methode ist besser geeignet, wenn zugleich eine genaue Durchrechnung und Bemessung der Stufe vorgesehen ist. Sie kann genaue Ergebnisse liefern, verlangt aber mehr Arbeit und ist deshalb wenig geeignet für eine Überschlagsrechnung von $r_m$. Hier ist meistens, bei gegebenem Eintrittszustand $p_0$, $T_0$ des Dampfes, das theoretische Stufengefälle $\Delta i_s$ gegeben, zum Beispiel durch Festlegung des Austrittsdruckes $p_2$ oder durch die Wahl einer geeigneten (mittleren) Umfangsgeschwindigkeit $u$ und die Annahme einer zweckmässigen Druckzahl $\psi = \Delta i_s/(u^2/2)$ oder durch die Wahl von zweckmässigen Werten für $u$ und das Verhältnis $u/c_1$ usw. Man kann dann das entsprechende Leitradgefälle $\Delta i_s'$, zum Beispiel unter Annahme eines ungefähr geschätzten Wertes für $r$[4]), für ein Mal festlegen, von dem nun ausgegangen wird. Somit kann das Leitrad bemessen und völlig berechnet, sein Wirkungsgrad $\eta'$ ermittelt und die Austrittsgeschwindigkeit $c_1$ mit der Gleichung

$$(b) \qquad c_1^2 = \eta'\,(c_0^2 + 2\,\Delta i_s')$$

berechnet werden. Inzwischen wird die Umfangsgeschwindigkeit $u$ festgelegt sein, so dass auch das Verhältnis $u/c_1$ kontrolliert werden kann (soweit diese Grössen, wie oben erwähnt, nicht von Anfang an direkt angenommen waren). Es soll nämlich, wie bekannt, im Bereich von 0,45 bis 0,55 liegen [3], S. 7, und zwar lieber näher der unteren Grenze bei HD-Stufen

[4]) Eine allenfalls nicht zutreffende Wahl dieses Wertes kann die Bemessung des Leitrades und der ganzen Stufe nicht stark beeinflussen, da $r$ immer klein ist, grössenordnungsmässig 0,10. So würde zum Beispiel ein Schätzungsfehler bei $r$ von 50% eine Änderung von $\Delta i_s$ von nur etwa 5% verursachen. Gerade zur besseren ersten Schätzung von $r$ kann man die weiter unten, unter b., abgeleitete Gl. (5) heranziehen.

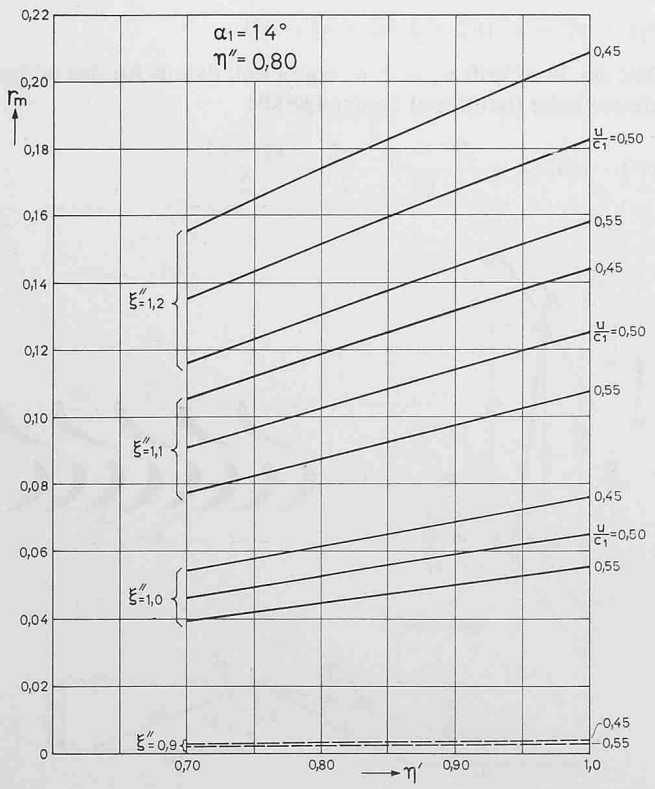



Bild 2. Abhängigkeit des minimal erforderlichen Reaktionsgrades $r_m$ vom Leitradwirkungsgrad $\eta'$

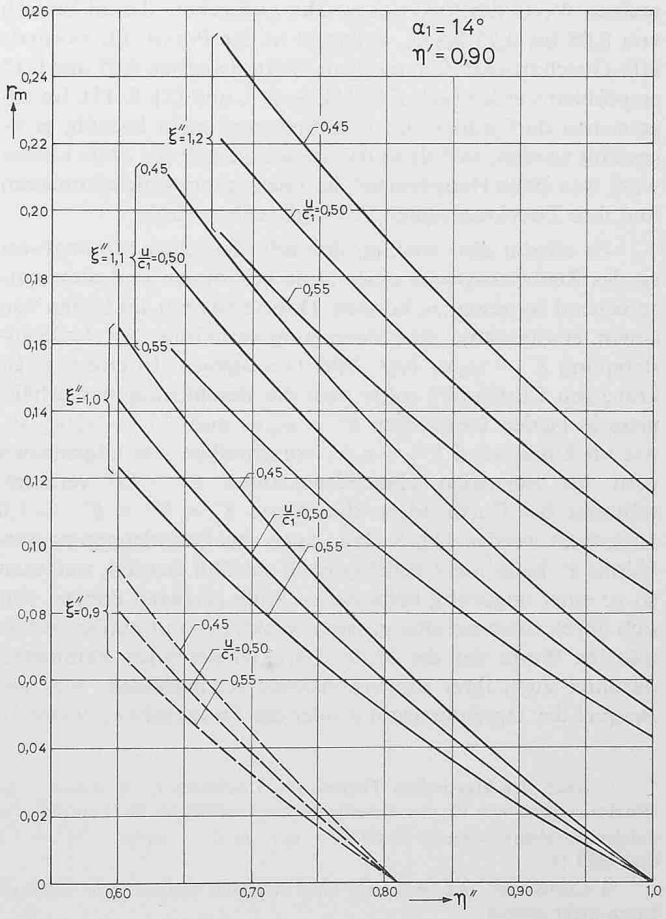



Bild 3. Abhängigkeit des minimal erforderlichen Reaktionsgrades $r_m$ vom Laufradwirkungsgrad $\eta''$

bzw. der oberen Grenze bei ND-Stufen. Die Geschwindigkeit $w_1$ wird dann aus der Gleichung

$$\text{(c)} \qquad w_1^2 = c_1^2 \left[1 + (u/c_1)^2 - 2\cos\alpha_1 \, (u/c_1)\right] = A_1^2 c_1^2$$

mit

$$A_1^2 = 1 + (u/c_1)^2 - 2\cos\alpha_2 \, (u/c_1) = \sigma \, (u/c_1, \alpha_1)$$

berechnet. Es folgt nun die Bestimmung des erforderlichen theoretischen Laufradgefälles $(\Delta i_s'')_m$ aus Gl. (1), dann des entsprechenden theoretischen Stufengefälles

$$(\Delta i_s)_m = \Delta i_s' + (\Delta i_s'')_m$$

und endlich des erforderlichen Reaktionsgrades

$$r_m = (\Delta i_s'')_m / (\Delta i_s)_m$$

Bei der Bestimmung von $(\Delta i_s'')_m$ kann wohl in Gl. (1) ein geschätzter Wert für $\eta''$ eingesetzt werden, wobei die so berechneten Grössen $\Delta i_s''$, $\Delta i_s$ und $r$ eine entsprechende Genauigkeit besitzen und keine endgültigen Werte der Stufe darstellen. Man kann aber auch vor Anwendung der Gl. (1) das Laufrad festlegen und völlig berechnen sowie dessen Wirkungsgrad $\eta''$ ermitteln, so dass dann die damit berechneten Grössen $\Delta i_s''$, $\Delta i_s$ und $r$ die endgültigen der Stufe sind.

*b. Direkte formelmässige Berechnung von $r_m$*

Nach dieser Methode wird eine Gleichung für $r_m$ formuliert, die geeignete Grundgrössen der Stufe erhält. So wird es möglich, bei gegebenen oder zweckmässig gewählten Werten dieser Grössen, $r_m$ sofort zu berechnen, und zwar mit einer Näherung, die für die Praxis genügend ist. Diese Gleichung ist sehr geeignet für schnelle Überschlagsrechnungen. Sie erlaubt ausserdem, wie weiter unten gezeigt wird, eine Übersicht über die Abhängigkeit des erforderlichen Reaktionsgrades $r_m$ von den verschiedenen Parametern der Stufe zu bekommen. Wenn $w_1$ in Gl. (2) durch ihren Ausdruck gemäss Gl. (c) sowie $c_1$ gemäss Gl. (b) ersetzt werden, ergibt sich

$$\text{(3)} \qquad r_m = \frac{(1 + c_0^2/2\,\Delta i_s)}{\left[1 + \dfrac{\eta''}{\eta'} A_1^2 \left(\xi''^2 - \eta''\right)\right]}$$

mit

$$\text{(4)} \qquad A_1^2 = w_1^2/c_1^2 = 1 + (u/c_1)^2 - 2\cos\alpha_1 \cdot u/c_1$$

als exakte Gleichung für $r_m$, die für jede Turbinenstufe gilt. Hier aber macht vorderhand das Glied $c_0^2/2\,\Delta i_s$ Schwierigkeiten, das einen expliziten Ausdruck für $r_m$ in Funktion der Stufengrössen $u/c_1$, $\alpha_1$, $\eta'$, $\eta''$ und $\xi''$ nicht erlaubt. Es ist aber leicht einzusehen, dass dieses Glied bei einer gut bemessenen und normal arbeitenden Gleichdruckstufe immer sehr klein gegenüber 1 ist. Meistens ist es nicht viel verschieden von 0,04 bis 0,06[5]). Man kann es daher vernachlässigen, womit Gl. (3) in die einfachere explizite Form

$$\text{(5)} \qquad r_m \approx \frac{\xi''^2 - \eta''}{\left[\xi''^2 + \eta'' \left(\dfrac{1}{\eta'} A_1^2 - 1\right)\right]}$$

übergeht. Dabei ist zu bemerken, dass diese Näherungsgleichung vom Eintrittszustand des Dampfes, das heisst vom Bereich des $i$, $s$-Diagrammes, in dem wir arbeiten, nicht beeinflusst wird. Der so berechnete Wert von $r_m$ ist zwar etwas kleiner als der exakte, aber nicht viel mehr als 4 bis 6%. Man darf daher Gl. (5) bei schnellen Überschlagsrechnungen sehr gut anwenden[6]), wobei man auf der sicheren Seite bleibt, wenn man den so berechneten Wert gleich zu einem um etwa 5% höheren aufrundet.

Die einfachere Gl. (5) ermöglicht im Prinzip noch eine Übersicht über den Einfluss verschiedener Faktoren auf $r_m$. So sieht man leicht, dass $r_m$ mit $\xi''$ und $\eta'$ zunimmt, während es mit $u/c_1$ und $\eta''$ abnimmt. Bild 2 zeigt die ziemlich flach verlaufende gleichsinnige Abhängigkeit von $\eta'$, wobei als Parameter $u/c_1$ und $\xi''$ erscheinen und $\eta''$ konstant gleich 0,80 gehalten wird[7]). Bild 3 gibt die gegensinnige Abhängigkeit von $\eta''$ wieder, mit den gleichen Parametern, bei konstant gehaltenem $\eta' = 0{,}90$[7]), die einen ziemlich steileren Verlauf aufweist. Endlich sieht man in Bild 4 die Abhängigkeit von $\xi''$, wobei $u/c_1$ und jeweils ein Wertepaar für $\eta'$, $\eta''$ als Parameter gewählt wurden.

Zu den Bildern 2, 3 und 4, die hauptsächlich einen demonstrativen Charakter haben, ist noch folgendes zu sagen: Es wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass zwischen $\eta''$ und

[5]) Diese Tatsache wird ausführlich am Schluss der Arbeit (Anhang 2.) erörtert.

[6]) Vgl. auch Fussnote [5]).

[7]) Das hier gewählte Wertepaar für $\eta''$ und $\eta'$ (0,80 bzw. 0,90) stellt einen eher konservativen Mittelwert für eine normale Gleichdruckstufe dar.

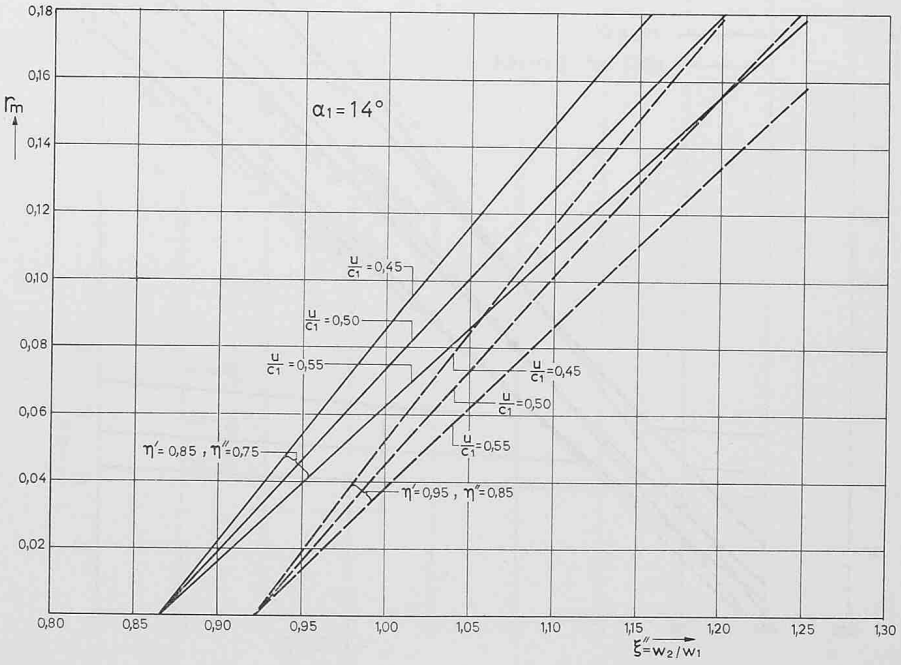



Bild 4. Abhängigkeit des minimal erforderlichen Reaktionsgrades $r_m$ vom Beschleunigungsverhältnis $\xi'' = w_2/w_1$ im Laufrad

$\xi''$ kein Zusammenhang besteht, was den tatsächlichen Verhältnissen im Laufrad nicht entspricht, denn bei wachsendem Beschleunigungsverhältnis $\xi'' = w_2/w_1$ soll man im allgemeinen mit einer Verbesserung von $\eta''$ rechnen. Zugleich aber muss bemerkt werden, dass es praktisch unmöglich ist, eine allgemeingültige Beziehung zwischen $\eta''$ und $\xi''$ zu formulieren, weil eben die diesbezügliche Abhängigkeit durch viele andere Faktoren und durch die jeweilige Bemessung der Stufe beeinflusst wird. Deshalb zeigen die genannten Bilder nur generelle Tendenzen und besitzen keine quantitative Genauigkeit. Genau betrachtet sollte man zum Beispiel in Bild 2 für jede einem bestimmten Wert von $\xi''$ entsprechende Kurvenschar einen anderen Wert für $\eta''$ annehmen, und zwar einen um so besseren, je höher $\xi''$ ist. Dadurch würden die verschiedenen $\xi''$-Werten entsprechenden Kurvenscharen näher zu einander rücken. Weiter können die Kurven von Bild 3 nur dann einen reellen Sinn haben, wenn Variationen von $\eta''$ betrachtet werden, die von jeder anderen Ursache herrühren, aber nicht von einer Änderung von $\xi''$. Nimmt man aber an, die Variation von $\eta''$ sei hauptsächlich durch eine Änderung von $\xi''$ verursacht, dann wird nur ein einzelner Punkt aus jeder Kurve von Bild 3 einen reellen Fall darstellen, nämlich denjenigen, dem passende Werte von $\xi''$ und $\eta''$ entsprechen. Ähnliches gilt für Bild 4, wo die tatsächlichen Kurven einer reellen Stufe flacher verlaufen würden, eben weil sich mit wachsendem $\xi''$ der Wirkungsgrad $\eta''$ erhöht.

Bild 5 zeigt einen solchen tatsächlichen Verlauf von $r_m = f(\xi'')$, wie er von uns für eine typische Regelstufe ermittelt wurde[8]). Es handelt sich um die Regelstufe einer modernen Dampfturbine von 150 MW bei 3000 U/min mit folgenden Daten: Massendurchsatz 125 kg/s (450 t/h), Dampfzustand beim Eintritt in die Stufe $p_0 = 170$ bar, $t_0 = 530$ °C, $c_0 = 65$ m/s. Es wurden gewählt: Beaufschlagungsverhältnis $\varepsilon = 0{,}50$, mittlere Umfangsgeschwindigkeit $u = 141{,}5$ m/s ($u^2/2 = 10$ kJ/kg), Winkel $\alpha_1 = 14°$. Jede Kurve entspricht einem bestimmten Verhältnis $u/c_1$, folglich einer bestimmten Austrittsgeschwindigkeit $c_1$ und somit einem völlig bestimmten Leitrad[9]). In jedem solchen Fall wurde für verschiedene Werte von $\xi''$ jeweils ein neues Laufrad bestimmt und sein Wirkungsgrad ermittelt, der dann in Gl. (5) zur Berechnung von $r_m$ der entsprechenden Stufe eingesetzt wurde. Die ausgezogenen Linien zeigen den Verlauf der so berechneten tatsächlichen Grössen $r_m$ über $\xi''$, während die gestrichelten Linien den Verlauf von $r_m$ für den Fall zeigen, wo der Laufradwirkungsgrad $\eta''$ konstant (d.h. unabhängig von $\xi''$) bleibt, und zwar gleich dem der jeweiligen tatsächlichen Kurve entsprechenden Mittelwert $\eta''$ ist. Weiter sieht man in Bild 5 noch den tatsächlichen Verlauf der Druckzahl $\psi$ der Stufe, der nach Gl. (10) berechnet wurde.

Nach der Bestimmung von $r_m$ können noch die zwei wichtigsten Kennwerte der Stufe, nämlich die Durchsatzzahl $\varphi$ und die Druckzahl $\psi$ berechnet werden, wodurch kontrolliert werden kann, ob die zugrundegelegten Parameter, wie $u/c_1$, $\xi''$, die Winkel $\alpha_1$ und $\beta_2$ usw. zu einer zweckmässigen Bemessung der Stufe geführt haben. Dazu kann man sich folgender Gleichungen bedienen:

[8]) Die Strömungsverluste im Leit- und Laufrad sowie deren Wirkungsgrade $\eta'$ und $\eta''$ wurden nach den von Traupel angegebenen Unterlagen [1], S. 363–370, berechnet.

[9]) Für die wichtigsten Daten des Leitrades haben sich folgende Werte ergeben:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Für $u/c_1$ | = 0,45 | 0,50 | 0,55 |
| Leitradwirkungsgrad $\eta'$ | = 0,926 | 0,923 | 0,920 |
| Schaufellänge am Austritt $l_1$ | = 25 | 28 | 30 mm |
| Verhältnis $l_1/D$ | = 0,028 | 0,031 | 0,033 |

Für das Laufrad wurde der Austrittswinkel $\beta_2$, unter Berücksichtigung der weiter unten (Nachtrag 1.) dargelegten Überlegungen, zu 20°, 23° und 26° festgelegt, entsprechend den Geschwindigkeitsverhältnissen $u/c_1 = 0{,}45$, 0,50 und 0,55. Der Laufradwirkungsgrad wurde wie folgt ermittelt:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Für $u/c_1$ | = 0,45 | 0,50 | 0,55 |
| Laufradwirkungsgrad $\eta''$ | = 0,755 ÷ 0,840 | 0,775 ÷ 0,855 | 0,790 ÷ 0,860 |
| entsprechend $\xi''$ | = 0,90 ÷ 1,30 | 0,90 ÷ 1,30 | 0,90 ÷ 1,30 |

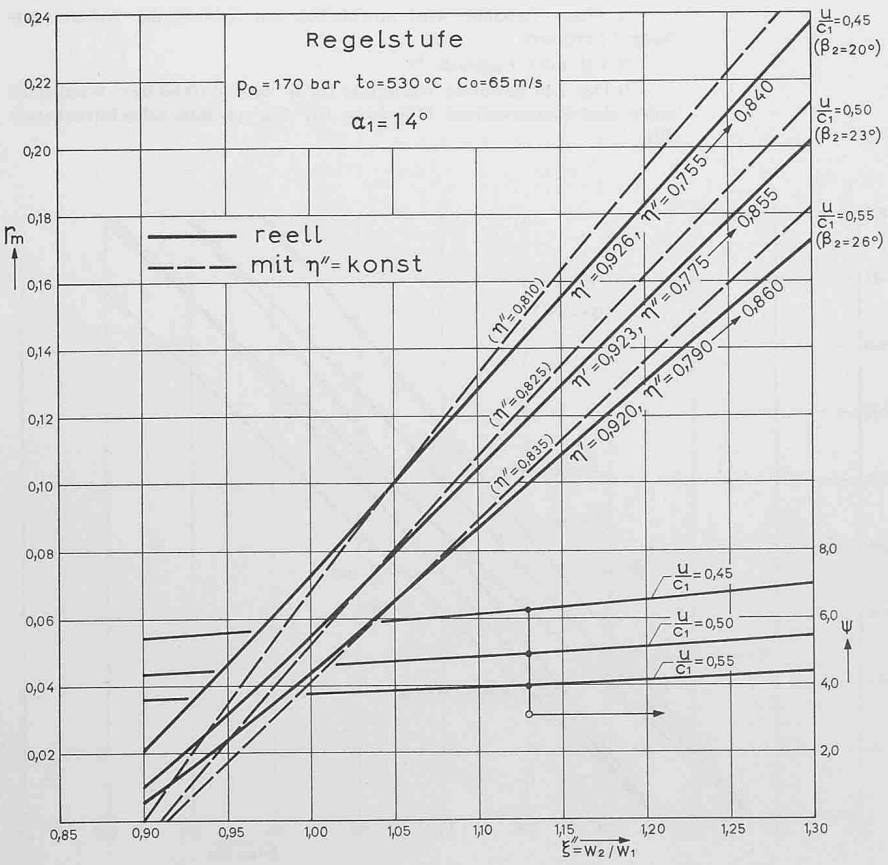



Bild 5. Abhängigkeit des minimal erforderlichen Reaktionsgrades $r_m$ und der entsprechenden Druckzahl $\psi$ einer reellen Regelstufe vom Beschleunigungsverhältnis $\xi'' = w_2/w_1$ im Laufrad

*Für $\varphi$:*

Exakte Gleichung:

(6') $\varphi = k_2\, c_{n2}/u_2 = k_2\, w_{n2}/u_2 = k_2\, \xi''\, A_1 \sin\beta_2 \cdot c_1/u_2$

oder, für $k_2 = 1{,}0$[10]) und $u_1 = u_2 = u$,

(6) $\varphi \approx \xi''\, A_1 \sin\beta_2 \cdot c_1/u$

Zugleich kann das Verhältnis der Axialkomponenten der Geschwindigkeit im Laufrad durch die leicht abzuleitende Gl. (7) nachgerechnet werden:

(7) $c_{n2}/c_{n1} = w_{n2}/w_{n1} = \xi'' A_1 \sin\beta_2/\sin\alpha_1 = (u/c_1)\ \varphi/\sin\alpha_1$

Gl. (6) und (7) gelten für jede Turbinenstufe.

*Für $\psi$:*

Aus Gl. (b) folgt:

(d') $(c_1/u_2)^2 = \eta' \left[(c_0/u_2)^2 + (1 - r)\, \psi\right]$

oder, für $u_1 = u_2 = u$,

(d) $(c_1/u)^2 = \eta' \left[(c_0/u)^2 + (1 - r)\, \psi\right]$

woraus die exakte, für jede Turbinenstufe gültige Gl. (8) folgt:

(8) $$\psi = (c_1/u)^2\, \frac{\left[1 - \eta'\, (c_0/c_1)^2\right]}{\eta'\, (1 - r)}$$

Wenn man wieder $\eta'\, (c_0/c_1)^2$, das in einer normalen Gleichdruckstufe nicht sehr verschieden von 0,06 ist[11]), gegenüber 1,0 vernachlässigt, erhält man die einfachere, sehr handliche Gleichung

(9) $$\psi \approx \frac{1}{\eta'}\, (1 - r)\, (u/c_1)^2$$

die zwar ein etwas grösseres $\psi$ als die exakte Gl. (8) liefert, jedoch beträgt der Unterschied kaum mehr als 5 bis 7%. Wenn in diese Gleichung der direkt der Gl. (5) entnommene Wert für $r$ eingesetzt wird, ergibt sich noch folgende Gleichung für

(10) $$\psi \approx \frac{\left[\eta'' + \eta' A_1^2\, (\xi''^2 - \eta'')\right]}{\eta'\, \eta''\, (u/c_1)^2}$$

die etwas genauer als Gl. (9) ist, weil die in den Gl. (5) und (9) enthaltenen Ungenauigkeiten sich teilweise aufheben.

## Anhang

Nachfolgend werden einige vorstehend berührte Fragen (vgl. Fussnoten 3, 5 und 12) ausführlicher betrachtet.

*1. Zur Wahl des gewünschten Beschleunigungsverhältnisses im Laufrad:*

Das Verhältnis $\xi'' = w_2/w_1$ ist direkt mit der Durchsatzzahl $\varphi$ der Stufe durch Gl. (6) verbunden, die uns erlaubt, einen geeigneten Wert für $\xi''$ zu wählen unter Rücksichtnahme auf die anderen Parameter der Stufe, die in dieser Gleichung auftreten. Diese Gleichung zeigt uns u.a., wie $\xi''$, bei gegebenen oder angenommenen Werten des Geschwindigkeitsverhältnisses $u/c_1$ und der Winkel $\alpha_1$ und $\beta_2$, nach oben begrenzt wird durch die für gute Gleichdruckstufen geltende Forderung $\varphi \leqslant 0{,}5$. Aus Gl. (6) ergibt sich in diesem Fall

(11) $$\xi'' \leqslant \frac{u}{2}\, c_1\, A_1 \sin\beta_2$$

[10]) Wie bekannt ist $k_2$ nur sehr wenig (gewöhnlich 1 bis 2%) verschieden von 1,0.

[11]) Siehe ausführliche Erläuterung am Schluss dieser Arbeit (Nachtrag 3.).

Mit Hilfe von Gl. (7) kann noch das Verhältnis $c_{n2}/c_{n1}$ kontrolliert werden, für das bei HD-Gleichdruckstufen der Bereich 0,7 bis 1,0 empfohlen wird [1], S. 415. So bekommt man zum Beispiel für eine HD-Stufe mit $\alpha_1 = 14°$, $\beta_2 = 23°$ und $\varphi \leqslant 0{,}5$:

| | | | |
|---|---|---|---|
| für | $u/c_1 = 0{,}45$ | 0,50 | 0,55 |
| | $\xi'' \leqslant 1{,}005$ | 1,21 | 1,45 |
| | $c_{n2}/c_{n1} \leqslant 0{,}93$ | 1,035 | 1,135 |

Gewiss können diese Grenzwerte für $\xi''$ und $c_{n2}/c_{n1}$ durch Änderung der angenommenen Werte für $\alpha_1$ und $\beta_2$ nach unten oder nach oben verschoben werden; man soll aber dabei immer die sonstigen Konsequenzen einer solchen Änderung nicht ausser acht lassen.

Das Verhältnis $\xi''$ ist auch mit der Druckzahl $\psi$ der Stufe durch Gl. (10) verbunden, die eine diesbezügliche Kontrolle ermöglicht (günstiger Bereich für den $\psi$-Wert, nach Traupel [1], S. 190, ist 4 bis 6).

*2. Zur Grössenordnung von $c_0^2/2\, \Delta i_s$*

In einer Regelstufe ist $c_0$ gewöhnlich nicht grösser als 65 m/s, also $c_0^2/2 \leqslant 2$ kJ/kg. Die Umfangsgeschwindigkeit $u$ ist selten kleiner als 140 m/s, das heisst $u^2/2$ meistens grösser als 10 kJ/kg. Die Druckzahl $\psi$ einer Gleichdruckstufe liegt, wie gesagt, im Bereich von 4,0 bis 6,0, so dass das theoretische Stufengefälle

$$\Delta i_s = \psi\, (u^2/2) = 40 \text{ bis } 60 \text{ kJ/kg}$$

ist. Es ist also gewöhnlich $c_0^2/2\, \Delta i_s \leqslant 0{,}03 \div 0{,}05$.

Demgegenüber ist in der typischen Repetierstufe einer mehrstufigen Gleichdruckturbine mit ausgeprägter Axialströmung $c_2 \approx c_0$ und somit $c_0^2/2\, \Delta i_s \approx c_2^2/2\, \Delta i_s = (c_2^2/u^2)/\psi$. Nun gilt aber für jede Turbinenstufe[13]), wie leicht abzuleiten ist,

(12) $c_2^2/u^2 = (\varphi \operatorname{ctg} \beta_2 - 1)^2 + \varphi^2$

So ergibt sich zuletzt

(13) $$c_0^2/2\, \Delta i_s \approx c_2^2/2\, \Delta i_s \approx \frac{(\varphi \operatorname{ctg}\beta_2 - 1)^2 + \varphi^2}{\psi}$$

Aus dieser Gleichung sehen wir, dass in einer mittleren solchen Stufe mit $\alpha_1 = 14°$, $\beta_2 = 23°$, $\varphi \leqslant 0{,}5$ und $\psi = 4{,}0 \div 6{,}0$ $c_2^2/u^2 \leqslant 0{,}28$ und das Glied $c_0^2/2\, \Delta i_s \leqslant 0{,}05 \div 0{,}07$ ist.

*3. Zur Grössenordnung von $\eta'\, (c_0/c_1)^2$*

In einer Regelstufe ist, wie gesagt, $c_0 \leqslant 65$ m/s, $u \geqslant 140$ m/s und $\eta' < 0{,}95$. So haben wir:

| | | | |
|---|---|---|---|
| für | $u/c_1 = 0{,}45$ | 0,50 | 0,55 |
| | $c_1 \geqslant 311$ | 280 | 255 m/s |
| und | $\eta'\, (c_0/c_1)^2 < 4{,}15\%$ | 5,15% | 6,15% |

In einer Repetierstufe wird wieder $c_0 \approx c_2$ sein und somit $\eta'\, (c_0/c_1)^2 \approx \eta'\, (c_2/c_1)^2 = \eta'\, (c_2/u)^2\, (u/c_1)^2$. Für eine mittlere solche Stufe also mit $\alpha_1 = 14°$, $\beta_2 = 23°$ und $\varphi \leqslant 0{,}5$ wird wieder $c_2^2/u^2 \leqslant 0{,}28$ sein und folglich, mit $\eta' < 0{,}95$,

| | | | |
|---|---|---|---|
| für | $u/c_1 = 0{,}45$ | 0,50 | 0,55 |
| | $\eta'\, (c_0/c_1)^2 < 5{,}4\%$ | 6,65% | 8,05% |

## Zusammenfassung

Es wird über die Bedeutung der Reaktion in Gleichdruck-Turbinenstufen berichtet, wobei als massgeblicher Faktor das Beschleunigungsverhältnis $\xi'' = w_2/w_1$ im Laufrad hervorgehoben wird. Zwei Methoden zur Bestimmung des minimal erforderlichen Reaktionsgrades $r_m$ der Stufe werden vorgeschlagen, eine erste zur genauen schrittweisen Berechnung des

[13]) Mit der Näherung $k_2 \approx 1{,}0$.

Reaktionsgrades $r_m$ sowie eine zweite zu dessen direkter überschlägiger Ermittlung mit Hilfe einer zu diesem Zweck abgeleiteten einfachen Näherungsgleichung. Diese Gleichung ermöglicht zugleich, eine Übersicht über den prinzipiellen Einfluss verschiedener Parameter der Stufe auf $r_m$ zu bekommen. Gleichungen werden noch zur direkten Berechnung der Durchsatzzahl $\varphi$ und der Druckzahl $\psi$ der Stufe abgeleitet, die ebenfalls zur Beurteilung der Zweckmässigkeit der Stufe und deren gewählten Grundgrössen herangezogen werden können.

**Literaturverzeichnis**


[1] *Traupel, W.:* Thermische Turbomaschinen, Bd. I, zweite Aufl., Berlin, Heidelberg, New York 1966, Springer Verlag.

[2] *Schröder, K.:* Grosse Dampfkraftwerke, Bd. III B, Berlin, Heidelberg, New York 1968, Springer Verlag.

[3] Central Electricity Generating Board: Modern Power Station Practice, V1. 3, 2nd Ed., Oxford, New York, Toronto, Sydney, Braunschweig 1971, Pergamon Press.



Adresse des Verfassers: Prof. Dr. *N. Dimopoulos,* Nationale Technische Hochschule zu Athen, Lehrstuhl für Verbrennungsmotorenbau.


# Das Durchstanzen von Stützen bei Flachdecken


DK 624.073.13



Vortrag, gehalten anlässlich der SIA-Studientagung vom 13. und 14. November 1970 in Lausanne von Dr. **Marc Ladner,** EMPA Dübendorf


## 1. Einleitung

Dass Flachdecken heute im Industrie-Hochbau und im Schutzraumbau einen so bedeutenden Platz einnehmen, verdankt diese Konstruktionsart nicht zuletzt dem Umstand, dass sie wirtschaftlich vorteilhaft und ästhetisch befriedigend ist (Bild 1). Charakteristisch dabei ist, dass die Stützen ohne Kopfverbreiterung in die Decke eingeführt werden, was den Flachdecken auch die Bezeichnung «pilzlose Pilzdecken» eingetragen hat. Mit dem Wegfallen dieses Pilzes werden erhebliche Schalungskosten eingespart, und überdies tragen die klaren Formen zum einfachen Verlegen von Installationen jeglicher Art sowie zur Formschönheit bei. Allerdings erhöht sich damit die Gefahr, dass die Decke im Stützenbereich überbeansprucht wird und es zu einem Durchstanzen kommt. Dieser Vorgang sowie die Methode seiner Vorausbestimmung sollen im folgenden kurz erörtert werden.

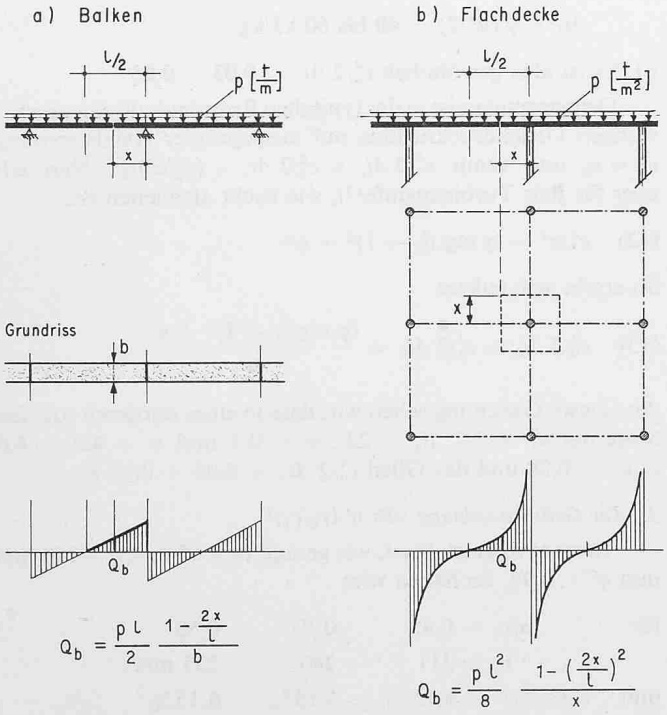
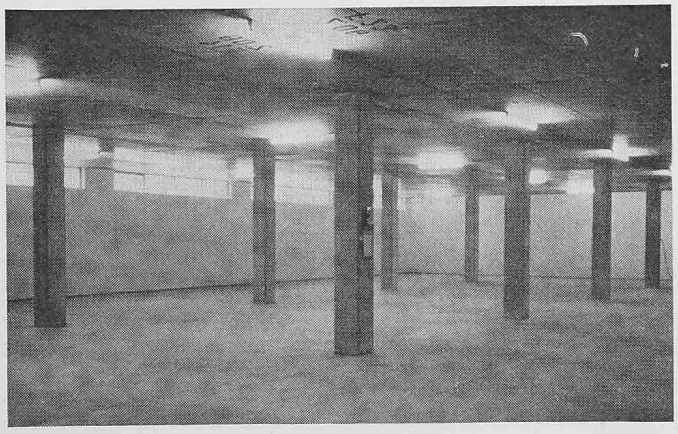



Bild 2. Querkraftverlauf beim Balken (a) und bei der Flachdecke (b)

Bild 1. Beispiel einer Flachdecke



## 2. Voraussetzungen

Die Gefahr eines Durchstanzens entsteht durch das Zusammenwirken von grossen Biegemomenten mit grossen Querkräften im Stützenbereich. Bei Flachdecken, wo unter gleichmässig verteilter Belastung die auf die Einheitsbreite bezogene Querkraft hyperbolisch gegen die Stütze anwächst, während beim Balken diese Zunahme nur linear erfolgt, entsteht somit eine starke Konzentration der Beanspruchung im Stützenbereich (Bild 2), was ein Durchstanzen verursachen kann. Deswegen war man früher gezwungen, durch Verbreiterung des Stützenkopfes sich diesem Querkraftverlauf anzupassen, was zu den schon erwähnten Pilzdecken führte. Eine ähnliche Aufgabe erfüllen auch über den Stützen einbetonierte, geschweisste Stahlrahmen (Bild 3).

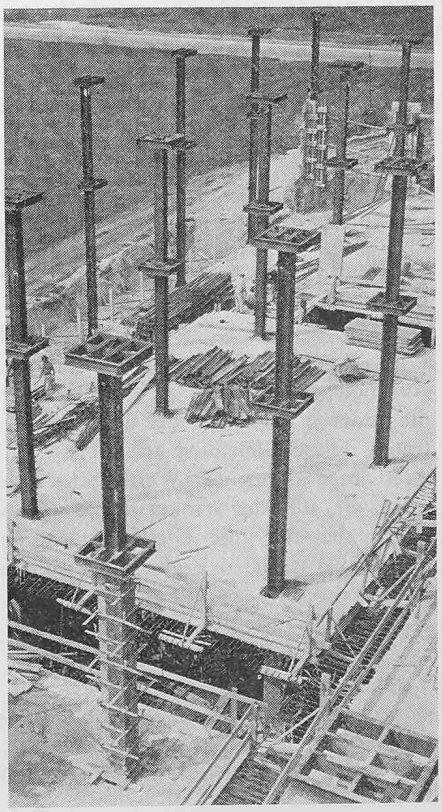


Bild 3. Verstärkung des Stützenkopfes mittels Stahlrahmen (Foto Geilinger & Co)