

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 89 (1971)  
**Heft:** 48

**Artikel:** Anwendung der Finiten Elemente in der Industrie  
**Autor:** Redaktion  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-85049>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Anwendung der Finiten Elemente in der Industrie

Unter diesem Titel veranstaltete die SIA-Fachgruppe der Ingenieure der Industrie (FII) am 12. November 1970 im Kasino Zürichhorn eine Informationstagung. In deren Verlauf erhielten die zahlreichen Teilnehmer einen Überblick über das Prinzip der Methode der Finiten Elemente und über deren Anwendungsmöglichkeiten in der Industrie sowie für die Lösung besonderer Fragen des Bauingenieurwesens.

Im vorliegenden Heft beginnen wir mit der Veröffentlichung der während der Tagung gehaltenen Vorträge,

welche zum Teil überarbeitet wurden. Damit auch die Leser, die mit der Methode nicht vertraut sind, einen Überblick über deren Grundlagen und Aufbau erhalten, hat sich Ing. E. Erni in verdankenswerter Weise bereit erklärt, einen entsprechenden Beitrag zu verfassen. Mit diesem Aufsatz leiten wir die Reihe über die Anwendung der Methode der Finiten Elemente in der Industrie ein. Der Umfang dieser Beitragsreihe zwingt uns, mit Rücksicht auf die verschiedenen Berufssparten unserer Leserschaft, sie auf mehrere Ausgaben zu verteilen.

Red.

## Grundlagen der Methode der Finiten Elemente

DK 539.4.001.2:512.83

Von E. Erni, Zürich

### 1. Einleitung

Die Methode der Finiten Elemente beruht auf den Grundlagen der Matrizenstatik. Ein wesentlicher Unterschied zu anderen Verfahren liegt in der Gestaltung des Rechenablaufes von Beginn an in der Form der Matrizenrechnung. Die geschichtliche Entwicklung der Methode beginnt in den Jahren vor dem Zweiten Weltkrieg. Während des Krieges und im Zeitraum bis 1955 lag der Schwerpunkt bei der Kraftmethode der Matrizenstatik (Matrix Force Method). In den weiteren Jahren beginnt die Deformationsmethode der Matrizenstatik (Matrix Deformation Method) an Anwendungshäufigkeit zu gewinnen. Die Entwicklung dieser Methoden auf den heutigen Stand der Methode der Finiten Elemente ist stark gekoppelt mit den Fortschritten der elektronischen Datenverarbeitung und ohne sie praktisch nicht denkbar. Erst die Datenverarbeitung macht die rationelle Lösung der grossen Zahl simultaner Gleichungen möglich, die beim Rechnungsvorgang anfallen. Von den zahlreichen Ingenieuren und Wissenschaftlern, die mit der Entwicklung besonders eng verbunden sind, seien einige genannt: B. Langefors, P.H. Denke, M.J. Turner, R.W. Clough, J.H. Argyris, F.B. de Veubeke, O.C. Zienkiewicz.

Die Literatur über die Methode, vor allem in englischer Sprache, hat seit 1960 einen Umfang angenommen, der selbst für Spezialisten schwer überblickbar ist. Die im Literaturverzeichnis angegebenen Standardwerke von 1967 an geben aber doch einen guten Überblick.

Die Methode der Finiten Elemente ist unter die numerischen Methoden der Festigkeitsrechnung einzureihen; es wird darunter im allgemeinen ein Verfahren verstanden, bei dem die zu analysierende Struktur als eine Konfiguration von diskreten Teilchen dargestellt wird, genannt Elemente.

Jedes Element hat dabei endliche Dimensionen. Um Berechnungen mit diesen Elementen durchzuführen, ist es notwendig, für jedes die Beziehung zwischen der wirkenden Kraft und der Deformation aufzustellen. Ein Kontinuumskörper kann durch ganz verschiedenartige Modelle von Finiten Elementen dargestellt werden: Dreiecke, Vierecke oder polygonale Formen. Das Netzwerk der Unterteilung kann grob sein und eine kleine Zahl von Elementen umfassen, oder aber sehr fein, indem zahlreiche kleine Elemente gewählt werden. Die Kriterien zur Wahl hängen von der Geometrie der Struktur und von lokalen Einflüssen, wie etwa Spannungskonzentrationen, ab. Dabei ist es durchaus möglich, die Feinheit der Unterteilung zu variieren und an den Orten von Krafteinlei-

tungen eine feinere Aufteilung vorzunehmen. Im Falle einer Rahmenkonstruktion erhält man bereits eine passende Unterteilung in Elemente, wenn jedes Teil, Balken oder Stab als ein Finites Element betrachtet wird.

Diese Teile werden in der Berechnung durch die Neutralachse dargestellt, die Bindungen an die Nachbarelemente treten bei einer Rahmenstruktur nur an den Enden, Knoten genannt, in Erscheinung. Die Betrachtung von Gleichgewicht und Verträglichkeit der Verschiebungen wird dementsprechend nur an diesen Knoten ausgeführt. Mit den Elementtypen, welche normalerweise unter den Begriff Finite Elemente fallen, werden Strukturen berechnet, die mathematisch dargestellt sind durch zweidimensionale Scheiben, Platten und Schalen, oder durch ein dreidimensionales elastisches Kontinuum. Damit erscheinen die Verbindungen entlang einer Linie oder einer Fläche und nicht nur an einem Knotenpunkt des Elementes. Es muss nun sichergestellt werden, dass das Gleichgewicht und die Verträglichkeit an den Knoten vorhanden ist und die Berührungsflächen oder Linien zwischen den Knoten die gewählte Form der Verschiebungsverteilung annehmen. Diese Verträglichkeit an den Begrenzungen zwischen zwei benachbarten Elementen muss gefordert werden, um ein der Wirklichkeit entsprechendes Spannungsbild in der Struktur zu erhalten. Sind die Verträglichkeits- und Gleichgewichtsbedingungen in den Knotenpunkten erfüllt, so ist es von der Richtigkeit der Steifigkeitsmatrize des Elementes abhängig, ob an den Begrenzungen zweier benachbarter Elemente die Verträglichkeitsbedingungen ebenfalls erfüllt sind. Wäre die Verträglichkeitsbedingung nur an den Knoten eines Dreieckselementes erfüllt und nicht an den Seiten, dann entstünden durch die Belastung Spalten oder Übereinanderschiebungen der benachbarten Dreiecksfelder, so dass die ganze Struktur weniger steif wirkt, als in Wirklichkeit. Dieser Effekt hätte grosse Spannungsabweichungen gegenüber der exakten Lösung und Spannungskonzentrationen in den Knotenpunkten zur Folge.

### 2. Die Ableitung einer Steifigkeitsmatrize am Beispiel des einfachen Balkens

#### 2.1 Beziehungen zwischen Kräften und Verschiebungen

Vor der Betrachtung eines zweidimensionalen Dreieckselementes, wie es zur Berechnung eines Kontinuumskörpers verwendet werden kann, ist es nützlich, sich mit dem Vorgang an einem einfachen Element, dem Balken, zu befassen, wie er normalerweise in einem Rahmentragwerk vorkommt.