

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 89 (1971)
Heft: 46

Artikel: Darstellung der Detonationswelle im Entropiediagramm
Autor: Berchtold, M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-85033>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zum 80. Geburtstag von Prof. Dr. G. Eichelberg

Am 21. November 1971 feiert Prof. Dr. G. Eichelberg seinen 80. Geburtstag. Als langjähriger Dozent für Thermodynamik, Verbrennungsmotoren und Kältetechnik hat er einen grossen Kreis von Studenten in die Geheimnisse der Thermodynamik eingeführt. Wenn auch einem jeden diese eigenartige Lehre viel Kopfzerbrechen verursachte, so war er doch durch die Ausstrahlung der Begeisterung dieses Lehrers so beeindruckt, dass ihm im späteren Berufsleben vieles erfassbar gegenwärtig wurde, was er im ausserordentlich aufnahmefähigen Alter des Studenten empfangen konnte. In der Vorlesung über Verbrennungsmotoren war es ein grosses Anliegen des verehrten Lehrers, an einem mannigfaltig verflochtenen Beispiel den Studenten die Anwendung der propädeutischen Lehren zur Lösung technischer Probleme vorzuführen. Er zeigte, wie man aus der physikalischen Vorstellung die gegenseitige Beeinflussung verschiedener Effekte abschätzen kann, um schliesslich eine Synthese von theoretisch richtigen und praktisch möglichen Lösungen auszuarbeiten.

Der Jubilar hat in lebhafter Weise die Studenten zum selbständigen, schöpferischen Denken angespornt. Er wies mit Begeisterung auf die Schönheiten des Ingenieurberufes hin und mahnte zur verpflichtenden Verantwortung. Mit Vehemenz setzte er sich gegen die sinnlose Verschwendung unserer Rohstoffe ein. Die Erhaltung der Schönheiten der Natur war ihm ein persönliches Anliegen. In seinen Vorlesungen, zahlreichen Vorträgen und Schriften hat er auf die segensreichen Möglichkeiten der Technik hingewiesen. Ihr edelster Sinn wäre, den Menschen von den täglichen Belangen zu befreien, damit er mehr Zeit und Musse findet, sich mit geistigen Problemen und ethischen Fragen zu befassen. Auch für eine sinnvolle Freizeitgestaltung setzte er sich mit Überzeugung ein.

Möge sich der Jubilar weiterhin am Wahren, Echten und Schönen erfreuen! Alle Schüler, die sich in Dankbarkeit gerne an die Vorlesungen, Übungen und Prüfungen erinnern, schliessen sich in herzlicher Verbundenheit der heutigen Gratulation an.

M. Berchtold

Darstellung der Detonationswelle im Entropiediagramm

DK 536.7:534.22

Von Prof. M. Berchtold, ETH Zürich
Prof. Dr. G. Eichelberg zum 80. Geburtstag gewidmet

Eine durch ein brennbares Gemisch laufende Druckwelle mit unmittelbar nachlaufender Verbrennungszone wird Detonationswelle genannt. Die bekannten Gleichungen von Chapman-Jouguet [1], [2] behandeln diesen Vorgang unter gewissen vereinfachenden thermodynamischen Annahmen. Kontinuität, Impuls- und Energiesatz führen zu Zusammenhängen, die in der Literatur meist in Form der sogenannten Hugoniotkurve mit Wärmezufuhr [3] in einem $p/p_1, \varrho_1/\varrho_0$ -Diagramm dargestellt werden. Übersichtlicher lassen sich die Vorgänge im Entropiediagramm unter Zuhilfenahme der Fannokurven¹⁾ und Rayleighkurven [5] diskutieren.

Nach Chapman-Jouguet folgt bei der sich im ruhenden Gasegemisch ausbreitenden Detonationswelle die Verbrennungszone unmittelbar der Stosswelle. Diese Bedingung setzt voraus, dass die Geschwindigkeit der Stosswelle gleich der am Ende der Brennzone im Schwaden bestehenden Störgeschwindigkeit ist. Diese ergibt sich aus der Überlagerung von Nachlaufgeschwindigkeit und örtlicher Schallgeschwindigkeit. In der hier gewählten Darstellung kommen die verwickelten Vorgänge anschaulicher zum Ausdruck. Dabei sollen die folgenden, bereits erwähnten Vereinfachungen beibehalten werden:

- beim betrachteten Medium handle es sich um ein ideales Gas mit konstantem Isentropenexponenten $\gamma = \text{const.}$ («perfektes Gas»),
- die Wärmeproduktion in der Detonationswelle erfolge unendlich schnell; der Stoffwert $\gamma = c_p/c_v$ und die Gaskonstante R vor und nach der Verbrennung seien identisch,
- die Gleichungen gelten für den eindimensionalen, reibungsfreien Fall ohne Wärmeverluste nach aussen,
- die chemischen, reaktionskinetischen Kriterien für die Möglichkeit der detonativen Verbrennung sind in den Betrachtungen nicht enthalten.

Zur besseren Anschaulichkeit wird zuerst der Fall der ortsgewundenen («stehenden») und stationären, das heisst zeitlich unveränderten Detonationswelle behandelt. Das Gasegemisch durchströme eine Lavalldüse, wobei sich an einer bestimmten Stelle eine Detonationswelle einstellt. Die Zuströmgeschwindigkeit zu dieser stehenden Detonationsfront ist u_1 . Mit der Annahme eines adiabaten Verdichtungsstosses mit unmittelbar nachlaufender Verbrennungszone ist die Geschwindigkeit nach dem Stoss u_2 . Diese Geschwindigkeit existiert unter den gemachten, vereinfachenden Annahmen nicht, da der örtliche und zeitliche Abstand von Stoss und Verbrennungszone als unendlich klein angenommen wird. Die Geschwindigkeit des

¹⁾ Dipl. Ing. Fanno hat die nach ihm benannte Kurve in seiner Diplomarbeit an der ETH 1904 beschrieben, worauf sein Professor, A. Stodola, in [4] S. 50 hinweist.

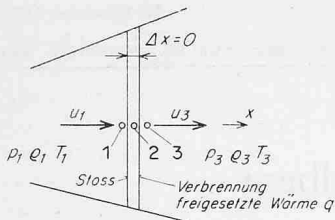


Bild 1. Abschnitt einer Lavaldüse mit stehender Detonationswelle

abströmenden, verbrannten Gases ist u_3 . Zu den Geschwindigkeiten u_1, u_2, u_3 gehören die entsprechenden statischen Zustände **1, 2** und **3**. Die pro Masseneinheit freigesetzte Wärmemenge bei der Verbrennung sei q (Bild 1).

Die Erhaltungssätze lauten dann:

- (1) Kontinuität $\rho_1 u_1 = \rho_3 u_3$
- (2) Impulssatz $\rho_1 u_1^2 + p_1 = \rho_3 u_3^2 + p_3$
- (3) Energiesatz $i_1 + \frac{u_1^2}{2} + q = i_3 + \frac{u_3^2}{2}$
- (3') bzw. $\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{u_1^2}{2} + q = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_3}{\rho_3} + \frac{u_3^2}{2}$

Durch Elimination von p_3 aus den Gleichungen (2) und (3') bzw. ρ_3 aus (1) und (3') und unter Verwendung der Beziehung $a^2 = \gamma p/\rho$ lassen sich aus den drei Gleichungen sämtliche

Drücke und Dichten eliminieren. Führt man noch die Machzahl $M = u/a$ ein, so erhält man die bekannte Beziehung:

$$(4) \quad \frac{u_3}{u_1} = 1 - \frac{1}{\gamma+1} \left\{ 1 - \frac{1}{M_1^2} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{1}{M_1^2}\right)^2 - 2(\gamma^2 - 1) \frac{q}{u_1^2}} \right\}$$

Diese Gleichung besitzt die beiden Lösungen I mit Minuszeichen und II mit Pluszeichen, wobei die Machzahl M_1 des Ausgangszustandes grösser oder kleiner als 1 sein kann.

Multipliziert man die beiden Lösungen von Gleichung (4), $(u_3)_I$ und $(u_3)_{II}$, miteinander, so erhält man einen Ausdruck [Gleichung (5)] für die kritische Schallgeschwindigkeit a_3 nach der Wärmezufuhr. Mit Gleichung (5) erhält man somit eine der Prandtl-Relation für den senkrechten Verdichtungsstoss analoge Beziehung. Daraus geht hervor, dass die beiden Lösungen von Gleichung (4) Zuständen entsprechen, die auf derselben Fanno- und Rayleighkurve liegen. Sie erfüllen für die neue Totalenthalpie $i_{30} = q + i_{10}$ die Prandtl-Relation

$$(5) \quad (u_3)_I \cdot (u_3)_{II} = 2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left(\frac{u_1^2}{2} + \frac{a_1^2}{\gamma-1} + q \right) = a_3^2$$

Die Chapman-Jouguet-Bedingung für die stationäre und ortsgebundene Detonationswelle setzt voraus:

$$(6) \quad u_3 = a_3$$

Diese Beziehung wird im folgenden für den ortsgebundenen Detonationsstoss sowie für die im ruhenden Medium sich ausbreitende Detonationswelle physikalisch begründet. Gleichung (6) ist nur dann erfüllt, wenn die Lösungen I und II von Gleichung (4) identisch sind. Wenn in Gleichung (4) die Wurzel verschwindet, ist

$$u_{3I} = u_{3II}$$

Der Fall der stehenden Detonationswelle lässt sich nun mit der Annahme von isentropen Zu- und Abströmbedingungen in einer Lavaldüse im T, S - bzw. i, S -Diagramm mit Hilfe der Fanno- und Rayleighkurven darstellen (Bild 2). Dabei entspricht der Zustand **2** dem Ende des adiabaten Verdichtungsstosses, der Zustand **3** dem Ende der Verbrennung, wo die Geschwindigkeit u_3 gleich der Schallgeschwindigkeit ist. Fanno- und Rayleighkurve berühren sich im Punkt der vertikalen Tangente an die beiden Kurven. In diesem Fall ist die längs der Unterschall- und der Überschallast der Rayleighkurve vom Ausgangspunkt **1** bis zum Endzustand **3** zugeführte Wärme dieselbe. Die Frage ist hier berechtigt, ob die Zustandsänderung von **1** über **2** nach **3** oder direkt von **1** nach **3** erfolgt. Für die Darstellung der in ein ruhendes Medium hineinlaufenden Detonationswelle wird angenommen, der Vorgang verlaufe über den Zustand **2**.

Eine allgemeine Diskussion der Lösungen von Gleichung (4) führt auf Zusammenhänge, die meistens in Form von Hugoniotkurven mit Wärmezufuhr (Scharparameter q) in einem $p/p_1, \rho_1/\rho$ -Diagramm dargestellt sind. Die Verwendung der Fanno- und Rayleighkurven erlaubt es, sämtliche durch die Lösungen von Gleichung (4) beschriebenen Vorgänge anschaulich zu deuten. Die beiden möglichen allgemeinen Lösungen können für Zuströmmachzahlen $M_1 \geq 1$ im T, S - bzw. i, S -Diagramm eingezeichnet werden. Dabei ergeben sich vier typische Kurvenabschnitte auf Rayleighkurven (Bild 3) durch den Anfangspunkt **1**. Dieser Zustand **1** ist durch p_1 und T_1 festgelegt, dagegen ist die Geschwindigkeit u_1 bzw. der Totalzustand i_{10} bei vorgegebenem q in den einzelnen Fällen verschieden.

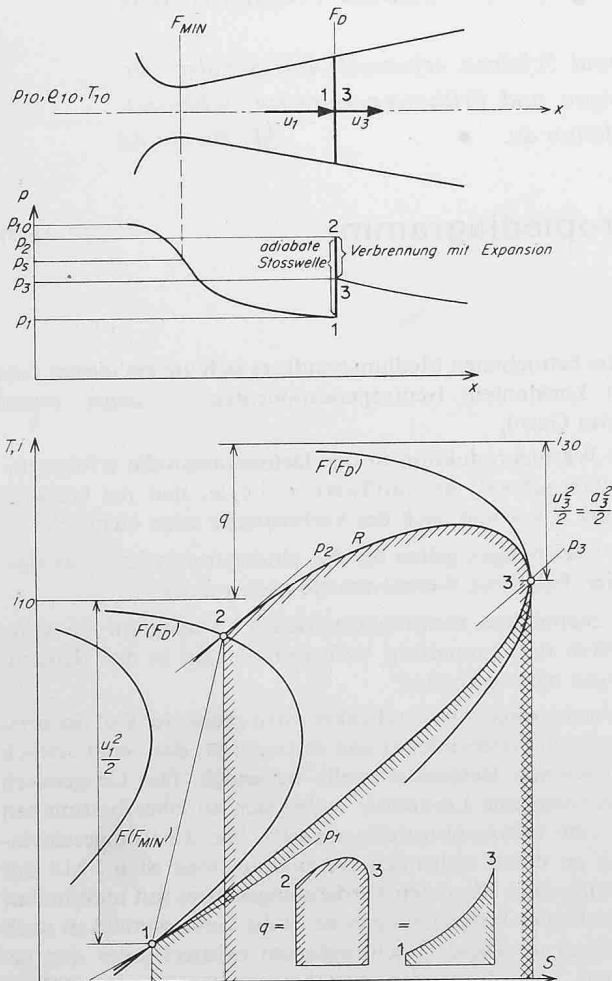


Bild 2. Darstellung der stehenden Detonationswelle im T, S - bzw. i, S -Diagramm. F Fannokurve, R Rayleighkurve

Bild 3 zeigt nun die möglichen Endzustände entsprechend den allgemeinen Lösungen von Gleichung (4) und den beiden möglichen Sonderfällen mit identischen Lösungen I und II. Dabei liegen die Endzustände **A** und **B** bzw. **C** und **D** mit jeweils gleichen Totalzuständen $i_{30 A, B}$ und $i_{30 C, D}$ auf entsprechenden Fannokurven. Nach Gleichung (5) liegen **A** und **B** sowie **C** und **D** je auf gleichen Rayleighkurven. Den Lösungen I entsprechen **B** und **D**, den Lösungen II **A** und **C**. Zustand **A** entspricht einer nichtstabilen Detonationswelle, da die Bedingung $u_3 = a_3$ nicht erfüllt ist. Der hinter der Front bestehende Druck wird bei gleichzeitiger Reduktion von u_1 so lange abgebaut, bis der dem Endzustand **E** entsprechende stationäre Zustand erreicht wird, wo sich wegen $u_3 = a_3$ keine Störungen mehr stromaufwärts fortpflanzen können. Der Zustand **B** weist gegenüber dem Anfangszustand **1** eine kleinere Entropiezunahme auf als **A**. Da der betrachtete Vorgang als ein natürlicher angesehen werden kann, würde sich von den beiden möglichen, **A** und **B**, derjenige mit der grösseren Entropiezunahme einstellen. Der Fall **A** ist, wie bereits erwähnt, aber auch nicht stabil, so dass für eine stationäre Detonationswelle einzig der Endzustand **E** möglich ist. In diesem Zustandspunkt hat die Hugoniotkurve, wie sich auf einfache Weise zeigen lässt [6], im T, S -Diagramm eine vertikale Tangente und berührt somit die Rayleighkurve, bzw. die zu **E** und $i_{30 E}$ gehörende Fannokurve im Schallpunkt. Die Bedingung von Chapman-Jouguet für die stehende, stationäre Detonationswelle ist deshalb nur in diesem Fall erfüllt. Die Endzustände **C** und im Extremfall **F** werden bei normaler Verbrennung ohne Stossvorgang erreicht, während der Endzustand **D** nicht erreicht werden kann, da die dazu notwendige adiabate Zustandsänderung von **1** nach **D** mit einer Entropieabnahme verbunden wäre, was dem zweiten Hauptsatz widersprechen würde.

Die Betrachtungen können nun auf die Detonationswellen im Zusammenhang mit Explosionsvorgängen ange-

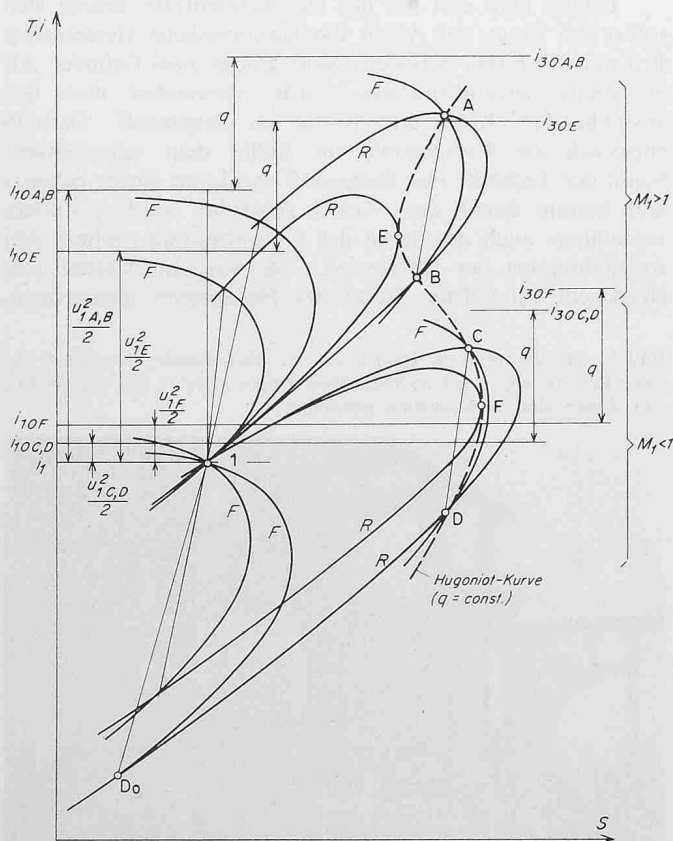


Bild 3. Darstellung der nach Gl. (4) möglichen Lösungen im T, S - bzw. i, S -Diagramm

wendet werden. Dabei wird die Stossfront, die sich in ein ruhendes Medium hinein fortpflanzt, von der Verbrennung gefolgt. Wird zur Konstruktion des Fahrplanes eines Detonationsvorganges die für instationäre Vorgänge gebräuchliche Darstellung (Charakteristikenverfahren) in einem A, W -Diagramm (mit $A = a/a_1$ und $W = w/a_1$) verwendet, so ergibt sich ein anschauliches Bild der Zusammenhänge (Bild 4). Durch die Wahl eines mitbewegten Koordinatensystems lässt sich der interessierende Fall leicht auf das oben angeführte Modell der stehenden Detonationsfront übertragen. Die Geschwindigkeit des Beobachters entspricht der Zuströmgeschwindigkeit u_1 zur Detonationsfront. Da die Geschwindigkeit u_1 der Stoss- bzw. der Detonationsgeschwindigkeit c entspricht, gilt:

$$(7) \quad w_1 = u_1 - c = 0; \quad w_2 = u_2 - c; \quad w_3 = u_3 - c = a_3 - c$$

Für einen gegebenen Wert von q kann mit Hilfe der nullgesetzten Wurzel aus Gleichung (4) die Detonationsgeschwindigkeit $c = u_1$ bestimmt werden. Damit kann im T, S - bzw. i, S -Diagramm für einen gegebenen Anfangszustand **1** aus den Gleichungen (1) und (2) die Rayleighkurve für den Detonationsfall und somit der Endpunkt **3** (p_3, ρ_3, T_3) gefunden werden. Damit sind die Isentropen durch die Zustandspunkte **1, 2, 3** bestimmt; es können nun die entsprechenden Hilfsgeraden $A = \pm W$ und die Zustandscharakteristikenneigungen im A, W -Diagramm gezeichnet werden (Bild 4b).

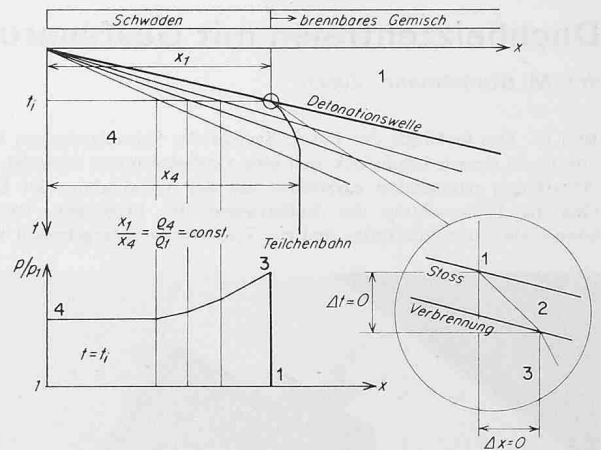


Bild 4a. Fahrplan einer sich in einem ruhenden Medium ausbreitenden Detonationswelle

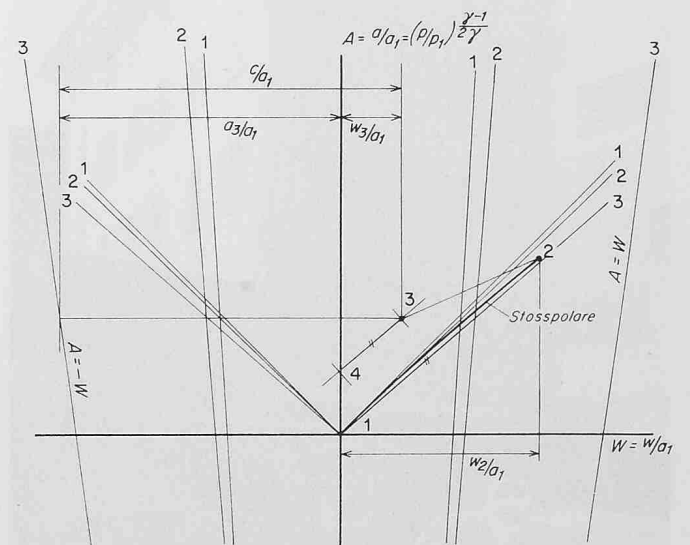


Bild 4b. Zustandsdiagramm (A, W -Diagramm)

Die durch die adiabate Stossstelle bedingten Geschwindigkeits- und Druckzunahmen für alle Werte von w_2 , bzw. c liegen auf einer Stossparabel durch den Ursprung des A, W -Diagramms ($w/a_1 = 0, a/a_1 = 1$) und ergeben sich aus den bekannten, adiabaten Stossbeziehungen. Mit dem berechneten Wert für c ergibt sich für $w_1 = 0$ ein Wert für w_2 und damit der Zustandspunkt 2 im A, W -Diagramm. Ebenso ergibt sich mit Hilfe von Gleichung (7) der Zustandspunkt 3 (Bild 4b). Vom Zustand 3 erfolgt eine Expansion auf einen Zustand 4, gegeben durch die Randbedingung an der Wand mit $w_4 = 0$. Damit kann nun der Fahrplan für die Ausbreitung der Detonationswelle im ruhenden Gemisch unter den eingangs erwähnten, idealisierten Bedingungen gezeichnet werden.

Zum Fahrplan (Bild 4a) ist zu beachten, dass die Stossstelle und die unendlich schmale Verbrennungszone zusammen die Detonationswelle bilden und sich unmittelbar folgen. Der vergrössert herausgezeichnete Verlauf zeigt den Zustand 2 mit der entsprechenden Geschwindigkeit w_2 . Da der örtliche und zeitliche Abstand von Stoss und Verbrennungszone im Falle des verwendeten Modells gleich null sind, kann der Zustand w_2 als nicht existierend betrachtet werden. Aus dem Fahrplan wird ersichtlich, dass für alle Teilchen das Verhältnis der Volumina, bzw. der Dichten, vor und nach dem Durchgang durch die Detonationswelle konstant ist. Diese durchläuft somit immer dieselben Bedingungen. Sie wird deshalb als «laufend stationär» bezeichnet.

Die Darstellung der stationären, stehenden Detonationswelle mit den Fanno-Rayleigh-Beziehungen im T, S - bzw. i, S -Diagramm ermöglicht somit die Herleitung der Beziehungen für die laufend stationäre Detonationswelle und die Konstruktion des zugehörigen Fahrplanes mit Hilfe des Charakteristikenverfahrens.

*

Für die Unterstützung bei der Vorbereitung des Textes und der Diagramme möchte der Verfasser seinem wissenschaftlichen Mitarbeiter, T. Lutz, bestens danken.

Literaturverzeichnis

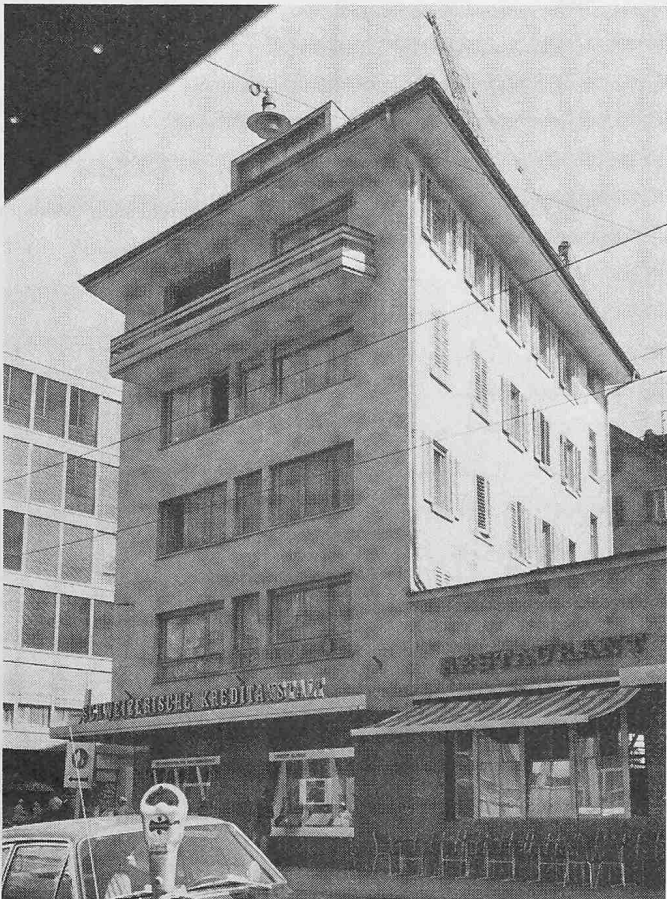
- [1] Chapman, D. L. «Phil. Mag.» Nr. 5, Bd. 47, 1899, S. 90.
- [2] Jouguet, E. «Journ. Math.» 1905, S. 347, und 1906, S. 6.
– Mécanique des explosives, Paris 1907. «Chaleur et Industrie», Paris 1939.
- [3] Becker, R.: Stossstelle und Detonation. «Z. Physik» VIII. Bd. 1921/22, S. 321–362.
- [4] Stodola A.: Dampf- und Gasturbine. 6. Auflage, Berlin 1924, Julius Springer Verlag.
- [5] Lord Rayleigh: Proceedings Royal Soc. London, A 84, 1911, S. 247.

Adresse des Verfassers: M. Berchtold, Professor für Thermodynamik und Verbrennungsmotoren an der ETH Zürich, Sonneggstrasse 3, 8006 Zürich.

Dachheizzentralen mit Gasfeuerung

Von M. Stadelmann, Zürich

Bild 1. Das Gebäude der Filiale Seefeld der Schweizerischen Kreditanstalt, in dessen Dachstock sich eine Gasheizzentrale befindet. Diese Anordnung ermöglichte zusammen mit der Verwendung der Energie Gas die Freimachung der Kellerräume. Im bisherigen Tankraum konnte ein Luftschutzkeller und ein Tresorraum untergebracht werden



Die Dachheizzentrale findet immer grössere Verbreitung, und zwar nicht nur in Geschäftshäusern, sondern auch in Wohnbauten. Es lohnt sich daher, zu prüfen, welche Vorteile die Dachheizzentrale dem Bauherrn bringt.

Befasst man sich mit der Dachheizzentrale, drängt sich sofort die Frage auf, wieso die herkömmliche Heizzentrale sich stets im Keller befindet. Dafür gibt es zwei Gründe: Als die Zentralheizung modern wurde, verwendete man fast ausschliesslich Koks und Kohle als Brennstoff. Deshalb entsprach die Heizzentrale im Keller dem seinerzeitigen Stand der Technik: Der Brennstoff wurde im Keller gelagert und konnte direkt dem Kessel zugeführt werden. Zudem beeinflusste auch der Stand der Umwälzpumpentechnik den Aufstellungsort des Heizkessels – es war von Vorteil, den Heizkessel am tiefsten Punkt des Heizsystems anzuordnen,

Bild 2. Heizzentrale im Dachstock der SKA-Filiale, bestehend aus einer Batterie von vier Gas-Spezialheizkesseln zu je 55 000 kcal/h. Die vier Zellen sind in Kaskaden geschaltet

