Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 89 (1971)
Heft: 27

Artikel: Bestimmung instationärer Lasten auf Gebäude und Gebäudeteile
Autor: Thomann, H.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-84918

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

89. Jahrgang Heft 27 SCHWEIZERISCHE BAUZEITUNG 8. Juli 1971

HERAUSGEGEBEN VON DER VERLAGS-AKTIENGESELLSCHAFT DER AKADEMISCHEN TECHNISCHEN VEREINE, 8021 ZÜRICH, POSTFACH 630

Bestimmung instationärer Lasten auf Gebäude und Gebäudeteile

Von Prof. Dr. **H. Thomann**, Institut für Aerodynamik, ETH Zürich

DK 533.6.08:624.042.3.001.5

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode gezeigt, mit der man aus Messungen von Drücken die instationären Lasten auf einen Körper bestimmen kann. Dabei müssen gleichzeitig mindestens zwei Drücke in verschiedenen Punkten gemessen werden, da die Last nicht nur von den Druckschwankungen abhängt, sondern auch von der Korrelation zwischen diesen Schwankungen. Die Last setzt sich aus der *Summe* der Lastanteile zusammen. Deshalb wird mit Vorteil eine neue Korrelation L verwendet, die die klassische Korrelation R ersetzt, da diese ja das *Produkt* der beiden Variablen enthält. Bei der Messung der Korrelationen muss bei festgehaltenem Referenzpunkt der zweite Messpunkt die ganze Oberfläche absuchen. Da das für alle Referenzpunkte wiederholt werden muss, verlangt die Methode einen grossen Messaufwand. Sie gibt aber eine viel bessere Einsicht in die Vorgänge als direkte Kraftmessungen. Da zudem auch diese Messungen sehr aufwendig sind, dürfte die vorgeschlagene Methode besonders für grundlegende Untersuchungen vorteilhaft sein.

Es wird dargetan, wie sich die vorgeschlagene Methode auf ein typisches Gebäudemodell anwenden lässt. Dabei zeigt sich, dass im Gebiet der Eckwirbel grosse stationäre Lasten und grosse Druckschwankungen auftreten. Da diese jedoch nur für kleinere Bereiche korreliert sind, tragen sie wenig zu Schwankungen der Last auf das ganze Gebäude bei. Für Gebiete mit einer Fläche von $1‰$ der Dachfläche wirken sie sich aber voll aus, was zum Beispiel bei der Befestigung von Dachplatten beachtet werden muss. Bilden sich grössere Totwassergebiete aus, so sind die Druckschwankungen meist wesentlich kleiner. Da sie aber über relativ grosse Bereiche gut korreliert sind, können sie trotzdem relativ grosse Lastschwankungen verursachen.

Einleitung

Auch im Bauwesen wird versucht, die Festigkeit der Werkstoffe immer besser auszunützen. Dazu müssen die auftretenden Belastungen bekannt sein. In vielen Fällen tragen die Luftkräfte hierzu wesentlich bei. Ihre zeitlichen Mittelwerte sind relativ genau bekannt [1] und [2], so dass nur in besonderen Fällen Versuche nötig sind. Wesentlich weniger ist aber über die zeitlichen Schwankungen der Lasten bekannt. Diese können relativ gross sein. Da sie zudem meistens Frequenzen enthalten, die mit der Eigenfrequenz des Gebäudes oder von Gebäudeteilen zusammenfallen, ist mit Resonanzerscheinungen zu rechnen. Methoden, mit denen in einfachen Fällen die durch Windlasten verursachte Bewegung eines Gebäudes berechnet werden können, sind vorhanden [3], [4] und [5]. Für ihre Anwendung müssen aber Einzelheiten der angreifenden Last bekannt sein.

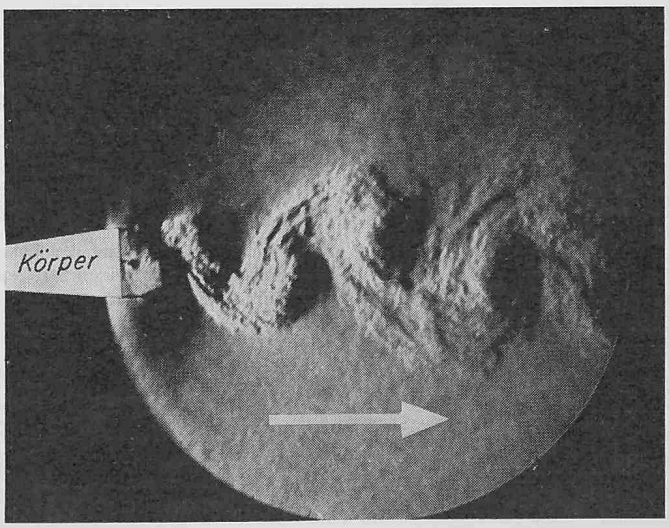
Die Lastschwankungen haben zwei Ursachen. Einmal steht das Gebäude im turbulenten Luftstrom der Atmosphäre. Richtung und Geschwindigkeit der anströmenden Luft ändern also dauernd, und mit ihnen ändert sich auch die Last. Aber auch bei völlig stationärer Anströmung braucht die Last nicht stationär zu sein. Das klassische Beispiel dafür ist die Wirbelstrasse, die sich hinter einem stationären Kreiszylinder ausbildet (Bild 1).

Über die Turbulenz der Atmosphäre gibt es viele Untersuchungen, zum Beispiel [5], [6] und [7]. Trotzdem bestehen hier noch grosse Unsicherheiten, besonders für die Fälle mit der grossen Rauhigkeit der Erdoberfläche im Bereich der Grossstädte. Über die Lastschwankungen, die durch diese Turbulenz hervorgerufen werden, ist deshalb noch verhältnismässig wenig bekannt. Dasselbe gilt bezüglich der Schwankungen bei stationärer Anströmung. Da sich gegenwärtig nicht einmal der einfache Fall des Kreiszylinders mit der Wirbelstrasse theoretisch behandeln lässt, ist man fast ausschliesslich auf Experimente angewiesen.

Versuche werden in der Regel mit starren Modellen durchgeführt, da die Amplitude von Gebäuden meist klein ist verglichen mit den Abmessungen. Wichtig ist ferner die Frage, wie sich die Frequenzen der Schwankungen der Strömung vom Modell auf das Gebäude umrechnen lassen. Wenn sich Modell und Ausführung nicht bewegen, und wenn die Reynolds-Zahlen $Re = V\,b/\nu$[1]) an Modell und Ausführung gleich sind, dann sind es auch die dimensionslosen Frequenzen, die Strouhal-Zahlen $Str = n \cdot b/V$. Die Amplituden der Lastschwankungen sind dann zudem proportional zum Staudruck $\varrho\, V^2/2$.

[1]) Bezeichnungen:
V Anströmgeschwindigkeit in m/s
b Typische Gebäudeabmessung, zum Beispiel Höhe in m
ν kinematische Zähigkeit der Luft in m^2/s
n Frequenz der Schwankungen in 1/s
ϱ Dichte der Luft in kg/m^3

Bild 1. Instationäre Strömung hinter einem Kreiszylinder (Karman Wirbelstrasse)



Die Reynoldszahlen im Modellversuch sind aber fast immer wesentlich kleiner als die der Ausführung, da sich die kleine Modellgrösse nicht durch eine Geschwindigkeitserhöhung voll kompensieren lässt. Man weiss, dass die zeitlichen Mittelwerte der Lasten an scharfkantigen Körpern in weiten Bereichen von *Re* proportional zum Staudruck sind [1]. Vom Kreiszylinder ist auch bekannt, dass *Str* nur schwach von *Re* abhängt. Versuche, die zeigen, wie weit dies auch für kantige Körper gilt, müssen aber erst noch durchgeführt werden.

Zur Durchführung der Versuche gibt es zwei Wege: Entweder bestimmt man die Lasten durch Wägen oder durch Integration der Druckverteilungen. Die erste Methode ist verhältnismässig schwierig, da die interessierenden Lastschwankungen an den kleinen Modellen hohe Frequenzen aufweisen (etwa 200 Hz). Die Druckmessungen lassen sich leicht durchführen, sie geben auch Einsichten in die grundlegenden Vorgänge der Strömung und ermöglichen es, Lasten auf Gebäudeteile (z. B. Fenster, Wandelemente) zu bestimmen. Da sie aber sehr viel Arbeitsaufwand erfordern, wird ihre Anwendung weitgehend auf grundsätzliche Untersuchungen beschränkt bleiben.

Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, wie sich die Lastschwankungen aus den Druckmessungen bestimmen lassen. Der dritte Abschnitt enthält eine Beschreibung der Versuchsanordnung und der vierte einige typische Ergebnisse. Die stationären Druckverteilungen wurden von *R. Pozzorini,* die Schwankungen von *D. Frei, J. Kalt, B. Küng* und *H. Surber* gemessen. Allen sei für ihre Mitarbeit gedankt.

2. Bestimmung der Last aus der Druckverteilung

Die resultierende Druckkraft auf einen Körper lässt sich berechnen, indem man die Oberflächenelemente dA mit dem lokalen Wert des Druckes p multipliziert und diese Beiträge integriert. Dabei muss man natürlich beachten, dass die Kräfte $p\,dA$ senkrecht zur Oberfläche stehen, also gerichtet sind. Zur resultierenden Druckkraft muss schliesslich noch die resultierende Reibungskraft addiert werden. Für typische Gebäudeformen ist sie aber klein [1], weshalb im Folgenden die *Reibungskraft vernachlässigt* wird. Da die meisten Gebäude aus ebenen Flächen bestehen, wird die Herleitung nur für *ebene Flächen* gegeben, sie lässt sich aber ohne weiteres auf beliebige Flächen erweitern.

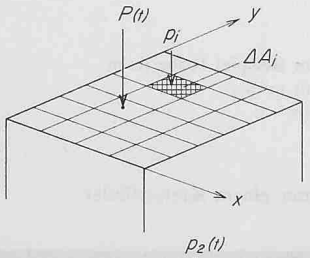


Bild 2. Berechnung der Last auf einen Gebäudeteil

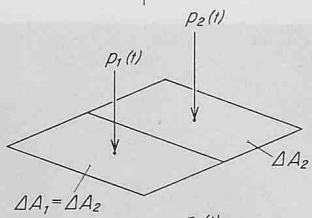


Bild 3. Berechnung der Lastschwankung für eine Fläche mit zwei Einzelflächen

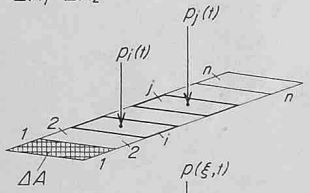


Bild 4. Berechnung der Lastschwankung für einen Streifen mit n Einzelflächen

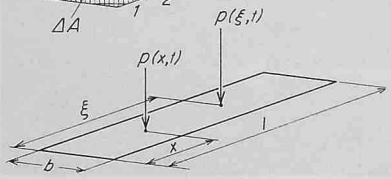


Bild 5. Berechnung der Lastschwankung für einen Streifen mit kontinuierlicher Druckverteilung

Der Druck p_{ges} im Punkt x, y lässt sich aufteilen in einen zeitlichen Mittelwert $\bar{p}\,(x, y)$ und in die Schwankung $p\,(x, y, t)$ das heisst

$$(1) \qquad p_{ges}\,(x, y, t) = \bar{p}\,(x, y) + p\,(x, y, t)$$

$$\text{mit } \bar{p} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T p_{ges}\,dt \qquad \text{und} \int_0^T p\,dt = 0.$$

Die gesamte Druckkraft auf die Oberseite der Fläche A wird damit zu

$$(2) \qquad P_{ges}\,(t) = \int_A p_{ges}\,dA = \int_A \bar{p}\,dA + \int_A p\,dA = \bar{P} + P\,(t)$$

Der Mittelwert $\bar{P}$ der Druckkraft kann zum Beispiel den SIA-Normen [2] entnommen werden und wird hier nicht weiter betrachtet.

Die Lastschwankung $P\,(t)$ ist eine Grösse, die stochastisch (regellos, random) um den Mittelwert 0 schwankt. Von ihr interessieren uns hauptsächlich der quadratische Mittelwert (Effektivwert) und das Frequenzspektrum. Im folgenden wird gezeigt, wie diese beiden Grössen aus den Druckmessungen bestimmt werden können.

2.1 Der quadratische Mittelwert von P(t)

Nach Gleichung (2) gilt (Bild 2)

$$(3) \qquad P\,(t) = \int_A p\,dA \simeq \sum_i p_i\,\Delta A_i$$

Zum einfacheren Verständnis sei vorerst angenommen, dass sich die Fläche A aus zwei gleichen Teilen ΔA_1 und ΔA_2 zusammensetze, und dass die Drücke p_1 und p_2 nur von der Zeit abhängen, über den Bereich ΔA aber konstant seien (Bild 3). Damit wird

$$P\,(t) = p_1\,(t)\,\Delta A_1 + p_2\,(t)\,\Delta A_2 = (p_1 + p_2)\,\Delta A$$

und sein quadratischer Mittelwert

$$\overline{P^2} = \overline{(p_1 + p_2)^2}\,\Delta A^2 = \overline{(p_1^2 + 2\,p_1\,p_2 + p_2^2)}\,\Delta A^2$$

Man sieht jetzt sofort, dass $\overline{P^2}$ nicht nur von p_1 und p_2 abhängt, sondern auch von der Phase zwischen p_1 und p_2. Sind zum Beispiel p_1 und p_2 gleich gross und im Takt, so wird

$$\overline{p_1\,p_2} = \overline{p_1^2}$$

und damit

$$\overline{P^2} = 4\,\overline{p_1^2}\,\Delta A^2 = \overline{p_1^2}\,A^2,$$

was vorauszusehen war. Sind jedoch p_1 und p_2 gleich gross aber im Gegentakt, so wird $p_2\,(t) = -\,p_1\,(t)$ und damit $\overline{p_1\,p_2} = -\,\overline{p_1^2}$. Der quadratische Mittelwert P^2 der Last verschwindet also. Auch dieses Resultat ist leicht einzusehen, da sich die Beiträge $p_1\,\Delta A_1$ und $p_2\,\Delta A_2$ dauernd kompensieren.

Um die Lastschwankung eindeutig festzulegen, brauchen wir also eine weitere Grösse, die aussagt, wie weit die Signale $p_1\,(t)$ und $p_2\,(t)$ im Takt, das heisst korreliert sind. Dazu wird häufig die Korrelation

$$(4) \qquad R_{12} = \frac{\overline{p_1\,p_2}}{\sqrt{\overline{p_1^2}}\,\sqrt{\overline{p_2^2}}}$$

eingeführt. Sie hat den Wert + 1, wenn die Signale im Takt

sind, − 1 im Gegentakt und 0 wenn sie unabhängig von einander schwanken.

Da sich die Last aus der *Summe* der Einzellasten zusammensetzt, ist es hier günstiger, die folgende Grösse einzuführen

$$(5) \quad L_{12} = \frac{\overline{2\, p_1\, p_2}}{\overline{p_1^2} + \overline{p_2^2}}$$

Mit ihr erhält man den Ausdruck

$$\overline{P^2} = (\overline{p_1^2} + \overline{p_2^2})\,(L_{12} + 1)\,\Delta A^2$$

Man kann diesen Ausdruck auch schreiben als

$$(6) \quad \overline{P^2} = (\overline{p_1^2}\,L_{11} + \overline{p_1^2}\,L_{12} + \overline{p_2^2}\,L_{12} + \overline{p_2^2}\,L_{22})\,\Delta A^2$$

Dabei ist $L_{11} = L_{22} = 1$, da ja zum Beispiel das Signal $p_1(t)$ mit sich selbst perfekt korreliert ist.

Erweitert man Gleichung (6) auf einen Streifen (Bild 4) mit n Flächen ΔA (z. B. ein Kabel), so erhält man, analog zu Gleichung (6)

$$(7) \quad \overline{P^2} = \Delta A^2 \sum_{i=1}^{n} \overline{p_i^2} \sum_{j=1}^{n} L_{ij}$$

Dabei ist wiederum p_i der Druck auf das i-te Flächenelement und L_{ij} die Korrelation zwischen Element i und Element j.

Geht man auf kontinuierliche Verteilungen über, so kann man die Summen durch Integrale ersetzen (Bild 5), und man erhält

$$(8) \quad \overline{P^2} = b^2 \int_0^l \overline{p^2}\,(x)\,\left[\int_0^l L\,(x, \xi)\,d\xi\right] dx$$

Ganz analog erhält man schliesslich für die Last auf eine ebene Fläche A

$$(9) \quad \overline{P^2} = \int_A \overline{p^2}\,(x, y)\,\left[\int_A L\,(x, y, \xi, \eta)\,d\xi\,d\eta\right] dx\,dy$$

Diese Gleichung kann folgendermassen gedeutet werden: In jedem Punkt x, y muss das Volumen

$$(10) \quad V(x, y) = \int_A L\,(x, y, \xi, \eta)\,d\xi\,d\eta$$

unter dem «Korrelationsberg» bestimmt werden. Damit werden die Druckschwankungen multipliziert und es wird diese gewogene Druckverteilung über die ganze Fläche zur Kraft integriert (Bild 6). V ist also ein Mass für die Grösse des Gebietes, über dem die Druckschwankungen korreliert sind. Sind die Druckschwankungen auf der ganzen Fläche A perfekt korreliert, so wird $V = A \cdot 1$ und damit der quadratische Mittelwert der Last

$$(11) \quad \overline{P^2} = A^2 \int_A \overline{p^2}\,dx\,dy$$

Dies kann zum Beispiel für ein Fenster in einem grossen Gebäude gelten. Meist ist aber $V(x, y) \ll A$, weshalb auch die Last wesentlich unter die obere Grenze, die durch Gleichung (11) gegeben ist, absinkt.

Schliesslich sollen noch die beiden Korrelationen R_{12} und L_{12} verglichen werden, Gleichungen (4) und (5). Die Gleichung (4) kann umgeformt werden zu

$$(12) \quad R_{12} = \frac{\overline{(p_1 + p_2)^2} - \overline{(p_1 - p_2)^2}}{4\,\sqrt{\overline{p_1^2}}\;\sqrt{\overline{p_2^2}}}$$

Mit Gleichung 5 erhält man

$$(13) \quad L_{12} = \frac{\overline{(p_1 + p_2)^2}}{\overline{p_1^2} + \overline{p_2^2}} - 1$$

Zur Bestimmung von L_{12} genügt es also, in den Punkten 1 (Lage x, y) und 2 (ξ, η) auf der Fläche A je einen Druckgeber zu montieren und ihre elektrischen Ausgangssignale p_1 und p_2 durch Serieschaltung zu addieren. Durch Messung der quadratischen Mittelwerte der drei Grössen p_1, p_2 und $p_1 + p_2$ lässt sich L_{12} bestimmen, während für R_{12} noch eine vierte Grösse, nämlich $\overline{(p_1 - p_2)^2}$ ermittelt werden muss.

Berechnet man die Last $\overline{P^2}$ mit R, so erhält man

$$(14) \quad \overline{P^2} = \int \sqrt{\overline{p^2}}\;(x, y)\left[\int R\,(x, y, \xi, \eta)\,\sqrt{\overline{p^2}}\;(\xi, \eta)\,d\xi\,d\eta\right] dx\,dy$$

Gleichung (14) entspricht Gleichung (9). Diese ist aber anschaulicher, da die Grösse L, die die Korrelation darstellt, nicht noch mit der Druckschwankung multipliziert ist. Deshalb lässt sie sich auch leichter auswerten.

Schliesslich sei nochmals betont, dass $\overline{P^2}$ den quadratischen Mittelwert der Schwankung der Last *auf eine Seite einer ebenen Fläche A* darstellt. Sie ist nur gleich dem Gesamtwert, wenn der Druck auf der gegenüberliegenden Fläche A zeitlich konstant ist, zum Beispiel bei einem Fenster. Schwankt der Druck auf der gegenüberliegenden Fläche auch, zum Beispiel auf Luv- und Leeseite bei einem Hochhaus, so muss die Integration von Gleichung (9) über beide Flächen erstreckt werden. Hat die Vorderseite A_v die gleiche Form und Grösse wie die Hinterseite A_h und sind beide Flächen parallel, so erhält man für die Kraft auf beide Flächen

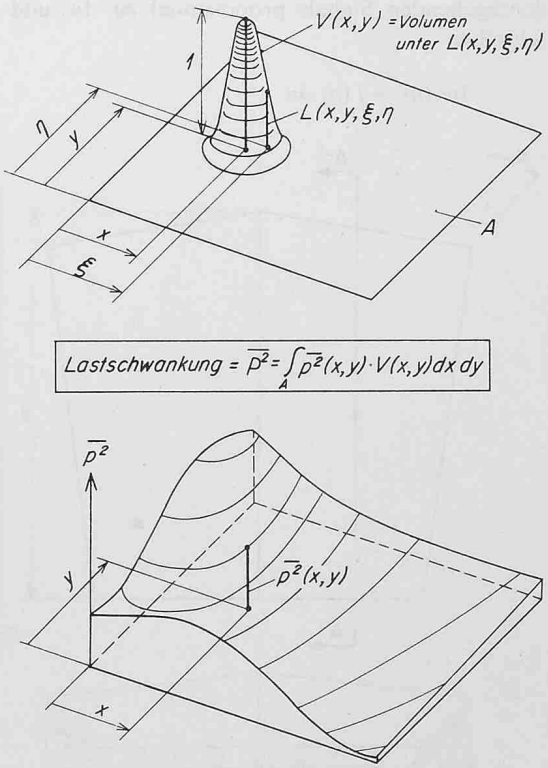


Bild 6. Berechnung der Lastschwankung für eine Fläche mit kontinuierlicher Druckverteilung

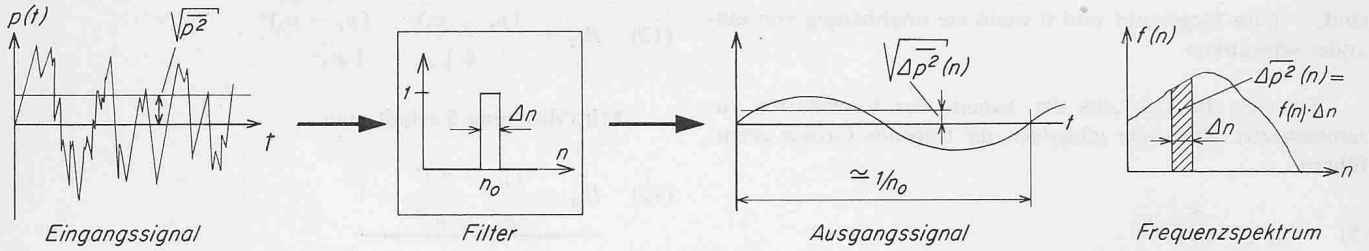


Bild 7. Bestimmung des Frequenzspektrums eines stochastischen Signals $p\,(t)$

$$(15)\quad \overline{P^2} = \int_{A_v} \overline{p^2}\,(x,y)\left[\int_{A_v} (L-\widetilde{L})\,d\xi\,d\eta\right] dx\,dy + \int_{A_h} \overline{p^2}\,(x,y)\left[\int_{A_h} (L-\widetilde{L})\,d\xi\,d\eta\right] dx\,dy$$

Dabei ist L die Korrelation zwischen zwei Punkten auf der gleichen Wandseite [nach Gl. (5)] und $\widetilde{L}$ die Korrelation zwischen dem Punkt x, y der Wand, über die integriert wird, und dem Punkt ξ, η auf der gegenüberliegenden Seite. In den meisten Fällen wird $L \ll 1$ sein.

2.2 Das Frequenzspektrum von P (t)

In vielen Fällen genügt die Kenntnis von $\overline{P^2}$, um die Belastung abzuschätzen. Da die Last $P\,(t)$ meist sehr viele Frequenzen enthält, können Eigenfrequenzen von Gebäuden und Gebäudeteilen angeregt werden, weshalb man häufig auch über das Frequenzspektrum Aussagen braucht. In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, wie man vom Frequenzspektrum der Druckschwankungen $p\,(t)$ auf das Spektrum der Lastschwankungen $P\,(t)$ schliessen kann.

Schickt man das Signal $p\,(t)$ durch ein Filter, das die Frequenzen zwischen n und $n + \Delta n$ ungehindert durchlässt, alle übrigen aber völlig unterdrückt, so registriert man nach dem Filter ein sinusähnliches Signal kleinerer Amplitude, das nur noch Frequenzen zwischen n und $n + \Delta n$ enthält (Bild 7). Wählt man Δn genügend klein, so wird der Effektivwert des durchgehenden Signals proportional zu Δn, und man kann schreiben

$$\Delta\overline{p^2}\,(n) = f(n)\,\Delta n$$

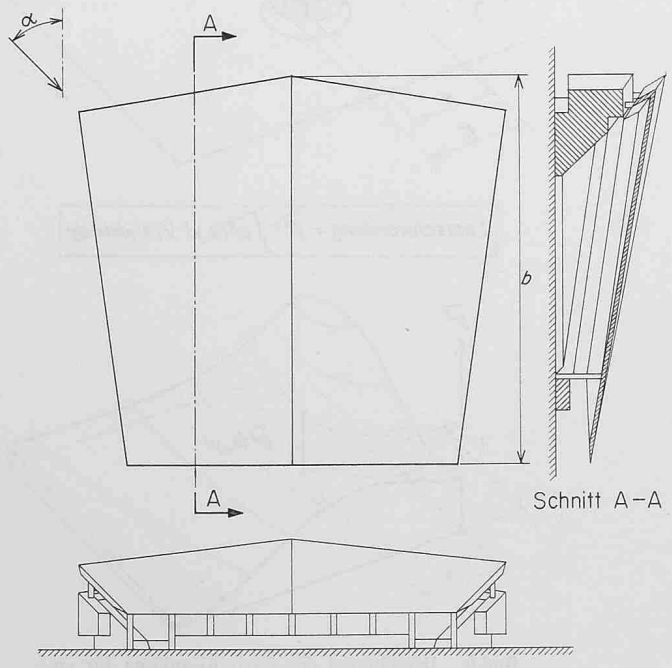


Bild 8. Geometrie des untersuchten Gebäudemodelles

Wird $\Delta n \to 0$, so erhält man

$$(16)\quad \underline{d\,\overline{p^2}\,(n) = f(n)\,dn}$$

Die Funktion $f(n)$ wird als Frequenzspektrum der stochastischen Funktion $p\,(t)$ bezeichnet. Sie sagt aus, welcher Anteil der Druckschwankung $\overline{p^2}$ auf das Frequenzband zwischen n und $n + dn$ fällt (Bild 7). Aus Gleichung (16) folgt

$$(17)\quad \overline{p^2} = \int_0^\infty f(n)\,dn$$

Da $p\,(t)$ einen sehr grossen Frequenzbereich umfasst, genügt es meistens den Bereich in Terzbänder (z. B. 22,5–28,5 Hz, 28,5–36 Hz, 36–45 Hz) oder in Oktavbänder (z. B. 22,5–45 Hz, 45–90 Hz usw.) zu unterteilen, Δn also relativ gross zu wählen. Der Beitrag der Druckschwankungen für diese Frequenzbänder wird gemessen, indem man das Signal durch entsprechende Filter leitet.

Das Frequenzspektrum der Last $P\,(t)$ erhält man, indem man Gleichung (9) für das Frequenzband zwischen n und $n + dn$ anschreibt. Dies ist erlaubt, da die übrigen Frequenzbänder nichts zu $d\,\overline{P^2}\,(n)$ beitragen. Mit Gleichung (16) erhält man

$$(18)\quad \overline{dP^2}\,(n) = \int_A f(x,y;n)\left[\int_A L_n\,(x,y,\xi,\eta;n)\,d\xi\,d\eta\right] dx\,dy\,dn = F(n)\,dn$$

Dabei ist $F(n)$ das Frequenzspektrum der Last $P\,(t)$. Die Korrelation $L_n\,(x, y, \xi, \eta; n)$ entspricht der Korrelation L_{12} der Gleichung (13). Man erhält L_n aus dem Frequenzspektrum $f_1\,(n)$ der Druckschwankung $p_1 = p\,(x, y, t)$, aus $f_2\,(n)$ der Funktion $p_2 = p\,(\xi, \eta, t)$ und aus $f_{12}\,(n)$ der Funktion $p_2 + p_2$, das heisst aus

$$d\,\overline{(p_1 + p_2)^2} = f_{12}\,(n)\,dn$$

Das Ergebnis ist

$$(19)\quad L_n\,(x,y,\xi,\eta;n) = \frac{f_{12}\,(n)}{f_1\,(n) + f_2\,(n)} - 1$$

Die recht grosse Arbeit der Bestimmung von $\overline{P^2}$ muss also im Prinzip für jedes Frequenzband Δn wiederholt werden.

Man erhält schliesslich einen Zusammenhang zwischen L_{12} und L_n, indem man in Gleichung (13) setzt

$$\overline{(p_1 + p_2)^2} = \int d\,\overline{(p_1 + p_2)^2} = \int_0^\infty f_{12}\,(n)\,dn =$$

$$= \int_0^\infty (L_n + 1)\,[f_1\,(n) + f_2\,(n)]\,dn =$$

$$= \int_0^\infty L_n\,[f_1\,(n) + f_2\,(n)]\,dn + \overline{p_1^2} + \overline{p_2^2}$$

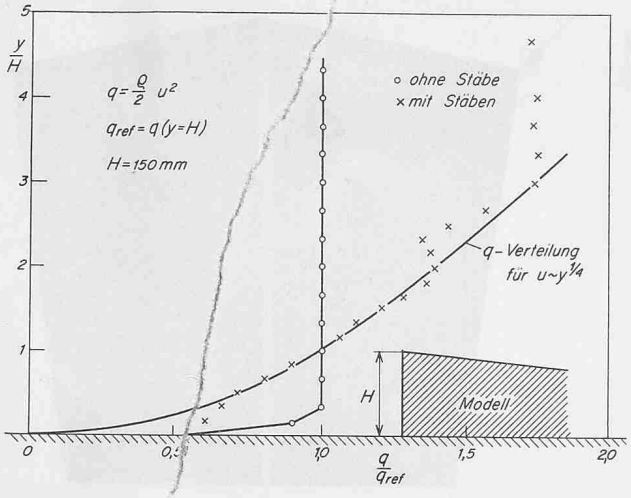


Bild 10. Staudruckprofile an der Stelle des Modells mit und ohne Grenzschichtgitter

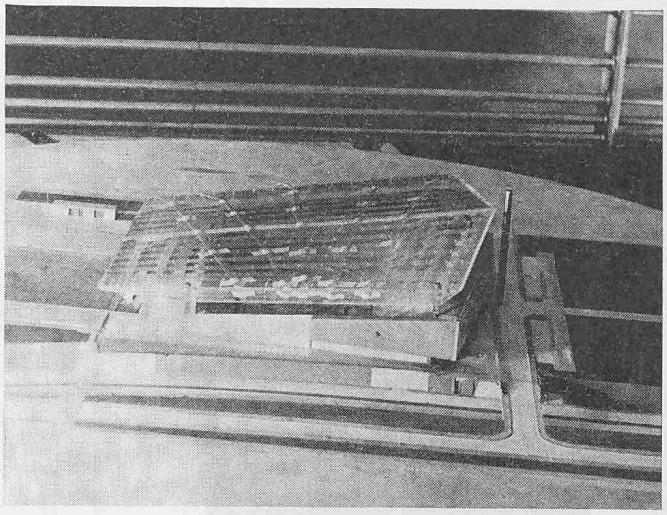


Bild 9. Gebäudemodell und Grenzschichtgitter im Windkanal

Das Resultat ist

$$L_{12}(x, y, \xi, \eta) = \int_0^\infty L_n(x, y, \xi, \eta; n) \frac{f_1(n) + f_2(n)}{\overline{p_1}^2 + \overline{p_2}^2} \, dn \tag{20}$$

Man erhält also die Korrelation L_{12} zwischen zwei Punkten, indem man die Korrelationen L_n in den einzelnen Frequenzbändern mit den entsprechenden relativen Anteilen der Druckschwankungen gewichtet und integriert. Im praktischen Fall wird die Integration durch eine Summation über diejenigen Frequenzbänder ersetzt, die merklich zu den Druckschwankungen beitragen. Gleichung (20) kann zur Kontrolle der Messungen verwendet werden.

3. Versuchsanordnung

Die bisherigen Ausführungen sollen mit einigen typischen Versuchsergebnissen verglichen werden. Die Versuche wurden im grossen Windkanal des Institutes für Aerodynamik an der ETH Zürich durchgeführt. Das verwendete *Gebäudemodell* ist in den Bildern 8 und 9 dargestellt. Es wurde aus zwei Gründen gewählt. Erstens zeigt es sehr schön die Strömungsformen, die für viele Gebäude typisch sind und die besonders hohe Windlasten ergeben, und zweitens wurde das Modell im Auftrag der Firma Emch und Berger in Bern ohnehin untersucht[2]).

Die *Geschwindigkeitsverteilung in der Atmosphäre* wurde durch ein Stabgitter vor dem Modell simuliert. Die Staudruckprofile an der Stelle des Modells zeigt Bild 10. Obwohl sie stark verschieden sind, blieben die wesentlichen Eigenschaften der Strömung um das Modell erhalten. Die Geschwindigkeitsschwankungen wurden mit einem DISA-Hitzdraht-Anemometer gemessen. Zwischen 20 und 400 mm über der Bodenplatte betrugen sie

$$\sqrt{\frac{u^2}{U}} = 0{,}08 \pm 0{,}01.$$

[2]) Der Firma Emch und Berger sei hier die Überlassung des Modells bestens verdankt.

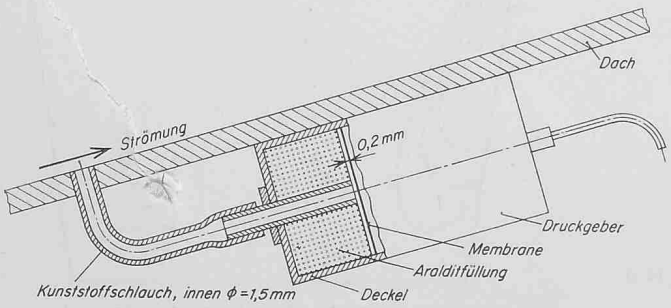


Bild 11. Anordnung der Druckgeber am Modelldach

Hier ist u die Geschwindigkeitsschwankung und U die mittlere lokale Geschwindigkeit. Das Frequenzspektrum der Schwankungen zeigte ein sehr flaches Maximum zwischen 50 und 200 Hz und den bekannten, allmählichen Abfall gegen die hohen Frequenzen.

Die Mittelwerte des *Druckes* hat man mit U-Rohr Manometern gemessen. Die Abstände der Druckmessstellen am Modell und die der Rohre am Manometer sind so gewählt worden, dass auf Photographien des Manometers die Kräfte und Momente direkt integriert werden konnten.

Die *Druckschwankungen* wurden mit Kistler Druckgebern gemessen (Typ 412, etwa 30 mm Membrandurchmesser). Die Anordnung geht aus Bild 11 hervor. Da bei den Korrelationsmessungen die Phasenverschiebung wesentlich ist, hat man sorgfältig darauf geachtet, dass die Geber und die Schlauchlängen möglichst gleich waren. Die Empfindlichkeit der Messung auf Abweichungen konnte dadurch kontrolliert werden, dass beide Geber über verschieden lange Schläuche das gleiche, typische Signal registrierten. Wie Bild 12 zeigt, können Abweichungen in den Schlauchlängen von einigen Millimetern toleriert werden. Der Einfluss von mechanischen Schwingungen auf die Anzeige der Geber wurde mit Versuchen kontrolliert, bei welchen die Druckmessbohrung auf der Dachoberseite mit Klebstreifen geschlossen war. Dabei zeigte sich, dass diese Fehlerquelle vernachlässigt werden kann. Die *Effektivwerte* der Signale hat man mit einem DISA-Effektivvoltmeter (Typ 55 A 06) bestimmt, und die *Frequenzanalysen* mit Bruel & Kjaer-Analysator (Typ 2107) und Filter (Typ 1612) durchgeführt.

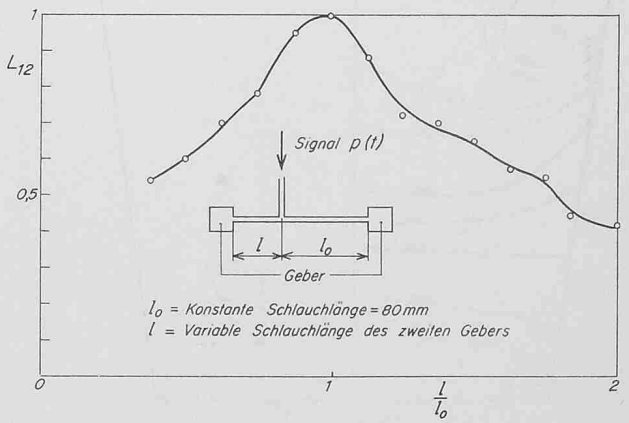
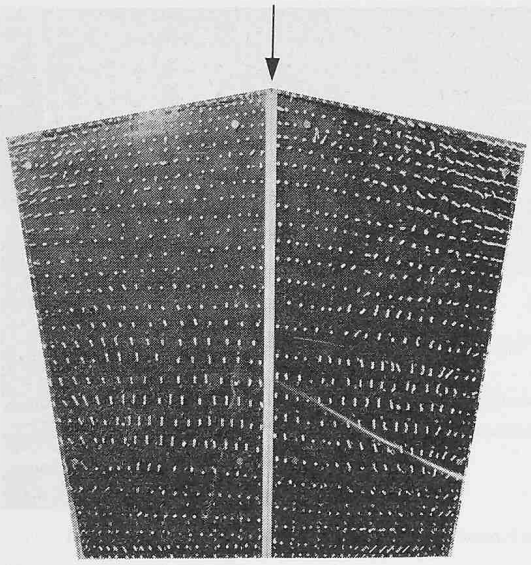
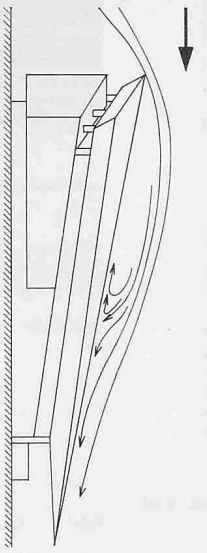


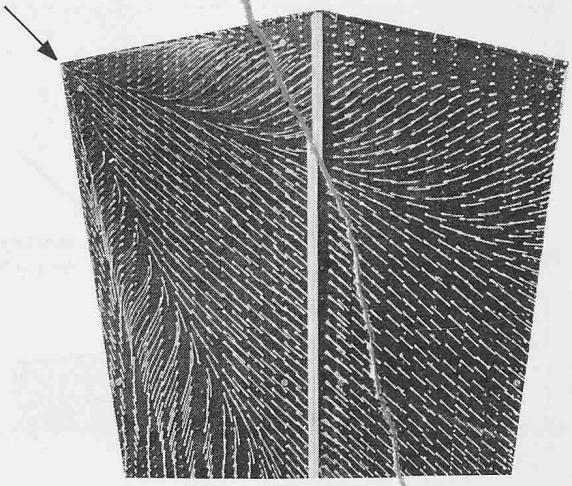
Bild 12. Einfluss der Schlauchlänge auf die Korrelation L_{12} zwischen den zwei Gebersignalen. Identisches Eingangssignal



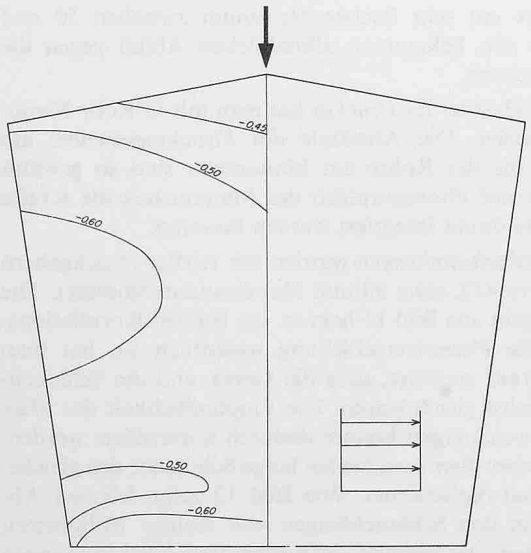
13 a



13 b

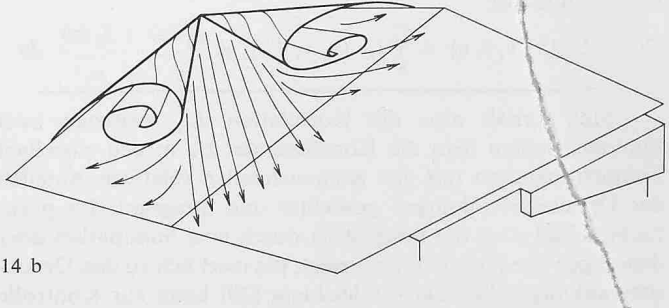


14 a

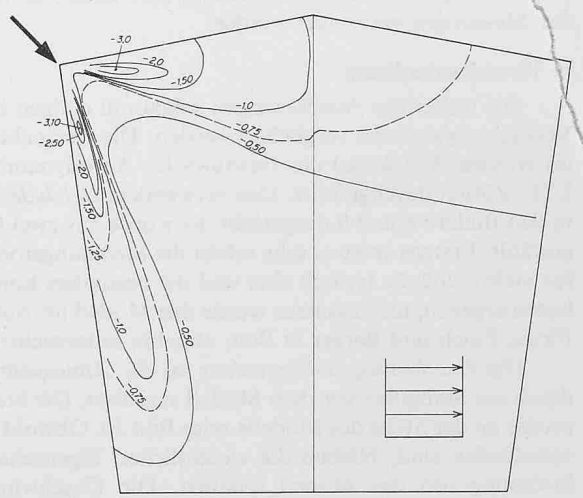


13 c

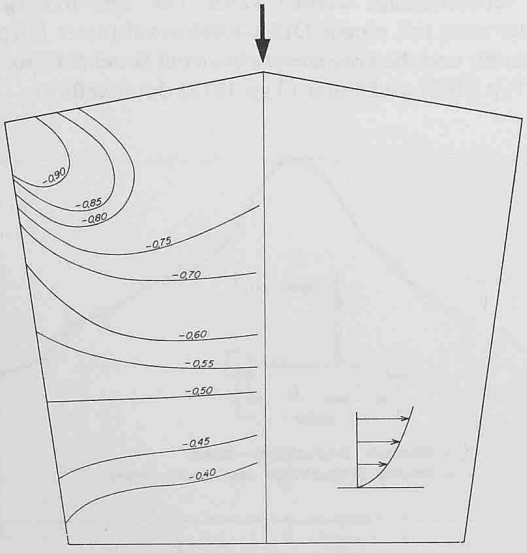
13 d

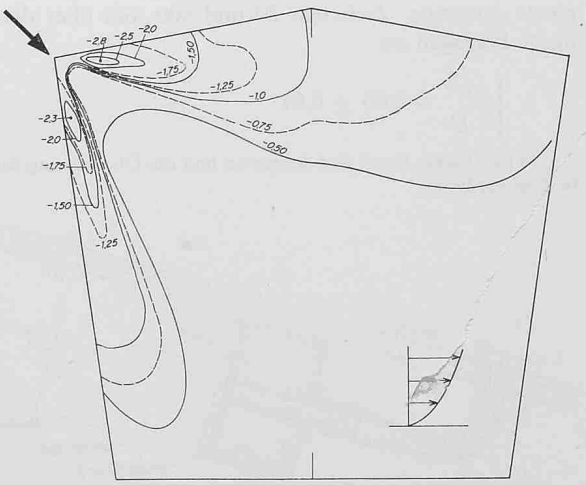


14 b



14 c





14 d

Bild 13. Strömungsbild und stationäre Druckverteilungen $(p - p_\infty)/q_{ref}$ für beide Anströmgrenzschichten, $\alpha = 0°$

Bild 14. Strömungsbild und stationäre Druckverteilungen $(p - p_\infty)/q_{ref}$ für beide Anströmgrenzschichten, $\alpha = 45°$

Die *Eigenfrequenz* der Geber spielt bei solchen Messungen eine bedeutende Rolle. Sie wurde für die vorhandenen Geber mit 80 mm Schlauchlänge nach [8] berechnet, wobei sich ein Wert von 530 Hz ergab. Die experimentell bestimmten Werte lagen aber nur bei 350–400 Hz. Für die meisten Messungen wählte man Schlauchlängen von 30 mm, die Eigenfrequenzen über 500 Hz ergeben sollten.

4. Ergebnisse

4.1 Strömungsfeld und Druckverteilung

Bei allen Versuchen betrugen die Reynolds-Zahlen $U_{ref}\, b/\nu \simeq 1{,}3 \cdot 10^6$. Die Modellänge b ist in Bild 8 eingezeichnet, ν ist die kinematische Zähigkeit der Luft.

Bei einem *Anblaswinkel von 0°* sinkt die Dachoberseite in Strömungsrichtung ab (Bild 13). Die Strömung löst deshalb an der spitzen Vorderkante ab, und es bildet sich eine grosse Totwasserblase, die fast das ganze Dach bedeckt. Die Geschwindigkeiten an der Oberfläche sind klein und in grossen Gebieten gegen die Anströmrichtung gerichtet (Bild 13). Die Druckverteilung ist flach, da die Geschwindigkeiten im Totwasser klein sind. Die Messungen wurden mit den Grenzschichtprofilen von Bild 10 durchgeführt. Alle Drücke sind durch den Staudruck auf der Höhe der Dachspitze ($q_{ref} = \varrho\, U_{ref}^2/2$) dimensionslos gemacht worden. Die Messungen zeigen (Bild 13), dass der Einfluss des Geschwindigkeitsprofils in dieser Darstellung nicht sehr gross ist.

Beim *Anblaswinkel von 45°* kann die Strömung die Vorderkante immer noch nicht umströmen. Wegen der starken Pfeilung der Vorderkante rollen sich aber nun die Ablösungsflächen nach [1] zu zwei kräftigen Wirbeln auf. Diese erzeugen über dem Dach eine starke Querströmung (Bild 14) und grosse Saugspitzen, die häufig für Schäden verantwortlich sind. Auch hier ist der Einfluss des Geschwindigkeitsprofils nicht sehr gross. Strömungsbilder mit den beiden Geschwindigkeitsprofilen liessen sich überhaupt nicht unterscheiden.

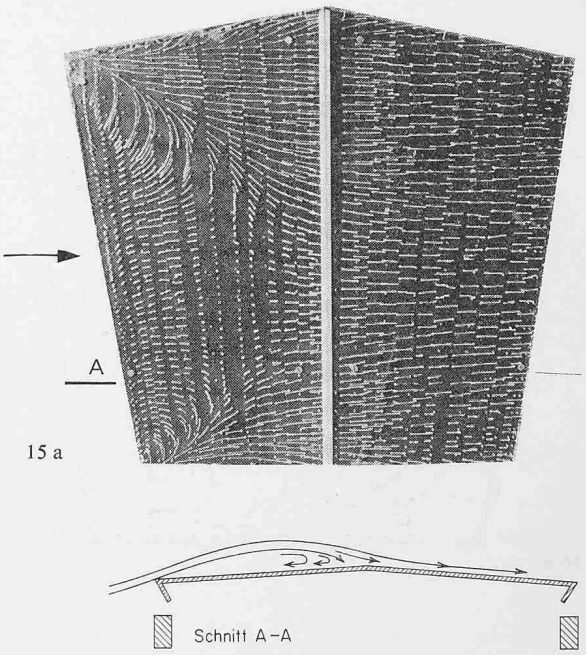
Beim *Anblaswinkel von 90°* bildet sich wieder ein Totwasser aus (Bild 15). Da das Dach nun aber in Strömungsrichtung ansteigt, ist dieses Totwasser viel kleiner als bei 0° (Bild 13). An beiden Ecken entstehen auch hier wirbelähnliche Gebilde, die aber viel weniger ausgeprägt sind als beim Anblaswinkel von 45°.

4.2 Druckschwankungen

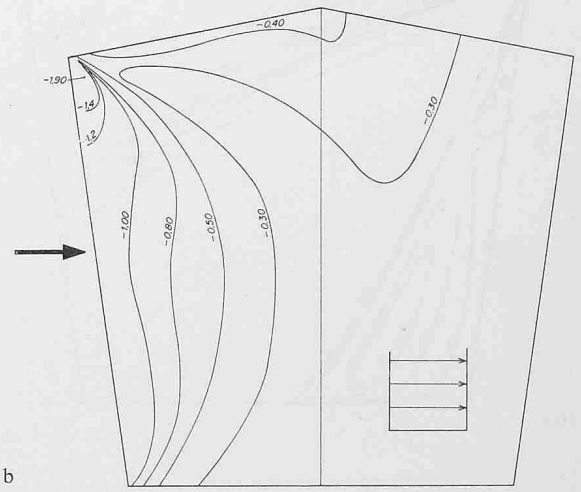
In Bild 16 sind die Werte der Druckschwankungen $\sqrt{\overline{p^2}} / q_{ref}$ angegeben. Hier zeigt sich nun deutlich der Einfluss der Bodengrenzschicht.

Beim Anblaswinkel 0° treten ohne Grenzschicht, das heisst bei stationärer Anströmung, die grössten Schwankungen im Bereich des Wiederanliegens der Strömung auf dem hinteren Teil des Daches auf. Wenn eine Anströmgrenzschicht vorhanden ist, schwankt bereits die Zuströmung zum Modell und damit schwanken auch die Form der Totwasserblase und der Druck im Totwasser.

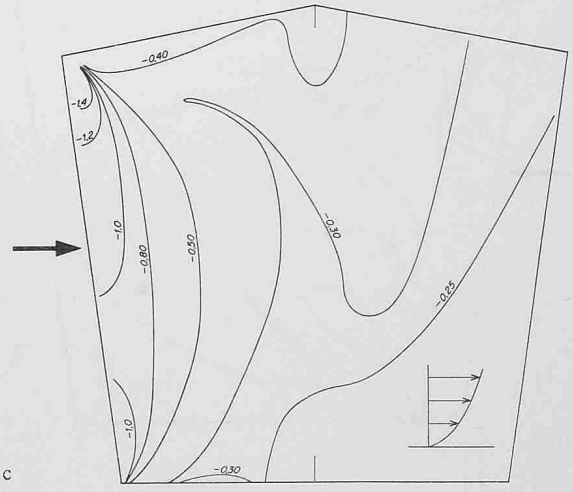
Beim Anblaswinkel 45° treten im Bereich der Wirbel sehr kräftige Druckschwankungen auf. Teilweise lassen sie sich wohl dadurch erklären, dass sich der Druck an einem festen Punkt des Daches bei einer kleinen seitlichen Verschiebung eines Wirbels stark ändert. Nun zeigten aber Frequenzanalysen des Signals, dass relativ viel Intensität bei hohen Frequenzen vorhanden ist, dass also auch die Turbulenz wesentlich zu den Schwankungen beiträgt. Dies führte allerdings dazu, dass die Signale auch im Bereich der Eigenfrequenz des Gebers noch wesentlich waren. Abschätzungen für einige Messpunkte lassen erkennen, dass dadurch die in Bild 16 gezeigten Schwankungen in Extremfällen bis zu 25 % überschätzt werden.



15 a

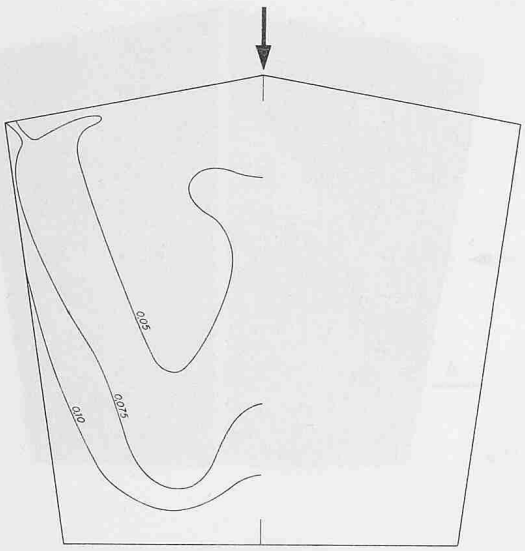


15 b

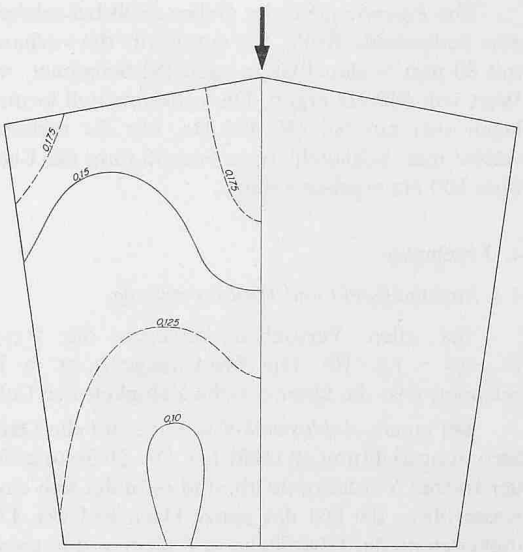


15 c

Bild 15. Strömungsbild und stationäre Druckverteilungen $(p - q_\infty)/q_{ref}$ für beide Anströmgrenzschichten, $\alpha = 90°$

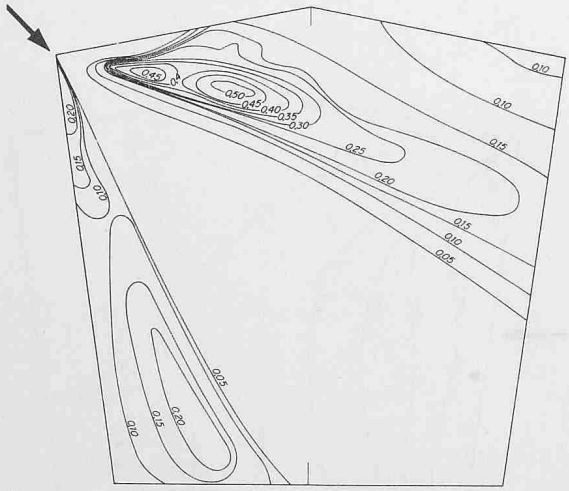


16 a

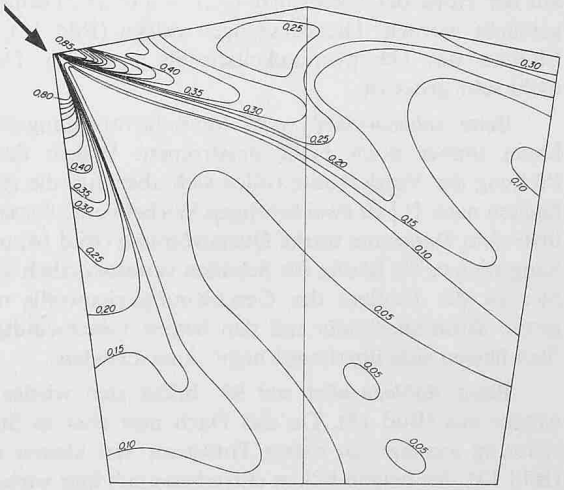


$\alpha = 0°$

16 b

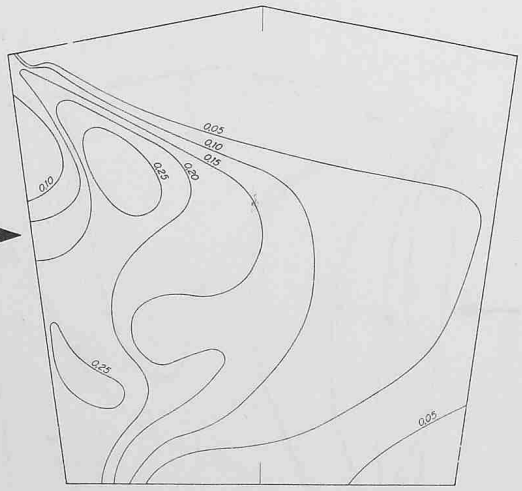


16 c

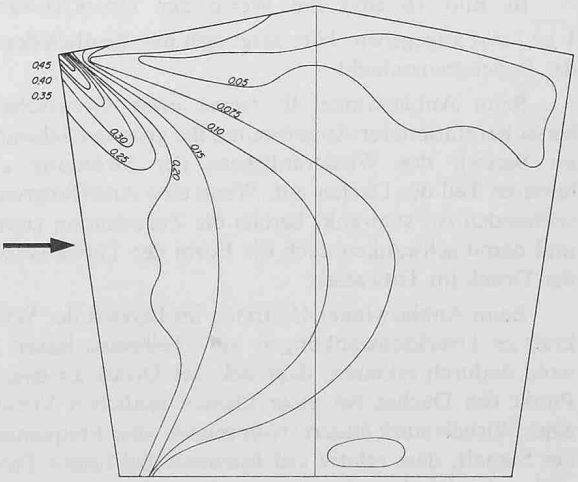


$\alpha = 45°$

16 d



16 e



$\alpha = 90°$

16 f

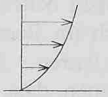


Bild 16. Druckschwankungen $\overline{p^2}/q_{ref}$ auf der Dachoberfläche

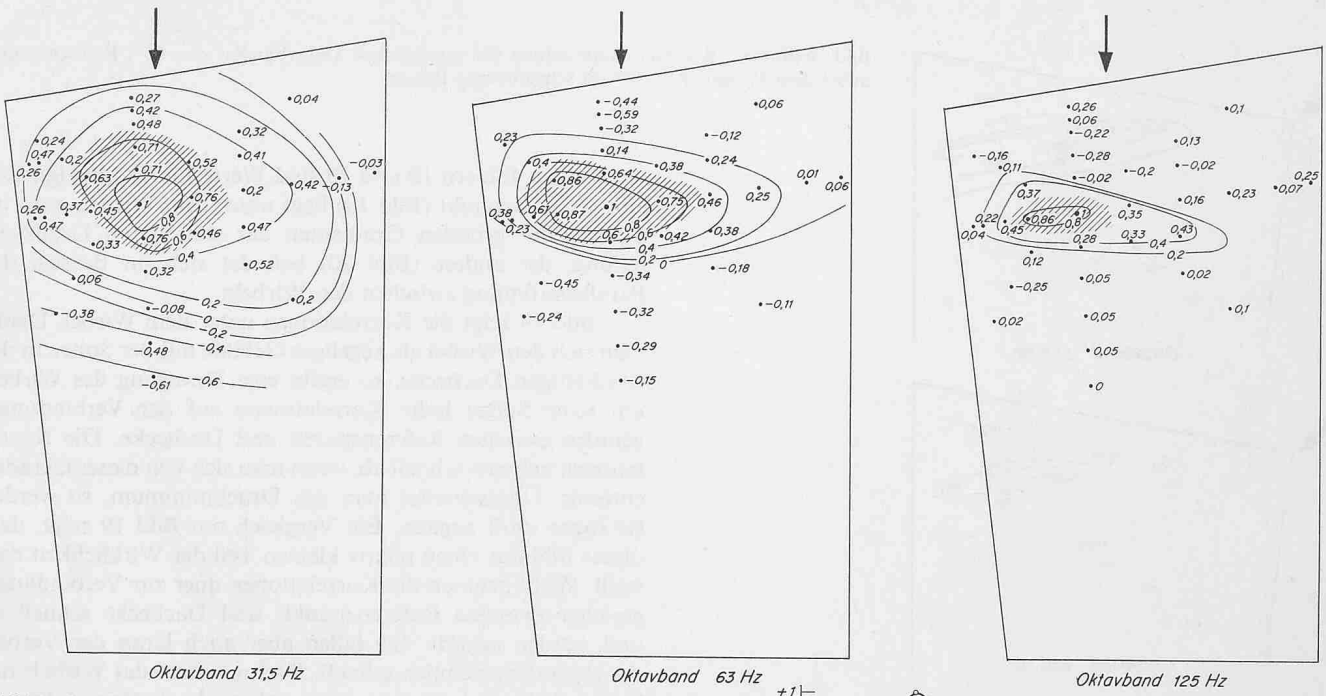


Bild 17 (oben). Korrelationsverteilungen für verschiedene Oktavbänder, $\alpha = 0°$. $L \geq 0{,}5$ im schraffierten Bereich

Auch bei 90° stellen sich grosse Schwankungen im Bereich des stärkeren Wirbels ein, und es bleibt der starke Einfluss der Anströmgrenzschicht bestehen. Durch Beobachtung des Signals auf dem Oszilloskop wurde zudem gefunden, dass die *maximalen Ausschläge* der Druckschwankungen ungefähr 2,5mal grösser waren als die in Bild 16 angegebenen Mittelwerte.

4.3 Korrelationen

Wie aus Gleichung (9) hervorgeht, erhält man den Beitrag des Druckes auf ein Flächenelement zur Gesamtlast, indem man die lokale Druckschwankung (Bild 16) mit dem Volumen des «Korrelationsberges» multipliziert. *Nur grosse Druckschwankungen, die zudem über weite Gebiete der untersuchten Fläche korreliert sind, ergeben also grosse Belastungen.*

Da die Bestimmung der Korrelationen mit der gegebenen Anordnung recht zeitraubend war, wurden nur einige typische Punkte ausgemessen. Der physikalische Inhalt der Messungen tritt besser hervor, wenn man die Korrelationen L_n für die verschiedenen Oktavbänder bestimmt. Einige Stichproben zeigten, dass sich die Gesamtkorrelation L mit Gleichung (20) innerhalb $\pm 10\,\%$ aus den Werten L_n berechnen liess.

In Bild 17 sind die Korrelationen für 0° gegeben. Der Referenzpunkt ($L = 1$) liegt im Totwasser. Da die Drücke im Totwasser weitgehend durch die Form der Totwasserblase bestimmt sind, war zu erwarten, dass sie über relativ weite Strecken gut korreliert sein würden. Zur besseren Übersicht ist der Bereich mit $L \geq 0{,}5$ schraffiert. Beachtenswert sind die grossen Bereiche mit negativen Korrelationen. Sie verringern die Last auf das ganze Dach wesentlich, können aber Biegeschwingungen anregen. Bild 18 zeigt die Frequenzabhängigkeit der Korrelationsverteilung in Strömungsrichtung. Die Grössen $U_{ref}/n\,b$ geben an, um wie viele Dachlängen b sich die ungestörte Strömung in der Zeit $1/n$ bewegt. Da sich Störungen (Welligkeiten) auf der Totwasserblase etwa mit $U_{ref}/2$ bewegen, scheinen die starken Variationen der Korrelationen durch solche Störungen erzeugt zu werden.

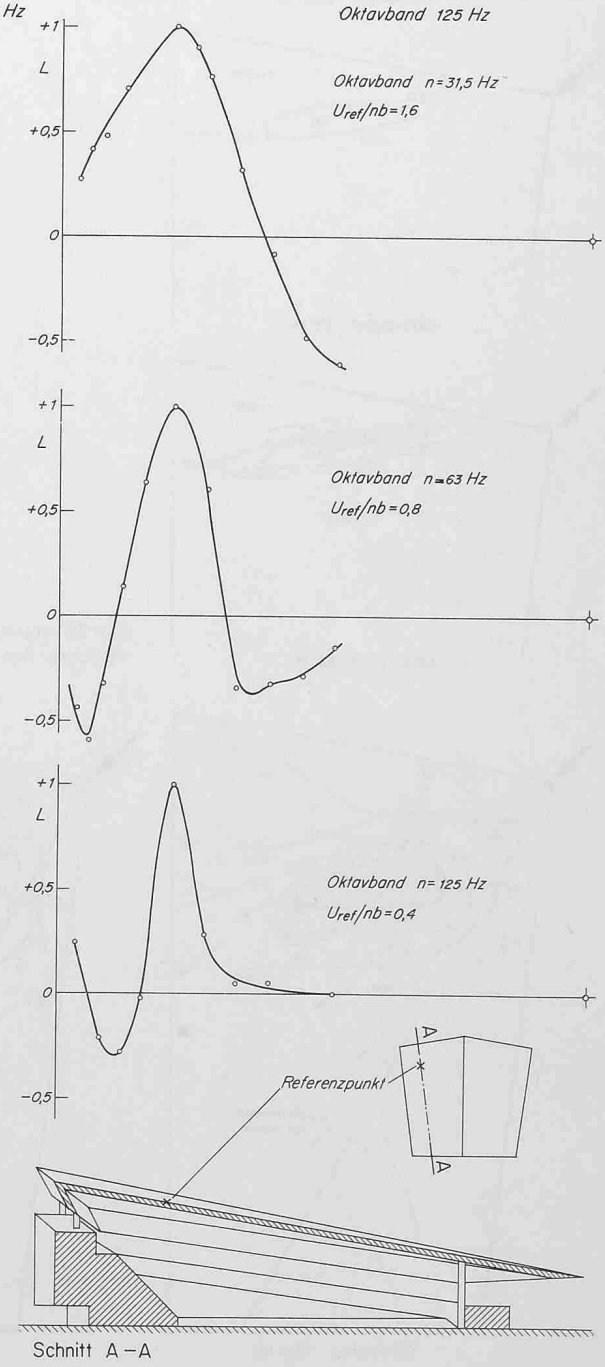


Bild 18 (rechts). Variation der Korrelation in Strömungsrichtung, Referenzpunkt im Totwasser

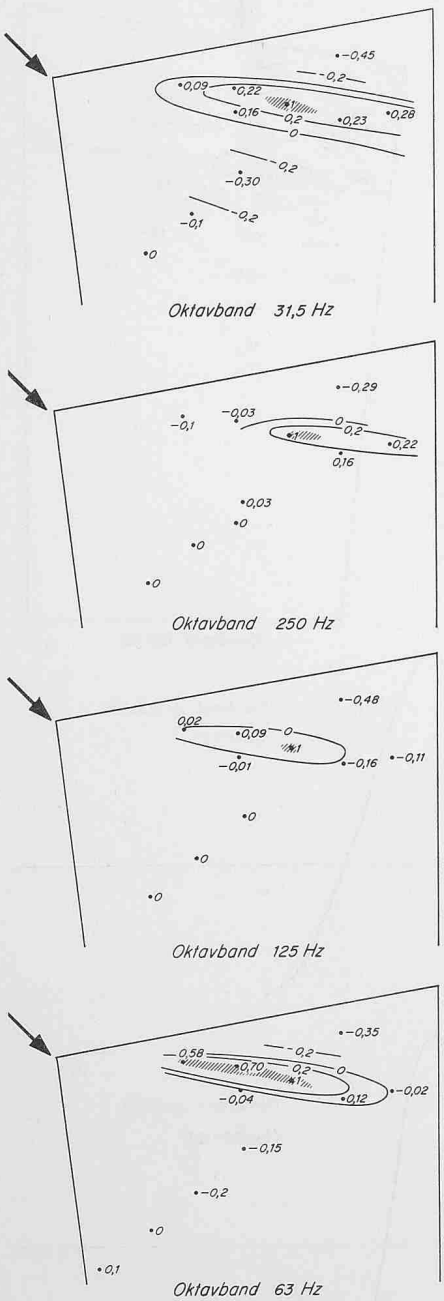


Bild 19 (links). Korrelationsverteilung für verschiedene Oktavbänder, $\alpha = 45°$, Referenzpunkt unter dem Wirbel. $L \geq 0{,}5$ im schraffierten Bereich

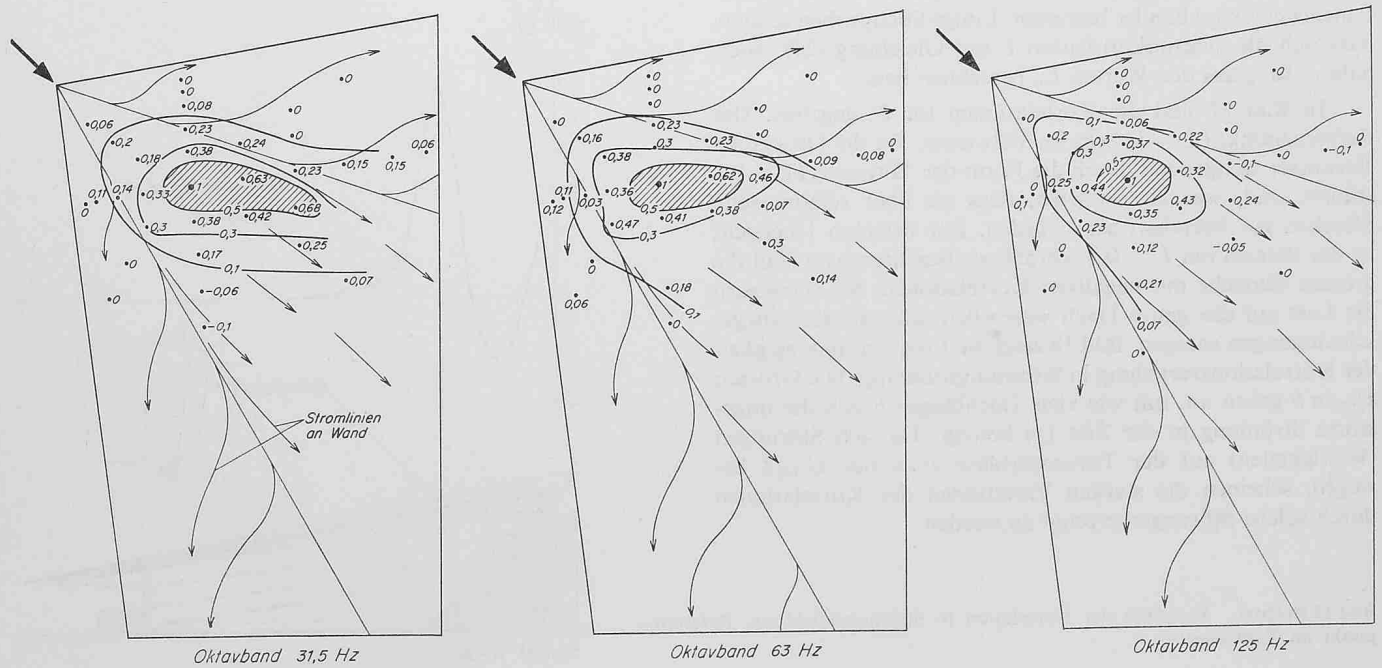
In den Bildern 19 und 20 sind Werte für 45° gezeigt. Der eine Referenzpunkt (Bild 19) liegt unter dem Wirbel, etwa im Bereich des grössten Gradienten der stationären Druckverteilung, der andere (Bild 20) befindet sich im Bereich der Parallelströmung zwischen den Wirbeln.

Bild 19 zeigt die Korrelationen unter dem Wirbel. Denkt man sich den Wirbel als kegeliges Gebilde mit der Spitze in der windseitigen Dachecke, so ergibt eine Bewegung des Wirbels um seine Spitze hohe Korrelationen auf der Verbindungsgeraden zwischen Referenzpunkt und Dachecke. Die Korrelationen nehmen schnell ab, wenn man sich von dieser Geraden entfernt. Überschreitet man das Druckminimum, so werden sie sogar stark negativ. Ein Vergleich mit Bild 19 zeigt, dass dieses Bild nur einen relativ kleinen Teil der Wirklichkeit darstellt. Wohl nehmen die Korrelationen quer zur Verbindungsgeraden zwischen Referenzpunkt- und Dachecke schnell ab und werden negativ. Sie fallen aber auch längs der Verbindungsgeraden ziemlich schnell. Da im Gebiet des Wirbels nur kleine Gebiete korreliert sind, geben die kräftigen Druckschwankungen auch hier nur kleine Beiträge zur Gesamtlast. Erst für Bereiche von der Grösse 1‰ der Dachfläche wirken sich die Druckschwankungen voll aus, was zum Beispiel bei der Befestigung von Dachplatten beachtet werden muss.

Die Ergebnisse für $\alpha = 90°$ sind in den Bildern 21 und 22 gezeigt. In Bild 21 liegt der Referenzpunkt im Totwasser. Wie bei $\alpha = 0°$ (Bild 18) treten auch hier Gebiete mit negativen Korrelationen auf, die bezüglich des Referenzpunktes in Strömungsrichtung verschoben liegen. Die korrelierten Gebiete sind kleiner als bei 0°, grob gesagt etwa im Verhältnis der Totwassergrössen.

Liegt der Referenzpunkt neben dem Totwasser (Bild 22), so sind relativ grosse Gebiete gleichmässig korreliert. Negative Korrelationen treten keine auf. Bei dieser letzten Messung ist allerdings zu beachten, dass die Druckschwankungen selbst sehr klein sind, weshalb die Korrelationsmessungen mit relativ grossen Fehlern behaftet sein können.

Bild 20 (unten). Korrelationsverteilung für verschiedene Oktavbänder, $\alpha = 45°$, Referenzpunkt zwischen den Wirbeln



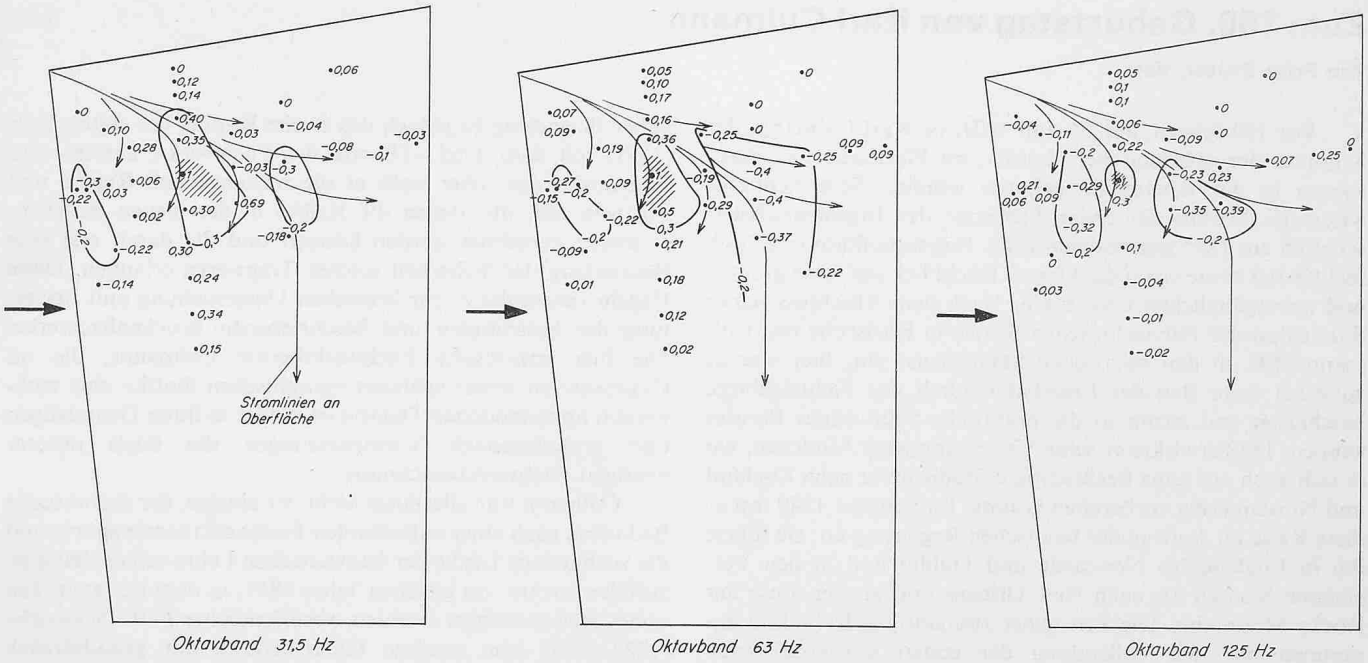


Bild 21. Korrelationsverteilung für verschiedene Oktavbänder, $\alpha = 90°$, Referenzpunkt im Totwasser

5. Schlussbemerkungen

Wie die vorliegenden Messungen zeigen, ist es möglich, mit gleichzeitigen Druckmessungen in zwei Punkten die Schwankungen der Last auf einen Körper zu bestimmen. Bei festgehaltenem Referenzpunkt muss der zweite Messpunkt dabei die ganze Körperoberfläche absuchen. Da dies für alle Referenzpunkte wiederholt werden muss, werden eine sehr grosse Zahl von Messungen benötigt. Das lässt sich nur mit einer modernen elektronischen Messausrüstung und Datenverarbeitung rationell durchführen. Aber auch damit können die Messzeiten nicht beliebig verkürzt werden, da die Mittelwertbildung eines stochastischen Signales immer eine gewisse Zeit braucht. Bereits im «Handbetrieb» lassen sich aber Anhaltspunkte für die Berücksichtigung der Lastschwankungen gewinnen.

Eine weitere wesentliche Frage ist die der Übertragbarkeit vom Modell auf die Grossausführung. Da die Reynoldszahlen im Modellversuch meist viel kleiner sind als bei der Ausführung, kann man von der Ähnlichkeitstheorie keine Aussagen erhoffen. Lediglich die Erfahrungen mit typischen Modellformen (d.h. viele Versuche) können zeigen, wann und wie die Modellresultate auf die Ausführung übertragen werden können. Für die stationäre Lastverteilung ist diese Erfahrung weitgehend vorhanden, für die Lastschwankungen muss sie erst noch geschaffen werden.

Die Alternative zur gegenwärtigen Methode besteht im Bau von elastischen Modellen. Sie hat aber zwei wesentliche Nachteile. Erstens ist es sehr schwer und zeitraubend elastische Modelle richtig zu bauen, und zweitens muss dies für jedes neue Modell wiederholt werden. Bei der Druckmessung dagegen ist die komplizierte Messausrüstung eine einmalige Anschaffung und die vielen Modelle können relativ einfach gebaut werden.

Literaturverzeichnis

[1] *Ackeret, J.:* Anwendung der Aerodynamik im Bauwesen «Z. Flugwiss.» *13,* (1965), H. 4.

[2] Norm für die Belastungsannahmen, die Inbetriebnahme und die Überwachung der Bauten. Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Verein, Norm 160 (1970).

[3] *Liepmann, H.W.:* On the Application of Statistical Concepts to the Buffeting Problem. «J. Aeron. Sci.» *19,* (1952), No 12.

[4] *Davenport, A.G.:* The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures. «Proc. Instn. Civ. Engrs.» *19,* (1961), p. 449.

[5] *Davenport, A.G.:* The Treatment of Wind Loading on Tall Buildings. Proc. of a Symposium on Tall Buildings, Univ. of Southampton 1966, Pergamon Press (1967).

[6] *Jones, M.E.:* A Review of the Literature on the Structure of Wind Turbulence, with Special Regard to its Effect on Buildings. «Build. Sci.» *3,* (1968), p. 41.

[7] *Lumley, J.L., Panowsky, H.A.:* The Structure of Atmospheric Turbulence. New York, London, Sidney 1964, John Wiley.

[8] *Bergh, H., Tijdemann, H.:* Theoretical and experimental results for the dynamic response of pressure measuring systems. NLR Report TR F 238 (1965).

Adresse des Verfassers: Prof. Dr. *H. Thomann,* Institut für Aerodynamik der ETH Zürich, Sonneggstrasse 3, 8006 Zürich.

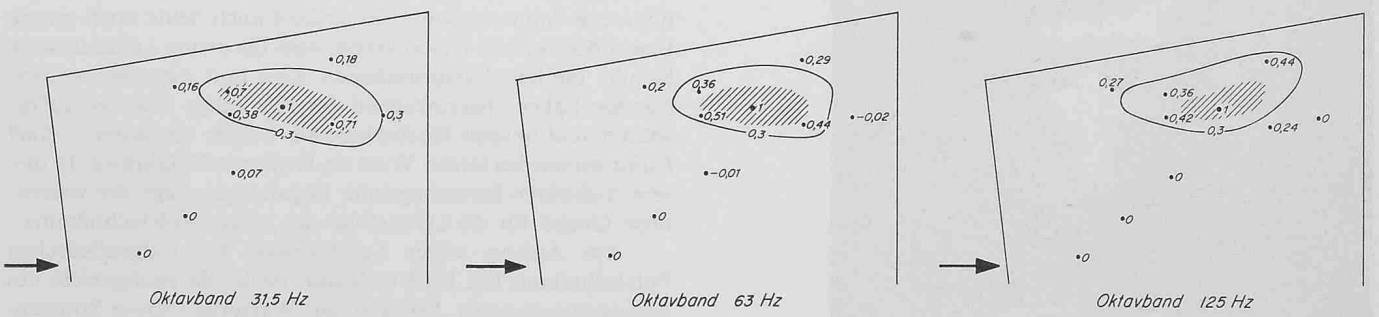


Bild 22. Korrelationsverteilung für verschiedene Oktavbänder, $\alpha = 90°$, Referenzpunkt in anliegender Strömung