

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	88 (1970)
<b>Heft:</b>	19
<b>Artikel:</b>	Calcul de l'onde de submersion consécutive à la rupture d'un barrage, Première partie: la méthode de calcul
<b>Autor:</b>	Chervet, A. / Dellèves, P.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-84504">https://doi.org/10.5169/seals-84504</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

numerischen Iterationsverfahren, das sich für die Berechnung mittels elektronischer Rechenmaschine gut eignet. Die dazu benötigten Algorithmen wurden angegeben. Für die Berechnung der geometrischen Größen wurde ein mathematisches Modell entwickelt, das auch komplizierte geometrische Konfigurationen des Gerinnes zu erfassen und die benötigten Größen an jedem Punkt zu bestimmen gestattet. Aufgrund dieser Angaben wurde in der VAWE ein Computer-Programm in Algol geschrieben und getestet. Die Resultate sind auch bei extremen geometrischen Verhältnissen befriedigend und sollen in einer weiteren Mitteilung der VAWE bekanntgegeben werden.

Die Berechnung der Anfangscharakteristiken läuft auf die Berechnung einer stationären, ungleichförmigen Strömung hinaus (Stau- oder Senkungskurve). Die Differentialgleichung dieser Strömung liess sich aus den Gleichungen der instationären Strömung ableiten. Die numerische Integration dieser Gleichung erfolgte nach einem einfachen Iterationsverfahren, ähnlich demjenigen, das bei der Berechnung der Charakteristiken angewandt wurde. Die Konvergenz dieses Verfahrens ist befriedigend.

Abschliessend soll Prof. G. Schnitter für die Unterstützung, die er diesen Untersuchungen gewährte, an dieser Stelle gedankt werden. Der grösste Teil der Programmierungsarbeit wurde von L. Papp geleistet, dessen Können und Geduld wesentlich zum erfolgreichen Abschluss beigetragen hat. Den Mitarbeitern an der VAWE, A. Chervet und P. Dallèves, dipl. Ing. ETH, danke ich für ihre wertvollen Anregungen und für die kritische Durchsicht des Manuskripts.

## Literaturverzeichnis

- [1] B. de Saint-Venant: Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. Conte Randue, Acad. de Sciences Tome 73 Juillet 1871, Paris
- [2] J. Massau: Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles. Annales des Ingénieurs sortis des Ecoles de Gand, Vol. 12, 1900
- [3] J. Nougaro, C. Thirriot, H. Barthet: Critique des méthodes numériques de calcul des intumescences et examen d'une nouvelle méthode. «L'Energia Elettrica» 1967, No 2
- [4] J. A. Liggett, D. A. Woolhiser: Difference Solutions of the Shallow-Water Equation. Proc ASCE. Journal of the Eng. Mech. Div. April. 1967, E.M.2
- [5] A. Daubert, P. Marraud, L. Fabre, A. Margnac: Quelques applications de modèles mathématiques à l'étude des écoulements non permanents dans un réseau ramifier de rivières ou de canaux. «La Houille Blanche» 1967, No 7

- [6] J. A. Liggett: General Solution for Open Channel Profiles. Proc. ASCE. Journal of the Hydraulics Div. Nov. 1961, HY6
- [7] J. J. Stoker: Water waves. Interscience Publishers, Inc. New York 1957
- [8] Th. Dracos, B. Glemme: Stability criteria for open flow. Proc. ASCE. Journal of the Hydraulics Div. Nov. 1967, HY6.
- [9] R. Courant, K. O. Friedrichs: Supersonic Flow and Shock Waves. Interscience Publishers, New York 1948
- [10] Th. Dracos: Ebene, nichtstationäre Grundwasserabflüsse mit freier Oberfläche. VAWE-Mitteilung Nr. 57, 1963
- [11] C. Kim, S. Rocca: Hydraulik des Abflusses mit zunehmender Wassermenge. «Wasser- und Energiewirtschaft», 58. J. (1966), Nr. 6

## Bezeichnungen

$a_1, b_1, \dots, e_1$	Koeffizienten
$a_2, b_2, \dots, e_2$	
$A, B, \dots, G$	Determinanten, gebildet durch obige Koeffizienten
$B$	Breite des Gerinneprofils am Spiegel
$\bar{B}$	mittlere Breite des Gerinneprofils
$c$	Schnelligkeit einer kleinen Störung
$c_0$	Anfangswert der Schnelligkeit
$C$	Reibungsbeiwert in der Formel von Chezy
$D\bar{B} = \partial\bar{B}/\partial x$	Änderung der mittleren Breite
$F$	benetzte Fläche
$g$	Erdbeschleunigung
$h$	Abflusstiefe
$J_e$	Energieliniengefälle
$J_s$	Sohlengefälle
$k$	Reibungsbeiwert nach Strickler
$m^\pm$	reziproke Neigung der Charakteristiken = absolute Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Störung
$P$	benetzter Umfang
$P_i$	Bezeichnung eines Punktes an der Stelle $x_i$
$q$	seitlicher Zufluss
$p_i, q_i$	Glieder einer zweireihigen Determinante
$R$	hydraulischer Radius
$t$	Zeit
$u$	mittlere Strömungsgeschwindigkeit
$u_0$	Anfangswert der mittleren Strömungsgeschwindigkeit
$v$	Geschwindigkeit des seitlichen Zuflusses
$U, V$	Abhängige Variablen
$x, y, z$	kartesische Lagekoordinaten
$\beta$	Winkel zwischen seitlicher Zuströmung und Fliessrichtung
$\gamma^\pm$	Bezeichnung der Charakteristiken in der physikalischen Ebene
$\Gamma^\pm$	Bezeichnung der Charakteristiken in der Hodographen-Ebene

## Calcul de l'onde de submersion consécutive à la rupture d'un barrage

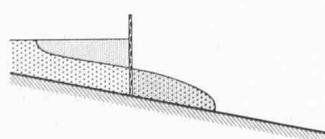
### Première partie: la méthode de calcul

Par A. Chervet et P. Dallèves, Ingénieurs aux Laboratoires de Recherches Hydrauliques (VAWE), Zurich

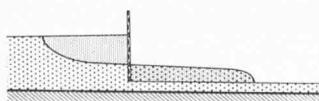
DK 532.593:627.511

#### 1. Introduction

La méthode développée à la VAWE pour le calcul des ondes de submersion consécutives à la rupture d'un ouvrage de retenue est basée sur la méthode générale de calcul des écoulements instationnaires décrite dans l'article de Th. Dracos [1]. Voir références bibliographiques p. 432.



a) Rupture sur fond aval sec



b) Rupture sur tirant d'eau initial

Fig. 1. Rupture d'un écran de retenue

Le phénomène des ondes de submersion présentait un double intérêt: – intérêt théorique, car il représente un cas extrême d'écoulement instationnaire, le débit et la hauteur y passant en un temps très court de zéro à une valeur élevée. Il s'agissait donc de contrôler si la théorie des écoulements gravitationnels variés y était encore valable (voir [2], p. 22). La topographie très accidentée de la plupart des vallées de type alpestre fournissait en outre la possibilité de tester la qualité du modèle mathématique choisi, dans lequel l'écoulement est réduit à un écoulement à une dimension; – intérêt pratique aussi, car même si de telles catastrophes paraissent exclues chez nous en temps de paix, les exemples de Vajont et de Malpasset prouvent la nécessité d'une étude relative aux ondes de déferlement.

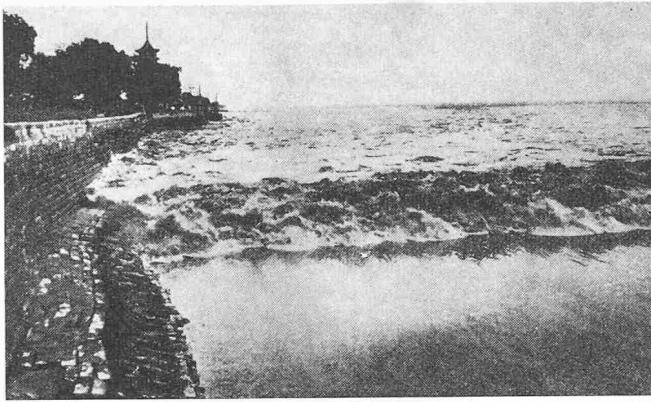


Fig. 2. Mascaret sur le Tsieng-Tang. Photo tirée de H. Thorade [7]

Des études similaires ont été entreprises dans plusieurs pays; en Suisse, où le problème est étudié depuis de nombreuses années par l'Office Fédéral de l'Economie Hydraulique en collaboration avec la VAWE, on se contentait jusqu'à une époque récente d'une méthode simplifiée qui présente malheureusement de sérieuses lacunes [3]. Il s'est donc avéré nécessaire de développer une nouvelle méthode de calcul plus précise et adaptée aux possibilités actuelles des ordinateurs, ce qui a été rendu possible grâce à l'appui constant de l'Office Fédéral de l'Economie Hydraulique.

Cette méthode est basée sur les équations différentielles de Saint-Venant intégrées par la méthode des caractéristiques. Des solutions originales ont été développées pour traiter certains problèmes spécifiques aux ondes de submersion consécutives au lâcher brusque d'une retenue, tels que la propagation du front de l'onde sur fond sec, l'initialisation de la vague à l'instant de la rupture, et la formation ou la disparition de discontinuités dans le corps de l'onde. Par contre, les problèmes relatifs à l'érosion et au charriage provoqués par de telles ondes n'ont pas été abordés.

## 2. Description physique du phénomène

Au moment de l'effacement total ou partiel d'un écran de retenue, l'eau accumulée se met en mouvement et s'écoule à travers la brèche ainsi formée. Des essais de *Dressler* [4], *Volkoff* [5] et *Cavaillé* [6] ont montré qu'il se produit à l'instant de la rupture une rotation de la paroi d'eau au droit du barrage, avec formation:

– à l'amont, d'une onde négative qui se propage dans la retenue avec une célérité dépendant de la topographie et assure la

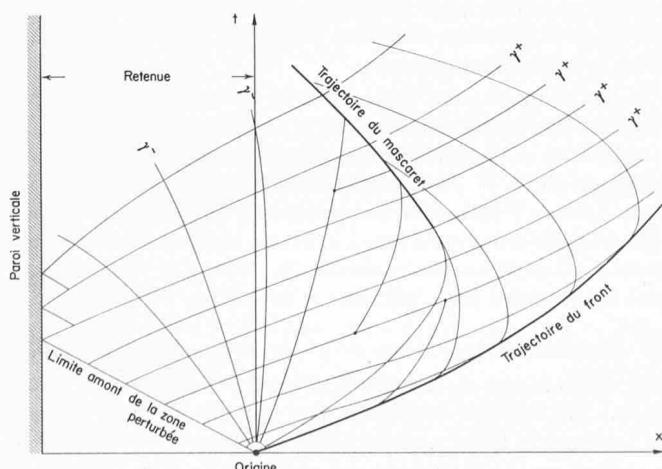
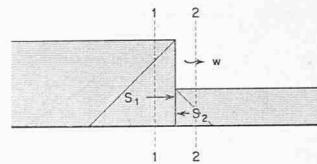


Fig. 3. Réseau des caractéristiques dans le plan  $x, t$

Fig. 4. Mascaret



vidange d'un volume d'eau égal à celui écoulé vers laval (fig. 1); l'extrémité amont de l'onde négative représente la limite de la zone perturbée dans la retenue;

– à laval, d'une onde positive qui se propage, soit sur fond sec, avec un front à forte courbure (fig. 1a), soit sur un tirant d'eau initial (fig. 1b) en formant un mascaret de pointe identique à celui qui peut se former dans un estuaire sous l'action de la marée montante (fig. 2).

En général, l'écoulement dans la retenue est de type fluviel; la section d'écoulement critique se trouve à l'instant initial à l'emplacement du barrage, et à laval, le régime, initialement torrentiel, dépend ensuite des conditions topographiques; les changements de sections créent, outre des pertes de charge singulières, des variations de hauteur brusques pouvant conduire à la formation d'ondes de choc ou mascares.

Dans le cas d'une vallée quelconque, l'écoulement sera donc tridimensionnel, mais avec une prédominance très marquée de la composante de vitesse dans la direction de l'axe de la vallée.

## 3. Le réseau des caractéristiques

L'allure générale d'un réseau de caractéristiques dans le plan  $(x, t)$  pour le cas de la vidange brusque d'une retenue est

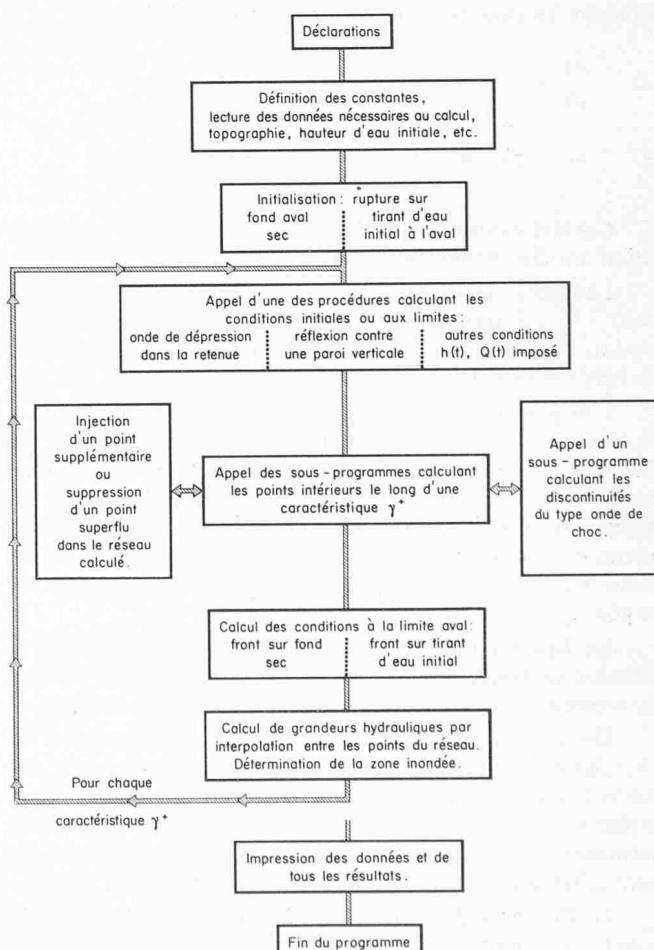


Fig. 5. Organigramme du programme principal de calcul des ondes de submersion

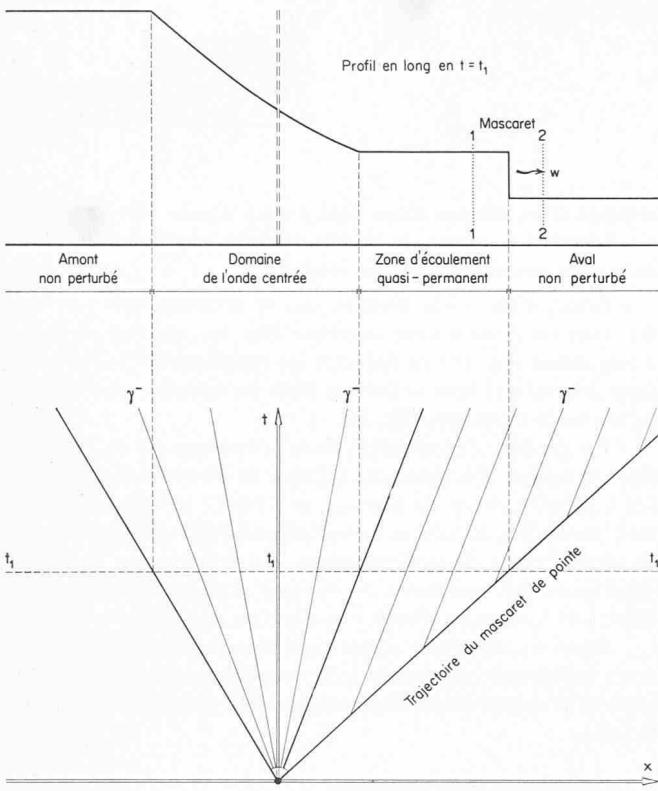


Fig. 6. Solution de Stoker

donnée par la figure 3. Les points intérieurs du réseau ont à satisfaire au système d'équations des caractéristiques:

$$(1) \quad \frac{dx}{dt} = u \pm c$$

$$(2) \quad du \pm g/c dh = \left[ g(i - i_f) \mp \frac{u c}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right] dt$$

Ces équations ainsi que l'algorithme utilisé pour leur résolution ont été amplement traités dans [1].

La famille des caractéristiques  $\gamma^+$ , définies par leur célérité  $dx/dt = u + c$ , transmet les informations vers l'avant de l'écoulement, la famille des  $\gamma^-$ , avec  $dx/dt = u - c$ , apporte vers l'arrière les informations de l'aval.

L'origine de l'expansion de l'onde est donnée par l'instant de la rupture ( $T = 0$ ) et l'emplacement du barrage ( $x = 0$ ). Par la suite, l'onde négative s'étend dans la retenue, l'onde positive vers l'aval, délimitant une zone perturbée qui s'étend, prenant la forme d'un éventail; c'est pourquoi on parle, dans ce cas, d'onde centrée. Le point d'où partent, à l'instant initial, toutes les  $\gamma^-$  représente également la  $\gamma^+$  initiale dégénérée en ce point.

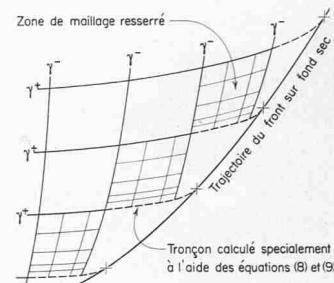
La figure 3 montre également de façon schématique la réflexion de l'onde négative contre une paroi verticale à partir du moment où la limite amont de l'onde atteint cette paroi.

On voit aussi se former un choc, ou discontinuité de l'écoulement, à l'intersection de deux caractéristiques d'une même famille (ici, par exemple,  $\gamma^-$ ), et dont la trajectoire dans le plan  $(x, t)$  forme une discontinuité du réseau. En écoulement permanent, il s'agirait d'un ressaut hydraulique stationnaire dont la trajectoire dans le plan  $(x, t)$  serait verticale.

Le mascaret doit obéir aux équations classiques de la quantité de mouvement et de la continuité en mouvement relatif:

$$(3) \quad \text{Continuité: } F_1(u_1 - w) = F_2(u_2 - w)$$

Fig. 7. Réseau des caractéristiques dans la zone frontale



$$(4) \quad \text{Quantité de mouvement: } F_1(u_1 - w)^2 - F_2(u_2 - w)^2 = g(S_2 - S_1)$$

Dans ces formules,  $S$  représente la résultante horizontale des forces de pression sur la surface  $F$ , et  $w$  la vitesse absolue du mascaret (fig. 4). Le traitement des conditions initiales et aux limites sera développé au chapitre suivant.

Enfin, la fig. 3 montre des caractéristiques qui sont interrompues, d'autres qui débutent à l'intérieur du réseau: il s'agit du réglage automatique de la densité du réseau, dont il sera question dans un chapitre ultérieur. L'organigramme simplifié, fig. 5, montre de quelle façon est ordonné le calcul général des ondes de submersion.

#### 4. Conditions initiales et aux limites

##### a) Initialisation du problème de la rupture sur fond sec

Comme il a été mentionné au chapitre 3, l'origine du plan  $(x, t)$  est un point singulier représentant l'instant de la rupture et n'est rien d'autre qu'une caractéristique  $\gamma^+$  dégénérée en ce point. Ce faisant, on admet comme hypothèse simplificatrice que la rupture est instantanée; cependant, l'étude théorique et expérimentale de J. Estrade [8] a montré que l'erreur commise en négligeant une certaine durée de rupture est faible. Pour le point de rupture, l'équation de la  $\gamma^+$  peut s'écrire, avec  $dt = 0$ :

$$du + \frac{g}{c} dh = 0,$$

d'où l'on tire par intégration:

$$(5) \quad u(h) = \int_h^{H_0} \frac{g}{c(h)} dh$$

L'intégration pour des valeurs choisies de  $h$  est effectuée numériquement d'après Romberg; les couples de valeurs  $c(h)$  et  $u(h)$  donnent la direction de départ de toutes les caractéristiques  $\gamma^-$  issues de l'origine. La solution qui vient d'être esquissée constitue, pour une brèche quelconque, une généralisation de la «solution de Ritter» décrite par G. de Marchi [9] pour le profil rectangulaire.

En abordant ainsi le problème de la rupture, on néglige la mise en vitesse de l'eau ainsi que la composante verticale de la vitesse. Des calculs plus précis, mais beaucoup plus complexes, effectués par F. V. Pohle [10] et au Laboratoire Scientifique de Los Alamos [11], tenant compte de ces facteurs, ont fourni des résultats plus conformes à la réalité pour des temps petits, mais qui font apparaître néanmoins la solution de Ritter comme une base valable pour initialiser le problème.

##### b) Initialisation du problème de la rupture sur tirant d'eau initial

Dans le cas où la rupture se produit sur un tirant d'eau initial, par exemple la rupture d'un ouvrage au fil de l'eau, il se forme, à la limite aval de l'onde, un mascaret (voir fig. 6).

Des équations (3) et (4) peuvent tirer  $u_1$  en fonction de  $h$  et des grandeurs initiales et connues de l'aval:

$$(6) \quad u_1(h) = u_2 + \sqrt{\frac{g [S_2 - S_1(h)] [F_2 - F_1(h)]}{F_2 \cdot F_1(h)}}$$

La solution du problème d'après J. J. Stoker [12] consiste à adopter la solution de l'écoulement sur fond sec jusqu'à la hauteur pour laquelle la formule (6) donne une valeur identique à celle de la formule (5). Cette hauteur est alors la hauteur du mascaret qui se propage vers l'aval à la vitesse:

$$(7) \quad w = u_1 + \frac{g (S_1 - S_2)}{F_1 (u_1 - u_2)}$$

Les essais de Y. Cavaillé [6] ainsi que ceux réalisés par la VAWE ont bien confirmé cette théorie.

### c) Calcul de la propagation du front sur fond sec

La trajectoire du front de l'onde positive se propageant sur fond sec représente la limite aval du domaine de calcul à l'aide des caractéristiques. Cette limite, définie par  $h = 0$  au front, ne peut être déterminée à l'aide d'intersections de caractéristiques  $\gamma^+$  et  $\gamma^-$  car, à proximité du front, les deux familles de caractéristiques ont la même pente  $(dx/dt)^+ = (dx/dt)^- = u_F$  et sont tangentialles à la trajectoire du front. Cette dernière n'est pas une caractéristique, mais une enveloppe du réseau des caractéristiques dans le plan  $(x, t)$ .

Les  $\gamma^+$  rejoignent le front tangentiellement, donnant naissance à des  $\gamma^-$  qui s'en écartent ensuite. Le front ne peut donc être rejoint que long d'une  $\gamma^+$ . Des solutions théoriques ont été fournies par G. B. Whitham [13] et par R. F. Dressler [14] pour la propagation du front sur fond sec dans un cas très simplifié. E. R. Tinney et D. Basset [15] et C. Montuori [16], considérant le problème de l'introduction d'un débit constant dans un canal vide, ont constaté expérimentalement la faible variation de la vitesse dans la région frontale, propriété qu'ils ont utilisée ensuite dans leurs calculs.

La méthode adoptée ici se rapproche de celle de J. Faure et N. Nahas [17], où le front est rejoint uniquement le long des  $\gamma^+$ . Les valeurs  $x_F$  et  $t_F$  peuvent se calculer comme intersection de la trajectoire du front et de la  $\gamma^+$ , l'équation (2) permettant alors de calculer la variation de  $u$ .

A cause de la très forte variation de la hauteur à proximité du front, avec une valeur infinie de  $i_f$  en ce point, on a dû résoudre le système d'équations de la façon suivante: gardant d'abord la vitesse constante, on intègre par petits pas les équations (8) et (9) tirées de (1) et (2):

$$(8) \quad x_F = \int_{h_0}^0 \frac{(u_0 + c) dh}{c \left( i - i_f - \frac{u_0 c}{g \bar{B}} \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \right)}$$

$$(9) \quad t_F = \int_{h_0}^0 \frac{dh}{c \left( i - i_f - \frac{u_0 c}{g \bar{B}} \frac{\partial \bar{B}}{\partial x} \right)}$$

On contrôle ensuite si le point du front remplit l'équation de la trajectoire du front

$$(10) \quad \left( \frac{dx}{dt} \right)_F = u_F$$

Si ce n'est pas le cas, on répartit la différence des vitesses le long de la  $\gamma^+$  de l'on recommence l'intégration de (8) et (9) jusqu'à obtention de la précision requise.

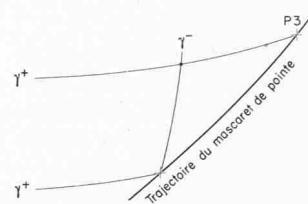


Fig. 8. Calcul du mascaret

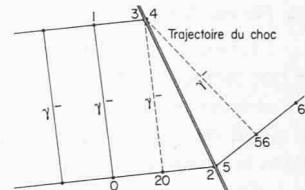


Fig. 9. Choc: calcul du point courant

Comme le montre la fig. (7), le passage de la région frontale de la caractéristique  $\gamma^+$ , calculée spécialement, à la zone de maillage calculé normalement s'effectue à l'aide d'un réseau resserré à cause des fortes variations de la hauteur. Le point de départ des  $\gamma^-$  se situe un peu en arrière du front, car le calcul avec des valeurs initiales à partir du front est impossible, du fait que le terme de frottement  $y$  est infini.

### d) Propagation du mascaret de pointe sur un tirant d'eau connu

Après une rupture sur tirant d'eau aval connu, la limite aval de l'onde positive se propage en tant que mascaret. Contrairement au front sur fond sec, le mascaret est un phénomène bien connu; parmi les différentes méthodes développées pour calculer le mascaret, citons entre autres:

- A. Preissmann [18], qui utilise un terme de pertes de charge, la «pseudo-viscosité», notion introduite en dynamique des gaz par R. von Neumann et R. D. Richtmyer [19].
- O. F. Vasiliev [20], qui a recours à une méthode implicite calculant l'écoulement sans isoler spécialement le mascaret.
- Enfin A. Craya [21], qui isole le mascaret et le traite comme singularité mobile de l'écoulement dont les lois sont données avec exactitude par les équations (3) et (4).

Cette dernière méthode est la plus satisfaisante du point de vue théorique, et c'est celle qui a été adoptée ici.

La fig. 8 montre de quelle manière est calculé le point du mascaret: pour calculer les 5 grandeurs inconnues au point  $P_3(x, t, u, h, w)$ , on dispose également de 5 équations, à savoir des deux équations (1) et (2) de la  $\gamma^+$ , des deux équations du mascaret (3) et (4), et de l'équation définissant la trajectoire du mascaret

$$(11) \quad \frac{dx}{dt} = w.$$

Le mascaret, tel qu'il est décrit ici, est une schématisation du phénomène réel: celui-ci en effet ne saurait se propager comme une paroi verticale d'eau et en outre il est accompagné, dans la plupart des cas, d'ondulations secondaires, dues aux vitesses verticales. H. Favre [2] a montré cependant que ces dernières sont peu importantes pour de forts mazarts.

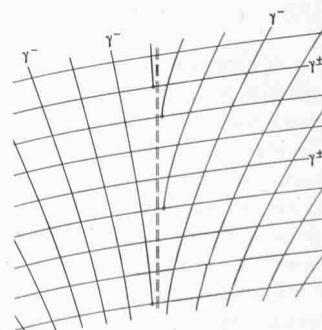


Fig. 10. Le réseau des caractéristiques dans la région d'une section critique

### e) Formation et propagation de chocs

Il peut arriver au cours du calcul que deux caractéristiques d'une même famille se croisent : ceci signifie qu'à l'emplacement du croisement, il y a deux vitesses et deux hauteurs différentes. Il s'agit de la formation d'un choc ou mascaret qui se traduit dans le réseau des caractéristiques par une discontinuité.

On assiste ensuite au développement du ressaut et à son cheminement. La trajectoire du mascaret est identique aux trajectoires des caractéristiques des deux domaines qu'il sépare, lorsqu'il est faible, et s'en écarte ensuite d'autant plus lorsque il est fort et que les caractéristiques coupent sa trajectoire sous un grand angle.

Contrairement à l'écoulement permanent, où le ressaut sépare une région d'écoulement torrentiel d'une région tranquille, le mascaret en écoulement instationnaire peut aussi séparer deux domaines de même régime d'écoulement.

La fig. (9) montre quelle est la technique choisie pour le calcul des grandeurs juste à l'amont et juste à l'aval du choc, c'est-à-dire, des points inconnus 3 et 4 partir des points connus 0, 1, 2, 5 et 6. La position des points 3 et 4 se détermine comme intersection de la caractéristique 1-3 avec la trajectoire du mascaret. Pour obtenir des valeurs plus exactes en 3 et 4, on introduit les caractéristiques auxiliaires 3-20 et 4-56 qui vont chercher par interpolation des valeurs sur la  $\gamma^+$  précédente. Le point 20 est obtenu comme intersection de 3-20 et 0-2, les valeurs  $u_{20}$  et  $h_{20}$  par interpolation entre les points 0 et 2; les équations (2) pour les caractéristiques 1-3 et 20-3 permettent ensuite de déterminer  $h_3$  et  $u_3$ ; le point 56 se calcule de la même façon que le point 20; enfin, les deux équations du choc (3) et (4) ainsi que l'équation (2) pour la caractéristique 56-4 permettent de calculer les inconnues  $h_4$ ,  $u_4$  et  $w_{34}$ . Des techniques similaires sont appliquées pour calculer le point de réflexion d'un choc contre une paroi verticale, le recouvrement et le croisement de deux chocs.

Les résultats du calcul exposé ici sont, aux ondulations secondaires près, bien confirmés par les essais. L'instant de formation du mascaret, par contre, dépend de la densité du réseau et sera en général décelé un peu trop tard; mais ceci a peu d'importance pratique, le mascaret étant petit à ses débuts.

## 5. Problèmes numériques

Tous les calculs exposés dans ce qui précède consistant en l'intégration numérique d'équations différentielles, il faut prendre soin de faire des pas assez petits pour garantir une précision suffisante, tout en tâchant de réduire au maximum le temps de calcul. Les questions de convergence jouent ici un rôle de premier plan.

### a) Contrôle de la densité du réseau

On sait que l'avantage principal de l'intégration le long des courbes caractéristiques par rapport au calcul sur la base d'un maillage fixe est la stabilité inconditionnelle du système. Le défaut, parfois cité, d'une densité irrégulière et non contrôlable du réseau a été évité de la façon suivante: un critère adimensionnel de la forme

$$(12) \quad (\Delta x \Delta u) \leq \text{const. } H \sqrt{gH}$$

où  $H$  représente une hauteur de référence et  $\Delta x$  resp.  $\Delta u$  représentent les variations de la distance et de la vitesse entre deux points voisins du réseau calculé, permet à l'ordinateur de décider s'il y a lieu de remettre ou de supprimer des courbes caractéristiques. Au cas où des caractéristiques supplémentaires doivent être introduites, l'abscisse  $x$  du point de départ de la caractéristique interpolée étant fixée, la grandeur  $u$  est interpolée quadratiquement et les deux autres grandeurs inconnues  $h$  et  $t$  doivent alors satisfaire aux deux équations déterminant les caractéristiques d'une famille.

Cette possibilité de remettre et de supprimer des caractéristiques selon les besoins permet de surmonter des difficultés produites par la géométrie du canal lorsque les variations sont assez brusques. Par exemple, le calcul de l'écoulement à travers une section critique (fig. 10) s'effectue sans l'imprécision due à l'agrandissement exagéré des mailles du réseau en cet endroit; par contre, pour économiser le temps de calcul, la machine supprime d'elle-même des caractéristiques dans les domaines de faibles variations.

### b) Accélération de la convergence du calcul numérique

L'intégration numérique des équations différentielles des caractéristiques s'effectue point par point, chaque nouveau point étant déterminé à partir des précédents à l'aide des valeurs initiales; lorsqu'une première valeur approchée du point cherché est ainsi obtenue, on peut alors former des valeurs moyennes qui permettent d'obtenir une valeur plus précise du point cherché, et ainsi de suite, jusqu'à l'obtention de la précision désirée.

Il est évident que, pour l'ordinateur, le temps de calcul d'un point est directement proportionnel au nombre d'itérations effectuées. Le nombre d'itérations dépend de la précision recherchée, et des coefficients des équations, qui sont eux-mêmes fonctions des variables du calcul. La précision obtenue est contrôlée après chaque itération à l'aide des critères:

$$(13) \quad h_i - h_{i-1} < 10^{-6} \cdot H \quad \text{et} \quad u_i - u_{i-1} < 10^{-6} \cdot \sqrt{gH}$$

où  $h_i$ ,  $u_i$  et  $h_{i-1}$ ,  $u_{i-1}$  représentent les valeurs de la dernière resp. de l'avant-dernière itération et  $H$  représente une hauteur de référence. Si ces critères sont remplis, on interrompt le calcul, sinon on passe à l'itération suivante.

L'influence des coefficients variables des équations sur la convergence numérique est difficile à évaluer; on a pu cependant constater que certaines situations topographiques ou hydrauliques, telles que des élargissements brusques de section ou des écoulements quasi-uniformes ( $i = i_f$ ), avaient pour effet de ralentir énormément la convergence des équations, et nécessitaient alors jusqu'à 100 itérations ou plus.

Le procédé suivant a permis de réduire de façon importante le nombre d'itérations (jusqu'à 4 en moyenne): on admet que les valeurs des itérations successives se comportent comme les termes d'une suite géométrique convergente, dont la limite représente la solution cherchée. A l'aide des trois premières itérations on peut déjà déterminer cette valeur limite. Partant de cette dernière valeur on continue le calcul par itération jusqu'à ce que les critères (12) soient remplis entre les valeurs de deux itérations successives. De plus après chaque cycle de trois itérations on calculera à nouveau la limite de la suite géométrique ainsi formée. Dans la plupart des cas, la précision recherchée est obtenue après un seul cycle de trois itérations.

## 6. Conclusion

Le programme de calcul d'ondes de submersion par la méthode des caractéristiques a été testé dans de nombreux cas aussi bien en nature, tel que Malpasset, qu'en canal d'essai, où l'on avait la possibilité de réaliser des cas extrêmes. Quelques comparaisons entre mesures et calcul feront l'objet d'un prochain article.

Tel qu'il est, le programme de calcul se laisse aisément adapter au traitement d'autres problèmes concernant des écoulements instationnaires, tels que la propagation de crues, l'influence des marées dans les estuaires, les ondes de translation provoquées dans les canaux d'usines par des manœuvres de vannes, etc.... Il suffirait pour cela introduire les conditions initiales et aux limites correspondantes.