Berechnung von Wabenträgern nach der Plastizitätstheorie

Autor(en): **Amstutz, Ernst**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **88 (1970)**

Heft 9: **Sonderheft "Stahlbau in der Schweiz"**

PDF erstellt am: **27.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-84434

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

HERAUSGEGEBEN VON DER VERLAGS-AKTIENGESELLSCHAFT DER AKADEMISCHEN TECHNISCHEN VEREINE, 8021 ZÜRICH, POSTFACH 630

Sonderhefte «Stahlbau in der Schweiz»

Im Jahre 1943, mitten im Krieg, ergriff der Verband Schweizerischer Brückenbau- und Stahlhochbau-Unternehmungen (VSB) die Initiative zur Berichterstattung in der Schweiz. Bauzeitung über die Tätigkeit der Verbandsmitglieder. Sie erfolgte in Heft 5 von Band 122. Zehn Jahre später wurde in H. 23 und 25 des 71. Jahrganges wiederum in ähnlicher Weise Bericht erstattet, und schon 1956 brachten die Hefte 20 und 24 des 74. Jahrganges eine ausführliche Bestandesaufnahme unter dem Titel «50 Jahre VSB». Bald darauf nahm die genannte Organisation den Namen Schweizer Stahlbau-Verband an, der dann in Schweizer Stahlbau-Vereinigung geändert wurde. Diese legte in Heft 18 des 84. Jahrganges in ähnlicher Weise Rechenschaft ab über den Stand des Schweizer Stahlbaues im Jahre 1966.

Und heute soll diese bereits zur guten Tradition gewordene Übung zum fünften Mal erfolgen. Unterdessen sind die Aufgaben der aufgelösten Vereinigung von der «Schweiz. Zentralstelle für Stahlbau» übernommen worden. Wir danken dem Geschäftsführer Dr. *Max Baeschlin* für seine Initiative und seine Bemühungen um die Beschaffung der Beiträge, die von im Stahlbau praktisch tätigen Ingenieuren stammen und angesichts ihres Umfanges auf zwei Hefte verteilt werden müssen.

Die Schweizerische Zentralstelle für Stahlbau gibt das Periodikum «Bauen in Stahl» heraus. Dieses wendet sich an einen sehr weitgespannten Interessentenkreis (Bauherren, Architekten, Ingenieure, Studierende und staatliche Stellen) und verfolgt das Ziel, über ansprechende und zweckmässig gestaltete Bauwerke zu berichten. Die in unsern Sondernummern enthaltenen Aufsätze hingegen beleuchten spezielle Ingenieurprobleme.

Die in der Zentralstelle vereinigten Stahlbau-Unternehmungen repräsentieren ungefähr 90 % der Stahlbaukapazität unseres Landes. Neben der Werbung, wie sie mit der Zeitschrift «Bauen in Stahl» betrieben wird, liegt aber eine der Hauptaufgaben der Zentralstelle in der Förderung der technischen Entwicklung, wobei der Hauptakzent auf die Zweckforschung ausgerichtet ist. Zudem werden technische Hilfsmittel für die Projektierung und Ausführung bereitgestellt, die auch der Rationalisierung in den technischen Bureaux zugute kommen.

Die Technische Kommission der Zentralstelle, welche mit der Förderung der technischen Entwicklung betraut ist, setzt sich aus Ingenieuren der Mitgliedfirmen, aus frei erwerbenden Ingenieuren und aus Vertretern staatlicher Forschungsinstitute und der Technischen Hochschulen zusammen.

Unsern im Stahlbau tätigen Kollegen wünschen wir herzlich ein erfolgreiches Weiterschreiten auf ihrem Weg der Vervollkommnung der Stahlbautechnik!

Die Redaktion

Berechnung von Wabenträgern nach der Plastizitätstheorie

DK 624.023.933.001.2

Von **Ernst Amstutz**, dipl. Ing., Brugg

1. Allgemeines

Wabenträger werden bekanntlich so hergestellt, dass I-Träger aus Stahl durch einen sägezahnförmigen Schnitt des Steges längs getrennt, verschoben und mit vergrösserter Trägerhöhe wieder zusammengeschweisst werden, wodurch bienenwabenförmige Aussparungen im Steg entstehen. Eine weitere Erhöhung des Trägers kann durch zwischengeschweisste Stegbleche erfolgen (patentierte Ausführung). Mit verhältnismässig geringem Arbeitsaufwand können somit Widerstands- und Trägheitsmoment ohne Materialmehrverbrauch beträchtlich erhöht werden.

Hinsichtlich der aufzunehmenden Querkräfte erfährt jedoch der Träger eine erhebliche Schwächung, da die Einzelgurtung auf Biegung beansprucht wird und zudem einen hierfür ungünstigen T-Querschnitt aufweist. Bei frei aufliegenden Balken genügt im allgemeinen der unverstärkte Querschnitt des Gurtes, da an der Stelle der maximalen Querkraft das Moment null ist und umgekehrt. Bei kontinuierlichen Trägern treten jedoch die grösste Querkraft und das grösste Moment im selben Schnitt auf. Daher müssen in einem oder einigen Wabenlöchern die Gurtungen durch eingeschweisste Gabelbleche von einem T-Querschnitt in einen I-Querschnitt verwandelt werden, was aber einen unwirtschaftlichen Arbeitsaufwand erfordert.

Statisch stellt ein Wabenträger einen Vierendeel-Träger mit stark verbreiterten Pfosten dar. Die Berechnung erfolgte bisher mit Hilfe der Elastizitätstheorie, wobei aber zur Vereinfachung der Berechnung der Momentennullpunkt in der Mitte der freien Gurtlänge angenommen und, wenigstens bei gleichen Gurtquerschnitten, die Querkraft gleichmässig auf beide Gurtungen verteilt wurde. Für den Querkraftanteil hat man also bereits einen plastischen Momentenausgleich in den Gurtungen zugrunde gelegt.

Hinsichtlich der Gesamtbeanspruchung bestehen aber noch erhebliche plastische Tragreserven, was aus folgender Überlegung hervorgeht: Bei der Berechnung nach der Elastizitätstheorie ist der innere Rand der Gurtung massgebend. Auf einer Seite des Wabenloches addieren sich die Spannungen aus Gurtnormalkraft und Gurtbiegung, auf der anderen Seite subtrahieren sie sich. Ausgenützt ist also immer nur ein Punkt des Gurtes. Man hat aus Versuchsergebnissen schon bald schliessen können, dass sich die Wabenträger günstiger verhalten, als nach dem Superpositionsgesetz anzunehmen wäre, und es wurde schon behauptet, dass eine Superposition des Querkraft- und des Momenteneinflusses nicht zu erfolgen habe oder dass für die Querkraft nur die Schubspannung, nicht aber die Gurtbiegung zu berücksichtigen sei. Solche Behauptungen halten einer wissenschaftlichen Überprüfung natürlich nicht stand, sie geben jedoch etwa die Richtung der Resultate an, die eine genauere Untersuchung ergeben wird, ohne dass aber diese extrem günstigen Annahmen bestätigt werden.

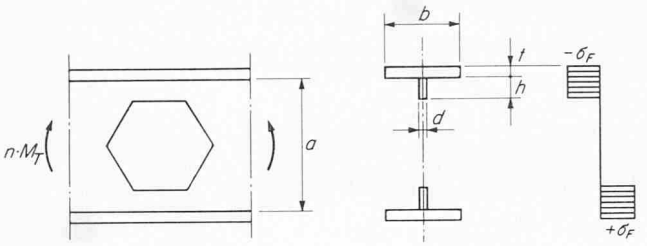

Bild 1. Gleichgewicht bei reiner Biegung

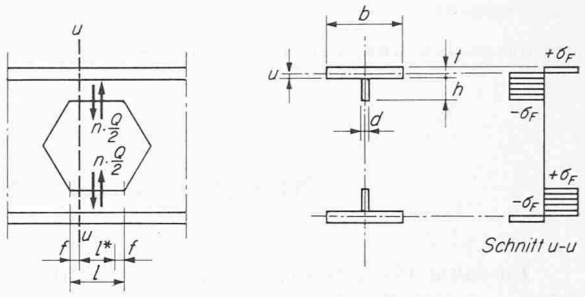

Bild 2. Gleichgewicht bei reinem Schub

Im folgenden wird gezeigt, dass durch eine etwas mühsame Untersuchung nach der Plastizitätstheorie Resultate erzielt werden, die für die Praxis in einfache Form gebracht werden können und damit in den meisten Fällen erlauben, auf Gurtversteifungen zu verzichten. Dadurch wird den Wabenträgern, die bisher vorwiegend als frei aufliegende Balken angewendet wurden, das weitere Feld der kontinuierlichen Balken zur Anwendung eröffnet. Hierbei beschränken wir uns vorläufig auf Träger mit gleichen Gurtquerschnitten und ohne Normalkraft.

2. Grundfälle

Wir benötigen später bei der vereinfachten praktischen Berechnung die beiden Grundfälle «reine Biegung» und «reiner Schub». Wir behandeln diese Grundfälle voraus, da hierbei noch einige Grundsatzfragen abzuklären sind.

a) Reine Biegung

Der Träger ist beansprucht durch das konstante Träger-Biege-Moment M_T. Bezeichnen wir mit n die Sicherheit gegen Fliessen, so ist bei n-facher Belastung $n\,M_T$ über den ganzen Gurtquerschnitt die Fliessgrenze σ_F erreicht. Mit den Trägerabmessungen nach Bild 1 ergibt dann das Gleichgewicht zwischen äusserem und innerem Biegemoment die Gleichung:

$$(1) \qquad n\,M_T = \sigma_F\,[b\,t\,(a+t) + d\,h\,(a-h)]$$

Der Klammerausdruck hat die Bedeutung eines Widerstandsmomentes, das wir sinngemäss mit W_T bezeichnen:

$$(2) \qquad W_T = b\,t\,(a+t) + d\,h\,(a-h)$$

Gleichung (1) geht damit über in

$$(3) \qquad \frac{\sigma_F}{n} = \frac{M_T}{W_T}$$

Spannungsmessungen an Wabenträgern haben gezeigt, dass schon im elastischen Bereich eine angenähert konstante Spannungsverteilung im Gurtquerschnitt herrscht, was wohl eine Folge der Spannungsumlenkung in den Wabenecken ist. Es erübrigt sich daher, die oben getroffenen Annahmen noch besonders zu erhärten.

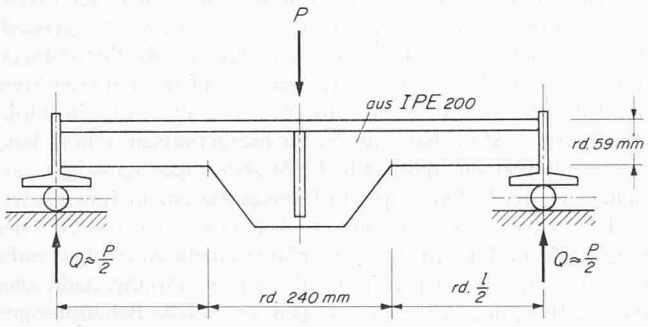

Bild 3. Versuchsträger. Die Länge links betrug bei den vier untersuchten Trägern
$P_1 : l/2 = 56$ mm; $P_2 : l/2 = 101$ mm
$P_3 : l/2 = 201$ mm; $P_4 : l/2 = 349$ mm

b) Reiner Schub

Als reinen Schub wollen wir hier den Fall definieren, bei dem in der Mitte der Wabe das äussere Moment einen Nullpunkt aufweist. Das Moment wird dann allein durch Gurtbiegung aufgenommen. Es treten in diesem Falle zwei Einflüsse auf, die eine besondere Untersuchung erfordern.

Gemäss Bild 2 scheint vorerst der massgebende Punkt für das äussere Moment in der Wabenecke zu liegen. Hier tritt jedoch wegen der Umlenkung der Spannungen ein zweiachsiger Spannungszustand mit verzögerter Fliessmöglichkeit auf. Es wird sich daher in einem gewissen Abstand f von dieser Ecke ein Fliessgelenk bilden; f wird hierbei in bestimmtem Verhältnis zur Gurthöhe $(h+t)$ stehen, also

$$(4) \qquad f = \varphi\,(h+t)$$

Damit wird die wirksame freie Gurtlänge l^*

$$(5) \qquad l^* = l - 2\,f$$

und das massgebende Stabmoment M_S aus der Querkraft Q der beiden Gurtungen zusammen

$$(6) \qquad M_S = Q \cdot \frac{l^*}{2}$$

Für das innere Moment ist zu berücksichtigen, dass die Schubspannung τ die Fliesspannung σ_F auf den Wert $\sigma_F{}^*$ vermindert. Nach der Hypothese von der konstanten Gestaltänderungsarbeit wird

$$(7) \qquad \sigma_F{}^{*2} = \sigma_F{}^2 - 3\,\tau^2$$

Wir machen hier die vereinfachte Rechnungsannahme, dass τ über die Steghöhe konstant sei. In Wirklichkeit ist dies nicht möglich, weil am Rand $\tau = 0$ werden muss. Im Flansch werden die Schubkräfte verhältnismässig gering sein, in der Nähe des Steges jedoch den Wert τ erreichen. Wir machen die vereinfachte Rechnungsannahme, dass auf eine mittlere Flanschbreite $\delta \cdot t$ beidseits des Steges die gleiche Spannung τ wie im Steg herrscht, daneben aber $\tau = 0$ sei. Der wirksame Schubquerschnitt F^* eines Gurtes ist daher

$$(8) \qquad F^* = d\,(h+t) + 2\,\delta\,t^2$$

und somit bei n-facher Belastung

$$(9) \qquad \tau = \frac{n\,Q}{2\,F^*} = \frac{n\,M_S}{l^*\,F^*} = \frac{n\,M_S}{W_\tau}$$

mit der Abkürzung

$$(10) \qquad W_\tau = l^*\,F^*$$

Gemäss Gleichung (7) würde nun die Fliesspannung im Steg und in der mittleren Flanschpartie $\sigma_F{}^*$ und in den äusseren Flanschpartien σ_F betragen. Das ist offensichtlich wegen

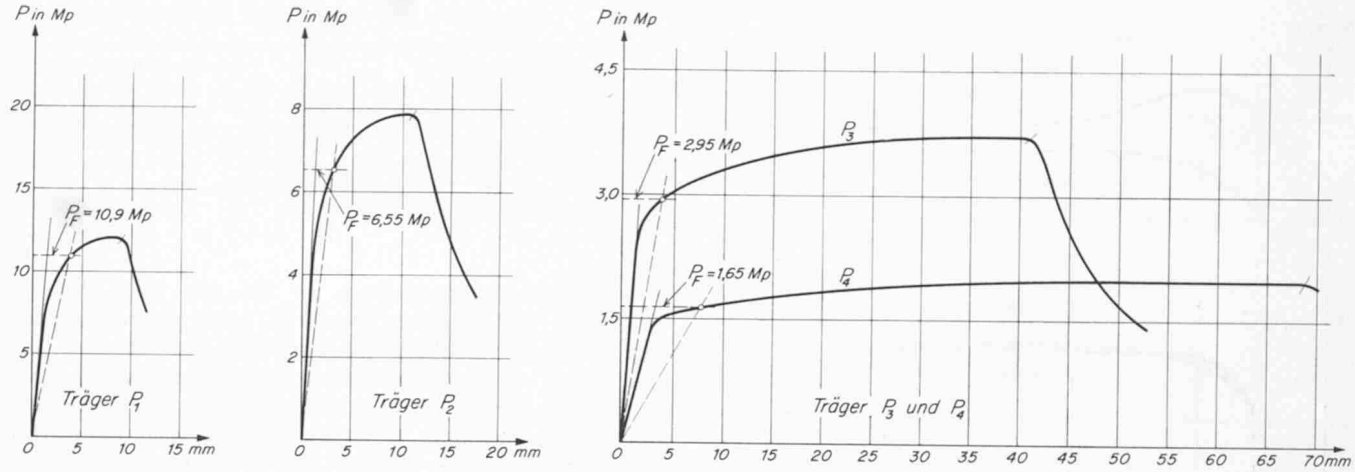

Bild 4. Belastungs-Verformungsdiagramme

der Verformungsbedingungen nicht möglich; wir mindern daher die Fliesspannung über den ganzen Querschnitt auf $\sigma_F{}^*$ ab.

Gemäss Bild 2 ergibt sich der Abstand u der neutralen Axe von der Flanschinnenseite aus der Komponentengleichung in horizontaler Richtung

$$(11) \qquad b\,(t-u) - b\,u - d\,h = 0$$

zu

$$(12) \qquad u = \frac{t}{2} - \frac{d\,h}{2\,b}$$

Es setzt dies voraus, dass $b\,t > d\,h$ (was bei den üblichen Querschnitten immer erfüllt ist), da sonst u negativ würde, womit Gleichung (11) nicht mehr gültig wäre. Die Momentengleichung liefert nun im Fliesszustand, das heisst bei n-facher Belastung,

$$(13) \qquad \frac{n\,M_S}{2} = \left[\frac{b\,(t-u)^2}{2} + b\,\frac{u^2}{2} + d\,h\left(\frac{h}{2}+u\right)\right]\sigma_F{}^*$$

Die Elimination von u mittels Gleichung (12) ergibt

$$(14) \qquad n\,M_S = \left[\frac{b\,t^2}{2} + d\,h\left(h + t - \frac{d\,h}{2\,b}\right)\right]\sigma_F{}^*$$

Der Klammerausdruck hat die Bedeutung eines Widerstandmomentes, das wir sinngemäss mit W_S bezeichnen

$$(15) \qquad W_S = \frac{b\,t^2}{2} + d\,h\left(h + t - \frac{d\,h}{2\,b}\right)$$

Gleichung (14) geht damit über in

$$(16) \qquad \frac{\sigma_F{}^*}{n} = \frac{M_S}{W_S}$$

Wir eliminieren σ_F mittels Gleichung (7) und (9) und erhalten

$$(17) \qquad \frac{\sigma_F}{n} = \frac{M_S}{W_S}\sqrt{1 + 3\left(\frac{W_S}{W_\tau}\right)^2}$$

Mit der Abkürzung

$$(18) \qquad W_S{}^* = \frac{W_S}{\sqrt{1 + 3\left(\frac{W_S}{W_\tau}\right)^2}}$$

lautet Gleichung (17):

$$(19) \qquad \frac{\sigma_F}{n} = \frac{M_S}{W_S{}^*}$$

In den bisherigen Ableitungen für reinen Schub sind die Koeffizienten φ aus Gleichung (4) und δ aus Gleichung (8) noch unbekannt. Zu deren Ermittlung sind an der EMPA Biegeversuche mit Einzelgurtungen gemäss Bild 3 durchgeführt worden. Die Querschnittswerte wurden nach den tatsächlich vermessenen Trägerabmessungen und die Querkraft unter Berücksichtigung der leichten Unsymmetrie der Träger ermittelt.

Für jeden Träger wurde ein Belastungs-Durchbiegungsdiagramm aufgenommen und aus zwei Stegproben die Fliessgrenze im Zugversuch zu 29,9 bzw. 29,6, im Mittel also zu 29,75 kp/mm², ermittelt. Die Biegediagramme Bild 4 zeigen keinen ausgesprochenen Fliessbereich, sondern eine stetige Verflachung bis zum Anriss. Fliess- und Verfestigungsbereich vermischen sich offensichtlich über die Querschnittshöhe. Bei Ausnützung des Verfestigungsbereiches müssten untolerierbar grosse Verformungen auftreten, weshalb wir uns auf den Fliessbereich beschränken wollen.

Als Fliesslast ist diejenige Last im Diagramm definiert worden, welche bezogen auf die elastische Verformung prozentual dieselbe Gesamtverformung ergibt wie im Zugversuch. Im Zugversuch stellt sich an der Fliessgrenze eine elastische Dehnung von $\sigma_F/E = 2{,}975/2100 = 1{,}42\,‰$ ein, während die plastische Dehnung definitionsgemäss 2,00‰ beträgt. Das Verhältnis von Gesamtdehnung zu elastischer Dehnung beträgt daher 3,42/1,42 = 2,40. In den Biegediagrammen Bild 4 wurde die Last mit demselben Verhältnis als nominelle Fliesslast P_F ermittelt.

Mit verschiedenen Kombinationen der Parameter φ und δ wurde nun einerseits das äussere Fliessmoment gemäss Gleichung (6) und anderseits das innere Fliessmoment gemäss Gleichung (19) unter Berücksichtigung von $n = 1$ und dem Umstand ermittelt, dass im Versuch nur ein Gurt vorhanden ist. Gewählt wurde diejenige Kombination der Parameter φ und δ, welche das kleinste prozentuale Fehlerquadrat aus den vier durchgeführten Versuchen ergab. Diese umfangreichen Zahlenrechnungen können hier nicht wiedergegeben werden; sie führten zu den anschaulich sehr plausibeln Werten

$$(20)\,(21) \qquad \varphi = 1/3 \quad \text{und} \quad \delta = 1$$

Somit ist gemäss Gleichungen (5) und (4)

$$(22) \qquad \frac{l^*}{2} = \frac{l}{2} - \frac{h+t}{3}$$

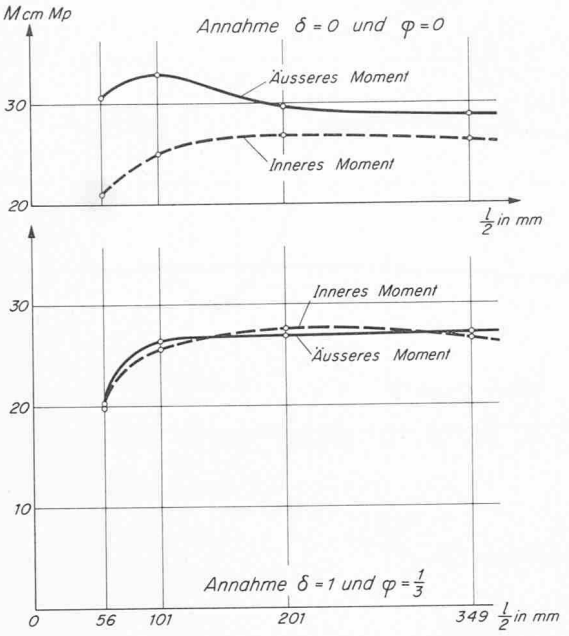

Bild 5. Vergleich inneres und äusseres Moment am Einzelgurt

das heisst, der massgebende Schnitt ist um ein Drittel der Gurthöhe von der Wabenecke abgerückt, und die Schub-Querschnittsfläche beträgt gemäss Gleichung (8)

$$F^* = d\,(h + t) + 2\,t^2 \tag{23}$$

Formel (23) gilt für Profile mit ausgerundeten Ecken, das heisst, die Mehrfläche der Ausrundung darf nicht zusätzlich berücksichtigt werden. Bei scharfkantiger Ausbildung dürfte der Flanschanteil schätzungsweise nur etwa halb so gross gewählt werden.

Tabelle 1 gibt einen Vergleich des inneren und äusseren Momentes für die Annahmen gemäss Gleichungen (20) und (21). Der mittlere quadratische Fehler beträgt nur 2,5%. In Bild 5 sind unten die Resultate graphisch aufgetragen, während oben die Momente für $\delta = 0$ und $\varphi = 0$, das heisst für den Fall dargestellt sind, dass die Querkraft durch den Steg allein aufgenommen und das äussere Moment in der Wabenecke ermittelt wird. Beide Kurven fallen stark auseinander. Die Kurve für das äussere Moment zeigt deutlich den Einfluss des verschobenen Bezugspunktes (Krümmung der Kurve nach oben) und den Einfluss der Schubspannung (Krümmung der Kurve nach unten).

3. Kombinierte Beanspruchung

Der Spannungszustand bei Vollplastizität ist in Bild 6 dargestellt. Er ist dann erreicht, wenn unter n-facher äusserer Belastung in allen vier Eckpartien, also in den Schnitten u und v, obere und untere Randspannungen der Gurtungen die reduzierte Fliessgrenze σ_F^* erreichen. Massgebend sind dabei die Schnitte u und v im Abstand l^* gemäss Gl. (22). An diesen Punkten wirken die äusseren Biegemomente M_u bzw. M_v.

Tabelle 1. Auswertung der Versuche mit Einzelgurtungen.

Nr.	Äusseres Moment P_F Mp	Q_F Mp	$h+t$ cm	$l^*/2$ cm	$M_S/2$ cm Mp	Inneres Moment F^* cm²	$W_\tau/2$ cm³	$W_S/2$ cm³	$W_S^*/2$ cm³	$M_S/2$ cm Mp
P_1	10,9	5,48	5,90	3,63	19,9	4,59	16,7	9,67	6,82	20,3
P_2	6,55	3,26	5,86	.8,15	26,6	4,50	36,7	9,43	8,61	25,6
P_3	2,95	1,48	5,82	18,16	26,9	4,58	83,2	9,47	9,28	27,6
P_4	1,65	0,825	5,69	33,0	27,2	4,51	149	9,01	8,95	26,6

Die Spannungsverteilung ist für den Fall positiven Momentes und positiver Querkraft unter Zugrundelegung der üblichen Vorzeichenregeln dargestellt. Im Schnitt u liegt unter dieser Voraussetzung und der weiteren Bedingung $b\,t > d\,h$ die neutrale Axe des Gurtquerschnittes im Flansch im Abstand u vom Steg. Im Schnitt v sind zwei Fälle möglich. Bei starker Gurtbiegung liegt die neutrale Axe im Abstand v vom Steg ebenfalls im Flansch (Fall I). Bei geringer Gurtbiegung liegt hingegen die neutrale Axe im Abstand v vom Flansch, also im Steg (Fall II). Beide Fälle müssen getrennt behandelt werden.

Die Momentengleichung im Schnitt u lautet mit den Bezeichnungen nach Bild 6:

$$n\,M_u = [b\,u\,(a + u) + d\,h\,(a - h) - b\,(t - u)\,(a + 2\,u + t - u)]\,\sigma_F^* \tag{24}$$

zusammengefasst ergibt sich

$$\frac{n\,M_u}{\sigma_F^*} = 2\,b\,u^2 + 2\,b\,a\,u - b\,t\,(a + t) + d\,h\,(a - h) \tag{25}$$

Im Fall I lautet die Momentengleichung im Schnitt v:

$$n\,M_v = [-b\,v\,(a + v) - d\,h\,(a - h) + b\,(t - v)\,(a + 2\,v + t - v)]\,\sigma_F^* \tag{26}$$

Zusammengefasst ergibt sich:

$$\frac{n\,M_v}{\sigma_F^*} = -2\,b\,v^2 - 2\,b\,a\,v + b\,t\,(a + t) - d\,h\,(a - h) \tag{27}$$

Ferner ist die Bedingung zu erfüllen, dass die Normalkraft in einem Gurt im Schnitt u und im Schnitt v gleich gross sein muss:

$$b\,(t - u) - b\,u - d\,h = -(t - v)\,b + v\,b + d\,h \tag{28}$$

somit

$$v = -u + t - \frac{d\,h}{b} \tag{29}$$

Setzen wir diesen Wert in Gleichung (27) ein, so erhalten wir nach einiger Zwischenrechnung:

$$\frac{n\,M_v}{\sigma_F^*} = -2\,b\,u^2 + 2\,u\,(a\,b + 2\,b\,t - 2\,d\,h) - b\,t\,(a + t) + d\,h\left(a + h + 4\,t - 2\,\frac{d\,h}{b}\right) \tag{30}$$

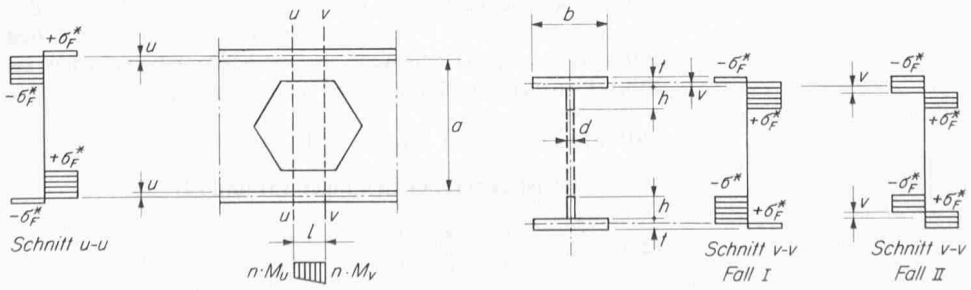

Bild 6. Gleichgewicht bei kombinierter Beanspruchung

Wir eliminieren nun aus den Gleichungen (25) und (30) die uns nicht weiter interessierende Grösse u. Durch Addition beider Gleichungen fällt vorerst u^2 heraus:

$$(31)\quad \frac{n\,(M_u + M_v)}{2\,\sigma_F^*} = 2\,u\,(a\,b + b\,t - d\,h) - b\,t\,(a + t) + d\,h\left(a + 2\,t - \frac{d\,h}{b}\right)$$

Den Mittelwert zwischen M_u und M_v bezeichnen wir als «Trägermoment» M_T;

$$(32)\quad M_T = \frac{M_u + M_v}{2}$$

Mit den weiteren Abkürzungen

$$(33)\quad A = 2\,(a\,b + b\,t - d\,h)$$

$$(34)\quad B = b\,t\,(a + t) - d\,h\left(a + 2\,t - \frac{d\,h}{b}\right)$$

$$(35)\quad C = -b\,t\,(a + t) + d\,h\,(a - h)$$

geht Gleichung (31) über in

$$(36)\quad \frac{n\,M_T}{\sigma_F^*} = A\,u - B$$

woraus

$$(37)\quad u = \frac{1}{A}\left(\frac{n\,M_T}{\sigma_F^*} + B\right)$$

Diesen Wert setzen wir nun in (25) ein und erhalten:

$$(38)\quad \left(\frac{n\,M_T}{\sigma_F^*}\right)^2 + \frac{n}{\sigma_F^*}\left[M_T\,(2\,B + a\,A) - M_u\,\frac{A^2}{2\,b}\right] + B^2 + a\,B\,A + \frac{A^2\,C}{2\,b} = 0$$

Die halbe Differenz der Gurtmomente bezeichnen wir als «Stabmoment» M_S

$$(39)\quad M_S = \frac{M_v - M_u}{2}$$

Zusammen mit Gleichung (32) ergibt sich dann

$$(40)\quad M_u = M_T - M_S$$

Wir ersetzen ferner σ_F^* mit Hilfe von Gleichung (7) durch σ_F

$$(41)\quad \frac{\sigma_F^*}{\sigma_F} = \sqrt{1 - 3\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)^2} = \sqrt{1 - 3\left(\frac{n\,M_S}{\sigma_F\,W_\tau}\right)^2} = k$$

Damit geht Gleichung (38) über in die Hauptbeziehung:

$$(42)\quad \left(\frac{n\,M_T}{\sigma_F}\right)^2 + \frac{n\,M_T}{\sigma_F}\,k\left[2\,B + a\,A - \frac{A^2}{2\,b}\right] + \frac{n\,M_S}{\sigma_F}\,k\,\frac{A^2}{2\,b} + k^2\left[B^2 + a\,B\,A + \frac{A^2\,C}{2\,b}\right] = 0$$

Eine analoge Beziehung wird nun hergeleitet für den Fall II. Die Momentengleichung im Schnitt v lautet:

$$(43)\quad n\,M_v = [b\,t\,(a + t) + d\,v\,(a - v) - d\,(h - v)\,(a - 2\,v - h + v)]\,\sigma_F^*$$

Zusammengefasst ergibt sich

$$(44)\quad \frac{n\,M_v}{\sigma_F^*} = -2\,d\,v^2 + 2\,d\,a\,v + b\,t\,(a + t) - d\,h\,(a - h)$$

Die Bedingung gleicher Gurtkraft im Schnitt u und v liefert:

$$(45)\quad b\,(t - u) - b\,u - d\,h = -b\,t - d\,v + d\,(h - v)$$

woraus

$$(46)\quad v = h + \frac{b}{d}\left(u - t\right)$$

Setzen wir diesen Wert in Gleichung (44) ein, so erhalten wir nach einiger Zwischenrechnung:

$$(47)\quad \frac{n\,M_v}{\sigma_F^*} = -2\,\frac{b^2}{d}\,u^2 + 2\,b\,u\left(a - 2\,h + 2\,\frac{b}{d}\,t\right) - b\,t\left(a - 4\,h - t + \frac{2\,b}{d}\,t\right) + d\,h\,(a - h)$$

Um vorerst u^2 zu eliminieren, erweitern wir diese Gleichung mit d/b und addieren sie zu Gleichung (25), woraus sich ergibt

$$(48)\quad \frac{n}{\sigma_F^*}\left(M_u + \frac{d}{b}\,M_v\right) = 2\,u\left(d\,a - 2\,d\,h + 2\,\frac{b}{d}\,t + b\,a\right) - d\,t\left(a - 4\,h - t + 2\,\frac{b}{d}\,t\right) - b\,t\,(a + t) + d\,h\,(a - h)\left(1 + \frac{d}{b}\right)$$

Mit den Abkürzungen

$$(49)\quad M_w = M_u + \frac{d}{b}\,M_v$$

$$(50)\quad D = 2\,d\,(a - 2\,h) + 2\,b\,(a + 2\,t)$$

$$(51)\quad E = d\,t\,(a - 4\,h - t) + b\,t\,(a + 3\,t) - d\,h\,(a - h)\left(1 + \frac{d}{b}\right)$$

drückt sich Gleichung (48) in der Form

$$(52)\quad \frac{n\,M_w}{\sigma_F^*} = D\,u - E$$

aus und ergibt

$$(53)\quad u = \frac{1}{D}\left(\frac{n\,M_w}{\sigma_F^*} + E\right)$$

Diesen Wert setzen wir in Gleichung (25) ein und erhalten unter Beachtung des Hilfswertes (35):

$$(54)\quad \left(\frac{n\,M_w}{\sigma_F^*}\right)^2 + \frac{n}{\sigma_F^*}\left[M_w\,(2\,E + a\,D) - M_u\,\frac{D^2}{2b}\right] + E^2 + a\,E\,D + \frac{D^2\,C}{2b} = 0$$

Wir ersetzen M_u durch M_w und M_s. Aus den Beziehungen (39) und (49) folgt:

$$(55)\quad M_u = \frac{M_w - 2\,\frac{d}{b}\,M_S}{1 + \frac{d}{b}}$$

Unter weiterer Beachtung von Gleichung (41) gelangen wir zur Formel

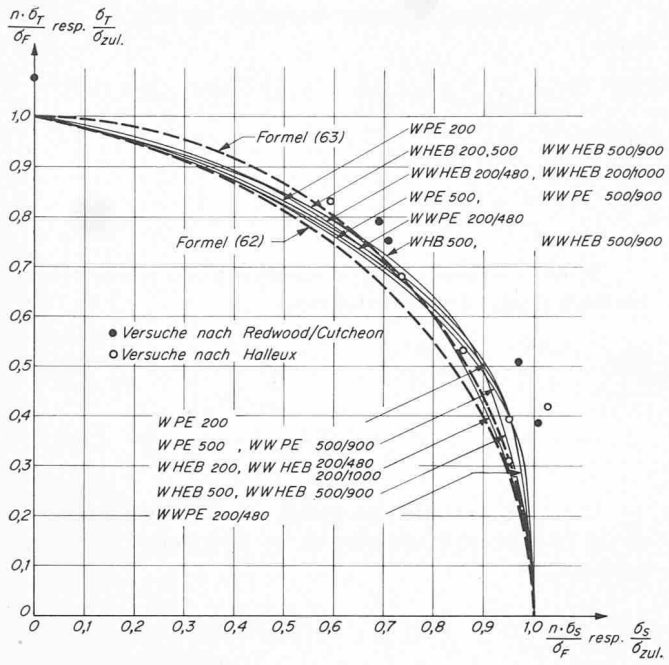

Bild 7. Vergleich theoretischer Werte mit Näherungsformeln und Versuchswerten (W = einfache, WW = «aufgestelzte» Wabenträger)

$$(56)\quad \left(\frac{n\,M_w}{\sigma_F}\right)^2 + \frac{n\,M_w}{\sigma_F}\,k\left[2E + a\,D - \frac{D^2}{2\,(b+d)}\right] + \frac{n\,M_S}{\sigma_F}\,k\,\frac{d\,D^2}{b\,(b+d)} + k^2\left[E^2 + a\,E\,D + \frac{D^2\,C}{2\,b}\right] = 0$$

Aus den Gleichungen (32), (39) und (49) gewinnen wir schliesslich

$$(57)\quad M_T = \frac{M_w + M_S\left(1 - \frac{d}{b}\right)}{1 + \frac{d}{b}}$$

Die Auflösung der Gleichungen (42) bzw. (56) und (57) ist im einzelnen Fall ein mühsames Unterfangen. Wir versuchen daher, die Resultate in Diagrammform oder in einer Näherungsformel darzustellen. Die Berechnungen wurden für verschiedene Profile I PE und HEA mit und ohne Zwischenbleche auf dem Computer der HTL Windisch durchgeführt. Als Parameter wurden verschiedene Werte $n\,M_S/\sigma_F$ angenommen und dann aus Gleichung (41) die k-Werte und aus Gleichung (42) bzw. (56) und (57) die zugehörigen Werte $n\,M_T/\sigma_F$ ermittelt. Um die Resultate dimensionslos und vergleichbar darzustellen, werden im Diagramm Bild 7 als Abszisse die Verhältniswerte $n\,M_S/\sigma_F\,W_S{}^*$ und als Ordinate die Verhältniswerte $n\,M_T/\sigma_F\,W_T$ aufgetragen, und zwar nur jeweils gültiger Fall I oder II [$W_S{}^*$ und W_T nach Formel (18) und (2)].

Mit den Abkürzungen

$$(58)\,(59)\quad \sigma_S = \frac{M_S}{W_S{}^*} \quad \text{und} \quad \sigma_T = \frac{M_T}{W_T}$$

welche nominelle Spannungsanteile aus Stabbiegung und Trägerbiegung bezeichnen, ergeben die Abszissen die Verhältnisse $n\,\sigma_S/\sigma_F$ und die Ordinaten die Verhältnisse $n\,\sigma_T/\sigma_F$.

Aus dem Diagramm Bild 7 ergeben sich folgende Schlüsse:

a) Träger mit oder ohne Zwischenbleche geben praktisch identische Kurven.

b) Die Kurven für grosse und kleine I PE liegen sehr nahe beisammen.

c) Die Kurven für grosse und kleine Breitflanschträger HE weichen stärker voneinander ab, was offenbar eine Folge der konstanten Flanschbreite bei den Profilen über 300 mm Höhe ist.

d) Die Kurven für PE- und grosse HE- Profile weichen nur geringfügig voneinander ab.

4. Vergleich mit Versuchen

Wir wollen nun die vorstehend entwickelte Theorie mit zwei bereits durchgeführten und publizierten Versuchsreihen vergleichen. *R. G. Redwood* und *J. O. McCutcheon*[1]) haben Versuche mit I-Trägern durchgeführt, deren Stege durch runde, ovale oder rechteckige Öffnungen geschwächt waren. Zum Vergleich mit Wabenträgern können die letztgenannten gebraucht werden, es sind die Versuchsträger Nr. 11H, 2F, 21H, 4F und 4H. Die Träger 21G und 4G sind hingegen nicht verwendbar, weil der Steg zwischen zwei Öffnungen zu schmal ist.

Die Fliessgrenzen sind für jeden Träger sowohl im Steg wie auch im Flansch ermittelt worden; sie liegen etwas über 30 kp/mm². Demgemäss habe ich aus den Belastungs-Durchbiegungsdiagrammen die Fliessgrenze analog ermittelt wie bei den eigenen Versuchen unter Kap. 2.

Die Querschnittswerte wurden aus den effektiven Abmessungen ermittelt. Da die Ecken des Ausschnittes ausgerundet waren, ist als freie Länge l das Mittel aus dem geraden Teil der Ausschnittkante und aus der Gesamtlänge der Öffnung angenommen worden. Für die Trägerbiegung wurde die Fliessgrenze des Flansches und für die Gurtbiegung diejenige des Steges verwendet.

Die so ermittelten Punkte sind im Diagramm Bild 7 eingetragen; sie liegen um wenige Prozente ausserhalb der theoretischen Kurven, die Theorie bleibt also auf der sicheren Seite.

Von *P. Halleux*[2]) liegen Versuchsergebnisse mit Wabenträgern I PE 300 vor. Zum Vergleich mit der Theorie verwenden wir die Versuche Nr. I/1, I/1B, I/3, II/1, II/3 und II/3B. Bei den Trägern Typ 5 sind die Gurtstege so hoch, dass das Fliessen nicht mehr im Querkraftfeld, sondern im Mittelfeld erfolgte, wo das Moment etwas grösser war; diese Versuche können daher nicht zum Vergleich herangezogen werden. Die effektiven Trägerabmessungen sind in der Veröffentlichung nicht angegeben, weshalb die theoretischen verwendet werden mussten. Ebenso wurde die Fliessgrenze der Träger nicht ermittelt, sondern es wurde der theoretische Minimalwert von 24 kp/mm² angenommen. Da dieser Wert viel zu tief liegen dürfte, nehmen wir denselben Wert an wie bei den Versuchsträgern nach Kap. 2, nämlich 30 kp/mm². Die Fliesslast ist ebenfalls wie vorgängig beschrieben aus den Belastungs-Durchbiegungsdiagrammen ermittelt worden.

Die so berechneten Versuchspunkte liegen im Diagramm Bild 7 fast alle ebenfalls ausserhalb der theoretischen Kurven und bestätigen damit, dass die vorliegende Theorie um weniges auf der sichern Seite liegt.

5. Praktische Anwendung

Die Anwendung der vorstehenden Theorie gestaltet sich nun äusserst einfach. Aus dem äusseren Trägermoment M_T und dem Widerstandsmoment W_T nach Gleichung (2) ermitteln wir die Trägerspannung σ_T nach Gleichung (59), ebenso die Stabspannung σ_S aus den Gleichungen (58), (18)

[1]) *Richard G. Redwood* und *John O. McCutcheon:* Beam tests with unreinforced web openings, Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Vol. 94, No. St 1, January 1968.

[2]) *Pierre Halleux:* Grenzanalyse bei Wabenträgern. «Acier Stahl Steel» 32 (1967), H. 3, S. 129–141.

und (15). Führen wir hier statt des Stabmomentes M_S direkt die Querkraft nach Gleichung (6) ein, so ergibt sich

$$(60) \qquad \sigma_S = Q \frac{l^*}{2W_S^*} = \frac{Q}{F_S}$$

$$(61) \qquad \text{mit } F_S = \frac{2W_S^*}{l^*}$$

Für normierte Trägerreihen können die Querschnittswerte W_T und F_S tabelliert werden[3]).

Das Diagramm Bild 7 wird nun wie folgt verwendet:

a) Zur Ermittlung der Sicherheit n gegen Vollplastifizierung wird der Punkt mit den Koordinaten σ_S/σ_F und σ_T/σ_F im Diagramm eingetragen und mit dem Koordinatenursprung verbunden. Die Sicherheit n ist dann das Verhältnis des Vektors bis zur entsprechenden Kurve zum Vektor des eingetragenen Punktes.

b) Unter Verwendung von $\sigma_{zul} = \sigma_F/n$ wird der Punkt mit den Koordinaten σ_S/σ_{zul} und σ_T/σ_{zul} im Diagramm eingetragen. Liegt dieser Punkt innerhalb der entsprechenden Kurve, so ist $\sigma < \sigma_{zul}$.

Anstelle des Diagrammes können auch Näherungsformeln verwendet werden. Da der Streubereich der Kurven in radialer Richtung nur wenige Prozente beträgt, so kann eine einheitliche Kurve gewählt werden, die aus Sicherheitsgründen innerhalb aller ermittelten Kurven liegen soll. Diese Kurve entspricht der Näherungsformel:

$$(62) \qquad n^2 \left[\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_F}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{\sigma_S}{\sigma_F}\right)^2 \right] + n\frac{1}{3}\frac{\sigma_S}{\sigma_F} \simeq 1$$

die Abweichungen betragen bis $+ 5\%$.

Einfacher in der Anwendung ist als Näherungskurve der Kreis

$$(63) \qquad n^2 \left[\left(\frac{\sigma_T}{\sigma_F}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_S}{\sigma_F}\right)^2 \right] \approx 1,$$

die Abweichungen betragen bis $\pm 4\%$. Die Auflösung nach n ergibt die Sicherheit gegen Vollplastifizierung.

Mit $\sigma_{zul} = \sigma_F/n$ kann Gleichung (62) auch als Ungleichung in folgender Form geschrieben werden:

$$(64) \qquad \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{zul}}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{\sigma_S}{\sigma_{zul}}\right)^2 + \frac{1}{3}\frac{\sigma_S}{\sigma_{zul}} \leq 1$$

Aus Gleichung (63) ergibt sich die ideelle Ersatzspannung

$$(65) \qquad \sigma_{id} = \sqrt{\sigma_T^2 + \sigma_S^2}$$

Es muss dann $\sigma_{id} \leq \sigma_F/n = \sigma_{zul}$ erfüllt sein.

Da der Kreis nach Gleichung (63) bzw. (65) innerhalb der Versuchspunkte nach Redwood/McCutcheon bzw. Halleux verläuft und sich diesen Versuchspunkten noch besser anschmiegt als Gleichung (62) bzw. (64), so bestehen keine Bedenken, diese in der Anwendung viel einfacheren Formeln zu verwenden, obwohl sie teilweise gegenüber der dargestellten Theorie bis etwa 4% auf der unsicheren Seite liegen. Es kann leicht nachgewiesen werden, dass für einen Rechteckquerschnitt des Gurtes, also für $b = d$ und $h = t$, unter Vernachlässigung der dann kleinen Schubspannungen die Beziehungen (63) und (65) genau gelten. Es kann daher auch für den I-Querschnitt des Gurtes bei verstärkten Waben mit diesen Gleichungen gerechnet werden, wobei natürlich die Querschnittswerte entsprechend bestimmt werden müssen, was hier aber zu weit führen würde.

Auf die übrigen Sicherheitsnachweise kann hier nicht eingegangen werden. Bei den «aufgestelzten» Wabenträgern (Schweizer Patent Nr. 376 257) wird die Beanspruchung der Zwischenbleche durch die Plastizitätstheorie kaum beeinflusst, weshalb der Spannungs- und der Stabilitätsnachweis nach der Elastizitätstheorie geführt werden können.

Die Belastungs-Durchbiegungskurven nach Bild 4 zeigen, dass bis zu einer Belastung von 2/3 der Fliesslast der Träger sich elastisch verhält, so dass unter Annahme einer Sicherheit gegen Fliessen von 1,5 im Bereich der Betriebsbelastungen die Durchbiegungen nach der Elastizitätstheorie ermittelt werden können.

Vorstehende Berechnungsart nach der Plastizitätstheorie bringt gegenüber der Elastizitätstheorie folgende Vergünstigungen:

a) Die Widerstandsmomente für Träger- und insbesondere Gurtbiegung sind grösser.

b) Der Hebelarm für die Gurtbiegung kann verkleinert werden.

c) Die Stegfläche zur Aufnahme der Schubkräfte kann vergrössert werden.

d) Der Momentennullpunkt im Gurtstab stellt sich günstigst ein, wodurch die gegenseitige Beeinflussung von Biegung und Querkraft geringer wird als nach dem Superpositionsgesetz. Praktisch wirkt sich dies so aus, dass der für das maximale Moment bemessene Wabenträger i. a. auch die Querkräfte aufnehmen kann und bei kontinuierlichen Trägern Verstärkungen höchstens bei dem direkt am Zwischenauflager anschliessenden Wabenloch nötig werden.

[3]) Die Tabellen für die Litzka-Träger sind bei der Firma Wartmann & Cie. AG in Brugg erhältlich.

Adresse des Verfassers: Ernst Amstutz, dipl. Ing., Direktor in der Firma Wartmann & Cie. AG, 5200 Brugg

Brandschutz von Stahlkonstruktionen

DK 624.014.2:614.848

Von **J. P. Décoppet**, dipl. Ing., Vevey

Die Technische Kommission der Schweizerischen Zentralstelle für Stahlbau hat eine Veröffentlichung über die Probleme des Feuerschutzes von Stahlbauten herausgegeben. Eine französische Übersetzung dieses Textes wird im Frühjahr 1970 erscheinen. Bis vor kurzem gab es in der Schweiz noch keine öffentlichen Richtlinien, welche als Grundlage für eine wissenschaftliche Berechnung des Brandwiderstandes von Stahlkonstruktionen dienen könnten. Im März 1969 hat der Kanton Zürich Richtlinien für den Brandschutz von Stahlbauten genehmigt. Es war somit zweckmässig, die in der Schweiz wenig bekannten Berechnungsmethoden des Feuerschutzes zu veröffentlichen und sie in allen interessierten Kreisen zu verbreiten.

Die vorgeschlagene Berechnungsmethode, die sich auf die Ergebnisse von zahlreichen schweizerischen und ausländischen Versuchen stützt, beruht auf sechs grundsätzlichen Begriffen:

1. *Die Brandbelastung.* Sie ist die Wärmemenge aller brennbaren Stoffe, bezogen auf die Brandabschnittfläche.
2. *Der Brandverlauf.* Damit wird die Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit während des Brandes bezeichnet; sie wird entsprechend der EMPA-Normbrandkurve angenommen.
3. *Der Erwärmungsvorgang* (Temperatur-Zeit-Funktion des Stahlelementes). Er hängt von Form und Grösse des