

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	87 (1969)
<b>Heft:</b>	52
<b>Artikel:</b>	Eine Methode für die plastische Bemessung von statisch unbestimmten Stahlbetonbalken
<b>Autor:</b>	Crainic, Liviu
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-70833">https://doi.org/10.5169/seals-70833</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Die technische Ausbildung der Betonbalken ist ein wichtiger Teil der Bauwissenschaft. Die Entwicklung und Anwendung neuer Methoden und Materialien ist unabdingbar für die Fortschritte im Bauwesen. Die Schweizerische Bauzeitung ist eine wichtige Quelle für die technische Entwicklung und die Praxis des Betonbaus.

Die technische Ausbildung der Betonbalken ist ein wichtiger Teil der Bauwissenschaft. Die Entwicklung und Anwendung neuer Methoden und Materialien ist unabdingbar für die Fortschritte im Bauwesen. Die Schweizerische Bauzeitung ist eine wichtige Quelle für die technische Entwicklung und die Praxis des Betonbaus.

## Eine Methode für die plastische Bemessung von statisch unbestimmten Stahlbetonbalken

Von Liviu Crainic, dipl. Ing., Bukarest

DK 624.041.2:539.374

### 1. Einleitung, Problemstellung

Bei der schrittweisen Belastung eines *statisch bestimmten* Stahlbetonbalkens kann man feststellen, dass die Beziehung zwischen Lasten (oder Beanspruchungen) und Verformungen nur für kleine Werte der Lasten geradlinig ist. In Bild 1 ist das Momenten-Krümmungs-Gesetz ( $M : 1/\rho$ ) eines Stahlbetonbalkens mit einem mittleren Armierungsgehalt dargestellt. Beim Auftreten der ersten Risse bemerkt man eine Änderung der Kurventangente. Die Verformungen wachsen schneller an als die Beanspruchungen je mehr sich die Belastung der Bruchlast nähert. Die Ursachen für die Abweichung vom linearen Gesetz sind: Rissbildung, plastische Verschiebungen des Betons und der Armierung sowie plastische Verschiebungen zwischen Beton und Zugarmierung. Die plastischen Verformungen entwickeln sich entlang einer bestimmten Zone, deren Länge von der Art des Momenten-Diagramms und des Momenten-Krümmungs-Gesetzes für jeden Querschnitt des Balkens abhängt. Man kann annehmen, dass die Verformungen in einem «plastischen Gelenk», das im Schwerpunkt der plastischen Zone liegt, konzentriert sind. Meistens benutzt man für die Berechnung vereinfachte Formen des Momenten-Rotations-Gesetzes, wie sie in Bild 2 dargestellt sind.

Der Rotationswinkel, welcher in einem plastischen Gelenk zum Bruch führt, wird als «kritischer Gelenkwinkel» bezeichnet [1]. Im Gegensatz zu plastischen Gelenken in Stabtragwerken aus homogenem duktilem Material wie Stahl ist der kritische Gelenkwinkel bei Stahlbetonbalken oft viel enger begrenzt.

Plastische Gelenke spielen vor allem bei *statisch unbestimmten Systemen* eine Rolle. Mit dem Erfassen der plastischen Verformungen braucht das Momenten-Diagramm für die Bemessung nicht mit dem elastischen übereinzustimmen. Die Berücksichtigung der plastischen Verformungen erlaubt es auch, beim Momentennachweis die Belastungsreserven zu bestimmen. Diese ergeben sich aus der Tatsache, dass das Erscheinen eines plastischen Gelenkes nicht mit dem Bruch des Tragwerkes zusammenfällt.

Jedes Verhalten für die plastische Berechnung eines Stahlbetontragwerkes muss zwei Kategorien von Bedingungen berücksichtigen [6], [12]:

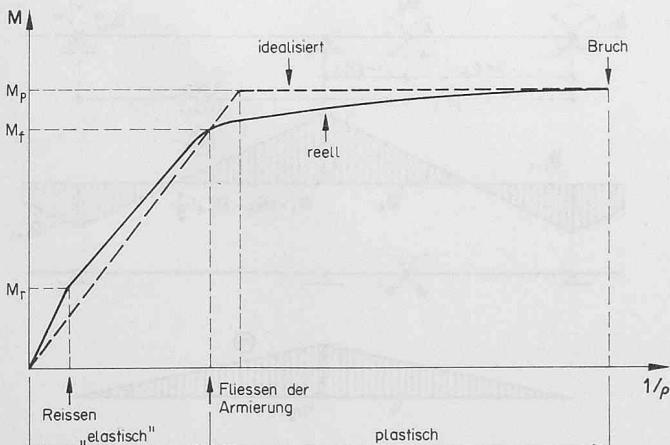


Bild 1. Momenten-Krümmungs-Diagramm eines Stahlbetonbalkens

### a) Bedingungen für den Bruchzustand:

- Der effektive plastische Gelenkwinkel muss kleiner als der kritische sein;
- Es soll das verfrühte Versagen infolge Schubbeanspruchung vermieden werden.

### b) Bedingungen für den Gebrauchs Zustand:

- Es dürfen keine plastischen Gelenke auftreten;
- Rissweite, Durchbiegungen und Druckspannung im Beton müssen begrenzt sein.

Ziel dieser Arbeit ist, eine Methode für das Wählen des Momenten-Diagramms für die Bruchlast zu finden, derart, dass die Bedingung der Begrenzung der plastischen Gelenkwinkel erfüllt wird, dass also in jedem plastischen Gelenk der effektive plastische Gelenkwinkel kleiner als der kritische ist.

Dazu werden folgende *Voraussetzungen* gemacht:

1. Die plastischen Verformungen in einem plastischen Gelenk sollen sich auf einen einzigen Stabquerschnitt konzentrieren.
2. Es wird ein idealisierter Momenten-Krümmungs-Verlauf angenommen, wie er in Bild 1 gestrichelt dargestellt ist. Für die Bestimmung des kritischen Gelenkwinkels kann man die Arbeiten [1], [4], [5], [16] heranziehen.
3. Man nimmt an, dass unter proportional wachsenden Lasten die auftretenden plastischen Gelenke sich immer in der selben Richtung drehen bis zum Bruch. Das heisst, es soll bei der Belastung bis zum Bruch des Tragwerkes keine plastischen Gelenke geben, die sich wieder schliessen.
4. Es wird angenommen, dass die Biegesteifigkeiten bekannt sind.

In der Form, die hier dargestellt wird, ist die Methode für Durchlaufträger angewandt, sie kann aber auch auf andere Arten von Tragwerken erweitert werden.

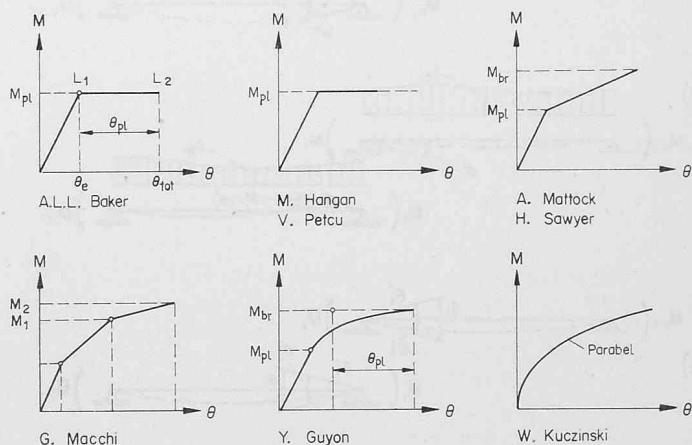


Bild 2. Vereinfachte Formen von Momenten-Rotations-Diagrammen

## 2. Die Berechnung des plastischen Gelenkwinkels

Wir betrachten einen  $n$ -fachen statisch unbestimmten Durchlaufträger, der mit der Last  $p_{Br}$  belastet ist. Durch die Last  $p_{Br}$  sind darin  $n$  plastische Gelenke erzeugt worden, das heisst das System ist statisch bestimmt geworden.

Den Gelenkwinkel kann man als Summe der Rotationen der beiden an das plastische Gelenk angrenzenden Querschnitte bestimmen. Diese Rotationen werden für die Trägerteile berechnet, aus denen sich das Tragwerk zusammensetzt. Die Balken werden mit der Last  $p_{Br}$  und in den plastischen Gelenken mit den plastischen Momenten  $M_p$  belastet (Bild 3). Betrachtet man demgegenüber das elastische Momentendiagramm des Durchlaufträgers mit der selben Last  $p_{Br}$ , so sind in diesem Fall die Rotationen an den Stellen der plastischen Gelenken gleich Null.

Wenn man die beiden Beanspruchungen (d. h. diejenige des «plastischen» Balkens mit  $p_{Br}$  und  $M_p$ , und diejenige des «elastischen» Balkens mit  $p_{Br}$ ) mit ungleichen Vorzeichen superponiert, so verbleibt einzig eine Momenten-Belastung in den plastischen Gelenken

$$(1) \quad \bar{M}_i = M_p - M_e$$

Aus dieser Beanspruchung, die auch als «Eigenspannungszustand»<sup>1)</sup> aufgefasst werden kann, lässt sich der plastische Gelenkwinkel berechnen. Auf diese Möglichkeit ist zuerst von Prof. M. Hangan [7], [8] bei partiell plastifizierten Tragwerken hingewiesen worden. Das entsprechende Verfahren geht aus Bild 3 hervor.

Die folgenden Fälle sind zu unterscheiden:

<sup>1)</sup> Spannungszustand, der ohne die Wirkung äusserer Lasten zusteht. In einem statisch unbestimmten Tragwerk kann man einen solchen Zustand bei Vorspannung, Stützensenkungen, plastischen Verformungen, usw. verwirklichen (vgl. auch [11] und [14]).

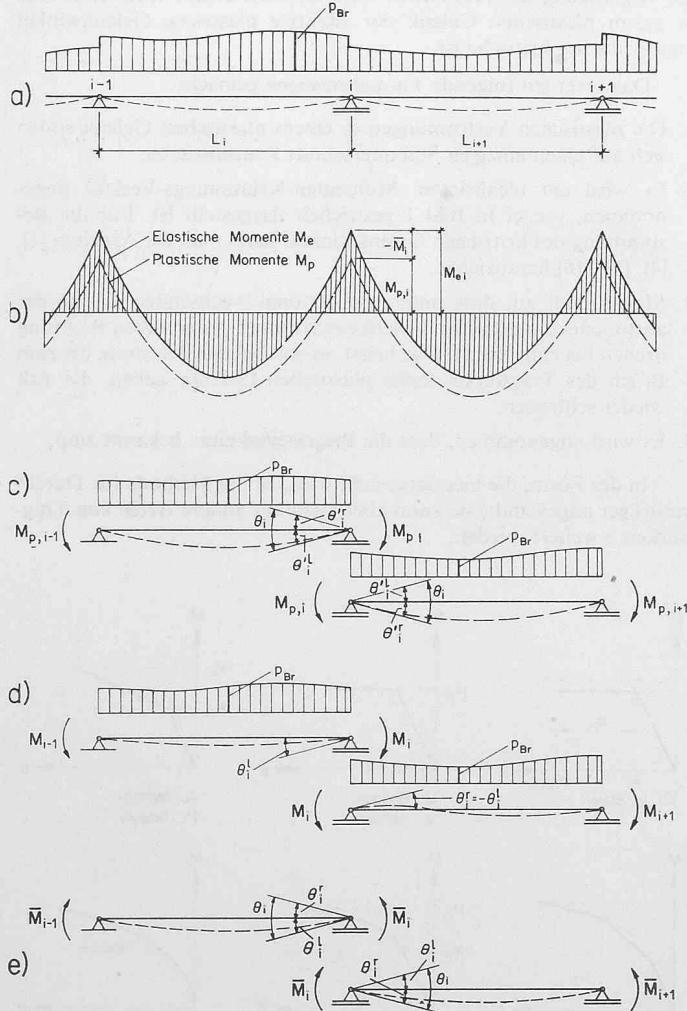


Bild 3. Berechnung des plastischen Gelenkwinkels eines Durchlaufträgers

## 1. Plastische Gelenke nur über den Stützen

### 2. Plastische Gelenke auch in den Feldern

#### Plastische Gelenke nur über den Stützen

Im Beispiel von Bild 3 wurde angenommen, dass über allen Stützen unter der Last  $p_{Br}$  plastische Gelenke entstanden sind, der Durchlaufträger somit statisch bestimmt worden ist.

Der Rotationswinkel infolge der Momente  $\bar{M}$  im plastischen Gelenk «i» für einen Durchlaufträger mit feldweise konstantem Trägheitsmoment lässt sich zum Beispiel mit den Mohrschen Formeln berechnen:

$$(2) \quad \theta_i^l = \frac{L_i}{6EI_i} (2\bar{M}_i + \bar{M}_{i-1})$$

$$\theta_i^r = \frac{L_{i+1}}{6EI_{i+1}} (2\bar{M}_i + \bar{M}_{i+1})$$

Ferner:  $\theta_i = \theta_i^l + \theta_i^r$  oder auch

$$(3) \quad 6E\theta_i = \frac{L_i}{I_i} \bar{M}_{i-1} + 2 \left( \frac{L_i}{I_i} + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \right) \bar{M}_i + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \bar{M}_{i+1}$$

Für  $I_i = I_{i+1} = \dots = \text{konstant} = I$

$L_i = L_{i+1} = \dots = \text{konstant} = L$

erhält man aus (3):

$$(4) \quad \frac{6EI}{L} \theta_i = \bar{M}_{i-1} + 4\bar{M}_i + \bar{M}_{i+1}$$

Für die Balken mit Vouten kann man den Gelenkdrehwinkel zum Beispiel mittels bekannter Tafeln mit  $\int M_i M_j \frac{ds}{EI}$ -Werten berechnen.

#### Plastische Gelenke auch in den Feldern (Bild 4)

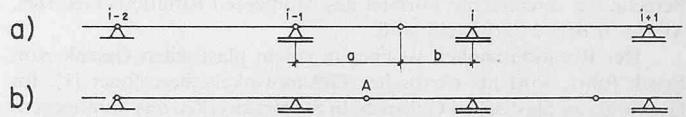


Bild 4. Mögliche Verteilung plastischer Gelenke in den Feldern eines Durchlaufträgers

Aus dem Durchlaufträger entstehen unter  $p_{Br}$  zum Beispiel Balken, wie sie in Bild 4 dargestellt sind. Im Fall nach Bild 4a kann man den Gelenkwinkel in  $A$  zum Beispiel mittels des Satzes von Mohr-Maxwell berechnen. Man betrachtet also das Momentendiagramm  $m$  infolge eines Momentes  $\bar{M}_A = 1$  (vgl. Bild 5), womit sich der folgende Wert ergibt:

$$\theta_A = \int \bar{M} m \frac{dx}{EI}$$

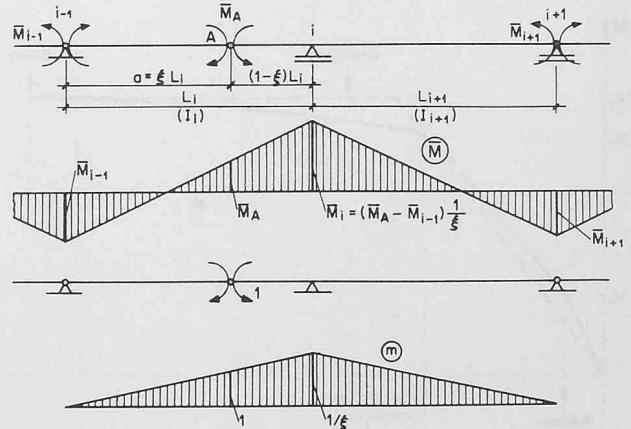


Bild 5. Berechnung des Drehwinkels in einem plastischen Gelenk eines Feldes

Für einen Durchlaufträger mit feldweise konstantem Trägheitsmoment gilt (Bild 5):

$$(5) \quad 6 E\theta_A = \frac{L_i}{I_i} \frac{1}{\xi} \bar{M}_{i-1} + \frac{2}{\xi} \left[ \frac{L_i}{I_i} + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \right] \bar{M}_i + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \frac{1}{\xi} \bar{M}_{i+1}$$

worin  $\xi = \frac{a}{L_i}$

und  $\bar{M}_i = (\bar{M}_A - \bar{M}_{i-1}) \frac{1}{\xi}$

Gleicherweise kann man die Fälle, die in Bild 4b für Balken mit konstantem oder veränderlichem Trägheitsmoment dargestellt sind, berechnen.

### 3. Plastische Bemessung von Stahlbeton-Durchlaufträgern

In einem idealen elastisch-plastischen Tragwerk (d. h. mit einem beliebigen Gelenkwinkel unter einem konstanten plastischen Moment) kann man das Bruch-Momenten-Diagramm beliebig wählen, wenn man die Bedingungen von Gleichgewicht, Fliessen und Mechanismus beachtet. In einem Stahlbeton-Tragwerk muss im Bruch-Momenten-Diagramm zudem berücksichtigt sein, dass die plastischen Gelenkwinkel  $\theta_i$  kleiner als die kritischen plastischen Gelenkwinkel  $\theta_{kr i}$  sind:

$$\theta_i \leq \theta_{kr i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Diese Bedingungen werden folgendermassen erfüllt:

- Berechnung des elastischen Momenten-Diagramms mit der Bruchlast  $p_{Br} = p_{Bruch}$ ;
- Wahl der Position der unter  $p_{Br}$  erwünschten plastischen Gelenke;
- Wahl eines «Eigenspannungszustandes» mittels der Momente  $\bar{M}_i$  in den  $n$  plastischen Gelenken. Dabei werden die Momente  $\bar{M}_i$  so angenommen, dass die elastischen Momente  $M_i$  (absolute Werte) verringert werden. Die maximal mögliche Grösse dieser Momente  $\bar{M}_{kr i}$  wird durch die Bedingung  $\theta_i = \theta_{kr i}$  berechnet.

Der letzte Punkt bedeutet, dass man zuerst ein Gleichungssystem mit den unbekannten Grössen  $\bar{M}_{kr i}$  berechnen muss, dessen Gleichungen folgende Form haben:

- Plastische Gelenke nur über den Stützen:

$$(6) \quad \frac{L_i}{I_i} \bar{M}_{kr i-1} + 2 \left( \frac{L_i}{I_i} + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \right) \bar{M}_{kr i} + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \bar{M}_{kr i+1} = 6 E\theta_{kr i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

- Plastische Gelenke in den Feldern:

$$(7) \quad \frac{L_i}{I_i} \frac{1}{\xi} \bar{M}_{kr i-1} + \frac{2}{\xi} \left[ \frac{L_i}{I_i} + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \right] \bar{M}_{kr i} + \frac{L_{i+1}}{I_{i+1}} \frac{1}{\xi} \bar{M}_{kr i+1} = 6 E\theta_{kr A}$$

Die unter Beachtung der Gleichgewichtsbedingungen schliesslich zu wählenden Momenten-Differenzen  $M_i$  (absolute Werte) in den plastischen Gelenken müssen kleiner oder höchstens gleich den Lösungen dieses Gleichungssystems sein:  $|\bar{M}_i| \leq |\bar{M}_{kr i}|$ .

Es muss noch untersucht werden, in welchem Fall es vorteilhaft ist, als Bruch-Momenten-Diagramm das elastische Diagramm oder ein anderes Momenten-Diagramm zu wählen.

Wenn mehrere verschiedene Lastfälle möglich sind, bemisst man die Balken üblicherweise elastisch mittels der Momenten-Grenzwertlinie. In diesem Fall hat das Tragwerk für jeden Lastfall erhebliche Festigkeitsreserven, die das elastische Verfahren nicht zeigen kann. Beim Berücksichtigen der plastischen Verformungen ist es möglich, das elastische Momenten-Diagramm für jede Lastannahme abzuändern (mittels der Momente  $\bar{M}_i$ ), so dass das daraus resultierende Momenten-Diagramm mehr einem Diagramm für eine einzige Lastannahme entspricht. Man kann dafür verschiedene Optimierungskriterien annehmen (z. B. minimaler Armierungsaufwand).

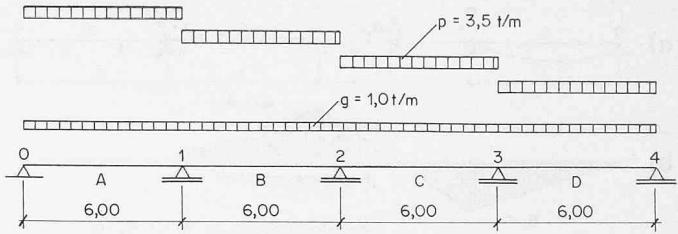


Bild 6. Durchlaufträger über 4 gleiche Felder

Wenn es nur einen Lastfall gibt, ist es am besten, ein Momenten-Diagramm zu wählen, das dem elastischen Diagramm entspricht oder diesem zumindest nahe liegt. In diesem Fall sind die plastischen Gelenkwinkel beim Bruch gering.

*Beispiel:* Träger über 4 gleiche Öffnungen mit konstantem Trägheitsmoment (Bild 6). Die Bruchlast setzt sich zusammen aus:

- Ständige Last:  $g = 1,0 \text{ t/m}$
- Verkehrslast:  $p = 3,5 \text{ t/m}$

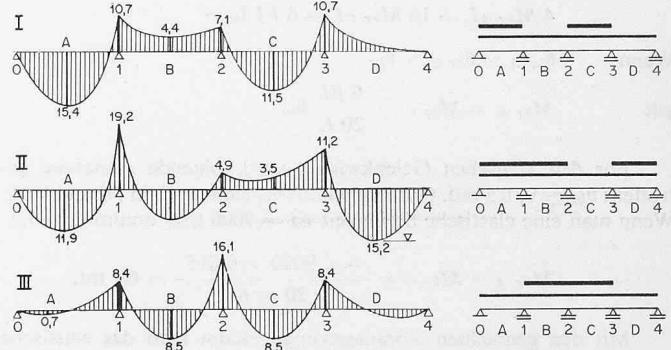


Bild 7. Elastische Momenten-Diagramme für verschiedene Lastfälle

In Bild 7 sind die elastischen Momenten-Diagramme für verschiedene Lastfälle dargestellt.

#### Plastische Bemessung

Für den Lastfall I ist es günstig, das Biegemoment in Feld A und C zu verringern und das Moment über der Stütze 3 unverändert zu lassen. Man nimmt daher die plastischen Gelenke in der Mitte der Felder A und C und über der Stütze 3 an (Bild 8). Im Querschnitt 3 wählt man ein Moment  $\bar{M}_3 = 0$ . Die Grösse der Gelenkwinkel wird ermittelt, indem man das Momenten-Diagramm  $\bar{M}$  mit dem Momenten-Diagramm, gebildet aus dem Einheitsmoment in A oder C integriert (Mohr-Maxwell Satz). Im Querschnitt 3 braucht der Gelenkwinkel nicht berechnet zu werden, weil er viel kleiner ist als in A oder C.

Im Querschnitt A wird (vgl. Bild 8):

$$EI\theta_A = 2 \bar{M}_A \frac{L}{2} \frac{2}{3} 2 + \frac{2L}{2} \left[ 2 \bar{M}_C + \frac{2}{3} 2 (\bar{M}_A - \bar{M}_C) \right],$$

oder

$$6 EI\theta_A = 16 \bar{M}_A L + 4 \bar{M}_C L$$

Ebenso gilt für den Querschnitt C:

$$6 EI\theta_C = 16 \bar{M}_C L + 4 \bar{M}_A L$$

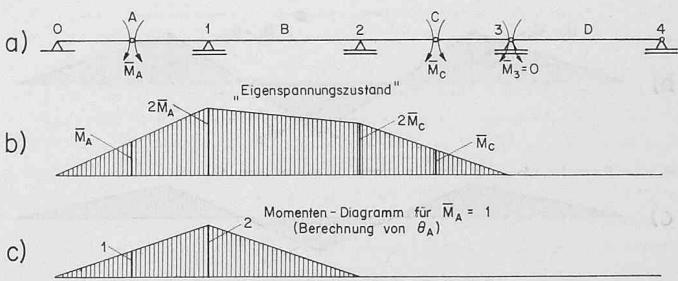


Bild 8. Berechnung des plastischen Gelenkwinkels für den Lastfall I

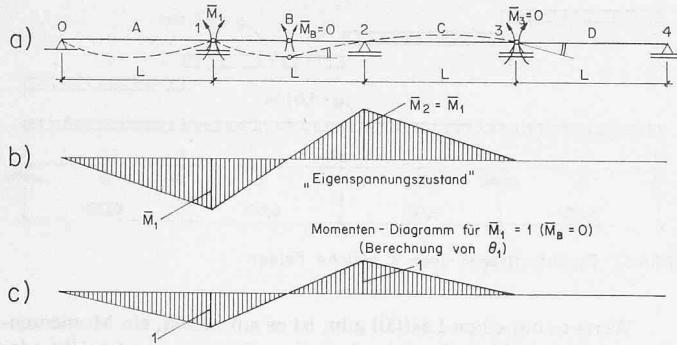


Bild 9. Berechnung des plastischen Gelenkwinkels für den Lastfall II

Die Werte  $\bar{M}_{kr\ A}$  und  $\bar{M}_{kr\ C}$  folgen aus dem Gleichungssystem:

$$16 \bar{M}_{kr\ A} L + 4 \bar{M}_{kr\ C} L = 6 EI \theta_{kr\ A}$$

$$4 \bar{M}_{kr\ A} L + 16 \bar{M}_{kr\ C} L = 6 EI \theta_{kr\ C}$$

Wenn  $\theta_{kr\ A} = \theta_{kr\ C} = \theta_{kr}$

gilt  $\bar{M}_{kr\ A} = \bar{M}_{kr\ C} = \frac{6 EI}{20 L} \theta_{kr}$

Für den kritischen Gelenkwinkel wird folgende Annahme getroffen:  $\theta_{kr} \approx 0,015$  rad. (Annahmen für  $\theta_{kr}$  siehe z. B. in [4] und [16]). Wenn man eine elastische Steifigkeit  $EI = 9000 \text{ t/m}^2$  annimmt, folgt:

$$\bar{M}_{kr\ A} = \bar{M}_{kr\ C} = \frac{6 \times 9000 \times 0,015}{20 \times 6} = 6,7 \text{ mt.}$$

Mit den gemachten Voraussetzungen kann man das elastische Moment in A und C also um maximal 6,7 mt verkleinern.

Beim *Lastfall II* ist es vorteilhaft, das Moment des Querschnittes 1 zu verringern und das Moment B und 3 unverändert zu lassen. Daher betrachten wir die 3 plastischen Gelenke in 1, B und 3. In den plastischen Gelenken B und 3 soll die Differenz zwischen elastischen und plastischen Momenten  $\bar{M} = 0$  betragen. Wie vorher gilt (vgl. Bild 9):

$$6 EI \theta_1 = 6 \bar{M}_1 L$$

$$6 EI \theta_B = 3 \bar{M}_1 L$$

$$6 EI \theta_3 = \bar{M}_1 L$$

Man sieht, dass der Gelenkwinkel im Querschnitt 1 am grössten ist.

Für  $\theta_{kr\ 1} = \theta_{kr\ B} = \theta_{kr\ 3} = \theta_{kr} = 0,015$  rad.<sup>2)</sup> erhält man:

$$\bar{M}_{kr\ 1} = \frac{6 EI}{6 L} \theta_{kr} = \frac{6 \times 9000 \times 0,015}{6 \times 6} = 2,25 \text{ mt}$$

<sup>2)</sup> Die Werte, die hier angenommen sind, sollen nur das Verfahren erläutern. In den meisten Fällen lässt sich der plastische Drehwinkel über den Stützen viel grösser als in den Feldern annehmen (vgl. [1], [2], [16]).

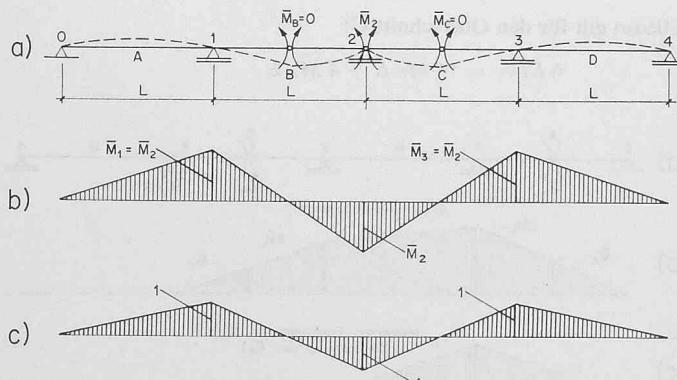


Bild 10. Berechnung des plastischen Gelenkwinkels für den Lastfall III

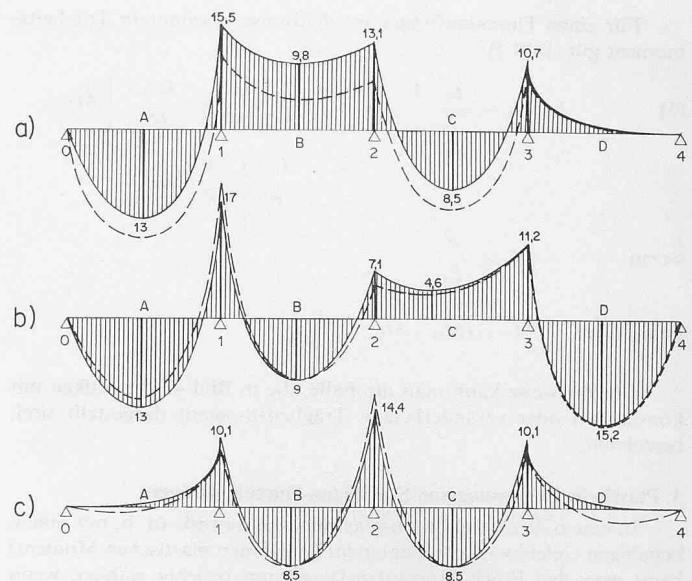


Bild 11. Plastische und elastische Momenten-Diagramme für alle drei Lastfälle

Beim *Lastfall III* verändert man das elastische Moment nur im Querschnitt 2; im Querschnitt B und C werden die elastischen Momente belassen. Man wählt also plastische Gelenke in B, 2 und C. Mit  $\bar{M}_A = \bar{M}_B = 0$  gilt (Bild 10):

$$6 EI \theta_2 = 8 \bar{M}_2 L$$

$$6 EI \theta_B = 6 EI \theta_C = 3 \bar{M}_2 L$$

Somit:  $\bar{M}_{kr\ 2} = \frac{6 EI}{8 L} \theta_{kr} = \frac{6 \times 9000 \times 0,015}{8 \times 6} = 1,7 \text{ mt}$

*Resultierender Momenten-Verlauf.* Jedem elastischen Momenten-Diagramm der Lastfälle I, II und III muss man den Eigenspannungszustand, beziehungsweise das Momenten-Diagramm  $\bar{M}$  überlagern, das in den Bildern 9b bzw. 9b bzw. 10b dargestellt ist. Für das Momenten-Diagramm  $\bar{M}$  sind die Ordinaten so zu wählen, dass die berechneten Werte nicht überschritten werden. Zum Beispiel für den Lastfall III kann man das Moment in Querschnitt 2 um maximal 1,7 mt verringern. Das resultierende Momenten-Diagramm ergibt sich aus der Addition des elastischen Momenten-Diagramms und des Momenten-Diagramms  $\bar{M}$  (mit dem Wert  $\bar{M}_2 = 1,7 \text{ mt}$ ). Genau so verfährt man mit den Lastfällen I und II. Das Ergebnis ist in Bild 11 dargestellt. Bild 12 zeigt den Verlauf der plastischen und elastischen Momenten-Grenzwertlinien, wie sie sich durch Superposition der Momentenlinien Bild 11a), b) und c) ergibt.

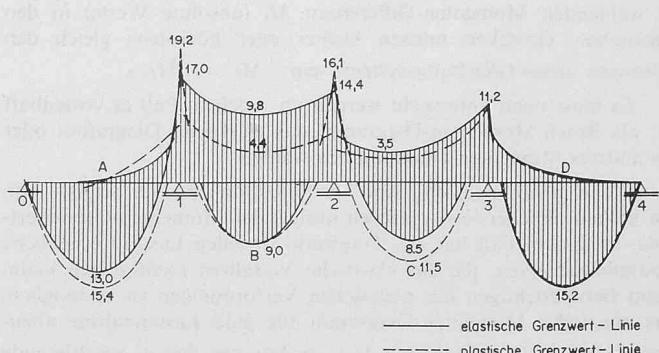


Bild 12. Elastische und plastische Momenten-Grenzwertlinien des untersuchten Durchlaufträgers

#### 4. Schlussfolgerung

Die hier dargestellte Methode zeigt, welche Grösse die gewählte Differenz zwischen elastischen und plastischen Momenten-Diagrammen haben kann (abhängig vom grösstmöglichen, das heisst kritischen Wert des plastischen Gelenkwinkels und von den geometrischen und mechanischen Charakteristiken des Tragwerks). Nach sowjetischen Normen [15] darf die Differenz  $\bar{M}$  für alle betrachteten Fälle maximal 30% des elastischen Moments betragen. Aus den zuvor berechneten Relationen ergibt sich, dass die Momentenumlagerung in Abhängigkeit der Position der plastischen Gelenke, der elastischen Steifigkeit des Tragwerks und des grösstmöglichen Wertes des plastischen Gelenkwinkels viel kleiner sein kann.

In der Arbeit wurde der kritische Gelenkwinkel als bekannt vorausgesetzt. Die bis heute ausgeführten Forschungsarbeiten erlauben eine gute Abschätzung des plastischen Drehwinkels (vgl. z. B. [1], [4], [5], [10], [16]). Die Methode erlaubt aber auch mit angennäherteren Werten des kritischen Gelenkwinkels die Fälle der wesentlichen Momentenumlagerungen zu erfassen.

Diese Methode lässt sich ausserdem für Rahmen abwandeln und erweitern.

#### Literaturverzeichnis

- [1] Bachmann, H.: Zur plastizitätstheoretischen Berechnung statisch unbestimmter Stahlbetonbalken. Bericht Nr. 13 des Instituts für Baustatik, ETH, Zürich. Juli 1967.
- [2] Bachmann, H. und Thürlmann, B.: Versuche über das plastische Verhalten von zweifeldrigen Stahlbetonbalken. Berichte Nr. 6203-1 und 6203-2 des Instituts für Baustatik, ETH, Zürich. Serie A, Juli 1965; Serie B, Dezember 1965.
- [3] Baker, A.L.L.: Preliminary notes no. 1, Bull. d'Information CEB no. 21, 1960.

- [4] Baker, A.L.L. and Amarakone, A.M.N.: Inelastic hyperstatic frames analysis, Flexural Mechanics of Reinforced Concrete-Proceedings of the Int. Symp., Miami-Fla., 1964.
- [5] Corley, G.W.: Rotational capacity of r/c beams. Journal of Structural Division Proceedings of ASCE, Oct. 1966.
- [6] Guyon, Y.: Calculs d'ossatures et serviceabilité. 7ème Congr. de l'Association Int. des Ponts et Charpents, Rio de Janeiro, 1964 (publication préliminaire).
- [7] Hangan, M.: Le calcul des structures hyperstatiques dans le domaine plastique, Annales de l'I.T.B.T.P. Paris, Mars-Avril 1963.
- [8] Hangan, M.: Une méthode de calcul des structures hyperstatiques en domaine plastique, Revue de mécanique appliquée de l'Académie Rom. Bucarest 1960.
- [9] Maldaque, J.C.: Détermination expérimentale des lois moments-courbures des poutres en béton armé, Annales de l'I.T.B.T.P. Mai 1965.
- [10] Mattock, A.: Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams. Flexural Mechanics of r/c, Miami-Fla., 1964.
- [11] Mazilu, P.: Baustatik, vol. II (in rumänischer Sprache). Bukarest 1958.
- [12] Petcu, V.: Les conditions de service dans le calcul plastique des structures hyperstatiques en béton armé. Archiwum Inżynierii Ładowej tom VI. Warsawa 1962.
- [13] Petcu, V.: The Optimum Redistribution Principle. "The Indian Concrete Journal" 35, no. 7, Bombay 1961.
- [14] Rjanitsyn, A.R.: Calcul à la rupture et plasticité des constructions. Eyrolles, Paris 1959.
- [15] Instructions pour le calcul des constructions hyperstatiques en tenant compte de la redistribution des efforts (en russe Gosstroisdet 1961). Traduction française. Bull. d'Information du CEB, no. 28, 1960.
- [16] Progress Report on Code Clauses for "Limit Design", reported by ACI-ASCE Committee 428. ACI-Journal, Sept. 1968.

Adresse des Verfassers: Liviu Crainic, dipl. Ing., Bukarest, (Institutul de Constructii, Bd. Lacul Tei 124), zurzeit wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Baustatik der ETH, 8006 Zürich, Winterthurerstrasse 28.

## Dampfsperren im Flachdachbau

Von Karl Moritz, Dipl.-Ing., Aalen

Die Einsicht in die Notwendigkeit des Einbaues einer Dampfsperre im Flachdachbau ist infolge der schweren Feuchtigkeitsschäden bei ein- und zweischaligen, also Warm- und Kaltdächern, Allgemeingut geworden. Leider besteht aber noch eine grosse Unkenntnis darüber, an welcher Stelle im Flachdach diese Dampfsperre angeordnet werden soll.

Die Dampfsperre hat die Aufgabe, den in der Luft der warmen Räume enthaltenen Wasserdampf von der Konstruktion des Flachdaches und hauptsächlich von der Wärmedämmisolierung fernzuhalten. Sie muss also dort angeordnet werden, wo sich dieser Dampf noch nicht abgekühlt und zu Schwitzwasser niedergeschlagen hat. Demzufolge soll die Dampfsperre bei einschaligen Flachdächern mit statisch tragenden, aber wärmetechnisch unbedeutenden Konstruktionselementen (Massivplattendecken aus Schwerbeton, Rippendecken usw.) zwischen der Deckenkonstruktion und der aussenseitig aufgebrachten Wärmedämmisolierung (Kork, Styropor, Petrocarbona-Dämmplatten usw.) angeordnet werden. Sie liegt dann bei ausreichender Wärmedämmung, die von der innenseitigen Luftfeuchtigkeit und den gegebenen Innen- und Außentemperaturen abhängt, im Bereich der warmen, also schwitzwasserfreien Zone. Wo möglich, soll ein allfälliger Gefällebeton nicht aus wärmedämmenden Materialien bestehen, wenn die Dampfsperre zwischen diesem und der Wärmedämmisolierung zu liegen kommt. Kann auf einen wärmedämmenden Gefällebeton nicht verzichtet werden, so muss die Dampfsperre unter diesem angeordnet werden, damit sie mit Sicherheit in den schwitzwasserfreien Bereich zu liegen kommt. Desgleichen sind innenseitige Wärmeisolierungen (verlorene Schalung aus Holzfaserplatten, Schallschluckdecken mit abgeschlossenen Lufthohlräumen und dergleichen) wegzulassen, das heisst die gesamte Wärmedämmisolierung muss aussenseitig, also hinter der Dampfsperre, eingeplant werden. Bei einschaligen Flachdächern mit statisch tragenden und wärmetechnisch bedeutsamen Konstruktionselementen (Gasbetonplatten, Bimsplatten, Durisolplatten usw.), bei denen entweder keine oder wegen der Dehnungsspannung nur geringe zusätzliche Wärmedämmisolierung aussenseitig notwendig wird,

muss die Dampfsperre unbedingt ganz auf der Innenseite, also auf der warmen Raumseite angebracht werden. Dies ist bei nicht wärmedämmenden Konstruktionen (Massivplattendecken usw.) erforderlich, bei denen eine zusätzliche Wärmedämmung direkt innenseitig angeordnet werden muss. Die Dampfsperre muss also auch hier auf die Wärmedämmplatten wie eine Tapete aufgeklebt werden, um diese Platten vor eindringendem Wasserdampf und Schwitzwasserniederschlag zu schützen.

Beim belüfteten Flachdach (Kaltdach) ist eine Dampfsperre im warmen, schwitzwasserfreien Bereich ebenfalls anzuraten. Die Unsicherheitsfaktoren bei der Annahme der Be- und Entlüftung sind beim belüfteten Flachdach so gross, dass Feuchtigkeitsschäden entstehen können. Als Gefährdungen sei an die Lage des Gebäudes erinnert, an mangelndes Gefälle zwischen Be- und Entlüftung, an zu starke Auskühlung des belüfteten Dachraumes, Verstopfung der Entlüftung bei Schnee und Frost, ungenaue Bemessung der Be- und Entlüftungsoffnungen, Anordnung von Estrichen über der Wärmedämmung usw.

Die Be- und Entlüftungsschicht dient insbesondere bei hohen Luftfeuchtigkeiten (über 75 bis 80 %) als zusätzlicher Sicherheitsfaktor für den allfälligen durch mangelhafte Verarbeitung der Dampfsperren und Undichtheiten von Deckendurchbrüchen (Kamine oder dergleichen) hindurchdiffundierenden Wasserdampf. Das zweischalige Dach, richtig ausgeführt, stellt das Optimum an Sicherheit im Flachdachbau überhaupt dar.

Die Anforderungen an eine wirkungsvolle Dampfsperre sind sehr vielseitig: Sie muss alterungsbeständig, korrosionsfest, knick- und bruchfest sein. Außerdem soll sie eine so hohe Elastizität aufweisen, dass alle Dehnungsspannungen der angrenzenden Bau- und Isoliermaterialien ohne Nachlass der Dampfsperrewirkung aufgenommen werden können. Außerdem soll die Dampfsperre selber keinen eigenen Ausdehnungskoeffizienten aufweisen, damit Eigenspannungen durch Dehnungen vermieden werden. Es haben sich aus diesen Gründen elastische Kunststoff-Folien, zwischen Spezialpapierbahnen geschützt einkaschiert, besonders gut bewährt (zum Beispiel «Vaporex»-Dampfsperren).

DK 624.9:69.024.1