

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 87 (1969)
Heft: 36

Artikel: Biegebeanspruchung und Pressung von Drahtseilen bei gefütterten Lauf- und Tragrollen
Autor: Zweifel, O.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-70761>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 08.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Nachdem die Internationale Organisation für das Seilbahnwesen (OITAF) bereits in den Jahren 1957 (Rom) und 1963 (Paris-Chamonix-Mt. Blanc) einen Kongress zum Zwecke der engeren Kontaktnahme zwischen den Seilbahnfachleuten veranstaltet, ist nun der Schweiz die Ehre zugefallen, als Gastgeber für den dritten internationalen Seilbahnkongress gewählt zu werden. Indem wir dieser Zusammenkunft der Seilbahnspezialisten aus aller Welt unsere heutige Ausgabe widmen, geben wir dem Wunsch Ausdruck, es mögen die Verhandlungen und Diskussionen von Erfolg gekrönt werden.

Biegebeanspruchung und Pressung von Drahtseilen bei gefütterten Lauf- und Tragrollen

Von Prof. O. Zweifel, ETH Zürich

DK 625.57.001.2

1. Problemstellung

Unter den verschiedenen Belastungsarten, denen bewegte und unbewegte Drahtseile ausgesetzt sind, spielt die von J. Isaachsen [1] bereits vor mehr als 60 Jahren unter dem Titel «Die Beanspruchung der Tragseile» behandelte Querbelastung straff gespannter Seile unter einer Einzellast eine besonders wichtige Rolle bei der Bemessung von Drahtseilen für Seilbahnen. In Bild 1b ist dieser Belastungsfall skizziert: eine kleine, harte Rolle drückt auf das «steife» Seil, ohne dass dieses sich an die Rolle anschmiegt. Ist die innere Reibung zwischen den Drähten vernachlässigbar klein, so berechnet sich die maximale Biegespannung für das aus lauter gleichen Runddrähten aufgebaute Drahtseil nach der Beziehung

$$\sigma_b = P/S \sqrt{\sigma_z E},$$

worin P die Querlast, S der Seilzug, σ_z die Zugspannung und E der Elastizitätsmodul des Drahtmaterials ist. Das bedeutet merkwürdigerweise, dass es für diese Beanspruchung bei innerer Reibungsfreiheit offenbar bedeutungslos ist, ob das Seil aus vielen dünnen oder wenigen dicken Drähten aufgebaut ist; auch die «eindrahtige» Zugstange erfährt dieselbe Biegebeanspruchung, solange sie denselben Querschnitt aufweist.

Ist der Drahtdurchmesser δ allerdings besonders klein (das Seil also verhältnismässig weich) oder der Rollenradius R sehr gross, so schmiegt sich das Seil nach Bild 1a der Rolle an. Die Seilkrümmung ist dadurch begrenzt und die maximale Biegespannung vermindert sich auf $\delta/2R$. Leider ist aber weder ein grosser Rollenradius noch ein kleiner Drahtdurchmesser ein allgemein brauchbares Rezept zur Erhöhung der Seillebensdauer, weil einerseits die Einbauverhältnisse oft nur kleine Rollen zulassen und weil andererseits Seile mit sehr vielen dünnen Drähten eine so grosse innere Reibung aufweisen, dass statt einer Verkleinerung eine Vergrösserung der wirklich auftretenden Spannungen auftritt.

Es hat sich deshalb im Seilbahnbau mehr und mehr die Tendenz durchgesetzt, die Laufflächen der Rollenrillen mit weichem Fütterungsmaterial wie Kautschuk und Kunststoff auszukleiden. Dadurch entsteht auch beim steifen Seil ein ähnlicher Effekt wie bei der Anwendung grosser Rollen: Es ergibt sich ein Anschmiegsgebiet nach Bild 1c, wodurch sich sowohl die Biegespannung als auch die lokale Pressung vermindern. Die sich einstellende Berührungslänge und die maximale

Krümmung sind dabei massgebliche Grössen und hängen einerseits von den konstruktiven Gegebenheiten der Rolle (Rollenradius R , Fütterungsdicke w , Fütterungselastizitätsmodul E_R usw.) und des Seiles (Seildurchmesser d , Drahtdurchmesser δ , Drahtelastizitätsmodul E usw.) sowie andererseits von der Seilbelastung (Seilzug S , Rollenlast P) ab.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sei die Aufgabe gestellt, die Zusammenhänge zwischen diesen Grössen abzuklären und in übersichtlicher Weise darzustellen.

2. Vereinfachende Annahmen

In Anbetracht der komplizierten Fütterungsformen und der im wahrsten Sinne des Wortes «verwickelten» Verhältnisse der einander umschlingenden und aneinander reibenden Drähte im Seilinnern, kommt man nicht umhin, vereinfachende Annahmen zu treffen. Diese bestehen einmal darin, dass in bezug auf das Seil angenommen wird, es dürfe auf seiner ganzen Länge mit einem konstanten Trägheitsmoment J gerechnet werden, d. h. es wird Proportionalität zwischen dem Biegemoment und dem Reziprokwert des Krümmungsradius ρ der elastischen Linie vorausgesetzt.

In bezug auf die Fütterungselastizität scheint es vernünftig zu sein, näherungsweise die Annahme zu treffen, dass die totale Rollenkraft P proportional zur Fläche des Eindrucksprofils (schraffierte sichelförmige Fläche in Bild 2) zwischen den Konturen der deformierten und der undeformierten Fütterung angesetzt wird. Diese Annahme, welche auf die später abgeleitete Gleichung (27) führt, wird im allgemeinen nur näherungsweise zutreffen; immerhin stimmt sie in zwei wichtigen Spezialfällen:

- bei einer Reihe von unabhängigen Einzelfedern nach Bild 2,
- bei der punktförmigen Berührung beliebig gewölbter Oberflächen im Rahmen der Hertz'schen Voraussetzungen.

Diese Annahme allein genügt aber noch nicht, um das Problem mathematisch zu formulieren. Zusätzlich müssen z. B. noch Annahmen über die Form der Lastverteilung längs des Seiles und die Form des Eindrucksprofils getroffen werden. Das kann entweder durch eine Beziehung zwischen den beiden Formen geschehen (A) oder es können Vorschriften über die eine oder die andere Form für sich allein gemacht werden (B, C). Die einfachsten Annahmen dieser Art hierfür dürften etwa die folgenden sein:

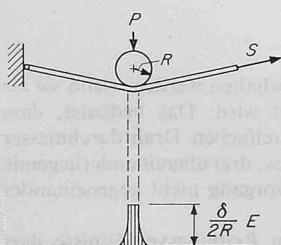


Bild 1a. Dünn Drahtiges (weiches) Drahtseil schmiegt sich an harte Rolle an; Biegespannung durch Rollenkrümmung begrenzt

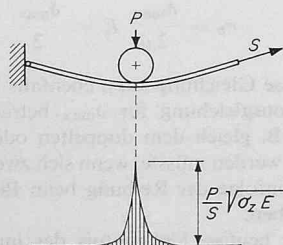


Bild 1b. Dick Drahtiges (hartes) Drahtseil in punktförmiger Berührung mit harter Rolle (Fall Isaachsen). Biegespannung unabhängig vom Drahtdurchmesser δ

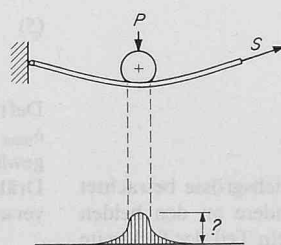


Bild 1c. Weiche Rolle schmiegt sich an Drahtseil an. Biegespannung kleiner als bei Fall b

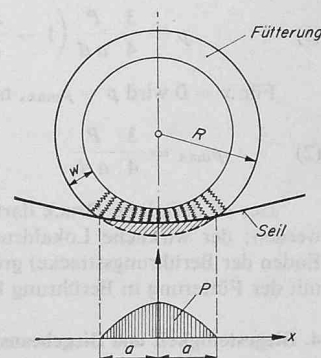


Bild 2. Rollenersatzmodell mit einer Reihe von voneinander unabhängigen Einzelfedern der Länge w (= wirk-same Fütterungsdicke) als Ersatz der Fütterung. Die Verteilung der Last P ist parabelartig

Bild 1. Biegespannung im rollenbelasteten Drahtseil (ohne innere Reibung) bei drei typischen Fällen. Drahtdurchmesser δ , Rollenradius R

- A. Die Form der Lastverteilung entspricht gerade der Form des Eindrucksprofils, d. h. man nimmt an, die Fütterung könne durch eine einzelne Reihe von unabhängigen Druckfedern ersetzt werden wie das in Bild 2 angedeutet ist.
- B. Die Lastverteilung längs des Seiles ist parabolisch (entsprechend der ellipsoidförmigen Verteilung Hertzscher Pressungen).
- C. Das Seil nimmt im Berührungsgebiet parabolische Form an.

Keine dieser Annahmen entspricht den wirklichen Verhältnissen genau. Bei B und C deutet der Ausdruck «parabolisch» ausdrücklich darauf hin, dass es sich um Näherungen handelt. Aber auch das der Annahme A zugrundegelegte Ersatzmodell entspricht nicht der Wirklichkeit, wie man am Beispiel der rechteckförmigen Lastverteilung erkennen kann, wo die in Wirklichkeit erzeugte Einbuchtung keinesfalls Rechteckform annimmt. Zudem ist die Federungseigenschaft der Fütterung abhängig davon, ob das Seil schmal (an den Enden des Eindrucksprofils) oder breit (im Mittelteil) aufliegt.

E. Czitary [2] kommt das Verdienst zu, den Fall A, der zu umfangreichen Rechnungen führt, in vorbildlicher Weise gelöst zu haben. Leider ergeben sich dabei keine übersichtlichen Zusammenhänge; jedes Rechnungsbeispiel muss für sich numerisch und in langwieriger Weise durchgerechnet werden.

In der vorliegenden Arbeit wird der Fall B behandelt, weil er gegenüber dem Fall C nicht schon im voraus Vorschriften über die Form der elastischen Linie (und damit über den gesuchten Biegespannungsverlauf) macht und weil er zu mathematisch einfacheren Lösungen führt als Fall A. Der letztere Umstand rührt daher, dass wegen der Annahme einer parabolischen Lastverteilung die Faktoren der Fütterungsdeformation nicht bereits in die Differentialgleichung der elastischen Linie des Seiles eingehen, sondern erst nach der Integration berücksichtigt werden müssen. Es ist deshalb möglich, die Rechnung allgemein zu Ende zu führen und die Ergebnisse in Funktion massgeblicher Kennzahlen graphisch darzustellen (Bild 7).

Andere bisher bekannt gewordene Berechnungsverfahren [3] [4] von größerem Näherungscharakter scheinen leider solche übersichtliche Darstellungen nicht zu erlauben, so dass der praktische Rechenaufwand grösser wird. Der Näherungsgrad der Fälle A und B dürfte recht gut, derjenige von Fall C etwas schlechter sein. In Wirklichkeit werden insbesondere die innere Seilreibung sowie die Querschnittsform und die Einspannverhältnisse der Fütterung Einflüsse hineinbringen, die in keinem der drei Fälle genau berücksichtigt werden können.

3. Lastverteilung und spezifische Pressung

Unserer Modellvorstellung entsprechend wird jetzt angenommen, dass die Lastverteilung genau parabelförmig sei. Bezieht man die spezifische Pressung p an der Stelle im Abstand x von der Symmetrieebene auf die Länge dx eines Seilelementes sowie auf den Seildurchmesser d^1 , so muss

$$P = \int_{-a}^{+a} p \, dx$$

sein, worin P die gesamte Rollenlast ist. Diese Bedingung führt für eine parabolische Lastverteilung zu der Beziehung

$$(1) \quad p = \frac{3}{4} \frac{P}{a d} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)$$

Für $x = 0$ wird $p = p_{\max}$, nämlich

$$(2) \quad p_{\max} = \frac{3}{4} \frac{P}{a d}$$

Der so definierte Druck darf nur als Vergleichsgrösse betrachtet werden; der wirkliche Lokaldruck ist (insbesondere an den beiden Enden der Berührungsstrecke) grösser, weil nur ein Teil der Seilbreite mit der Fütterung in Berührung kommt.

4. Biegesteifigkeit und Biegebeanspruchung des Seiles

Je nach der Wirksamkeit der inneren Reibung (die u. a. umso grösser ist, je stärker das Seil gezogen wird), hat ein Seil ganz ver-

¹⁾ In der Fachliteratur wird oft auf $2d/3$ bezogen, was bei allfälligen Umrechnungen berücksichtigt werden müsste. Auch Liniendrucke (Kraft/Länge) werden manchmal angeschrieben, was physikalisch sinnlos ist und bei Ähnlichkeitsbetrachtungen zu Schwierigkeiten führt.

schiedene Steifigkeitseigenschaften. In der bekannten Beziehung

$$(3) \quad \frac{1}{\varrho} = \frac{M}{J E}$$

zwischen dem Biegemoment M , dem Elastizitätsmodul E des Drahtmaterials und dem Krümmungsradius ϱ ist das «wirksame» Flächenträgheitsmoment J beim Seil keine Konstante mehr. Je nach der Art der Belastung, ja sogar je nach der Vorgeschichte der Belastung, kann J ganz verschiedene Werte annehmen. Im folgenden soll diese Gleichung trotzdem benützt werden, sie ist deshalb in diesem Zusammenhang als *Definitionsgleichung* für J zu betrachten.

Ein reibungsfreies Seil mit n gleichen Runddrähten vom Durchmesser δ hat ein Flächenträgheitsmoment von

$$J = n \frac{\pi \delta^4}{64} = \frac{\delta^2}{16} \left(n \frac{\pi \delta^2}{4} \right) = \frac{1}{16} \delta^2 F,$$

worin F der Summe aller Drahtquerschnitte entspricht.

Analog dazu soll für ein beliebiges Seil ganz allgemein gesetzt werden

$$(4) \quad J \equiv \frac{1}{16} \bar{\delta}^2 F$$

womit eine Grösse $\bar{\delta}$ definiert ist, die als äquivalenter (mittlerer) Drahtdurchmesser eines gleich steifen reibungsfreien Seiles mit gleichem F und gleichem J (aber ungleichem n) betrachtet werden kann. Es ist also definitionsgemäss

$$(4a) \quad \bar{\delta} \equiv 4 \sqrt{\frac{J}{F}} = 4 \sqrt{\frac{\varrho M}{E F}},$$

wobei die zweite Form auf die versuchstechnische Bestimmung von $\bar{\delta}$ hinweist.

Da im Grenzfall bei reibungsfreiem Seil das Trägheitsmoment J gleich der Summe der Trägheitsmomente J_δ der einzelnen Drähte ist, kann man für diesen Fall schreiben:

$$(4b) \quad \bar{\delta} = 4 \sqrt{\frac{\sum J_\delta}{F}} \text{ bzw. } \bar{\delta} = \sqrt{\frac{\sum \delta^4}{\sum \delta^2}} \text{ (bei Reibungsfreiheit),}$$

wobei die letzte Form Seile mit lauter Runddrähten betrifft.

Leider liegen zur Zeit noch keine systematischen Untersuchungen vor, die eine Abschätzung der wirklichen Werte für $\bar{\delta}$ erlauben würden. Für Seile mit geringer innerer Reibung (z. B. für 42-drähtige Litzen-seile mit Hanfseele) wird $\bar{\delta}$ ungefähr gleich dem mittleren Drahtdurchmesser nach (4b) gesetzt werden dürfen. Im allgemeinen muss aber zu diesem Wert ein Zuschlag gemacht werden, der desto grösser ausfällt, je vieldrätiger ein Seil ist und je stärker seine Drähte infolge des Seilzuges und der Querlast gegeneinander gepresst werden. Grob geschätzt dürfte $\bar{\delta}$ bei normal gespannten Seilen etwa zwischen $0,1 d$ und $0,5 d$ liegen; für unendlich grosse Reibung müsste $\bar{\delta}$ gleich dem Seildurchmesser d gesetzt werden.

Die maximale Biegespannung σ_b im dicksten Draht vom Durchmesser δ_{\max} beträgt beim reibungsfreien Seil

$$(5) \quad \sigma_b = \frac{\delta_{\max}}{2 \varrho} E = \frac{\delta_{\max}}{2} \frac{M}{J}$$

Diese Gleichung kann ebenfalls beibehalten werden, wenn sie als Definitionsgleichung für δ_{\max} betrachtet wird. Das bedeutet, dass δ_{\max} z. B. gleich dem doppelten oder dreifachen Drahtdurchmesser gewählt werden müsste, wenn sich zwei bzw. drei übereinanderliegende Drähte infolge der Reibung beim Biegevorgang nicht gegeneinander verschieben.

Die heutige Unkenntnis der inneren Reibungsverhältnisse darf kein Hindernisgrund sein, zulässige Werte für die Biegespannung σ_b und die Pressung p_{\max} festzusetzen. Voraussetzung ist allerdings die Einführung von Norm-Rechnungen, die sowohl für die Auswertung von Versuchsergebnissen als auch für die Bemessungsaufgaben verbindlich sind. Es sei hier vorgeschlagen, die als zulässig bezeichneten Grenzwerte von σ_b und p_{\max} für jede der folgenden zwei Annahmen zu kontrollieren:

- a) $\bar{\delta}$ nach Gl. (4b), δ_{\max} = grösste Dicke des dicksten Drahtes (Verhältnisse bei Reibungsfreiheit).

- b) $\bar{\delta} = \delta_{\max} = 0,1 d$ (d. h. wegen der Reibung bilden dünnere Drähte in sich unverschiebbare Bündel von der Dicke $0,1 d$).

Beispiel: Würde man die maximal zulässige Biegespannung in Gl. (5) mit $\sigma_b \leq E/500$ festlegen, so müssten für den Fall der Anschmiegung des Seiles an eine Rolle vom Durchmesser $D (= 2 \varrho)$ folgende zwei Bedingungen aufgestellt werden: a) $D \geq 500 \delta_{\max}$ und b) $D \geq 500 \text{ mal } (0,1 \cdot d)$ bzw. $D \geq 50 d$. Derartige Vorschriften existieren bereits.

Für die folgenden Ableitungen sei die Annahme getroffen, dass $\bar{\delta}$ (bzw. J) längs des Seiles konstant bleibt und dass für zwei beliebige Belastungsfälle (Indices 1 und 2) gesetzt werden darf:

$$(6) \quad \sigma_{b1} : \sigma_{b2} = M_1 : M_2 = 1/\varrho_1 : 1/\varrho_2$$

5. Momentenverlauf im Seil bei parabolischer Lastverteilung

Auf Bild 3 ist der Verlauf des Biegemomentes im biegesteifen, gespannten Seil unter Belastung durch eine weiche Rolle (Bild 1c) dargestellt und zwar ist M_B das Moment in der Berührungszone (Maximalwert: M_{\max}) und M_F dasjenige in der freien Zone. Für die Berechnung dieses Biegemomentenverlaufes sei ein Seilelement der projizierten Länge dx in Bild 4 betrachtet, das gleichzeitig einem Zug S und einer Querbelastung $p dx$ ausgesetzt ist. Ist der Neigungswinkel φ der elastischen Linie gegen die x -Achse klein, so ergeben sich die folgenden drei Gleichgewichtsbedingungen:

$$\begin{aligned} dS &= 0 \\ (7) \quad dQ &= S d\varphi - p dx \\ (8) \quad dM &= Q dx \text{ oder } Q = M' \\ dQ &= M'' dx \end{aligned}$$

In diesen Gleichungen bedeuten Q die Querkraft und M das Biegemoment. Eliminiert man dQ aus (7) und (8), ersetzt $d\varphi$ durch dx/ϱ und $1/\varrho$ nach Gl. (3) durch M/JE , so wird

$$(9) \quad \frac{S}{JE} M - M'' = p dx$$

In der *Berührungszone* (Index B) zwischen Rolle und Seil, d. h. für $-a < x < +a$, ist p nach (1) einzusetzen, so dass diese Gleichung folgendermassen angeschrieben werden muss:

$$(9B) \quad \frac{S}{JE} M_B - M_B'' = \frac{3}{4} \frac{P}{a} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$$

während im *freien Seilteil* (Index F) mit $p = 0$ die Gleichung

$$(9F) \quad \frac{S}{JE} M_F - M_F'' = 0$$

lautet. Diese Gleichungen lassen sich ohne weiteres integrieren, wenn das Flächenträgheitsmoment J voraussetzungsgemäss als Konstante betrachtet wird.

Der auf Bild 3 dargestellte Momentenverlauf deutet an, welchen Randbedingungen die Lösungen dieser Differentialgleichungen genügen müssen:

- für $x = \pm \infty$ wird $M_F = 0$
- für $x = \pm a$ müssen Momente und Querkraften in den angrenzenden Seilteilen gleich sein, also $M_F = M_B$ und $M_F' = M_B'$
- für $x = 0$ wird M_B maximal, d. h. $M_B' = 0$.

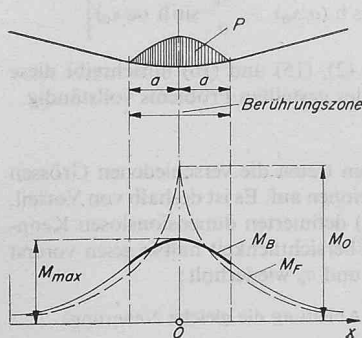


Bild 3. Momentenverlauf M_B (Maximalwert M_{\max}) in der Berührungszone und M_F in der freien Zone des Seiles bei parabolischer Lastverteilung. Die gestrichelte Kurve stellt den Biegeverlauf bei Vorhandensein einer kleinen, harten Rolle ($a = 0$) dar

Damit ergibt sich als Lösung für die *Berührungszone*:

$$(10B) \quad M_B = \frac{3}{4} \frac{P x_0^2}{a} \left[\frac{2 x_0}{a} \left(1 + \frac{x_0}{a}\right) e^{-a/x_0} \cdot \cosh(x/x_0) + 1 - \frac{2 x_0^2}{a^2} - \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right]$$

und für den *freien Seilteil*:

$$(10F) \quad M_F = \frac{3}{2} \frac{P x_0^3}{a^2} \left[\cosh(a/x_0) - \frac{x_0}{a} \sinh(a/x_0) \right] e^{-|x|/x_0}$$

wobei

$$\sqrt{\frac{JE}{S}} = x_0$$

gesetzt wurde. Mit (4) bzw. (4a) und $\sigma_z = S/F$ wird

$$(11) \quad x_0 = \sqrt{\frac{JE}{S}} = \frac{\bar{\delta}}{4} \sqrt{\frac{E}{\sigma_z}} = \sqrt{\frac{\varrho M}{S}}$$

Die Grösse x_0 hat die Dimension einer Länge und charakterisiert die Seilsteifigkeit, weswegen sie «Steifigkeitslänge» genannt sei. Sie ist ein Mass dafür, wie rasch ein Biegemoment im freien Seilteil abklingt: für ein Fortschreiten um $x_0 \cdot \ln 10 = 2,3 x_0$ verringert sich das Moment jeweils auf den zehnten Teil.

Die Steifigkeitslänge selbst ist von der gleichen Grössenordnung wie der Seildurchmesser d , was deutlich wird, wenn man beispielsweise $\sigma_z = 4 \text{ t/cm}^2$ setzt. Es wird dann nach (11) $x_0 = 5,6 \bar{\delta}$ und für $\bar{\delta} = (0,1 \text{ bis } 0,5) d$ wird $x_0 = 0,5 \text{ bis } 3 d$.

Das maximale Biegemoment ergibt sich aus Gl. (10B) für $x = 0$ mit

$$(12) \quad M_{\max} = \frac{3}{4} \frac{P x_0^2}{a} \left[\frac{2 x_0}{a} \left(1 + \frac{x_0}{a}\right) e^{-a/x_0} + 1 - \frac{2 x_0^2}{a^2} \right]$$

Für eine harte kleine Rolle ($a = 0$) geht diese Beziehung über in die bekannte Gleichung von Isaachsen [1]

$$(13) \quad M_0 = \frac{P x_0}{2} = \frac{P}{2} \sqrt{\frac{JE}{S}}$$

während Gleichung (10F) überginge in

$$(14) \quad (M_F)_{a=0} = M_0 e^{-|x|/x_0}$$

Der Verlauf dieser Funktion ist in Bild 3 gestrichelt eingezeichnet.

Der Index 0 bei M_0 , ϱ_0 und σ_0 bezieht sich in der Folge immer auf Biegemoment, Krümmungsradius und Biegespannung des Seiles an der Stelle $x = 0$ bei einer Querbelastung durch eine harte kleine Rolle. Die Grössen M_{\max} , ϱ_{\min} und σ_b seien die entsprechenden Grössen (d. h. ebenfalls bei $x = 0$) für die weiche Rolle mit beliebigem Durchmesser. Mit diesen Beziehungen wird nach Division von Gl. (12) durch Gl. (13) und mit Gl. (6) die erste dimensionslose Kennzahl, das sog. Biegemass β , eingeführt:

$$(15) \quad \beta = \frac{M_{\max}}{M_0} = \frac{\varrho_0}{\varrho_{\min}} = \frac{\sigma_b}{\sigma_0} = \frac{3}{2} \frac{x_0}{a} \left[\frac{2 x_0}{a} \left(1 + \frac{x_0}{a}\right) e^{-a/x_0} + 1 - \frac{2 x_0^2}{a^2} \right]$$

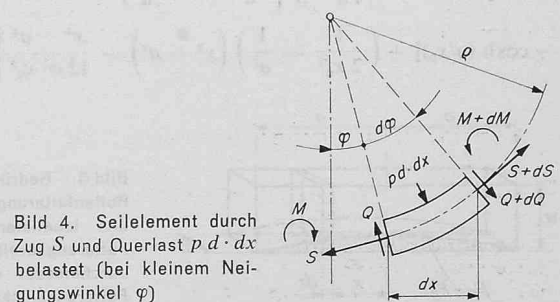


Bild 4. Seilelement durch Zug S und Querlast $p d \cdot dx$ belastet (bei kleinem Neigungswinkel φ)

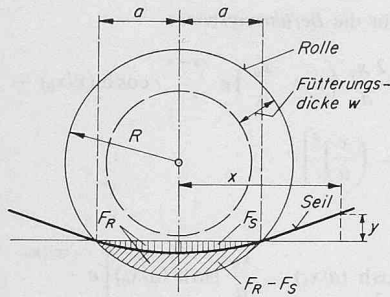


Bild 5. Gefütterte Rolle: Eindrucksprofil dargestellt als Differenz $F_R - F_S$ zwischen dem Kreisbogen F_R des Rollenprofils und Fläche F_S zwischen der elastischen Seillinie und der Sehne

worin σ_0 nach (13), (5) und (11)

$$(16) \quad \sigma_0 = \frac{1}{4} \frac{P}{S} \frac{\delta_{\max}}{x_0} E = \frac{\delta_{\max}}{\delta} \frac{P}{S} \sqrt{\sigma_z E}$$

Eine Betrachtung der Gleichungen (15) und (2) zeigt, dass die Biegespannung σ_b und die Pressung p_{\max} einerseits Funktionen der halben Berührungslänge a sind und andererseits von den Belastungskräften (P , S) sowie von den seilseitig massgeblichen Grössen (E , x_0 , d , δ_{\max}) abhängen, während die durch die Rollenkonstruktion festgelegten Grössen (Rollendurchmesser, Fütterungselastizität usw.) bemerkenswerterweise noch gar nicht in Erscheinung getreten sind. Im folgenden wird es deshalb nötig sein, sich den Zusammenhängen zwischen diesen Grössen und der Berührungslänge zuzuwenden.

6. Verformung von Rollenfüterung und Seil

Im Abschnitt 2 war angenommen worden, dass die totale Rollenkraft P proportional zur Fläche des Eindrucksprofils gesetzt werden kann. Für die Rechnung ergibt sich nach Bild 5 die Grösse dieser Eindrucksprofilfläche als Differenz $F_R - F_S$ zwischen dem Kreisbogen F_R des Rollenprofils:

$$(17) \quad F_R = R^2 \arcsin \frac{a}{R} - a \sqrt{R^2 - a^2}$$

und der Fläche F_S zwischen der elastischen Linie des Seiles und der Sehne:

$$(18) \quad F_S = - \int_{-a}^{+a} y \, dx$$

Dieses Integral kann mit Hilfe der Differentialgleichung der elastischen Linie im Berührungsgebiet

$$(19) \quad y'' = \frac{M_B}{JE}$$

bestimmt werden. Mit Gl. (10 B) und (11) schreibt sich diese:

$$(20) \quad y'' = \frac{3}{4} \frac{P}{a} \frac{1}{S} \left[\frac{2x_0}{a} \left(1 + \frac{x_0}{a} \right) e^{-a/x_0} \cosh(x/x_0) + 1 - \frac{2x_0^2}{a^2} - \frac{x^2}{a^2} \right]$$

Durch zweimalige Integration (und Berücksichtigung der Randbedingungen $y' = 0$ für $x = 0$ und $y = 0$ für $x = a$) ergibt sich:

$$(21) \quad y' = \frac{3x_0}{4a} \frac{P}{S} \left[\frac{2x_0}{a} \left(1 + \frac{x_0}{a} \right) e^{-a/x_0} \cdot \sinh(x/x_0) + \frac{x}{x_0} \left(1 - \frac{2x_0^2}{a^2} \right) - \frac{x^3}{3a^2 x_0} \right]$$

$$(22) \quad y = \frac{3x_0^2}{4a} \frac{P}{S} \left\{ \frac{2x_0}{a} \left(1 + \frac{x_0}{a} \right) e^{-a/x_0} [\cosh(x/x_0) - \cosh(a/x_0)] + \left(\frac{1}{2x_0^2} - \frac{1}{a^2} \right) (x^2 - a^2) - \frac{x^4 - a^4}{12a^2 x_0^2} \right\}$$

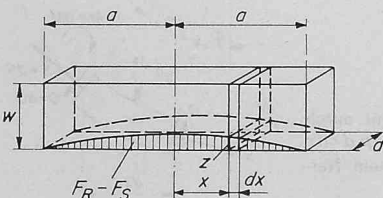


Bild 6. Gedrückter Teil der Rollenfüterung (rektifiziert und idealisiert: wirksame Fütterungsbreite = Seildurchmesser d ; wirksame Fütterungsdicke = w)

Damit wird aus Gl. (18)

$$(23) \quad F_S = - \int_{-a}^{+a} y \, dx = x_0^2 \frac{P}{S} \left\{ \frac{3x_0}{a} \left(1 + \frac{x_0}{a} \right) e^{-a/x_0} \cdot \left[\cosh(a/x_0) - \frac{x_0}{a} \sinh(a/x_0) \right] + \frac{2a^2}{5x_0^2} - 1 \right\}$$

Es ist nicht ohne Interesse, die Teilflächen nach Gl. (17) und Gl. (23) als Reihen anzuschreiben, nämlich

$$(24) \quad F_R = \frac{2a^3}{3R} \left[1 + \frac{3}{10} \left(\frac{a}{R} \right)^2 + \frac{9}{56} \left(\frac{a}{R} \right)^4 + \dots \right]$$

$$(25) \quad F_S = \frac{a^3}{3x_0} \frac{P}{S} \left[1 - \frac{18}{35} \frac{a}{x_0} + \frac{1}{5} \left(\frac{a}{x_0} \right)^2 - \frac{4}{63} \left(\frac{a}{x_0} \right)^3 + \dots \right]$$

Dabei bleibt a/R in den hier interessierenden Fällen stets eine kleine Grösse, weswegen in der Folge näherungsweise immer

$$(26) \quad F_R \approx \frac{2a^3}{3R}$$

gesetzt werden soll. Die Kreisform der undeformierten Rolle wird auf diese Weise durch eine Parabel angenähert²⁾, was im Rahmen der übrigen Näherungen durchaus erlaubt ist und, wie man sehen wird, die Anzahl der Problemvariablen derart beschränkt, dass alle Zusammenhänge in einem einfachen Diagramm darstellbar werden.

Dagegen ist a/x_0 durchaus nicht immer klein, weswegen auf eine analoge Annäherung für F_S verzichtet wird.

Auf Bild 6 ist der gedrückte Teil der Rollenfüterung rektifiziert und idealisiert herausgezeichnet. Die Fläche $F_R - F_S$ entspricht derjenigen von Bild 5. Die für die Einfederung wirksame Breite der Fütterung wird am einfachsten dem Seildurchmesser d gleichgesetzt; die wirksame Dicke der Fütterung sei w . Für ein Element der Dicke dx , der Breite d und der Länge w lässt sich bei Vernachlässigung der Schubspannungen das Hookesche Gesetz für die Verkürzung z anschreiben:

$$z = \frac{w d P}{E_R d \, dx},$$

worin dP der auf das Element wirkende Kraftteil und E_R der Elastizitätsmodul der Rollenfüterung ist. Integriert wird

$$(27) \quad \int_{-a}^{+a} z \, dx = F_R - F_S = \frac{P}{E_R} \frac{w}{d}$$

Der Aufbau des Proportionalitätsfaktors $w/E_R d$ gibt Anhaltspunkte für eine allfällige Umrechnung auf andere Fütterungen. Die Grösse w (oder $w/E_R d$) wird am besten versuchsstechnisch bestimmt und dürfte je nach Form des Fütterungsprofils bzw. nach der konstruktiven Gestaltung der Rolle nur noch grössenordnungsmässig mit der wirklichen Fütterungsdicke übereinstimmen.

Setzt man F_S und F_R aus Gl. (23) und Gl. (26) in Gl. (27) ein, so ergibt sich nach Division durch $x_0^2 P/S$

$$(28) \quad \frac{w}{E_R d} \frac{S}{x_0^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2x_0}{R} \frac{S}{P} \left(\frac{a}{x_0} \right)^3 - \frac{2a^2}{5x_0^2} + 1 - \frac{3x_0}{a} \left(1 + \frac{x_0}{a} \right) e^{-a/x_0} \left[\cosh(a/x_0) - \frac{x_0}{a} \sinh(a/x_0) \right]$$

Zusammen mit den Gleichungen (2), (15) und (16) umschreibt diese Gleichung alle Zusammenhänge des gestellten Problems vollständig.

7. Kenngrössen und Darstellung

In den bisherigen Gleichungen treten die verschiedenen Grössen nur in ganz bestimmten Kombinationen auf. Es ist deshalb von Vorteil, sie zu den in den Gl. (29) bis (33) definierten dimensionslosen Kennzahlen zusammenzufassen. Der Übersichtlichkeit halber seien vorerst noch die Gl. (11) und (16) für x_0 und σ_0 wiederholt:

²⁾ Czitary [2] benützt für seine Ableitung die gleiche Näherung.

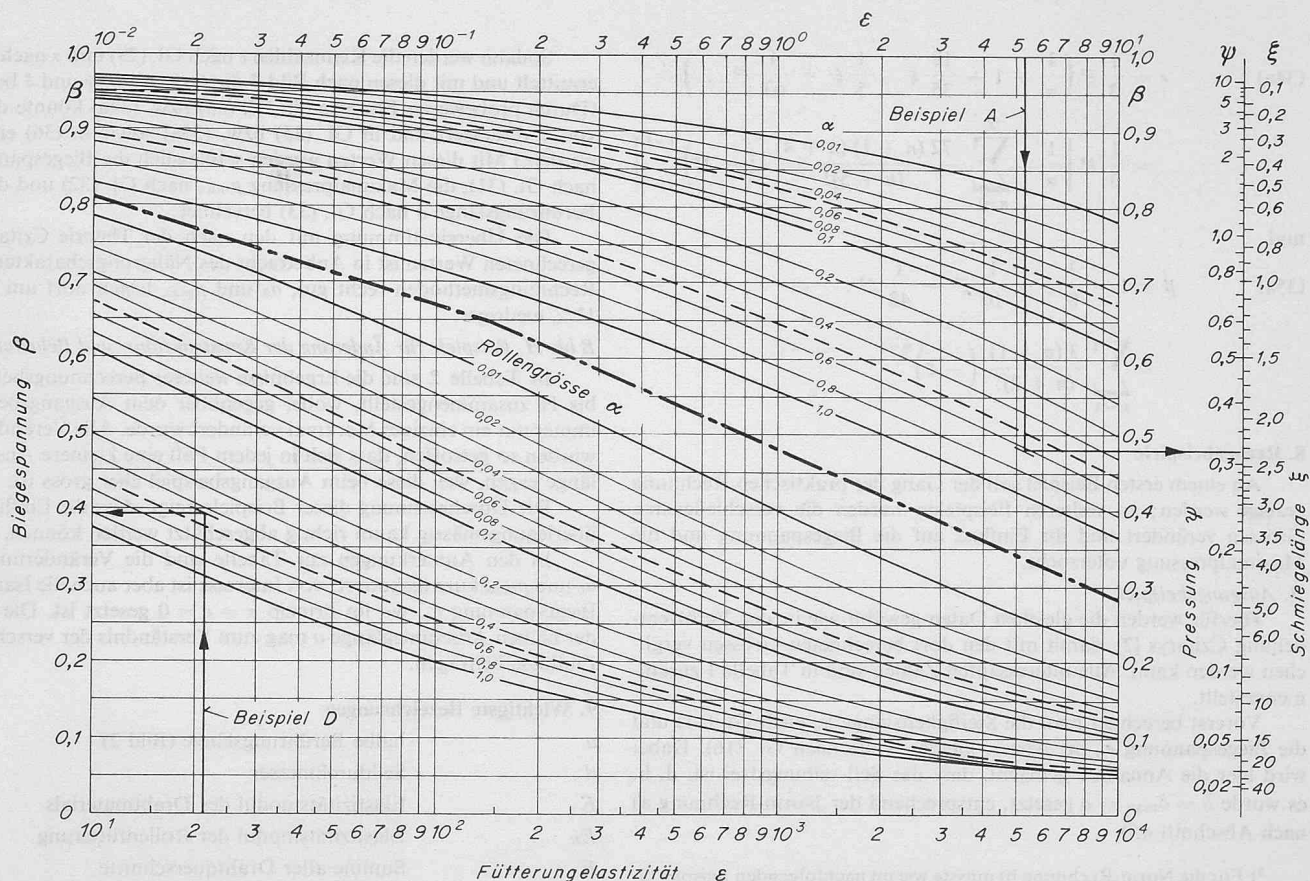


Bild 7. (Dimensionslose) Abhängigkeit der Biegespannung β und der Pressung ψ von der Fütterungselastizität ε und der Rollengröße α (ξ = Schmiege länge-Parameter)

Beispiel A (rechts oben): Gegeben (bzw. aus den gegebenen Daten von Tabelle 1 berechnet) $\varepsilon = 5,27$ und $\alpha = 0,611$. Auf der Ordinate abgelesen: $\beta \approx 0,48$ und auf den zusätzlichen Massstäben (rechts): $\psi \approx 0,32$ und $\xi \approx 2,34$

Beispiel D (links unten): Gegeben (Daten nach Tabelle 1, jedoch $S = 12\,000$ kp) $\varepsilon = 4 \cdot 5,27 = 21,1$ und $\alpha = 0,611 / \sqrt{2} = 0,432$.

Ablesungen: $\beta \approx 0,39$, $\psi \approx 0,24$, $\xi \approx 3,2$ (vgl. auch Tabelle 2)

$$(11) \quad x_0 = \frac{\delta}{4} \sqrt{\frac{E}{\sigma_z}} \quad (16) \quad \sigma_0 = \frac{\delta_{\max}}{\delta} \frac{P}{S} \sqrt{\sigma_z E}$$

Bei den Kenngrößen handelt es sich um folgende:

1. Dimensionslose *Fütterungselastizität* ε . Definiert man dieses Elastizitätsmass als Verhältnis der Fütterungselastizität zur Einfederungselastizität des Seiles, so wird:

$$(29) \quad \varepsilon = \frac{w}{E_R d} \frac{S}{x_0^2}$$

2. Dimensionslose *Rollengröße* oder Anschmiegegrad α : Diese Grösse wird eingeführt als Verhältnis des Rollenradius zum Krümmungsradius des Seiles bei unendlich kleiner Rolle, d. h. es wird:

$$(30) \quad \alpha = R \frac{P}{2 x_0 S}$$

3. Dimensionslose *Biegespannung* β oder Verhältnis der maximalen Biegespannung σ_b zur Biegespannung σ_0 bei unendlich kleiner Rolle, nämlich:

$$(31) \quad \beta = \sigma_b / \sigma_0$$

4. Dimensionslose *Pressung* ψ oder Verhältnis der maximalen (auf den Seildurchmesser d bezogenen) Pressung zu derjenigen Pressung, die entstünde, wenn die Rollenanpresskraft P auf eine Bezugsfläche von der Grösse $x_0 d$ wirken würde. Damit wird:

$$(32) \quad \psi = p_{\max} \frac{x_0 d}{P}$$

5. Dimensionslose *Schmiege länge* ξ oder Verhältnis der halben Anschmiege länge a zur Steifigkeitslänge x_0 , nämlich:

$$(33) \quad \xi = a / x_0$$

Nachstehend werden die Gleichungen (28), (15) und (2) mit diesen Kennzahlen angeschrieben:

Gleichung (28):

$$(34) \quad \varepsilon = \frac{\xi^3}{3 \alpha} - \frac{3}{\xi} \left(1 + \frac{1}{\xi} \right) e^{-\xi} \left[\cosh \xi - \frac{1}{\xi} \sinh \xi \right] - 0,4 \xi^2 + 1$$

Gleichung (15):

$$(35) \quad \beta = \frac{3}{2 \xi} \left[\frac{2}{\xi} \left(1 + \frac{1}{\xi} \right) e^{-\xi} + 1 - \frac{2}{\xi^2} \right]$$

Gleichung (2):

$$(36) \quad \psi = \frac{3}{4 \xi}$$

Diese drei Gleichungen mit den fünf Variablen α , β , ε , ψ und ξ stellen die Gesamtheit der Zusammenhänge dar, die für den normalen Anwendungsbereich in einem Diagramm auf Bild 7 aufgezeichnet sind. Dabei ist die dimensionslose Biegespannung β als Funktion der dimensionslosen Fütterungselastizität ε aufgetragen, während die einzelnen Kurven mit der dimensionslosen Rollengrösse α kotiert sind. Da β und ψ reine Funktionen von ξ sind, konnten der Ordinate in einfacher Weise noch verzerrte Massstäbe für ψ und ξ beigelegt werden.

Sind die beiden Grössen α und ε gegeben, lassen sich die drei übrigen, ξ , β und ψ ohne weiteres aus dem Diagramm ablesen. Will man genauer rechnen, so kann mit Gleichung (34) durch Probieren ein besserer Wert ξ bestimmt werden, der dann in die Gleichungen (35) und (36) eingesetzt wird. Bei Rechenschieberrechnungen lassen sich die Gleichungen (34) und (35) für kleine Werte von ξ (etwa $\xi < 0,5$) nicht mehr verwenden, weshalb für diesen Bereich noch entsprechende Reihenentwicklungen angegeben seien:

$$(34a) \quad \varepsilon = \frac{1}{3} \xi^3 \left(\frac{1}{\alpha} - 1 + \frac{18}{35} \xi - \frac{1}{5} \xi^2 + \frac{4}{63} \xi^3 \dots \right) =$$

$$= \frac{1}{3} \xi^3 \left[\frac{1}{\alpha} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{72(n+1)(n+4)}{(n+5)!} \left(-2\xi \right)^{n-1} \right]$$

und

$$(35a) \quad \beta = 1 - \frac{3}{8} \xi + \frac{1}{10} \xi^2 - \frac{1}{48} \xi^3 \dots =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(n+1)}{(n+2)!} \left(-\xi \right)^{n-1}$$

8. Rechenbeispiele

An einem ersten Beispiel soll der Gang der praktischen Rechnung gezeigt werden; an weiteren Beispielen werden die verschiedensten Grössen verändert und ihr Einfluss auf die Biegespannung und die Maximalpressung untersucht.

A. Ausgangsbeispiel

Hierfür werden die gleichen Daten gewählt wie in der Veröffentlichung Czitarys [2], damit mit den dort berechneten Grössen verglichen werden kann. Alle interessanten Zahlen sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Vorerst berechnet man die Steifigkeitslänge x_0 nach Gl. (11) und die Biegespannung σ_0 bei harter, kleiner Rolle nach Gl. (16). Dabei wird hier die Annahme gemacht, dass das Seil reibungsfrei ist, d. h. es wurde $\bar{\delta} = \delta_{\max} = \delta$ gesetzt, entsprechend der Norm-Rechnung a) nach Abschnitt 4.³⁾

³⁾ Für die Norm-Rechnung b) müsste wie im nachfolgenden Beispiel G, jedoch mit $\bar{\delta} = \delta_{\max} = 0,1 d = 3 \text{ mm} = 158 \text{ ‰}$, gerechnet werden.

Sodann werden die Kennzahlen ε nach Gl. (29) und α nach Gl. (30) ermittelt und mit diesen nach Bild 7 die Grössen β , ψ und ξ bestimmt. (Durch probeweises Einsetzen in Gl. (34) bzw. (34a) könnte der Wert von ξ verbessert und in Gl. (35) bzw. (35a) sowie in (36) eingesetzt werden.) Mit diesen Werten werden schliesslich die Biegespannung σ_b nach Gl. (31), die Maximalpressung p_{\max} nach Gl. (32) und die halbe Berührungslänge a nach Gl. (33) berechnet.

Die Übereinstimmung mit den nach der Theorie Czitarys ausgerechneten Werten ist in Anbetracht des Näherungscharakters beider Rechnungsmethoden recht gut, σ_b und p_{\max} liegen dort um 10 bzw. 12% niedriger.

B bis H. Beispiele für Änderung der Konstruktions- und Belastungsdaten

In Tabelle 2 sind die Ergebnisse weiterer Berechnungsbeispiele B bis H zusammengestellt, wobei gegenüber dem Ausgangsbeispiel A immer nur ein einziges Merkmal verändert wurde. Alle Veränderungen wurden so getroffen, dass sich in jedem Fall eine kleinere Anschmieg-länge ergab, weil diese beim Ausgangsbeispiel eher gross ist.

Die Durchrechnung dieser Beispiele zeigt, dass die Einflüsse rein überlegungsmässig kaum richtig abgeschätzt werden können.

In den Anmerkungen zur Tabelle sind die Veränderungen von σ_b und p_{\max} kurz diskutiert; von Interesse ist aber auch die Isaachssche Biegespannung σ_0 , wo im Prinzip $\alpha = \varepsilon = 0$ gesetzt ist. Die Angabe der halben Anschmieg-länge a mag zum Verständnis der verschiedenen Einflüsse beitragen.

9. Wichtigste Bezeichnungen

a	halbe Berührungslänge (Bild 2)
d	Seildurchmesser
E	Elastizitätsmodul des Drahtmaterials
E_R	Elastizitätsmodul der Rollenfütterung
F	Summe aller Drahtquerschnitte
$F_R F_S$	vgl. Bild 5

Tabelle 1. Ausgangsbeispiel (Beispiel A von Tabelle 2)

Gegebene Daten	Kennzahlen	Berechnete Grössen
$d = 30 \text{ mm}$	$P = 480 \text{ kp}$	$\alpha = 0,611$
$\delta = 1,9 \text{ mm} = \bar{\delta} = \delta_{\max}$	$S = 6000 \text{ kp}$	$\varepsilon = 5,27$
$F = 3,23 \text{ cm}^2$	$R = 25 \text{ cm}$	$\beta = 0,482$
$J = 0,0073 \text{ cm}^4$	$w = 6 \text{ cm}$	$\psi = 0,321$
$E = 2,2 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$	$E_R = 850 \text{ kp/cm}^2$	$\xi = 2,34$
		$x_0 = 1,64 \text{ cm}$ Nach Theorie
		$\sigma_0 = 5100 \text{ kp/cm}^2$ Czitarys:
		$\sigma_b = 2450 \text{ kp/cm}^2$ $\sigma_b = 2220 \text{ kp/cm}^2$
		$p_{\max} = 31,4 \text{ kp/cm}^2$ $p_{\max} = 27,7 \text{ kp/cm}^2$
		$a = 3,83 \text{ cm}$ $a = 4,35 \text{ cm}$

Tabelle 2. Einfluss abgeänderter Konstruktionsdaten und veränderter Belastungen auf die Spannungen im Seil und in der Rollenfütterung (Beispiele).

	Von Tabelle 1 abweichende Daten		$a \text{ cm}$	$\sigma_0 \text{ ‰ 5)$	$\sigma_b \text{ ‰}$	$p_{\max} \text{ ‰}$	
A Ausgangsbeispiel	$R, w/E_R, P, S, \bar{\delta}, F$:	alle = 100 %	3,8	208	100	100	
B Halb so grosse Rolle	$R = 50 \text{ ‰}$	$w/E_R = 100 \text{ ‰}$	2,9	208	116	132	1)
C Doppelt so harte Fütterung	$R = 100 \text{ ‰}$	$w/E_R = 50 \text{ ‰}$	3,1	208	112	122	
D Doppelt so straffes Seil	$S = 200 \text{ ‰}$	$P/S = 50 \text{ ‰}$	3,7	148	58	104	
E Halbe Querlast	$P = 50 \text{ ‰}$	$P/S = 50 \text{ ‰}$	2,9	104	58	64	2)
F Halb so grosse Kräfte	$P = 50 \text{ ‰}$	$S = 50 \text{ ‰}$	3,0	148	94	62	
G Dickere Seildrähte	$\bar{\delta} = \delta_{\max} = 200 \text{ ‰}$	$F = 100 \text{ ‰}$	3,7	208	140	102	3)
H Doppelter Seilquerschnitt	$\bar{\delta} = \delta_{\max} = 141 \text{ ‰}$	$F = 200 \text{ ‰}$	3,4	147	103	80	4)

1) Eine kleinere Rolle, aber auch eine härtere Fütterung konzentriert die Rollenlast auf eine kleinere Anschmieg-länge; die Biegespannung σ_b und die Maximalpressung p_{\max} steigen deshalb an. Interessant ist das geringe Ausmass dieses Anstieges.

2) Eine Veränderung des Querlastverhältnisses P/S ist von starkem Einfluss auf die Biegespannung σ_b , während die Maximalpressung p_{\max} in erster Linie nur von der Grösse der Querlast P abhängt.

3) Verwendet man ein Seil von gleichem Querschnitt, aber mit dickeren (d. h. weniger zahlreichen) Drähten (was von ähnlicher Wirkung ist, wie eine stärkere innere Seilreibung, d. h. hier z. B. $\bar{\delta} = \delta_{\max} = 2 \delta$),

so steigt interessanterweise die Biegespannung σ_b , während σ_0 (bei kleinen, harten Rollen) unabhängig vom Drahtdurchmesser ist.

4) Wird ein dickeres, geometrisch ähnliches Seil verwendet, so ändert sich die Biegespannung σ_b (im Gegensatz zu σ_0 !) nur wenig. Die Pressung dagegen nimmt merklich ab, was in erster Linie auf die grössere Seilbreite zurückzuführen ist.

5) σ_0 ist die Isaachssche Biegespannung bei kleiner, harter Rolle. Sie ist hier auf $\sigma_b (= 2450 \text{ kp/cm}^2 = 100 \text{ ‰})$ des Ausgangsbeispiels A bezogen.

J	$\equiv M \varrho / E$, «wirksames» Flächenträgheitsmoment
M	Biegemoment
M_B, M_F, M_{\max}, M_0	vgl. Bild 3
p_{\max}	maximale spez. Pressung der Rolle (bezogen auf d)
P	Rollenlast
R	Rollenradius
S	Seilzug
w	wirksame Fütterungsdicke (Bild 2)
x, y, z	vgl. Bild 5 und 6
x_0	$\equiv \sqrt{JE/S}$, Steifigkeitslänge, Gl. (11)
δ	Drahtdurchmesser
$\bar{\delta}$	$\equiv 4 \sqrt{J/F}$, äquivalentes (mittleres) δ , Gl. (4)
δ_{\max}	$\equiv 2 \sigma_0 J/M$, maximales δ für Gl. (5)
ϱ	Krümmungsradius der elastischen Linie
σ_b	maximale Biegespannung
σ_0	σ_b für kleine harte Rolle, Gl. (16)
σ_z	$\equiv S/F$, Zugspannung
$\alpha, \beta, \varepsilon, \psi, \xi$	Kenngrossen nach Gl. (29) bis (33)

10. Zusammenfassung

Die örtliche Beanspruchung von Drahtseilen durch querbelastete Rollen wird durch die Auskleidung der Laufflächen mit einem weichen Fütterungsmaterial wesentlich herabgesetzt. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist die Aufgabe gestellt worden, diese Beanspruchungsreduktion in einfacher Weise rechnerisch zu erfassen, bzw. ihre Abhängigkeit von den massgeblichen Grössen abzuklären und in übersichtlicher Weise darzustellen.

Will man die komplizierte Wechselwirkung zwischen den Verformungen des Seils und des Fütterungsmaterials bereits in den Differentialgleichungen berücksichtigen, so kommt man zu mathematisch verwickelten Lösungen [2].

Durch Voraussetzung einer parabolischen Lastverteilung längs des Seiles (wie sie auch einer ellipsoidförmigen Verteilung Hertzscher

Pressungen entspricht) ergeben sich Zusammenhänge, die sich in einfacher Weise in einem einzigen Diagramm (Bild 7) darstellen lassen, so dass die praktische Rechnung mit dem Rechenschieber bewältigt werden kann.

Zwei Kennzahlen α (= dimensionslose Rollengrösse) und ε (= dimensionslose Fütterungselastizität) bestimmen in diesem Diagramm drei weitere Kennzahlen, aus denen sich die Biegespannungen σ_b im Seil und die Pressungen p_{\max} zwischen Seil und Rolle ohne weiteres ergeben. Auf diese Weise ist es beispielsweise möglich, den Einfluss geänderter Konstruktions- oder Belastungsdaten ohne langwierige Rechnung abzuschätzen, was an verschiedenen Beispielen gezeigt wird.

Im allgemeinen wird man sich mit der Genauigkeit der aus dem Diagramm abgelesenen Grössen begnügen, weil der unbekannte Einfluss der inneren Seilreibung die Wahl der Grössen $\bar{\delta}$ und δ_{\max} (die für die Seilsteifigkeit und für die Biegespannung massgeblich sind) bereits mit einem grösseren Fehler behaftet. In diesem Zusammenhang wird vorläufig vorgeschlagen, die als zulässig bezeichneten Grenzwerte für σ_b und p_{\max} auf zwei Norm-Rechnungen (vgl. Abschnitt 4) zu beziehen, bzw. für jede dieser beiden Rechnungen zu kontrollieren. Bei der ersten wird die innere Reibung vollständig vernachlässigt; bei der zweiten wird angenommen, dass dünnere Drähte wegen der Reibung in sich unverschiebliche Bündel bilden, die eine Dicke von 10% des Seildurchmessers haben.

Literaturverzeichnis

- [1] J. Isaachsen: Die Beanspruchung der Tragseile. Z.-V.D.I. 1907, S. 655.
- [2] E. Czitary: Verhalten eines Drahtseiles auf einer Rolle mit elastischem Futter. «Österr. Ing.-Archiv» 1956, H. 4.
- [3] L. Lehanneur: Note annexe (zur Übersetzung von [2]). «Annales des Ponts et Chaussées» 1957, S. 814.
- [4] E. Engel: Zur Biegebbeanspruchung eines Seiles auf einer elastisch gefütterten Rolle. «Österr. Ing.-Archiv» 1957, H. 3.

Adresse des Verfassers: Prof. O. Zweifel, Vorstand des Instituts für Bau- und Transportmaschinen an der ETH, Sonneggstr. 3, 8006 Zürich.

Die Berechnung von Einseilbahnen mittels eines Computers

DK 625.576.3.001.2

Von K. Ruesch, Zürich

1. Einleitung

Durch die rasche Entwicklung und intensive Forschung in Wirtschaft und Technik wurde auch der Arbeitsanfall für den in der Praxis tätigen Ingenieur bezüglich Berechnung und Projektierung erheblich grösser. Man suchte deshalb nach neuen Hilfsmitteln, um die zeitraubenden und eintönigen Routineberechnungen mit wenig manuellem Aufwand durchzuführen.

Bereits seit einigen Jahren werden statische Probleme mit digitalen Rechenanlagen gelöst. Ist erst einmal für die betreffende Aufgabe ein generelles Rechenprogramm vorhanden, so ist nur noch ein kleiner Arbeitsaufwand nötig, um die erforderlichen Daten bereitzustellen und sie dann durch den Computer verarbeiten zu lassen und die gewünschte Vielzahl von Ergebnissen zu erhalten. Anhand des von der Firma IBM entwickelten Programmes «Berechnung von Einseilbahnen» soll der Ablauf einer solchen Berechnung gezeigt und die dabei benutzte Methode beschrieben werden. Die beigefügten Bilder und Tabellen zeigen Beispiele einer mit diesem Programm auf der Anlage IBM/360 Mod. 40 durchgeführten Berechnung.

2. Aufgabe

Das im folgenden beschriebene Programm berechnet Seilspannungen und Stützenreaktionen, die sich aus äusseren statischen und dynamischen Belastungen ergeben. Dabei geht man von den geometrischen Daten und den statischen Belastungen aus. Ausserdem kann für die Bemessung dem Computer eine Seiltabelle mit den notwendigen geometrischen Angaben zur Verfügung gestellt werden, aus denen er sich dann den günstigsten Typ selbst auswählt.

3. Voraussetzungen

Es handelt sich im folgenden ausschliesslich um die Berechnung von Einseilbahnen, das heisst Tragseil und Zugseil sind identisch. Die Gehänge werden nicht als Einzellasten betrachtet, sondern als

eine auf das ganze Seil gleichmässig verteilte Belastung in die Berechnung eingeführt.

Der Berechnung liegt die Verordnung über Bau und Betrieb von eidgenössisch konzessionierten Seilbahnen vom 23. September 1963 zugrunde. Da die meisten Normenwerte als variabel definiert wurden, ist das Programm weitgehend normenunabhängig.

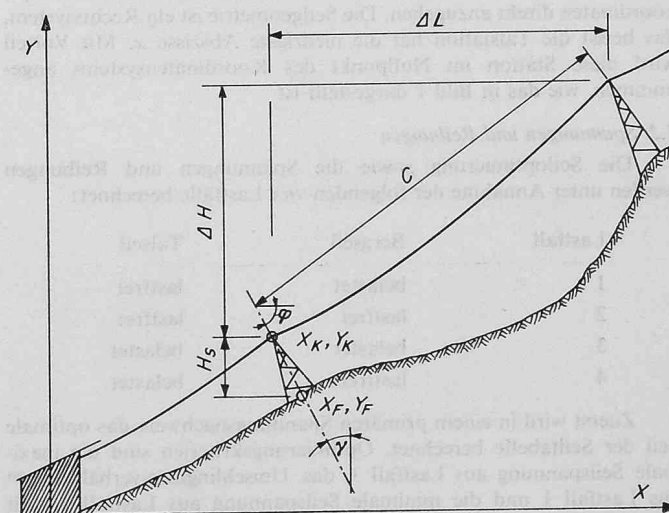


Bild 1. Schematisches Längenprofil mit geometrischen Daten

x_F, y_F (m) = Stützenfusskoordinaten; x_K, y_K (m) = Stützenkopfskoordinaten; H_S (m) = Stützenlänge; γ (Altgrad) = Stützenwinkel; ΔL (m) = horizontaler Abstand der Stützen; ΔH (m) = Höhendifferenz der Stützen; φ (Altgrad) = Neigungswinkel der Sehne c .