

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 87 (1969)  
**Heft:** 28

**Artikel:** Das Einbeulen von Schacht- und Stollenpanzerungen  
**Autor:** Amstutz, Ernst  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-70737>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Das Einbeulen von Schacht- und Stollenpanzerungen

Von Ernst Amstutz, dipl. Ing., Direktor in der Firma Wartmann & Cie. AG, Brugg

DK 627.842:624.075.2

### 1. Allgemeines

In zwei Veröffentlichungen in der SBZ habe ich in den Jahren 1950 [1] und 1953 [2] eine Theorie des Einbeulens von kreisrunden Schacht- und Stollenpanzerungen entwickelt, die inzwischen in der internationalen Fachliteratur Eingang gefunden hat. Auch andere Autoren haben sich mit diesem aktuellen Problem beschäftigt und sind auf anderem Wege entweder zu ähnlichen [3] oder abweichenden [4], [5] Resultaten gelangt. Durchgeführte Versuche [6], [7], [8] haben je nach Versuchsbedingungen eher die eine oder eher die andere Theorie bestätigt. Die Praxis hat gezeigt, dass nach meiner Theorie relativ kleine Sicherheitskoeffizienten genügen, um Schadenfälle zu verhindern, während auf anderer theoretischer Grundlage wesentlich höhere Sicherheitskoeffizienten anzunehmen sind.

Um den Sachverhalt objektiv abzuklären, hat die Firma Wartmann & Cie. AG, Brugg, in den letzten Jahren mit erheblichen Kosten Versuche durchgeführt, über die nachstehend berichtet werden soll. Nachdem in diesen Versuchen die wirklichen und die der Theorie zugrunde gelegten Bedingungen möglichst genau eingehalten wurden, zeigt sich sowohl für glatte als auch für Rohre mit Schubankern eine sehr gute Übereinstimmung mit meiner Theorie, sobald die richtigen Materialkonstanten in die theoretischen Formeln eingesetzt werden.

Es ist von grosser wirtschaftlicher Bedeutung, die Einbeulgefahr von Schacht- und Stollenpanzerungen aus Injektionsdruck oder Gebirgswasser richtig beurteilen zu können. Von der statischen Seite her scheint das Problem nunmehr gelöst zu sein. Die grösseren Unsicherheiten liegen auf geologischer Seite. Einmal ist es nicht einfach, die Höhe des Gebirgswasserdruckes abzuschätzen. Je nach Schichtung und Klüftung des Felsens kann die Druckhöhe erheblich von der gewöhnlich zugrunde gelegten Terrainhöhe abweichen. Zum andern können die elastisch-plastischen Eigenschaften des Felsens nachträglich zu ungünstigen Klaffungen zwischen Betonummantelung und Panzerung oder aber zu einer günstigen Vorspannung der Panzerung durch Gebirgsdruck führen. Es scheint mir, dass nur durch Versuche am Ort der späteren Panzerung [9] die Verhältnisse so realistisch erfasst werden können, dass die statische Theorie auch mit entsprechendem Nutzeffekt angewendet werden kann.

Bevor die genannten Versuche beschrieben werden, soll die früher entwickelte Theorie [1, 2] nochmals in etwas erweiterter Form dargestellt werden. Während in den früheren Ableitungen eine mehr geometrisch orientierte und daher anschauliche Methode gewählt wurde, die gewisse vereinfachte Annahmen erforderte, soll hier eine algebraisch-analytische Ableitung zur Anwendung kommen.

### 2. Beultheorie

Das Einbeulen eines einbetonierten Rohres unter äusserem, gleichmässig verteilt Druck ist nicht ein klassisches Stabilitätsproblem wie zum Beispiel beim freien Rohr, das seine Gleichgewichtslage bei Erreichen des kritischen Druckes plötzlich verlässt. Vielmehr wird sich eine Verformung an einer oder mehreren Stellen bereits einstellen, wenn eine allfällige Vorspannung zwischen Rohr und Ummantelung durch den äusseren Wasserdruk übertragen wird. Die durch den äusseren Wasserdruk bedingte elastische Verkürzung des Rohrmantels in Umfangrichtung kann nämlich nur eintreten, wenn sich der Mantel an einzelnen Stellen abplattet, sich also von der Um-

mantelung abhebt. Mit zunehmendem Druck werden diese Abplattungen tiefer, bis sie «durchschlagen», das heisst – elastisches Verhalten vorausgesetzt – wenn die Verformungen ohne weitere Lastzunahme immer grösser werden. In praktischen Verhältnissen wird allerdings schon weit früher die Tragfähigkeit des Rohres mit Erreichen der Plastizität begrenzt. Dann nehmen nämlich die Verformungen nicht wegen der geometrischen Verhältnisse, sondern wegen des begrenzten Materialwiderstandes so rasch zu, dass das Durchschlagen des Mantels praktisch bei Erreichen der Plastizität erfolgt.

Die Erfahrung zeigt – und eine einfache Überlegung bestätigt dies –, dass die Beulen sich immer in grösserer Länge in Richtung der Rohraxe ausbilden; denn in diesem Falle widersteht der Beulenbildung nur der geringe Biegewiderstand der Wandung, während sich bei begrenzter Länge der Beule eine Schalenwirkung ergeben müsste, also der wesentlich grössere Dehnwiderstand der Wandung in Rechnung zu setzen wäre. Unsere Betrachtung kann sich daher auf einen Ring von der Einheitsbreite beschränken. Weiter wollen wir voraussetzen, dass Haftung und Reibung zwischen Rohr und Betonummantelung vernachlässigbar sind, da ihre günstige Wirkung unsicher ist.

Bild 1 zeigt ein unendlich kleines Element des Rohrmantels vom ursprünglichen Radius  $r$  mit dem Zentrumswinkel  $d\varphi$  und der Radialverformung  $\eta$ . Ausser der äusseren, gleichmässig verteilten Radialbelastung  $p$  greifen daran als Schnittkräfte die Normalkraft  $N$ , die Querkraft  $Q$  und das Biegemoment  $M$  an.

Die Gleichgewichtsbedingungen am Element von der Länge  $(r - \eta) \cdot d\varphi$  lauten:

Komponentengleichung quer:

$$(1) \quad dQ - N \cdot d\varphi - N \frac{d}{d\varphi} \left( \frac{d\eta}{rd\varphi} \right) + p(r - \eta) \cdot d\varphi = 0$$

Komponentengleichung längs:

$$(2) \quad Q \cdot d\varphi + dN = 0$$

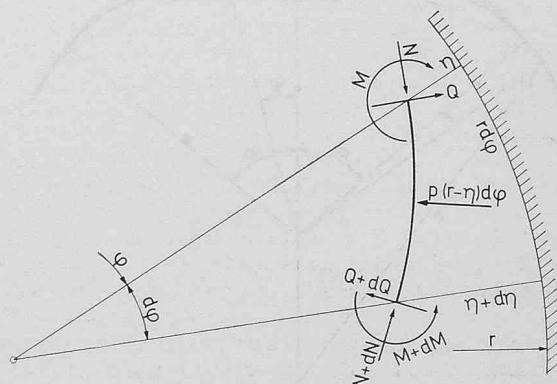


Bild 1. Kräfte und Verformungen des Mantel-Elementes

Momentengleichung:

$$(3) \quad Q \cdot r \cdot d\varphi - dM = 0$$

Verformungsgleichung:

$$(4) \quad \frac{d^2\eta}{r^2 d\varphi^2} + \frac{\eta}{r^2} = -\frac{M}{EJ}$$

In Gleichung (1) stellen die  $\eta$  enthaltenden Glieder die Zusatzbelastungen aus der Verformung dar, im 3. Glied darf daher  $N$  durch den Konstantenwert  $N_0$  und im 4. Glied gemäss der Kesselformel  $p$  durch

$\frac{N_0}{r}$  ersetzt werden.

Bezeichnen wir ferner die Ableitungen nach  $\varphi$  mit Punkten, so lauten die 4 Gleichungen wie folgt:

$$(1') \quad Q \cdot N = \frac{N_0}{r} (\eta + \eta'') - p \cdot r$$

$$(2') \quad Q + N' = 0$$

$$(3') \quad Q \cdot r - M' = 0$$

$$(4') \quad M = -\frac{EJ}{r^2} (\eta + \eta'')$$

Aus diesen 4 Gleichungen eliminieren wir die 3 Variablen  $Q$ ,  $N$  und  $M$ , nämlich aus (1') und (2')

$$(5) \quad Q + Q'' = \frac{N_0}{r} (\eta' + \eta''')$$

und aus (3') und (4')

$$(6) \quad Q = -\frac{EJ}{r^3} (\eta' + \eta''')$$

Die Elimination von  $Q$  aus (5) und (6) führt zur Differentialgleichung unseres Problems:

$$(7) \quad \eta' \left(1 + \frac{r^2 N_0}{EJ}\right) + \eta''' \left(2 + \frac{r^2 N_0}{EJ}\right) + \eta'''' = 0$$

Mit der Abkürzung

$$(8) \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{r^2 N_0}{EJ}}$$

lautet die Lösung der Gleichung (7)

$$(9) \quad \eta = a \cdot \cos(\varepsilon \cdot \varphi) + b \cdot \cos \varphi + c$$

Hierbei ist angenommen, dass wir die Bezugsaxe  $\varphi = 0$  in die Symmetrieaxe der Beule verlegen, so dass die noch möglichen Sinus-Glieder entfallen. Von der Richtigkeit der Lösung (9) überzeugt man sich leicht durch Einsetzen in (7). Das Glied  $b \cdot \cos \varphi$  bedeutet geometrisch eine Parallelverschiebung und das Glied  $c$  eine Verengung – bzw. bei negativem Wert eine Ausweitung – des Mantels. Das Glied

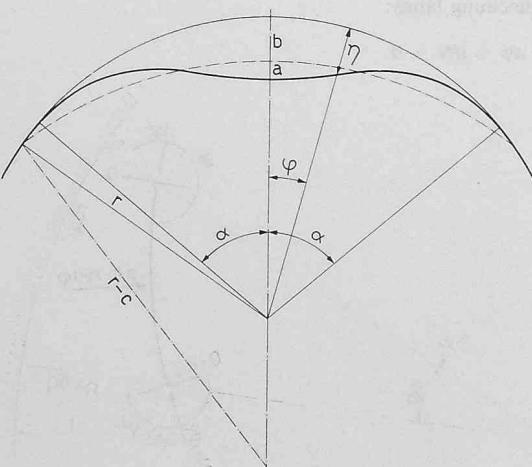


Bild 2. Beulenform

$a \cdot \cos(\varepsilon \cdot \varphi)$  stellt eine Wellenlinie um die Mittellage  $(b \cdot \cos \varphi + c)$  dar (Bild 2).

Die Integrationskonstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  sind aus den Randbedingungen zu ermitteln. Bezeichnen wir mit  $\alpha$  denjenigen Winkel  $\varphi$ , bei dem das eingebaute Blech den Betonmantel wieder berührt, also das Ende der Beule, so lauten die Randbedingungen:

$$(10) \quad \eta_\alpha = 0 \quad a \cdot \cos(\varepsilon \cdot \alpha) + b \cos \alpha + c = 0$$

$$(11) \quad \eta'_\alpha = 0 \quad a \cdot \varepsilon \cdot \sin(\varepsilon \cdot \alpha) + b \sin \alpha = 0$$

$$(12) \quad M_\alpha = 0 \quad a(1 - \varepsilon^2) \cdot \cos(\varepsilon \alpha) + c = 0$$

Aus (11) folgt

$$(13) \quad b = -a \frac{\varepsilon \cdot \sin(\varepsilon \alpha)}{\sin \alpha}$$

und aus (12)

$$(14) \quad c = +a(\varepsilon^2 - 1) \cdot \cos(\varepsilon \alpha)$$

Beide Werte in (10) eingesetzt, ergeben nach kurzer Zwischenrechnung die Bestimmungsgleichung für  $\alpha$ :

$$(15) \quad \underline{\varepsilon \cdot \tan \alpha = \tan(\varepsilon \alpha)}$$

Die Lösung ist durch Probieren zu finden und ist in Tabelle 1 und im Diagramm Bild 3 dargestellt.

Als weitere Bestimmungsgleichung für die Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  formulieren wir die Verformungsbedingung, wonach die elastische Verkürzung des Mantels gleich der geometrischen Verkürzung sein muss. Für die elastische Verkürzung des Mantels benötigen wir die Normalkraft  $N$ .

Aus (1') und (2') folgt

$$(16) \quad N + N'' = p \cdot r - \frac{N_0}{r} (\eta + \eta'')$$

Setzen wir  $\eta$  aus (9) ein, so erhalten wir

$$(17) \quad N + N'' = p \cdot r - \frac{N_0}{r} [a(1 - \varepsilon^2) \cdot \cos(\varepsilon \varphi) + c]$$

Die Lösung lautet, wie man sich durch Einsetzen in (17) leicht überzeugt:

$$(18) \quad N = p \cdot r - \frac{N_0}{r} [a \cdot \cos(\varepsilon \varphi) + c]$$

Setzen wir gemäss (12)

$$(19) \quad a = \frac{c}{(\varepsilon^2 - 1) \cdot \cos(\varepsilon \alpha)}$$

so lässt sich leicht zeigen, dass für den praktisch vorkommenden Bereich  $5 < \varepsilon < 20$  das erste Glied in der eckigen Klammer der Gleichung (18) gegenüber dem Wert  $c$ , der an sich schon ein kleiner Korrekturwert ist, vernachlässigt werden kann. Wir können daher setzen

$$(20) \quad \underline{N = \text{konst}} = p \cdot r - N_0 \frac{c}{r} \cong \underline{p(r - c)}$$

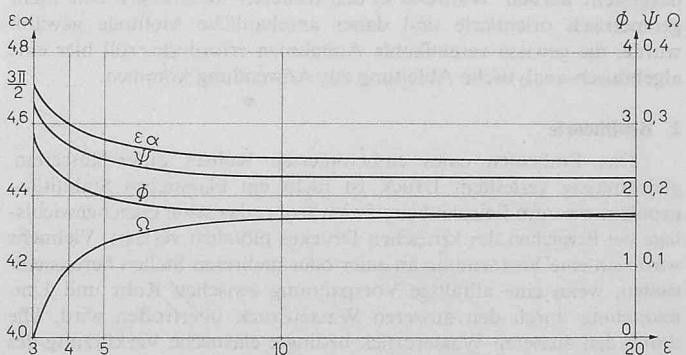


Bild 3. Öffnungswinkel  $\alpha$  und Hilfswerte  $\Phi$ ,  $\Psi$  und  $\Omega$

Tabelle 1: Hilfswerte

$\varepsilon$	$\varepsilon \cdot \alpha^\circ$	$\alpha^\circ$	$\operatorname{tg}(\varepsilon \alpha)$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\varepsilon \cdot \operatorname{tg} \alpha$	$\cos(\varepsilon \alpha)$	$\sin(\varepsilon \alpha)$	$\sin \alpha$	$\varepsilon \cdot \alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\Phi$	$\Psi$	$\Omega$
									(25)	(29)	(35)	(39)	(40)	(48)	
3	270°00'	90°00'	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	-1,00000	-1,00000	4,71239	-2,6667	28,3	8,00	2,88	0,331	0
4	263°37',2	65°54',3	8,9446	2,2360	8,9440	-0,11112	-0,99381	0,91287	4,60104	-1,8095	32,7	16,67	2,21	0,271	0,100
5	261°11',6	52°14',3	6,4550	1,2910	6,4550	-0,15310	-0,98821	0,79056	4,55868	-1,3933	38,7	27,67	2,00	0,251	0,133
10	258°19',7	25°50'	4,8409	0,48413	4,8413	-0,20231	-0,97932	0,43575	4,50868	-0,6650	71,4	119,03	1,78	0,226	0,168
20	257°40',2	12°53'	4,5749	0,22873	4,5746	-0,21357	-0,97693	0,22297	4,49719	-0,3286	143,4	484,2	1,73	0,225	0,175

Die elastische Verkürzung  $\Delta$  über den halben Umfang des Mantels beträgt somit

$$(21) \quad \Delta = \frac{\pi \cdot r (N - V)}{E \cdot F} = \pi \cdot r \frac{\sigma_N - \sigma_V}{E}$$

Hierin bedeutet  $\sigma_N$  die Normalspannung aus der Normalkraft  $N$  und  $\sigma_V$  eine allfällige Vorspannung aus der Vorspannkraft  $V$ , zum Beispiel aus Injektionsdruck. Besteht statt einer Vorspannung eine Klaffung  $k$  zwischen Panzerung und Beton, so ist

$$(22) \quad \sigma_V = -\frac{k}{r} \cdot E$$

zu setzen, das ist also diejenige Spannung, die nötig ist, um die Klaffung zum Verschwinden zu bringen.

Die geometrische Verkürzung setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil  $\Delta_1$  ergibt sich aus der Annäherung des Mantels an das Kreiszentrum zu

$$(23) \quad \Delta_1 = \int_0^\alpha \frac{\eta}{r} \cdot r \cdot d\varphi = \int_0^\alpha [a \cdot \cos(\varepsilon \varphi) + b \cdot \cos \varphi + c] \cdot d\varphi = \frac{a}{\varepsilon} \cdot \sin(\varepsilon \alpha) + b \cdot \sin \alpha + c \cdot \alpha$$

Unter Benützung von (13) und (14) folgt

$$(24) \quad \Delta_1 = a \cdot \beta$$

mit dem Hilfswert

$$(25) \quad \beta = \left( \varepsilon - \frac{1}{\varepsilon} \right) [\varepsilon \cdot \alpha \cdot \cos(\varepsilon \alpha) - \sin(\varepsilon \alpha)]$$

Der zweite Teil  $\Delta_2$  entsteht aus der Neigung der elastischen Linie zu

$$(26) \quad \Delta_2 = \int_0^\alpha [\sqrt{r^2 + \eta^2} \cdot d\varphi - r \cdot d\varphi] \cong \frac{1}{2r} \int_0^\alpha \eta \cdot d\varphi$$

Unter Benützung von (9) und (13) erhalten wir:

$$(27) \quad \Delta_2 = \frac{a^2}{2r} \int_0^\alpha \left[ -\varepsilon \cdot \sin(\varepsilon \varphi) + \frac{\varepsilon \cdot \sin(\varepsilon \alpha)}{\sin \alpha} \cdot \sin \varphi \right]^2 \cdot d\varphi = \frac{a^2}{2r} \int_0^\alpha \left[ \varepsilon^2 \cdot \sin^2(\varepsilon \varphi) - 2 \cdot \varepsilon^2 \frac{\sin(\varepsilon \alpha)}{\sin \alpha} \cdot \sin(\varepsilon \varphi) \cdot \sin \varphi + \varepsilon^2 \frac{\sin^2(\varepsilon \alpha)}{\sin^2 \alpha} \cdot \sin^2 \varphi \right] d\varphi = \frac{a^2}{2r} \varepsilon^2 \left\{ \frac{1}{2\varepsilon} [\varepsilon \cdot \alpha - \sin(\varepsilon \alpha) \cdot \cos(\varepsilon \alpha)] - 2 \frac{\sin(\varepsilon \alpha)}{\sin \alpha} \cdot \frac{1}{\varepsilon - 1/\varepsilon} \left[ \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sin(\varepsilon \alpha) \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \cos(\varepsilon \alpha) \right] + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin^2(\varepsilon \alpha)}{\sin^2 \alpha} [\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha] \right\}$$

Hierin entfällt wegen Gleichung (15) das mittlere Glied, so dass sich  $\Delta_2$  reduziert auf:

$$(28) \quad \Delta_2 = \frac{a^2}{4 \cdot r} \cdot \gamma$$

mit dem Hilfswert

$$(29) \quad \gamma = \varepsilon \left[ \varepsilon \cdot \alpha - \sin(\varepsilon \alpha) \cdot \cos(\varepsilon \alpha) + \varepsilon \alpha \cdot \frac{\sin^2(\varepsilon \alpha)}{\sin^2 \alpha} - \varepsilon \cdot \sin^2(\varepsilon \alpha) \cdot \operatorname{ctg} \alpha \right]$$

$$(30) \quad \text{Die Bedingung } \Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

liefert somit die Beziehung

$$(31) \quad \pi \cdot r \frac{\sigma_N - \sigma_V}{E} = a \cdot \beta + \frac{a^2}{4r} \cdot \gamma$$

In dieser Beziehung ist lediglich noch  $a$  mit Hilfe einer weiteren Bedingung zu bestimmen. Wir formulieren hier die eingangs aufgestellte Forderung, dass an einer Stelle die Randspannung die Fließgrenze  $\sigma_F$  erreichen soll. Wie aus Bild 2 zu erkennen, ist diese Stelle der Scheitel der Beule bei  $\varphi = 0$ , da sich hier die Krümmungen aus der Verflachung des Bogens und aus der Wellenlinie addieren. Massgebend ist ferner die äußere Faser im Abstand  $e$  von der neutralen Achse, da sich hier die Druckspannungen aus der Normalkraft und aus der Biegung addieren.

Gemäss (4'), (9) und (14) finden wir:

$$(32) \quad \sigma_F = \sigma_N + \frac{M_0}{J} \cdot e = \sigma_N - E \frac{e}{r^2} (\eta_0 + \dot{\eta_0})$$

bzw.

$$(33) \quad \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} = \frac{e}{r^2} (a + b + c - a \cdot \varepsilon^2 - b) = -\frac{e}{r^2} [a (1 - \varepsilon^2) + c] = \frac{e \cdot a}{r^2} (\varepsilon^2 - 1) \cdot [1 - \cos(\varepsilon \alpha)]$$

Hieraus bestimmt sich

$$(34) \quad a = \frac{r^2}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \cdot \frac{1}{\delta}$$

mit dem Hilfswert

$$(35) \quad \delta = (\varepsilon^2 - 1) [1 - \cos(\varepsilon \alpha)]$$

Gleichung (34) in Gleichung (31) eingesetzt ergibt

$$(36)$$

$$\frac{\sigma_N - \sigma_V}{E} = \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \cdot \frac{\beta}{\pi \cdot \delta} \left[ 1 + \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \cdot \frac{\gamma}{4 \beta \cdot \delta} \right]$$

Der Koeffizient  $\frac{\beta}{\pi \cdot \delta}$  ist sehr stark von  $\varepsilon$  abhängig; um ihn möglichst konstant zu machen, erweitern wir die Gleichung beidseitig mit  $\varepsilon^3$ , wobei wir auf der linken Seite gemäss (8)

$$(37) \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{Nr^2}{EJ}} = \sqrt{1 + \left( \frac{r}{i} \right)^2 \frac{\sigma_N}{E}}$$

einsetzen, worin  $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$  den Trägheitsradius darstellt.

Unsere Schlussgleichung lautet nun:

$$(38) \quad \frac{\sigma_N - \sigma_V}{E} \left[ 1 + \left( \frac{r}{i} \right)^2 \frac{\sigma_N}{E} \right]^{3/2} = \Phi \cdot \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \left[ 1 - \Psi \cdot \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \right]$$

mit den Hilfsfunktionen:

$$(39) \quad \Phi = \frac{\varepsilon^3 \cdot \beta}{\pi \cdot \delta}$$

$$(40) \quad \Psi = \frac{-\gamma}{4 \cdot \beta \cdot \delta}$$

Die Formel (38) deckt sich mit Gleichung (5) meiner Veröffentlichung [2] aus dem Jahre 1953, wobei lediglich  $\Phi$  durch den Festwert 1,68 und  $\Psi$  durch den Wert 0,25 ersetzt sind. Da das Resultat auf diese Koeffizienten ziemlich unempfindlich ist, so ist hiermit der Nachweis erbracht, dass die in der Veröffentlichung von 1953 gemachten Vereinfachungen zulässig waren.

Die Werte  $\Phi$  und  $\Psi$  sind in Tabelle 1 ermittelt und im Diagramm Bild 3 dargestellt. In Anbetracht des flachen Verlaufes dieser Kurven können wir sie im praktisch vorkommenden Bereich  $5 < \varepsilon < 20$  durch ihre Tiefstwerte bei  $\varepsilon = 20$  ersetzen, wobei wir auf der sicheren Seite bleiben. Der Fehler wird teilweise kompensiert, wenn wir auf der linken Seite die 1 in der Klammer vernachlässigen. Damit nimmt Gleichung (38) die Form an

$$(41) \quad \frac{\sigma_N - \sigma_V}{\sigma_F - \sigma_N} \left( \frac{r}{i} \sqrt{\frac{\sigma_N}{E}} \right)^3 \cong 1,73 \cdot \frac{r}{e} \left[ 1 - 0,225 \cdot \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \right]$$

Wenn  $\sigma_N$  aus (38) oder (41) bestimmt ist, so bleibt uns noch die Aufgabe, die kritische Belastung  $p_{kr}$  zu ermitteln. Wir greifen hierzu auf Gleichung (20) zurück:

$$(42) \quad p_{kr} = \frac{N}{r - c} = \frac{\sigma_N \cdot F}{r \left( 1 - \frac{c}{r} \right)}$$

Aus (19), (34) und (35) folgt

$$(43) \quad \frac{c}{r} = \frac{(\varepsilon^2 - 1) \cdot \cos(\varepsilon \alpha)}{(\varepsilon^2 - 1) [1 - \cos(\varepsilon \alpha)]} \cdot \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E}$$

somit wird

$$(44) \quad p_{kr} = \frac{\sigma_N \cdot F}{r \left( 1 + \Omega \cdot \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \right)}$$

Der Hilfswert

$$(45) \quad \Omega = -\frac{\cos(\varepsilon \alpha)}{1 - \cos(\varepsilon \alpha)}$$

ist ebenfalls in Tabelle 1 ermittelt und im Diagramm Bild 3 eingetragen. Wenn wir den Größtwert für  $\varepsilon = 20$  mit  $\Omega = 0,175$  verwenden, so bleiben wir auf der sicheren Seite, und es ergibt sich die vereinfachte Gleichung

$$(46) \quad p_{kr} = \frac{F \cdot \sigma_N}{r \left( 1 + 0,175 \cdot \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \right)} \cong \frac{F \cdot \sigma_N}{r \left( 1 - 0,175 \cdot \frac{r}{e} \cdot \frac{\sigma_F - \sigma_N}{E} \right)}$$

Der Vergleich mit meiner Veröffentlichung [2] aus dem Jahre 1953 ergibt in der entsprechenden Gleichung (4) den Wert

$$(47) \quad \Omega = \frac{1}{1 + \frac{3\pi}{2}} = 0,175$$

also gleich viel wie oben.

### 3. Spezialfälle

#### a) Rohr mit Aussteifringen

Hier sind zwei Untersuchungen anzustellen. Einmal ist das Einbeulen des Gesamtquerschnittes Rohr plus Aussteifung gemäß der vorstehenden Theorie nachzuweisen. Hierbei ist für die Querschnittswerte  $J$ ,  $i$  und  $e$  der Querschnitt der Steife, der einen mitwirkenden Streifen des Blechmantels von etwa 30 mal Blechstärke enthält, für  $F$  hingegen der Gesamtquerschnitt mit Blechmantel von Aussteifung zu Aussteifung einzuführen.

Zum andern ist das Einbeulen des Blechmantels zwischen den Aussteifringen nachzuweisen, wobei dieser Mantel als freies Rohr angesehen werden kann, da sich dieser ja im Bereich der grossen Beule von der Betonauskleidung abgehoben hat. Für diese Untersuchung steht die Scheibentheorie zum Beispiel nach Flügge [10] zur Verfügung. Bei geschickter Abstimmung von Blechdicke und Ringabstand lassen sich so sehr wirtschaftliche Lösungen finden. Jedoch ist die Anwendung auf Panzerungen in grösseren Betonkörpern, zum Beispiel Staumauern, beschränkt, da bei Stollen das Einbringen des Betons zwischen Fels und Panzerung durch die Ringe zu sehr behindert wird.

#### b) Das glatte Rohr

Beim glatten Rohr mit der Wandstärke  $d$  wird  $i = \frac{d}{\sqrt{12}}$  und  $e = \frac{d}{2}$  gesetzt. Infolge der verhinderten Querkontraktion ist  $E$  durch

$$(48) \quad E^* = \frac{E}{\sqrt{1 - \nu^2}}$$

und  $\sigma_F$  durch

$$(49) \quad \sigma_F^* = \frac{\mu \cdot \sigma_F}{\sqrt{1 - \nu + \nu^2}}$$

zu ersetzen. Hierbei ist  $\nu = 0,25$  die Querdehnungszahl und  $\mu$  ein Koeffizient für die «Stützwirkung», der angibt, wievielmal grösser die Fliessgrenze auf Biegung gegenüber der Fliessgrenze auf Zug ist. Gemäss [11] Formel (5) ist für Rechteckquerschnitte zu setzen:

$$(50) \quad \mu = 1,5 - 0,5 \left( \frac{1}{1 + \frac{E}{\sigma_F} \cdot 0,002} \right)^2 \approx 1,5 - 0,5 \left( \frac{1}{1 + \frac{4}{\sigma_F}} \right)^2$$

worin  $\sigma_F$  in  $\text{t}/\text{cm}^2$  einzusetzen ist.

In Bild 4 sind die Spannungsdehnungsdiagramme eines Blechstreifens von Versuchsrohr Nr. 2 für Zug und für Biegung in Vergleich gesetzt. Man sieht, dass für Biegung das Material sich über die rechnerische Fliessgrenze hinaus elastisch verhält. Das hängt vermutlich damit zusammen, dass ein Fliessen nur über den ganzen Querschnitt und nicht in einzelnen Fasern erfolgen kann.

Man könnte sich fragen, ob mit dieser Erhöhung der Fliessgrenze nur für den Biegsungs-, nicht aber für den Normalkraftanteil gerechnet werden kann. Durchgerechnete Beispiele zeigen, dass in praktisch vorkommenden Fällen die Normalspannung kleiner als die Biegespannung ist. Wenn wir den Grenzfall gleich grosser Anteile betrachten, so handelt es sich um eine dreieckförmige Spannungsverteilung. Wir können nun zwei solcher Balken mit gleichem Biegemoment und entgegengesetzter Normalkraft so übereinanderlegen, dass die neutralen Axen zusammenfallen. Diese beiden Balken haben dann denselben Spannungszustand wie ein einzelner Balken doppelter Höhe, der nur auf Biegung beansprucht ist. Daraus folgt also, dass beim Balken mit dreieckförmigem Spannungsdiagramm bis zum Fliessbeginn die Randspannung gleich hoch wird wie beim reinen Biegebalken. Man kann wohl annehmen, dass dies angenähert im ganzen Bereich überschlagener Spannungsdiagramme der Fall sein wird.

Damit geht (41) über in

$$(51) \quad 12 \left( \frac{r}{d} \right)^2 \frac{\sigma_N - \sigma_V}{\sigma_F^* - \sigma_N} \left( \frac{\sigma_N}{E^*} \right)^{3/2} = 1 - 0,45 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{\sigma_F^* - \sigma_N}{E^*}$$

und (46) in

$$(52) \quad p_{kr} = \frac{\sigma_N}{r} \left( 1 + 0,35 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{\sigma_F^* - \sigma_N}{E^*} \right)$$

Es können selbstverständlich auch die genaueren Formeln (38) und (44) unter Verwendung der Hilfsfunktionen  $\Phi$ ,  $\Psi$  und  $\Omega$  gemäß Diagramm Bild 3 verwendet werden. Es besteht dazu allerdings keine Notwendigkeit, da die Abweichungen in praktischen Fällen belanglos sind. Insbesondere sind die Korrekturglieder auf der rechten Seite der Gleichungen (51) und (52) gerade bei kleinem  $\varepsilon$ , wo die Abweichungen in  $\Psi$  und  $\Omega$  merkbar sind, ohnehin klein.

Eine Vergleichsrechnung für ein extrem dickwandiges Rohr  $r/d = 50$  aus gewöhnlichem Baustahl mit  $\sigma_F = 2,4 \text{ t/cm}^2$  ergibt mit  $\sigma_F^* = 3,8 \text{ t/cm}^2$  und  $E^* = 2240 \text{ t/cm}^2$  nach der genauen Formel  $\sigma_N = 2,10 \text{ t/cm}^2$  ( $\varepsilon = 5,4$ ,  $\Phi = 1,97$ ,  $\Psi = 0,245$ ,  $\Omega = 0,275$ ) und  $p_{kr} = 41,5 \text{ kg/cm}^2$ , während nach der Näherungsformel  $\sigma_N = 2,05 \text{ t/cm}^2$  und  $p_{kr} = 40,5 \text{ kg/cm}^2$  erhalten wird. Der Fehler der Näherungsformel beträgt nur 2,4% und zwar auf die sichere Seite.

Für den Extremfall eines sehr dünnwandigen Rohres mit  $r/d = 250$  und mit einem hochwertigen Stahl mit  $\sigma_F = 6,0 \text{ t/cm}^2$  ergibt sich mit  $\sigma_F^* = 8,8 \text{ t/cm}^2$  und  $E^* = 2240 \text{ t/cm}^2$  nach der genauen Formel  $\sigma_N = 0,865 \text{ t/cm}^2$  ( $\varepsilon = 17,0$ ,  $\Phi = 1,75$ ,  $\Psi = 0,225$ ,  $\Omega = 0,175$ ) und  $p_{kr} = 2,59 \text{ kg/cm}^2$ , während nach der Näherungsformel  $\sigma_N = 0,855 \text{ t/cm}^2$  und  $p_{kr} = 2,61 \text{ kg/cm}^2$  erhalten wird. Der Fehler beträgt nur 0,8%.

Im Diagramm Bild 5 ist die Beziehung zwischen  $p_{kr}$  und der Schlankheit  $r/d$  für verschiedene Fließgrenzen aus dem Zugversuch als Parameter in logarithmischem Massstab dargestellt, und zwar für den Bereich  $r/d < 250$  und  $p_{kr} < 100 \text{ kg/cm}^2$  das heißt 1000 m Wassersäule. Aus dem Diagramm geht hervor, dass die Einsparung an Blechdicke bei Verwendung hochfester Stähle relativ gering ist und deren Preiszuschlag nicht kompensiert. Solche können aber vorliegen, wenn der innere Wasserdruck für die Dimensionierung massgebend ist. Abgesehen von Übergangsbereichen wird man es also hauptsächlich mit St 37 mit  $\sigma_F = 24 \text{ kg/mm}^2$  zu tun haben. Empirisch wurde hierfür im praktisch meist vorkommenden Bereich  $60 < r/d < 180$  die Näherungsformel

$$(53) \quad p_{kr} \cdot \left( \frac{r}{d} \right)^{7/4} = 40 \text{ t/cm}^2$$

gefunden, die in diesem Bereich einen Fehler von  $\pm 2\%$  ergibt.

Bei der Anwendung des Diagrammes Bild 5 der Formel (53) ist zu beachten, dass noch ein Sicherheitskoeffizient von zum Beispiel 1,5 einzuhalten ist.

#### c) Rohr mit starren Schubdübeln

Verankerungen des Rohres im Beton können grundsätzlich auf zwei Arten erfolgen: auf Zug oder auf Schub. Die Verankerung auf Zug müsste die gesamte Wasserlast auf die anteilige Mantelfläche eines

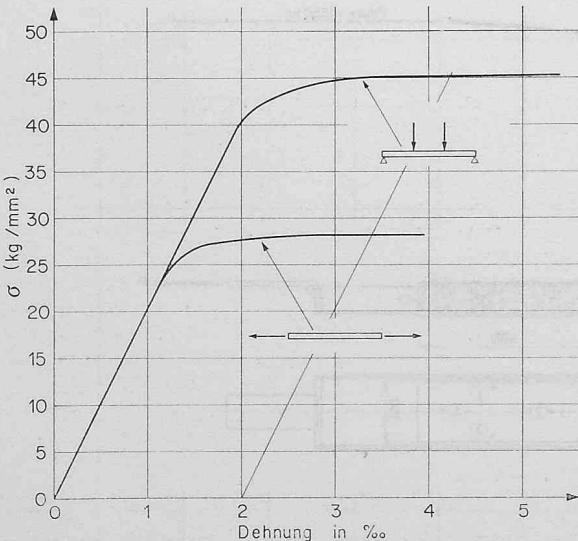


Bild 4. Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Zug und Biegung

Ankers aufnehmen, was zu sehr grossen Kräften führen und zudem im Mantel grosse Biegemomente ergeben würde. Statisch sinnvoll ist dagegen eine Schubverankerung, die das Gleiten zwischen Beton und Blechmantel verhindert.

Die Wirkung von starren Schubdübeln liegt darin, dass diese die Verkürzung des Blechmantels auf einen Teil des Umfanges reduzieren und so das Rohr dazu zwingen, in mehreren Wellen längs des Umfanges einzubeulen. Da eine Schubverankerung im Scheitel der Beule liegen kann, wo sie aus Symmetriegründen unwirksam ist, bilden sich bei  $n$  Schubankern  $n/2$  Anzahl Beulen.

Gleichung (21) geht damit über in

$$(54) \quad \Delta = \frac{2 \pi \cdot r}{n} \cdot \frac{\sigma_N - \sigma_V}{E}$$

und damit erscheint auf der rechten Seite der Gleichungen (38), (41) und (51) der Faktor  $n/2$ .

Um die Schubdübel in ihren Dimensionen festzulegen, muss eine Annahme über die Unrundheit der Rohre gemacht werden. Ich verweise diesbezüglich auf meine Abhandlung aus dem Jahre 1953 [2].

#### d) Rohr mit elastischen Schubdübeln

Die im vorigen Unterabschnitt gemachten Erörterungen haben insofern eher theoretische Bedeutung, als absolut starre Schubdübel nicht und angenähert starre Dübel nur mit relativ hohen Kosten zu realisieren sind. Für die praktische Anwendung stehen Dübel aus aufgeschweißten Stahlbolzen im Vordergrund. Diese sollen, um nicht als Zugdübel zu wirken, glatten Schaft ohne Kopf haben. Solche Bolzen sind natürlich verhältnismässig nachgiebig, und deshalb muss die Theorie auf nachgiebige Schubdübel erweitert werden.

Da die Abstände dieser Bolzen verhältnismässig klein sind, können zur Vereinfachung der Berechnung ihre Reaktionen als über die Oberfläche des Rohres verteilte Kräfte eingeführt werden. Die Wirkung der Dübel besteht darin, dass sie sich einer tangentialen Verschiebung  $v$  zwischen Blechmantel und Betonunterlage widersetzen durch Schubkräfte  $s$ , die proportional den Verschiebungen  $v$  sind:

$$(55) \quad s = g \cdot v$$

$g$  ist eine Steifigkeitszahl, die experimentell zu bestimmen ist. Gemäß Bild 6 ergibt die Gleichgewichtsbedingung in Richtung des Rohrmantels

$$(56) \quad \frac{dN}{r \cdot dp} + s = 0$$

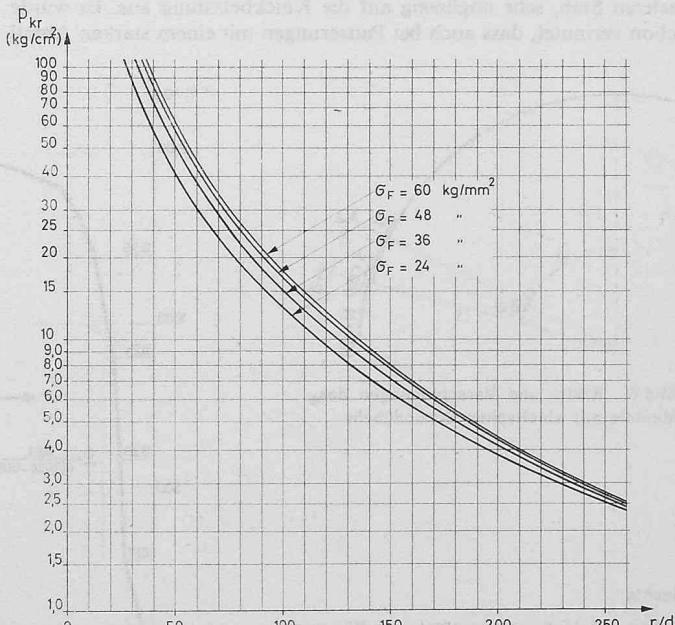


Bild 5. Kritische Beuldrücke in Funktion der Schlankheit für verschiedene Fließgrenzen

und die Verformungsbedingungen

$$(57) \frac{dv}{r \cdot d\varphi} = - \frac{N}{E \cdot F}$$

Aus den letzten drei Gleichungen können die drei Unbekannten  $N$ ,  $s$  und  $v$  ermittelt werden, wobei wir uns insbesondere um die Verschiebung  $v$  interessieren und daher  $N$  und  $s$  eliminieren.

$s$  aus (55) und  $N$  aus (57) in (56) eingesetzt, ergibt die Differentialgleichung für  $v$

$$(58) v - \frac{EF}{g \cdot r^2} \cdot v'' = 0$$

Die Lösung des symmetrischen Anteils lautet

$$(59) v = A \cdot \operatorname{ch} \sqrt{\frac{g \cdot r^2}{E \cdot F}} \cdot \varphi + B \cdot \operatorname{sh} \sqrt{\frac{g \cdot r^2}{E \cdot F}} \cdot \varphi$$

Zur Vereinfachung legen wir den Anfangspunkt  $\varphi = 0$  auf die Gegenseite der Beule, wo aus Symmetriegründen  $v_0 = 0$  sein muss, woraus  $A = 0$  folgt. Wir nehmen ferner an, dass die Beule verhältnismässig kurz sei und dass daher die Nachgiebigkeit des Mantels so ermittelt werden könne, wie wenn dessen Normalkraft  $N\pi$  im Punkte  $\varphi = \pi$  konzentriert eingeleitet würde. Gemäss (57) und (59) ergibt sich

$$(60) \frac{v\pi}{N\pi} = \frac{\operatorname{th} \left( \pi r \sqrt{\frac{g}{EF}} \right)}{\sqrt{g \cdot EF}}$$

ohne Verdübelung wäre hingegen

$$(61) \frac{v}{N} = \frac{\pi r}{EF}$$

Der Reduktionsfaktor  $\kappa = \frac{v\pi}{v}$  der Verformung ergibt sich somit zu

$$(62) \kappa = \frac{\operatorname{th} \left( \pi \cdot r \sqrt{\frac{g}{EF}} \right)}{\pi r \sqrt{\frac{g}{EF}}}$$

Mit diesem Reduktionsfaktor ist die rechte Seite der Gleichung (21) und die linke Seite der Gleichungen (36), (38), (41) und (51) zu versehen.

#### e) Unrundes Rohr

Bei einem freien, auf Aussendruck belasteten Rohr wirkt sich eine Abweichung vom Kreis, ähnlich wie bei einem exzentrisch belasteten Stab, sehr ungünstig auf die Knickbelastung aus. Es wurde schon vermutet, dass auch bei Panzerungen mit einem starken Abfall

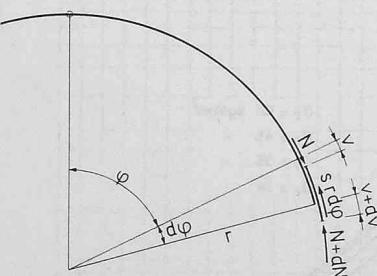


Bild 6. Kräfte und Verschiebungen des Mantels mit elastischen Schubdübeln

Rechts:

Bild 10. Belastungs-Verschiebungs-Diagramm der Dübel

der Tragfähigkeit zu rechnen sei. Da es sich aber hierbei nicht um ein eigenes Stabilitätsproblem, sondern um ein Spannungsproblem 2. Ordnung handelt, sind die Verhältnisse nicht so ungünstig, wie nachfolgende Untersuchung zeigt:

Wir nehmen an, dass sich der Rohrquerschnitt aus vier Kreisbogen mit den Radien  $r + \Delta r$  und  $r - \Delta r$  und den Zentriwinkeln  $90^\circ = \frac{\pi}{2}$  zusammensetzt, wie dies Bild 7 zeigt. Die Beule wird sich dann im Bereich des grösseren Radius  $r + \Delta r$  ausbilden, so dass in den im Abschnitt 2 gemachten Ableitungen  $r$  durch  $r + \Delta r$  zu ersetzen ist. Lediglich in Formel (21) ist der halbe Umfang mit  $\pi/2 (r + \Delta r + r - \Delta r) = \pi \cdot r$  einzusetzen.

In den Formeln (38) und (44) ist daher  $r$  durch  $r + \Delta r$  zu substituieren, ferner ist die rechte Seite der Formel (38), da beide Seiten durch  $r$  gekürzt wurden, mit  $\frac{r + \Delta r}{r}$  zu multiplizieren, desgleichen bei den abgeleiteten Formeln (41) und (51). Die Radien  $r + \Delta r$  und  $r - \Delta r$  können nur schwer gemessen werden, weshalb wir hier die beiden Durchmesser  $D + \Delta D$  und  $D - \Delta D$  einführen:

(63)

$$D + \Delta D = \sqrt{2} (r + \Delta r) + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(r - \Delta r) = \\ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) \cdot r + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1\right) \cdot \Delta r$$

(64)

$$D - \Delta D = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(r + \Delta r) + \sqrt{2} (r - \Delta r) = \\ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right) \cdot r - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1\right) \cdot \Delta r$$

woraus sich ergibt

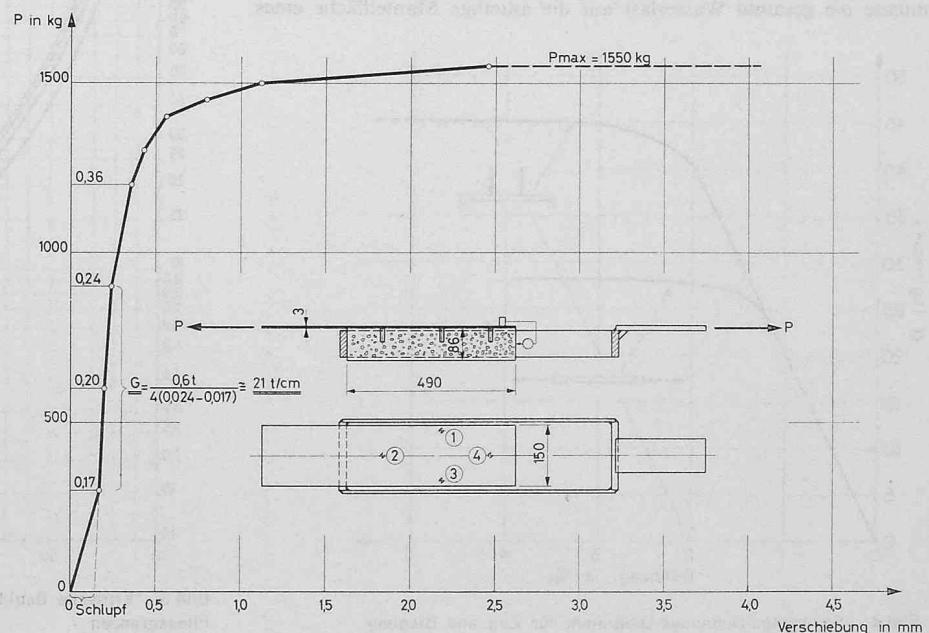
$$(65) \frac{\Delta r}{r} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + 1}{\frac{3\sqrt{2}}{2} - 1} \cdot \frac{\Delta D}{D} = 1,522 \frac{\Delta D}{D}$$

Für ein Zahlenbeispiel soll der Einfluss anhand der Formeln (51) und (52) abgeleitet werden:

Annahmen:  $\frac{r}{d} = 100$ ;  $\sigma_V = 0$ ;  $\sigma_F^* = 3,0 \text{ t/cm}^2$ ;  $E^* = 2250 \text{ t/cm}^2$

Gleichung (51) lautet für das runde Rohr

$$12 \cdot 10000 \frac{\sigma_N}{3,0 - \sigma_N} \left( \frac{\sigma_N}{2250} \right)^{3/2} = 1 - 0,45 \cdot 100 \cdot \frac{3,0 - \sigma_N}{2250}$$



Sie ist erfüllt für  $\sigma_N = 1,191 \text{ t/cm}^2$  und ergibt

$$p_{kr} = \frac{1000 \cdot 1,191}{100 \cdot 1,028} = 11,58 \text{ kg/cm}^2.$$

Mit einer Ovalität  $\frac{\Delta D}{D} = 1\%$  (wie sie ohne Schwierigkeit eingehalten werden kann) ist  $\frac{\Delta r}{r} = 1,52\%$  und Gleichung (51) lautet:

$$12 \cdot 100 \cdot 101,52 \cdot \frac{\sigma_N}{3,0 - \sigma_N} \left( \frac{\sigma_N}{2250} \right)^{3/2} = 1 - 0,45 \cdot 101,52 \cdot \frac{3,0 - \sigma_N}{2250}$$

Sie ist erfüllt für  $\sigma_N = 1,184 \text{ t/cm}^2$  und ergibt

$$p_{kr} = \frac{1000 \cdot 1,184}{100 \cdot 1,029} = 11,51 \text{ kg/cm}^2.$$

Eine Ovalität von 1% ergibt somit nur eine Abminderung der Beullast von 0,6%, was als im Rahmen der Rechnungsgenauigkeit ohne weiteres vernachlässigt werden kann. Starke örtliche Abweichungen vom Radius, wie sie bei sachgemäßer Herstellung allerdings nicht vorkommen sollten, können selbstverständlich die Tragfähigkeit viel stärker herabsetzen.

#### f) Rohr mit versetztem Schweißstoss

Wenn die bei einer Längsnahrt zusammenstossenden Blechaxen um das Mass  $s$  gegeneinander versetzt sind, so entsteht aus der Normalspannung  $\sigma_N$  beidseitig des Stosses ein Zusatzmoment

$$(66) \quad \Delta M = F \cdot \frac{s}{2} \cdot \sigma_N$$

und somit eine Zusatzspannung

$$(67) \quad \Delta \sigma = \pm \frac{\Delta M}{W} = \pm 3 \frac{s}{d} \cdot \sigma_N$$

In Gleichung (32) ist daher  $\sigma_N$  mit dem Koeffizienten

$$(68) \quad m = 1 + \frac{3s}{d}$$

zu versehen.

Die Biegelinie  $\eta$  erhält zudem einen asymmetrischen Anteil. Dieser wirkt sich aber auf den massgebenden Schnitt  $\varphi = 0$  nicht aus. Somit ist in den Gleichungen (38) ff  $\sigma_F - \sigma_N$  zu ersetzen durch  $\sigma_F - m \cdot \sigma_N$ . Wenn wir wieder das Beispiel aus Kapitel e), und zwar mit der verhältnismässig kleinen Versetzung  $s = d/10$  berechnen, so lautet die Gleichung (51)

$$12 \cdot 100^2 \frac{\sigma_N}{3,0 - 1,3 \cdot \sigma_N} \left( \frac{\sigma_N}{2250} \right)^{3/2} = 1 - 0,45 \cdot 100 \cdot \frac{3,0 - 1,3 \cdot \sigma_N}{2250}$$

Sie ist erfüllt für  $\sigma_N = 1,12 \text{ t/cm}^2$  und ergibt

$$p_{kr} = \frac{1000 \cdot 1,12}{100 \cdot 1,024} = 10,94 \text{ kg/cm}^2.$$

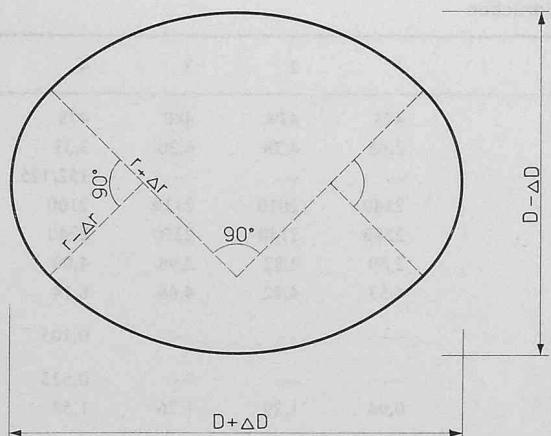


Bild 7. Unrundes Rohr (Ovalität)

Der Abfall gegenüber dem idealen Rohr beträgt hier bereits 5,5% und erreicht damit die Rechnungsgenauigkeit. Es muss also darauf geachtet werden, dass die Versetzung weniger als 10% der Blechdicke ausmacht, was schon eine gute und reichliche Verklammerung der Schweisskanten erfordert.

#### 4. Beulversuche

Die Firma Wartmann & Cie. AG, Brugg und Zürich, hat in den Jahren 1962 bis 1968 Versuche vorgenommen, um die theoretischen Erkenntnisse zu erhärten. Diese Versuche wurden unter Leitung des Verfassers durch die Herren W. Pisarik, W. Häselbarth und A. Stebih durchgeführt. Es ging uns im wesentlichen darum, die effektiven Beullasten in einem möglichst wirklichkeitstreuen Modell zu ermitteln, ohne im übrigen einen allzu grossen Messaufwand zu betreiben. Die Messungen beschränkten sich daher auf Durchbiegungsmessungen bei verschiedenen Belastungsstufen in drei Querschnittsebenen des Rohres. Diese sollten bei unvorhergesehenen Verhalten dazu dienen, aus dem Verlauf der Durchbiegungszunahmen auf die Beullast zu schliessen. Spannungsmessungen wurden keine vorgenommen, da aus anderweitigen Versuchen ersichtlich war, dass hierbei mit grossen Unregelmässigkeiten gerechnet werden muss.

Die Versuchsmodelle wurden einerseits so gross gewählt, dass im üblichen Herstellungsverfahren der Rohre (ohne mechanische Bearbeitung) die Imperfektionen nicht zu gross wurden, und andererseits so klein, dass die Kosten der Versuchseinrichtung und der Versuchskörper nicht zu hoch wurden. Der Durchmesser von rund 960 mm und die Wandstärke von 2,5–6 mm entsprechen etwa einem Massstab  $1/3$  bis  $1/4$  wirklicher Grössenverhältnisse. Die Länge der Versuchsröhre musste zudem möglichst gross sein, damit die Randstörungen das Ergebnis nur untergeordnet beeinflussen könnten; sie wurde mit rund 1,5 m gewählt.

Die Versuchsvorrichtung ist in Bild 8 dargestellt. Sie besteht im wesentlichen aus einem Druckbehälter, einem Führungsrohr, dem Versuchsröhr und dem Füllbeton zwischen den beiden letzteren. Durch die Trennung von Druckbehälter und Führungsrohr wird vermieden, dass sich die Verformungen des ersten auf den Beton übertragen können. Stirnseitig ist der Druckraum nur durch Flanschen abgeschlossen, so dass das Innere des Versuchsröhres für die Durchbiegungsmessungen zugänglich bleibt. Als Dichtung des Versuchsröhres gegenüber den Flanschen des Druckgefäßes wurden schliesslich kleine, am Versuchsröhr angeklebte Gummiwinkel verwendet, nachdem die zuerst vorgesehenen Gummischnüre nicht befriedigten. Die der Bewegung des Rohrrandes entgegenwirkende Reibung ist offenbar nicht wesentlich und musste in Kauf genommen werden. Ihr Einfluss ist sicher bedeutend kleiner als bei einer Pressdichtung gegen die Mantelfläche, wie sie anderwärts angewendet wurde, denn eine solche ergibt am Ort einer Einbeulung eine viel grössere Rückstellkraft.

Um sichere Gewähr für sofortige Übertragung des Wasserdrukkes auf den ganzen Rohrmantel zu haben, war das Führungsrohr mit Bohrungen versehen, durch die vor dem Betonieren dünne Rohre bis an die Oberfläche des Versuchsröhres geführt wurden. Um Haftung und Reibung zwischen Beton und Rohr auszuschalten, wurde das Rohr mit Paraffin eingestrichen.

Die Durchbiegungen wurden mit einer Messuhr gemessen, die an einem an einer zentralen Welle verschiebbaren und drehbaren Arm befestigt war. Alle Messungen bezogen sich auf eine Nullablesung am unbelasteten Rohr.

Es wurden 5 Versuchsröhre geprüft, davon 3 glatte Röhre verschiedener Wandstärken in normaler Stahlqualität und 2 verdübelte Röhre verschiedener Wandstärken und verschiedener Verdübelungsgrade in hochwertiger Stahlqualität. Verschiedener Schwierigkeiten wegen mussten die meisten Versuche mehrfach durchgeführt werden. So gelang es nur bei den 2 dünnwandigsten Versuchen, eine über die ganze Rohrlänge durchgehende Beule zu erzielen, während bei den übrigen sich nur örtliche Randbeulungen ergaben, wie sie in der Praxis selbstverständlich nicht möglich sind. Als Ursachen für diese Erscheinung kommen in Frage: Einerseits der für die Unterbringung der Dichtung frei gebliebene Rand des Rohres und andererseits die geringere Steifigkeit des Randes, da hier keine Behinderung der Querkontraktion vorliegt.

Die vorsorglicherweise durchgeführten Durchbiegungsmessungen erlauben aber den Schluss, dass die effektiven Beullasten für eine lange Beule nur ganz unwesentlich höher liegen würden, als die mit Eintritt

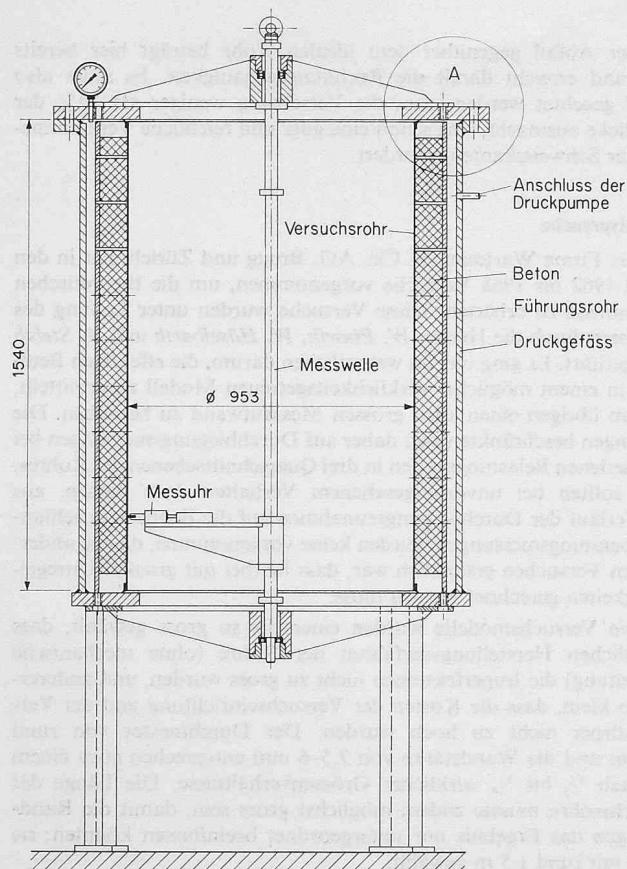
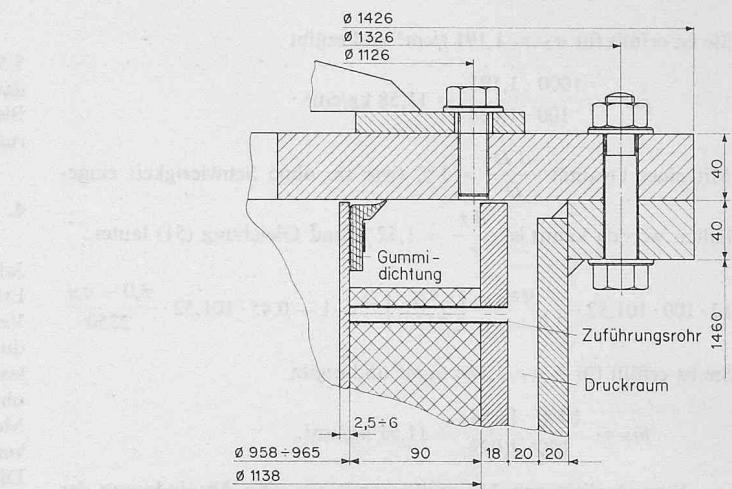


Bild 8. Versuchsvorrichtung 1:25, rechts Detail A 1:5



Nebst Materialuntersuchungen für alle Versuchsrohre wurde noch ein Belastungs-Verschiebungsdigramm für die Verdübelung aufgenommen (Bild 10). Der Probekörper wurde nach dem Beulversuch dem Rohr 4 entnommen. Die Dübel hatten sich, sei es durch den Versuch, sei es durch die Entnahme und den Transport der Probe, gelockert, was sich im Diagramm durch einen anfänglichen Schlupf von rund 0,14 mm ausdrückt. Der Steifigkeitswert  $C$  kann jedoch zwischen den Laststufen 300 kg und 900 kg zu  $C = 21 \text{ t/cm}^2$  ermittelt werden. Da die Verschiebung am Ende des Versuchsbleches statt in der Mitte der Dübelgruppe abgenommen wurde, ist in Wirklichkeit mit  $C = 20 \text{ t/cm}$  zu rechnen. Dieser Wert gilt für Dübel  $\varnothing 6 \text{ mm}$ , Länge 33 mm und normalen Beton. Bei gleichbleibenden Verhältnissen dürfte der Steifigkeitswert linear mit dem Durchmesser der Dübel zunehmen. Werte finden sich in der Literatur, zum Beispiel [12]. Für  $\varnothing 19 \text{ mm}$  kann dort  $C = 200 \text{ t/cm}$  ermittelt werden, also das zehnfache statt nur das 3,2fache des Wertes für  $\varnothing 6 \text{ mm}$ . Diese Diskrepanz hängt

der Randbeule erhaltenen. Dies ist zum Beispiel aus dem Diagramm Bild 9 ersichtlich, in dem die Durchbiegungen in der unteren Messebene im Bereich der sich bildenden Beule in Funktion der Belastung aufgetragen sind. Man sieht, dass die effektiv erreichte Beullast schon fast die Asymptote zum Belastungs-Verformungsdiagramm bildet. Ferner ist auch ersichtlich, dass die Durchbiegung in den der Beulenmitte benachbarten Punkten kurz vor Erreichen der Beullast wieder zurückgeht, die Beule also entsprechend den theoretischen Erkenntnissen mit zunehmender Last kürzer wird.

Die vorstehende Theorie zeigt, dass sich die kleinste Beullast ergibt, wenn nur eine Beule über den Umfang entsteht. Andere Autoren behaupten, dass sich mehrere Beulen bilden. Wie so oft enthalten beide Feststellungen eine Teilwahrheit. In Wirklichkeit bilden sich vorerst mehrere Beulen, die je nach zufälligen Ungenauigkeiten des Rohres über den Umfang verteilt sind. Mit steigender Last konzentriert sich die Verformung auf eine einzelne Beule, während die andern sich wieder zurückbilden.

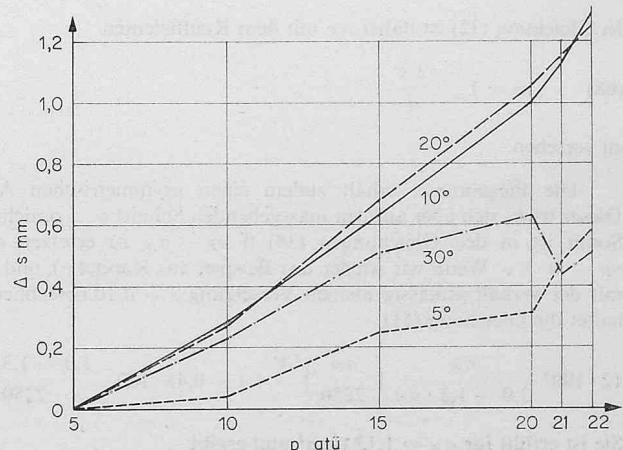


Bild 9. Gemessene Verformungen in Funktion der Belastung

Tabelle 2: Vergleich von theoretischen und gemessenen kritischen Beuldrücken

Versuch Nr.	1	2	3	4	5
Mittlerer Radius mm	478	479	480	478	479
Blechstärke mm	2,65	4,28	6,20	3,31	5,38
Dübelabstände $s/t$ mm	—	—	—	152/125	152/250
Elastizitätsmodul $E$ $\text{t/cm}^2$	2140	2010	2110	2100	2130
Elastizitätsmodul $E^*$ $\text{t/cm}^2$ (48)	2280	2140	2250	2240	2270
Fliessgrenze $\sigma_F$ $\text{t/cm}^2$	2,89	2,82	2,98	4,00	4,14
Fliessgrenze $\sigma_F^*$ $\text{t/cm}^2$ (49)	4,53	4,42	4,68	6,14	6,31
Dübelsteifigkeit $g = \frac{G}{s \cdot t}$ $\text{t/cm}^3$	—	—	—	0,105	0,052
Abminderungsfaktor $\alpha$ (61)	—	—	—	0,525	0,763
Normalspannung $\sigma_N$ $\text{t/cm}^2$ (51)	0,94	1,29	1,76	1,58	2,03
Kritischer Beuldruck $p_{kr}$ $\text{kg/cm}^2$ (52)	4,72	10,85	21,9	9,92	21,5
Gemessener Beuldruck $\text{kg/cm}^2$	4,73	11,0	22,0	10,0	21,0

vermutlich vom Einspannungsgrad des DüBELS ab. In dem vorliegenden, verhältnismässig dünnen Blech ist die Einspannung bedeutend kleiner als im Träger nach [12].

Theoretisch kann der C-Wert je nach Einspannung im Verhältnis 1:4 variieren. Man muss also, um zuverlässige Resultate zu erhalten, den Wert C jeweilen experimentell ermitteltn.

Die Resultate der Versuche sind in Tabelle 2 zusammengefasst und den theoretischen Werten gemäss den Formeln (48) bis (52) gegenübergestellt. Hierbei ist bei allen Rohren  $\sigma_V = 0$  angenommen. Die Abweichung gegenüber den Versuchen bewegt sich im Rahmen von  $\pm 2\%$ , der mittlere quadratische Fehler ist  $1,3\%$ . Diese gute Übereinstimmung überrascht in Anbetracht der sowohl in theoretischer als auch in versuchstechnischer Hinsicht komplexen Probleme. Wenn vielleicht auch der Zufall dabei im Spiel war, so sprechen doch die Resultate der Versuche dafür, dass die vorgelegte Theorie das gestellte Problem mit ausreichender Genauigkeit löst.

#### Literaturhinweise

- [1] E. Amstutz: Das Einbeulen von Schacht- und Stollenpanzerungen. «Schweizerische Bauzeitung» 68, 1950, Nr. 9, S. 102.
- [2] E. Amstutz: Das Einbeulen von vorgespannten Schacht- und Stollenpanzerungen. «Schweizerische Bauzeitung» 71, 1953, Nr. 16, S. 229.
- [3] H. Juillard: Knickprobleme an geraden Stäben, Kreisbogensegmenten und Zylindern. «Schweiz. Bauzeitung» 70, 1952, Nr. 32 ff., S. 451 ff.

- [4] E. W. Vaughan: Steel linings for pressure shafts in solid rock. «Proc. of Am. Soc. of Civ. Eng.», Paper 949. 1956.
- [5] R. Montel: Formule semi empirique pour la détermination de la pression extérieure limite d'instabilité des conduites métalliques lisses noyées dans du béton. «La Houille blanche», No 5. 1960.
- [6] H. Borot: Flambage d'un cylindre à paroi mince, placé dans une enveloppe rigide et soumis à une pression extérieure. «La Houille blanche», No 6, 1957.
- [7] R. Troisvallets, R. Montel: Essais sur l'instabilité des conduites métalliques lisses. «La Houille blanche», No 4/5, 1960.
- [8] F. Hertrich: Die Einbeulgefahr bei Tübbing-Segmentsschacht-Auskleidungen. Dissertation Bergakademie Clausthal, 1960.
- [9] H. Lauffer: Die Druckschacht- und Druckstollenpanzerungen des Kaunertal-Kraftwerkes. «Der Bauingenieur» 41, 1966, H. 2.
- [10] W. Flügge: Statik und Dynamik der Schalen, Springer Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1962.
- [11] K. Wellinger, H. Dietmann: Bestimmung von Formdehngrenzen. «Materialprüfung» 4, 1962, Nr. 2.
- [12] K. Sattler: Betrachtungen über neuere Verdübelungen im Verbundbau. «Der Bauingenieur» 37, 1962, H. 1.

Adresse des Verfassers: Dipl. Ing. E. Amstutz, Direktor in der Firma Wartmann & Cie. AG, 5200 Brugg.

DK 727.3

## Das Gesicht der amerikanischen Universität

Von J. Schilling, dipl. Arch. SIA, Zürich

In einem Zeitpunkt, da der Bau von grossen und kostspieligen Erweiterungsbauten für unsere schweizerischen Universitäten geplant und diskutiert wird, lohnt es sich, einen Blick nach Amerika zu werfen. Wie sieht eine Universität aus, welches Gesicht soll sie haben? Sind Universitätsbauten *reine Zweckbauten*? Darf unter dem Druck des immensen Raumbedarfes auf jegliche architektonische Ambition verzichtet werden? Ist die Zeit vorbei, da Universitätsbauten zu den *markantesten und sehenswertesten Gebäuden einer Stadt* zählten?

Zur Beantwortung dieser Fragen können amerikanische Universitätsbauten wichtige Hinweise liefern. Eine Schlussfolgerung

sei vorweggenommen: Rationelle Planung, Zweckarchitektur schliesst typische und einprägsame *Ausdrucksformen* nicht aus.

In den USA hat sich schon lange eine intensive Zusammenarbeit bzw. Arbeitsteilung zwischen Architekt und *Generalunternehmer* eingespielt. Dem Architekten obliegt die Projektierung und Detaillierung; er ist verantwortlich für die organisatorische und architektonische Qualität. Der Generalunternehmer sorgt für den reibungslosen Ablauf der Bauarbeiten. Auf Grund der Pläne und Beschriebe des leitenden Architekten werden verschiedene Generalunternehmer aufgefordert, Pauschalofferten zu stellen. Deren Preise werden mit der Kostenschätzung von Architekt und

Bild 1. Laboratoriums- und Unterrichtsgebäude des IIT (Illinois Institute of Technology) in Chicago. Die pavillonartigen Gebäude stehen verhältnismässig eng nebeneinander beidseit einer Fußgängerachse. Die Pavillons wurden den jeweiligen Bedürfnissen entsprechend einzeln gebaut, doch bilden sie in ihrer einfachen, kubischen Architektur ein ablesbares, einheitliches Ganzes. Die Grosszahl der Bauten stammt von Architekt Mies Van der Rohe

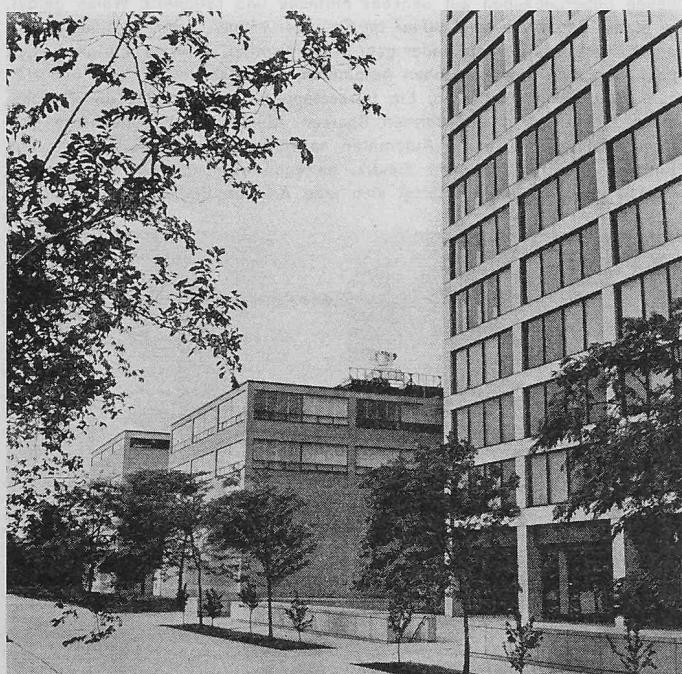


Bild 2. Zehnstöckiger Laboratoriumsturm der medizinischen Abteilung der Universität Yale (Architekten: Douglas Orr, de Cossy, Winder). Wie bei den andern Laboratoriumsbauten für Chemie und Physik (Architekt Philipp Johnson) in dieser Stadt, weist das Gebäude nur wenige senkrechte Fensterschlitzte auf. Damit wird eine sehr willkommene, zusätzliche äussere Arbeits- und Stellwand gewonnen. Das Gebäude ist vollständig klimatisiert. Die Fensterfläche genügt bei normalem Wetter vollständig zur allgemeinen Raumbeleuchtung

