

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 85 (1967)  
**Heft:** 27

**Artikel:** Zur Bemessung der Bremsen bei Zahnradbahnen  
**Autor:** Borgeaud, G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-69490>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Zur Bemessung der Bremsen bei Zahnradbahnen

DK 625.92:621-592

Von Dr. G. Borgeaud, Winterthur

### Einleitung

Die Bremsen eines Zahnradfahrzeugs müssen allgemein derart bemessen sein, dass die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:  
 a) auf dem maximalen Gefälle muss bei vollem Zugsgewicht eine minimale Bremswirkung verwirklicht werden;  
 b) auf dem minimalen Gefälle darf die beim kleinsten Zugsgewicht entstehende Verzögerung einen bestimmten Wert nicht überschreiten.

Die entsprechend der ersten Bedingung zu verwirklichende minimale Bremswirkung kann entweder nach dem Bremsweg  $X$ , nach der Bremszeit  $T$  oder nach der entsprechenden durchschnittlichen Verzögerung  $\bar{p}$  beurteilt werden, die sich ab dem bei der Fahrgeschwindigkeit  $V_0$  gegebenen Stopbefehl bis zum Stillstand ergeben. Diese verschiedenen Kriterien würden zum gleichen Ergebnis führen, wenn die Bremskraft beim Stopbefehl ( $t = 0$ ) sofort mit ihrem vollen Wert einsetzen würde, nicht aber, wenn sie erst nach einer bestimmten Ansprechzeit voll zur Wirkung kommt. Infolge der Eigentümlichkeit der Bremse sowie der Reaktionszeit der an der Bremsung beteiligten Mitwirkenden tritt stets ein verspätetes Einsetzen der Bremse auf. Dies hat zur Folge, dass die erwähnten Beurteilungsmöglichkeiten zu Ergebnisse führen, die umso mehr voneinander abweichen, je grösser die Ansprechzeit ist, und dass die zur Verwirklichung der vorgeschriebenen Bremswirkung notwendige effektive Bremskraft wesentlich grösser sein muss. Die Bremse wird dadurch deutlich höher beansprucht, und zwar sowohl mechanisch infolge der grösseren Bremskraft selbst als auch thermisch infolge der beim Einsetzen der Bremse auftretenden grösseren Bremsleistung, bedingt durch höhere Bremskraft und Geschwindigkeit. Es ist deshalb anzustreben, durch konstruktive Massnahmen die Ansprech- und Aufbauzeit möglichst klein zu halten. Demgegenüber ist es zur Schonung der Bremse angebracht, bei der Beurteilung der Bremswirkung eine gewisse Ansprechzeit  $\tau_0$  zu berücksichtigen, d. h. die Bremswirkung nicht vom Zeitpunkt ( $t = 0$ ), sondern vom Zeitpunkt ( $t = \tau_0$ ) aus zu ermitteln.

Die zweite unter b) erwähnte Bedingung soll vermeiden, dass die Passagiere infolge einer allzu grossen Verzögerung verunfallen.

Die folgende Untersuchung stellt sich zum Ziel, die Verhältnisse unter Berücksichtigung der effektiven Ansprechzeit  $\tau$  und der zugelassenen Ansprechzeit  $\tau_0$  abzuklären und daraus die Schlussfolgerungen für die Bemessung und für die Kontrolle der Bremsen zu ziehen. Dabei wird, wie jetzt in der Schweiz üblich, vorausgesetzt, dass die Bremswirkung nach der durchschnittlichen Verzögerung  $\bar{p}$  beurteilt wird.

### Wichtigste Bezeichnungen und Definitionen

#### Einheiten

Länge:	Meter [m]
Masse:	Kilogramm [kg]
Zeit:	Sekunde [s]
Kraft:	Kilopond [kp]; 1 kp = 9,80665 N (Newton)
Arbeit:	Kilopondmeter [kp m]; 1 kp m = 9,80665 J (Joule)
Leistung:	Kilopondmeter pro Sekunde (kp m s <sup>-1</sup> ); 1 kp m s <sup>-1</sup> = 9,80665 W (Watt)
$A$ [kp m]	gesamte, von den Bremsen zu vernichtende Energie
$a$ [m s <sup>-2</sup> ]	Beschleunigung der ungebremsten gesamten Zugskomposition
	$a = \frac{s^* G_{tr}}{m_g} = \frac{s^* g}{1 + \xi}$
$B$ [kp]	volle Bremskraft an der Zahnstange

$B_e$ [kp]	volle Bremskraft beim Wirken der Bremse nach der Ersatzkurve II gemäss Bild 1
$B_w$ [kp]	volle Bremskraft der wirklichen Aufbaukurve I gemäss Bild 1
$b$ [m s <sup>-2</sup> ]	Verzögerungsanteil infolge der Bremskraft $B$ $b = B/m_g$
$b_e, b_w$ [m s <sup>-2</sup> ]	Verzögerungsanteil infolge der Bremskraft $B_e$ bzw. $B_w$
$b_{ex}$ [m s <sup>-2</sup> ]	Verzögerungsanteil $b_e$ , der zur Verwirklichung der vorgeschriebenen mittleren Verzögerung $\bar{p}_X$ notwendig ist
$b_{et}$ [m s <sup>-2</sup> ]	Verzögerungsanteil $b_e$ , der zur Verwirklichung der vorgeschriebenen mittleren Verzögerung $\bar{p}_T$ notwendig ist
$\vartheta$ [° C]	Maximale Oberflächentemperatur der Bremse
$G_{tr}$ [kp]	volles Zugsgewicht (translatorisches Gewicht)
$G_{rot}$ [kp]	das auf den Triebadteilkreis reduzierte Gewicht der rotierenden Teile
$G_g$ [kp]	gesamtes trüges Gewicht ( $G_g = G_{tr} + G_{rot}$ )
$L$ [kp m s <sup>-1</sup> ]	maximale Bremsleistung
$m_{rot}$ [kg]	auf den Triebadteilkreis reduzierte Masse der rotierenden Teile
$m_{tr}$ [kg]	translatorische Masse ( $m_{tr} = G_{tr}/g$ )
$m_g$ [kg]	gesamte träge Masse
$p = b - a$ [m s <sup>-2</sup> ]	$m_g = m_{tr} + m_{rot} = m_{tr}(1 + \xi)$ tatsächliche Verzögerung entsprechend der Bremskraft $B$
$p_e, p_w$ [m s <sup>-2</sup> ]	Verzögerung $p$ entsprechend $b_e, b_w$
$\bar{p}$ [m s <sup>-2</sup> ]	durchschnittliche Verzögerung
$\bar{p}_T$ [m s <sup>-2</sup> ]	durchschnittliche Verzögerung, durch den Bremsversuch aus der Zeitmessung bestimmt
$\bar{p}_X$ [m s <sup>-2</sup> ]	durchschnittliche Verzögerung, durch den Bremsversuch aus der Wegmessung bestimmt
$s$	Sinus des Gefällewinkels $\alpha$
$s^* = s - w$	effektiver Beschleunigungsfaktor des Gefälles unter Berücksichtigung des Laufwiderstandes $w$
$t$ [s]	laufende Zeit ab Stopbefehl
$T$ [s]	gesamte Bremszeit (Zeit ab Stopbefehl bis zum Stillstand)
$\tau$ [s]	effektive Ansprechzeit der Bremse (Definition siehe unten)
$\tau_0$ [s]	zugelassene Ansprechzeit (Definition siehe unten)
$\tau_{or}$ [s]	zugelassene Ansprechzeit für das Einsetzen der durch den Geschwindigkeitsregulator ausgelösten Bremse
$\tau_r$ [s]	Ansprechzeit des Geschwindigkeitsregulators. Das ist die Zeit ab Lösebefehl der Betriebsbremse bis zum Ansprechen des Regulators
$\tau^*$ [s]	Grenzzeit (Definition siehe unten)
$V_0$ [km h <sup>-1</sup> ], $v_0$ [m s <sup>-1</sup> ]	Anfangsgeschwindigkeit (Geschwindigkeit beim Stopbefehl, d. h. zur Zeit $t = 0$ )
$v_r$ [m s <sup>-1</sup> ]	Auslösegeschwindigkeit des Regulators
$v(t)$ [m s <sup>-1</sup> ]	Geschwindigkeit zur Zeit $t$
$v_\tau$ [m s <sup>-1</sup> ]	Geschwindigkeit am Ende der effektiven Ansprechzeit $\tau$
$v_{\tau_0}$ [m s <sup>-1</sup> ]	Geschwindigkeit am Ende der zugelassenen Ansprechzeit $\tau_0$

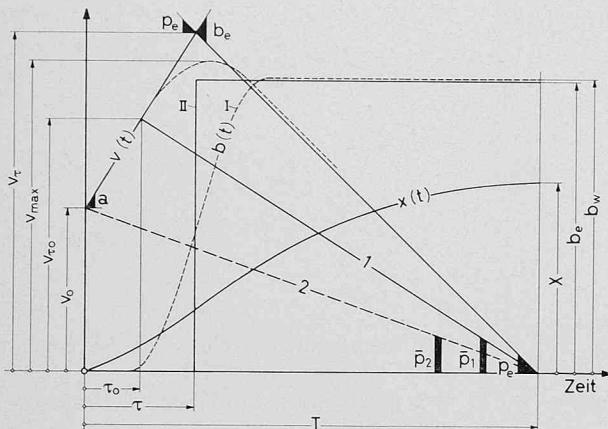


Bild 1 (links)

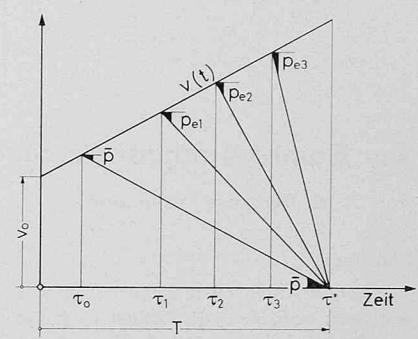


Bild 2 (rechts)

$x(t)$ [m]	zur Zeit $t$ zurückgelegter Weg
$X$ [m]	gesamter Bremsweg (Weg ab Stopbefehl bis zum Stillstand)
$\xi = m_{rot}/m_{tr}$	Verhältnis der rotierenden Masse $m_{rot}$ zur translatorischen Masse $m_{tr}$ .

#### Definition der Ansprechzeit $\tau$ und der Ersatz-Bremskraft $B_e$

Wie in der Einleitung erwähnt, ergibt sich praktisch stets ein verzögerter Bremskraftaufbau. Im Prinzip verläuft der Anstieg der Bremskraft bzw. der durch diese bewirkten Verzögerung  $b$  etwa nach der Kurve I, Bild 1.

Im Anhang wird gezeigt, dass sich diese wirkliche Bremskraftkurve durch eine Kurve II ersetzen lässt, entsprechend welcher die Bremskraft erst zur Zeit  $\tau$  einsetzt und dann sofort mit dem vollen Wert  $B_e$  wirkt, also die konstante Verzögerung  $b_e$  verursacht. Dabei sind  $\tau$  und  $B_e$  nicht reell auftretende, sondern Hilfsgrößen, die so zu bestimmen sind, dass sie zum gleichen Bremsweg  $X$  und zur gleichen Bremszeit  $T$  wie die reelle Kurve I führen. Die Zeit  $\tau$  bezeichnen wir kurz als Ansprechzeit und die Bremskraft  $B_e$  als Ersatz-Bremskraft; letztere im Gegensatz zur Bremskraft  $B_w$ , die am Schluss der wirklichen Bremskraftkurve auftritt.

#### Definition der zugelassenen Ansprechzeit $\tau_0$

Beim Einsetzen der Bremse gemäß der Ersatzkurve II des Bildes 1 tritt im Zeitbereich ( $\tau < t < T$ ) die effektive Verzögerung  $p_e$  ein. Nach der in der Schweiz jetzt gültigen Vorschrift wird die Bremswirkung nicht nach  $p_e$ , sondern nach der durchschnittlichen Verzögerung  $\bar{p}$  beurteilt. Diese wurde bisher nach dem fiktiven Bremsvorgang entsprechend der Geraden 2 ab Stopbefehl ( $t = 0$ ) und daher ab der Geschwindigkeit  $v_0$  gemessen. Die auf diese Weise ermittelte durchschnittliche Verzögerung  $\bar{p}_2$  fällt kleiner als die effektive Verzögerung  $p_e$  aus, und dies umso ausgeprägter, je grösser die effektive Ansprechzeit  $\tau$  ist. Die Verzögerung  $\bar{p}_2$  gibt somit kein richtiges Bild über die effektiven Verhältnisse, weil sie keine Rücksicht auf die Ansprechzeit nimmt. Da eine solche stets vorhanden ist, ist es berechtigt, sie wenigstens teilweise zu berücksichtigen. Aus diesem Grunde wurde kürzlich mit dem Eidgenössischen Amt für Verkehr (EAV) vereinbart, eine Ansprechzeit  $\tau_0$  zuzulassen; und zwar soll  $\tau_0 = 0,25$  s sein, wenn  $\tau > 0,25$  s ist und  $\tau_0 = \tau$ , wenn  $\tau < 0,25$  s ist. Demzufolge wird die durchschnittliche Verzögerung ab Zeitpunkt ( $t = \tau_0$ ) bei der Ausgangsgeschwindigkeit  $v_{\tau_0}$  ermittelt. Der entsprechende fiktive Bremsvorgang ergibt sich nach der Geraden 1 des Bildes 1, die zur durchschnittlichen Verzögerung  $\bar{p}_1$  führt.

#### Definition der Grenzezeit $\tau^*$

Aus Bild 2 ist ersichtlich, dass bei vorgeschriebener Bremszeit  $T$  die effektive Verzögerung  $p_e$  mit  $\tau$  zunimmt und insbesondere unendlich wird, wenn  $\tau$  den Wert von  $T$  erreicht. In diesem Falle ist  $\tau$  ein Grenzwert und als Grenzezeit  $\tau^*$  zu definieren, die grundsätzlich gleich der Bremszeit  $T$  ist. Da letztere verschieden gross ist, je nachdem sie als solche durch die durchschnittliche Verzögerung  $\bar{p}_T$  (vergleiche Gl. 3.06) oder der Bremsweg  $X$  durch die durchschnittliche Verzögerung  $\bar{p}_X$  (vergleiche Gl. 3.13) vorgeschrieben ist, bezeichnen wir die Grenzezeit im ersten Fall mit  $\tau_T^*$  und im zweiten Fall mit  $\tau_X^*$ .

#### Grundbeispiel

Um die Verhältnisse zu verdeutlichen, werden verschiedene Beziehungen für den Fall des folgenden Grundbeispiels numerisch durchgerechnet:

Zugsgewicht	$G_{tr} = 95\,000$ kp
Translatorische Masse	$m_{tr} = 9\,700$ kg
Rotierende Masse	$m_{rot} = 7\,100$ kg
Gesamte Masse	$m_g = 16\,800$ kg
Faktor	$\xi = 0,7325$

Gefälle:

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha &= 250\% \\ s &= 0,243 \\ w &= 0,005 \\ s^* &= s - w = 0,238 \end{aligned}$$

$$\text{Beschleunigung des ungebremsten Zuges } a = \frac{s^* g}{1 + \xi} = \frac{0,238 \times 9,81}{1,7325} = 1,347 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Geschwindigkeit beim Stopbefehl } v_0 &= 13 \text{ km/h} \\ \text{bzw. } v_0 &= 3,61 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vorgeschriebene, sich auf den Bremsweg } \bar{p}_X &= 0,5 \text{ m/s}^2 \\ \text{beziehende durchschnittliche Verzögerung } \bar{p}_X &= 0,5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

#### 1. Die für die Bemessung der Bremsen zurzeit in der Schweiz massgebenden Vorschriften

##### 1.1 Die zugelassenen Fahrgeschwindigkeiten auf dem maximalen Gefälle der Zahnstangenstrecken

Die in der im März 1929 herausgegebenen Verordnung für den Bau und Betrieb der schweizerischen Nebenbahnen tabellarisch festgelegten Höchstgeschwindigkeiten auf Zahnstangenstrecken werden durch die Kurve a in Bild 3 dargestellt. Es ist uns nicht mehr möglich, aufzufinden zu machen, nach welchen Gesichtspunkten diese Geschwindigkeitswerte festgesetzt wurden.

Mit Brief vom 15. März 1937 an die Technische Kommission des Verbandes Schweizerischer Transportunternehmungen (VST) wurden die Geschwindigkeiten vom Eidgenössischen Amt für Verkehr (EAV) gemäß der Kurve b, Bild 3, erhöht und ergänzt. Dabei wurde die Bedingung gestellt, dass der voll beladene Triebwagen oder Zug mit jeder einzelnen Bremse auf dem in Frage kommenden Gefälle mit einer minimalen Verzögerung von  $0,48 \text{ m/s}^2$  zum Stillstand gebracht werden muss. Nachträglich wurde dieser Wert auf  $0,5 \text{ m/s}^2$  aufgerundet.

##### 1.2 Die zugelassene Fahrgeschwindigkeit auf dem minimalen Gefälle der Zahnradstrecke

Diesbezüglich wurde in der Verfügung vom 15. März 1937 folgendes vorgeschrieben:

«Die Überschreitung der für das Höchstgefälle einer Bahn zulässigen Geschwindigkeit zufolge Einstellung des Geschwindigkeitsreglers für ein kleineres Gefälle darf  $40\%$  nicht überschreiten.»

Demnach muss die durch den Geschwindigkeitsregler ausgelöste Bremse mit Rücksicht auf eine Geschwindigkeit bemessen werden, die gegebenenfalls bis zum 1,4fachen des durch Kurve b gegebenen Grenzwertes betragen kann. Dies ist z.B. annähernd beim Triebwagen der Wengern-Alp-Bahn (WAB) der Fall, bei welchem der Geschwindigkeitsregler die Bremse bei  $16,5 \text{ km/h}$  auslöst, und die dem Gefälle von  $250\%$  entsprechende Maximalgeschwindigkeit  $12 \text{ km/h}$  beträgt.

##### 1.3 Bemessung der Bremskraft

Nach den früheren Vorschriften wurden die Bremsen mit Rücksicht auf einen maximalen Bremsweg bemessen, während nach der zurzeit geltenden Vorschrift (entsprechend der Bedingung a der Einleitung) eine minimale Verzögerung von  $0,5 \text{ m/s}^2$  verlangt wird.

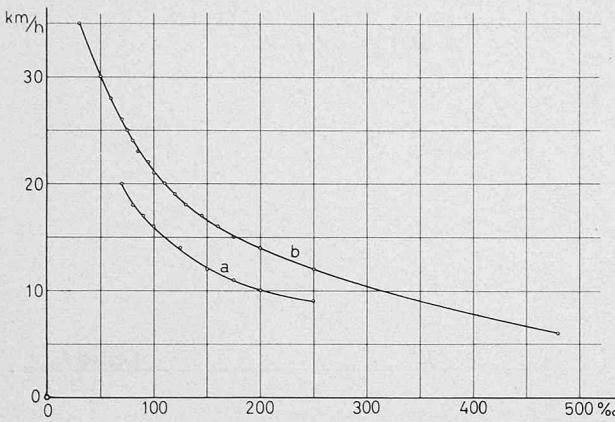
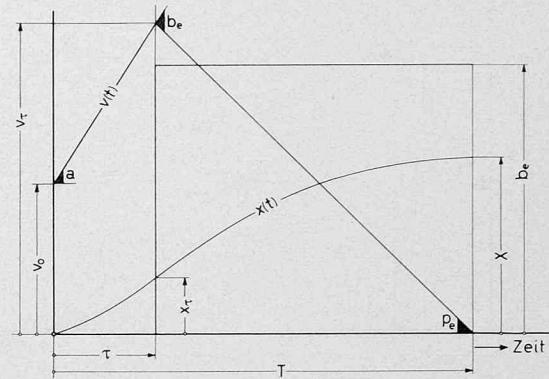


Bild 3 (links)

Bild 4 (rechts)



Dabei herrscht die nicht schriftlich festgelegte Meinung vor, dass diese Verzögerung auf Grund des beim Bremsversuch gemessenen Bremsweges  $X$  nachzuweisen ist. Der Vollständigkeit halber soll hier auch der Fall miteinbezogen werden, wo diese Verzögerung auf Grund der Bremszeitmessung bestimmt wird. Die der Bedingung  $b$  der Einleitung entsprechende maximale Verzögerung ist auf  $3 \text{ m/s}^2$  festgesetzt.

## 2. Grundgleichungen des Bremsvorganges bei gegebenen Werten von $v_0$ , $B_e$ , $\tau$ und $\tau_0$

### 2.1 Bremszeit und Bremsweg

Der Bremsvorgang setzt sich aus der ungebremsten Phase ( $0 < t < \tau$ ) und aus der gebremsten ( $t > \tau$ ) zusammen. In der ersten Phase wird das Triebfahrzeug oder die Zugkomposition mit  $a$  beschleunigt und in der zweiten mit  $p_e = b - a$  verzögert (Bild 4).

#### a) Phase $0 < t < \tau$

Wird der Weg  $x$  ab dem bei der Geschwindigkeit  $v_0$  zur Zeit  $t = 0$  gegebenen Stopbefehl gemessen, so gilt hier

$$(2.01) \quad v(t) = v_0 + at$$

und

$$(2.02) \quad x(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{(v_0 + at)^2 - v_0^2}{2a}.$$

Daraus folgen für die Geschwindigkeit und den Weg am Ende der ersten Phase die Größen

$$(2.03) \quad v_\tau = v_0 + a\tau$$

$$(2.04) \quad x_\tau = \frac{(v_0 + a\tau)^2 - v_0^2}{2a}$$

die als Anfangswerte für die zweite Phase gelten.

#### b) Phase ( $t > \tau$ )

In dieser Phase, die durch die Anfangswerte  $v_\tau$  und  $x_\tau$  und die Endwerte  $t = T$ ,  $x = X$  und  $v_T = 0$  gekennzeichnet ist, tritt die Verzögerung  $p_e = b_e - a$  auf. Es ergibt sich somit zur Zeit  $t$

$$(2.05) \quad v(t) = v_\tau - p_e(t - \tau)$$

$$(2.06) \quad x(t) = x_\tau + v_\tau(t - \tau) - p_e \frac{(t - \tau)^2}{2}.$$

Die Bremszeit  $T$  ergibt sich aus der Bedingung  $v_T = 0$ . Dementsprechend führt Gl. 2.05 zu

$$(2.07) \quad T - \tau = \frac{v_\tau}{p_e} = \frac{v_0 + a\tau}{p_e}$$

bzw. zu

$$(2.08) \quad T = \frac{v_0 + b_e\tau}{p_e}.$$

Nach Einführung von Gleichungen (2.03), (2.04) und (2.07) wird Gl. (2.06) nach Umformungen zu

$$(2.09) \quad X = \frac{b_e(v_0 + a\tau)^2 - p_e v_0^2}{2ap_e}.$$

Werden  $b_e$  und  $p_e$  aus den beiden Gleichungen (2.08) und (2.09) eliminiert, dann ergibt sich für den unmittelbaren Zusammenhang zwischen  $T$  und  $X$  die Beziehung

$$(2.10) \quad X = \frac{(v_0 + a\tau)T + v_0\tau}{2}$$

bzw.

$$(2.11) \quad T = \frac{2X - v_0\tau}{v_0 + a\tau}.$$

### 2.2 Die durchschnittliche Verzögerung $\bar{p}$

Diese Verzögerung wird so definiert, dass unter ihrer bei ( $t = \tau_0$ ) einsetzenden Einwirkung die Zugkomposition von der Geschwindigkeit

$$(2.12) \quad v_{\tau_0} = v_0 + a\tau_0$$

aus während der Zeit ( $T - \tau_0$ ) oder über den Bremsweg ( $X - x_{\tau_0}$ ) zum Stillstand gebracht wird. Im ersten Fall wird sie mit  $\bar{p}_T$  und im zweiten Fall mit  $\bar{p}_X$  bezeichnet.

### 2.21 Die durch die Bremszeit $T$ bestimmte durchschnittliche Verzögerung $\bar{p}_T$

Zur Zeit  $\tau_0$  besteht die Geschwindigkeit  $v_{\tau_0}$ . Sie muss mit der Verzögerung  $\bar{p}_T$  in der Zeit ( $T - \tau_0$ ) zu null gebracht werden. Diese Verzögerung beträgt somit

$$(2.13) \quad \bar{p}_T = \frac{v_{\tau_0}}{T - \tau_0}.$$

Nach Einführung von Gl. (2.08) und (2.12) wird diese Beziehung zu

$$(2.14) \quad \bar{p}_T = p_e \frac{v_0 + a\tau_0}{(v_0 + a\tau_0) + b_e(T - \tau_0)}.$$

Der Zusammenhang zwischen  $p_e$  und  $\bar{p}_T$  geht deutlich aus Bild 5 hervor. Daraus lässt sich unmittelbar die Beziehung

$$\bar{p}_T = p_e \frac{E_0 B}{E_0 D}$$

ableiten, die mit  $E_0 B = v_0 + a\tau_0$  und  $BD = b_e(T - \tau_0)$  ebenfalls zu Gl. (2.14) führt. Aus dieser Gleichung und Bild 5 lässt sich zeigen, dass  $\bar{p}_T$  mit zunehmenden  $v_0$  und  $\tau_0$  zunimmt und mit  $\tau$  abnimmt. Es ist somit von Interesse,  $\tau$  möglichst klein zu halten und einen nicht allzu kleinen Wert von  $\tau_0$  zu berücksichtigen. Der vom EAV kürzlich zugelassene Wert ( $\tau_0 = 0,25 \text{ m/s}^2$ ) dürfte als zweckmäßig angesehen werden.

Die Gleichung (2.14) schreibt sich auch

$$(2.15) \quad \bar{p}_T = p_e - \frac{v_0 + a\tau_0}{(v_0 + a\tau_0) + \frac{b_e}{a} [(v_0 + a\tau_0) - (v_0 + a\tau_0)]}$$

und vereinfacht sich mit der HilfsgröÙe

$$(2.16) \quad \lambda_T = \frac{v_0 + a\tau}{v_0 + a\tau_0} - 1$$

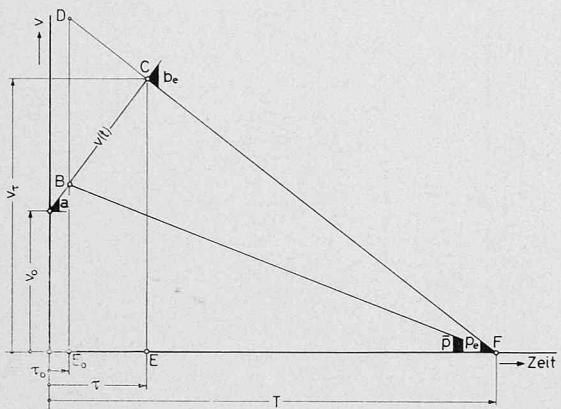


Bild 5 (links)

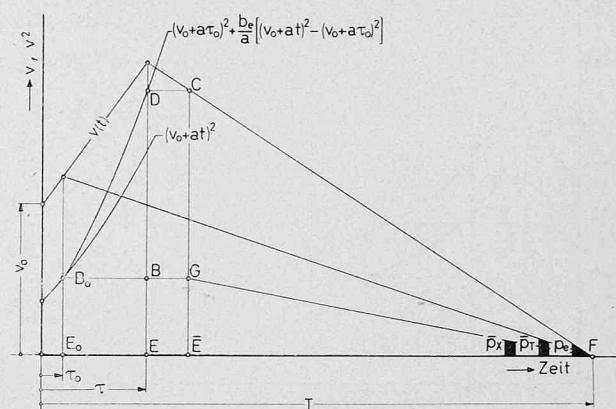


Bild 6 (rechts)

zu

$$(2.17) \quad \bar{p}_T = p_e \frac{a}{a + b_e \lambda_T}.$$

## 2.22 Die durch den Bremsweg $X$ bestimmte durchschnittliche Verzögerung $\bar{p}_X$

Diese Verzögerung ergibt sich aus der Bedingung, dass unter ihrer Einwirkung die Geschwindigkeit von  $v_{\tau_0}$  aus auf Null über den Bremsweg ( $X - x_{\tau_0}$ ) gebracht werden muss. Dementsprechend ist sie durch die Beziehung

$$(2.18) \quad \bar{p}_X = \frac{v_{\tau_0}^2}{2(X - x_{\tau_0})}$$

gegeben. Der zur Zeit  $\tau_0$  zurückgelegte Weg beträgt

$$(2.19) \quad x_{\tau_0} = v_0 \tau_0 + \frac{a \tau_0^2}{2} = \frac{\tau_0 (2 v_0 + a \tau_0)}{2} = \frac{(v_0 + a \tau_0)^2 - v_0^2}{2a}.$$

Nach Einführung dieser Beziehung sowie beider Gleichungen (2.09) und (2.12) wird Gl. (2.18) nach Umformungen zu

$$(2.20) \quad \bar{p}_X = p_e \frac{(v_0 + a \tau_0)^2}{(v_0 + a \tau_0)^2 + \frac{b_e}{a} [(v_0 + a \tau)^2 - (v_0 + a \tau_0)^2]}.$$

Der Zusammenhang zwischen  $\bar{p}_X$  und  $p_e$  lässt sich nicht so einfach überblicken, wie dies bei Bild 5 für  $\bar{p}_T$  der Fall war. In Bild 6 wird gezeigt, wie  $\bar{p}_X$  graphisch ermittelt werden kann. Wird die Kurve

$$(v_0 + a \tau_0)^2 + \frac{b_e}{a} [(v_0 + a \tau)^2 - (v_0 + a \tau_0)^2] = F(t)$$

eingezeichnet, so ergeben sich für die beiden Punkte  $B_0$  und  $D$  dieser Kurve:

$$E_0 B_0 = (v_0 + a \tau_0)^2$$

$$ED = (v_0 + a \tau_0)^2 + \frac{b_e}{a} [(v_0 + a \tau)^2 - (v_0 + a \tau_0)^2].$$

Dementsprechend kann Gl. (2.20) auch

$$\bar{p}_X = p_e \frac{E_0 B_0}{ED} = p_e \frac{EG}{EC}$$

geschrieben werden. Demnach ist  $\bar{p}_X$  durch die Gerade FG festgelegt. Wie für  $\bar{p}_T$  kann man aus Gl. (2.20) und Bild 6 erkennen, dass  $\bar{p}_X$  mit zunehmendem  $v_0$  und  $\tau_0$  zunimmt und mit zunehmender Zeit  $\tau$  abnimmt. Auch hier ist es von Interesse,  $\tau$  klein zu halten und  $\tau_0$  genügend gross zu wählen.

Mit der weiteren Hilfsgrösse

$$(2.21) \quad \lambda_X = \frac{(v_0 + a \tau)^2}{(v_0 + a \tau_0)^2} - 1$$

schreibt sich die Gleichung (2.20) auch einfacher

$$(2.22) \quad \bar{p}_X = p_e \frac{a}{a + b_e \lambda_X}.$$

Der Vergleich zwischen dieser Beziehung und Gl. (2.17) zeigt, dass sich beide gleich

$$(2.23) \quad \bar{p} = p_e \frac{a}{a + b_e \lambda}$$

schreiben, wobei  $\lambda_T$  für  $\bar{p}_T$  und  $\lambda_X$  für  $\bar{p}_X$  einzusetzen ist.

## 2.23 Zusammenhang zwischen $\bar{p}_X$ und $\bar{p}_T$

Aus den beiden Gleichungen (2.17) und (2.22) folgt unmittelbar die Beziehung

$$(2.24) \quad \frac{\bar{p}_T}{\bar{p}_X} = \frac{a + b_e \lambda_X}{a + b_e \lambda_T}$$

und aus Gl. (2.16) und (2.21) die Beziehung

$$(2.25) \quad 1 + \lambda_X = (1 + \lambda_T)^2$$

bzw.

$$(2.26) \quad \lambda_X = \lambda_T (2 + \lambda_T).$$

Da  $\tau_0$  kleiner als  $\tau$  vorauszusetzen ist, sind  $\lambda_T$  und  $\lambda_X$  stets positiv. Dementsprechend folgt aus Gl. (2.26), dass  $\lambda_X$  stets grösser als  $\lambda_T$  ist und parabolisch mit  $\lambda_T$  zunimmt. Infolgedessen nimmt das Verhältnis  $\bar{p}_T/\bar{p}_X$  ebenfalls mit  $\lambda_T$  zu und zwar ausgeprägt parabolisch bei kleineren  $\lambda_T$ -Werten und praktisch linear bei höheren Werten.

## 2.24 Nomogramm zur Auswertung der Gleichungen (2.21), (2.23) und (2.24) bei gegebenen Werten von $v_0$ , $\tau_0$ und $\tau$

Werden anstelle von  $v_0$ ,  $\bar{p}$  und  $b_e$  die Grössen  $v_0/a$ ,  $\bar{p}/a$  und  $b_e/a$  eingeführt, so werden

Gl. (2.21) zu

$$(2.27) \quad \lambda_X = \frac{\left(\frac{v_0}{a} + \tau\right)^2}{\left(\frac{v_0}{a} + \tau_0\right)^2} - 1$$

und Gl. (2.23) zu

$$(2.28) \quad \frac{\bar{p}}{a} = \frac{\frac{b_e}{a} - 1}{1 + \frac{b_e}{a} \lambda}$$

sowie zu

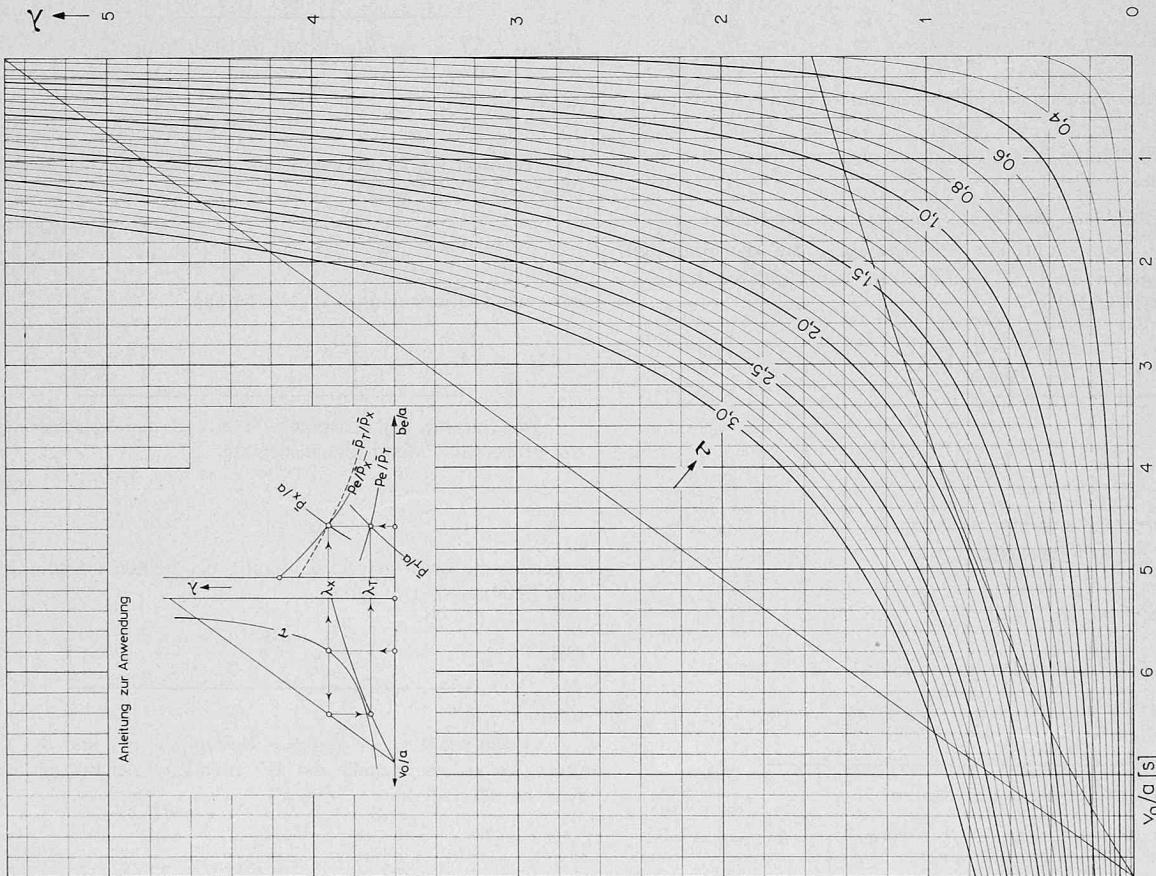
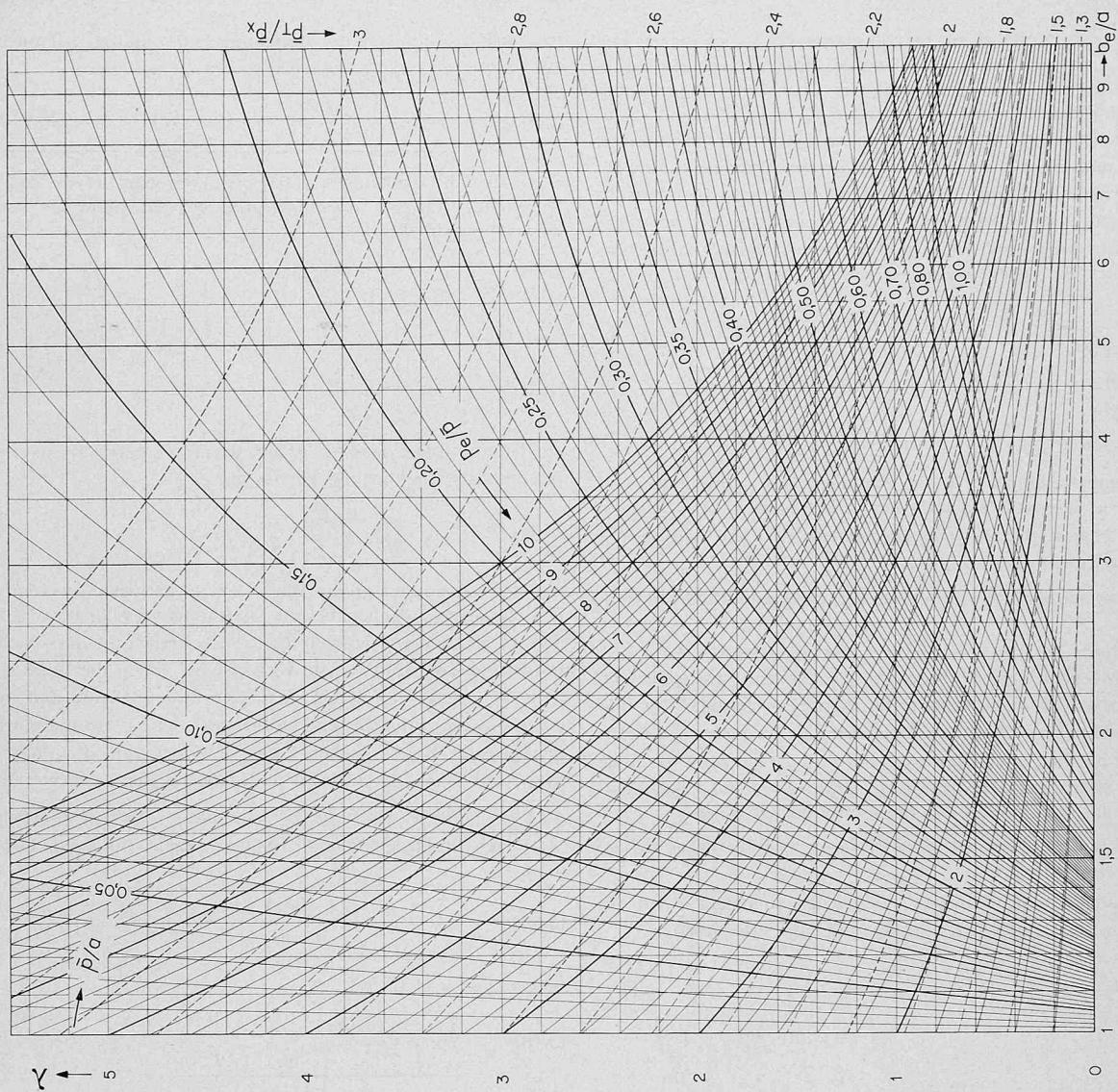
$$(2.29) \quad \frac{p_e}{\bar{p}} = \frac{1}{1 + \frac{b_e}{a} \lambda}$$

Gl. (2.24) wird ihrerseits nach Einführung von Gl. (2.25) zu

$$(2.30) \quad \frac{\bar{p}_T}{\bar{p}_X} = \frac{1 + \frac{b_e}{a} \lambda_X}{1 + \frac{b_e}{a} [\sqrt{1 + \lambda_X} - 1]}.$$

Die Gleichung (2.24) führt zur Kurvenschar in Bild 7a, wobei

Bild 7b



entsprechend dem vorläufigen Beschluss des EAV die zugelassene Ansprechzeit  $\tau_0$  mit 0,25 s eingesetzt wurde. Entsprechend der Beziehung (2.25) lässt sich  $\lambda_T$  aus  $\lambda_X$  nach der oben links angegebenen Anleitung ermitteln. Die drei Gleichungen (2.28), (2.29) und (2.30) führen zu den drei Kurvenscharen in Bild 7b, wobei sich die einzelnen Kurven  $p_e/\bar{p}$  und  $\bar{p}/a$  auf  $\bar{p}_X$  beziehen, wenn die Ordinate durch  $\lambda_X$ , und auf  $\bar{p}_T$ , wenn diese durch  $\lambda_T$  gegeben ist und die einzelnen Kurven  $\bar{p}_T/\bar{p}_X$  für die Ordinate  $\lambda_X$  gültig sind. Dieses Nomogramm ist vor allem für den Konstrukteur interessant und gestattet folgende Aufgabenstellungen unter der Voraussetzung  $\tau_0 = 0,25$  s zu beantworten:

gegeben:

- a)  $a, v_0, \tau$  und  $b_e$
- b)  $a, v_0, \tau$  und  $\bar{p}$
- c)  $a, v_0, \bar{p}$  und  $b_e$
- d)  $a, v_0, \bar{p}$  und  $p_e/\bar{p}$

gesucht:

- $p_e/\bar{p}, \bar{p}/a$  und  $\bar{p}_T/\bar{p}_X$
- $p_e/\bar{p}, b_e/a$  und  $\bar{p}_T/\bar{p}_X$
- $\tau_{max}$
- $b_e/a$  und  $\tau_{max}$

Die Aufgabestellung a) tritt im Rahmen dieses Abschnittes auf und die drei anderen im Rahmen des Abschnittes 4. Aus Bild 7b geht deutlich hervor, wie stark bei gegebenem Wert von  $b_e/a \bar{p}/a$  mit  $\tau$  ab- und  $p_e/\bar{p}$  bzw.  $\bar{p}_T/\bar{p}_X$  zunimmt.

### 3. Verhältnisse bei der Verwirklichung der durchschnittlichen Verzögerung $\bar{p}$

Im Abschnitt 2 wurde vorausgesetzt, dass die Bremskurve II von Bild 1 gegeben ist; daraus wurden die verschiedenen massgebenden Größen, insbesondere die durchschnittlichen Verzögerungen  $\bar{p}_T$  und  $\bar{p}_X$ , die Bremszeit  $T$  und der Bremsweg  $X$  ermittelt. In diesem Abschnitt sollen  $\bar{p}_T$  und  $\bar{p}_X$  als gegeben vorausgesetzt und die hierzu notwendige Verzögerung  $b_e$  bzw. die Bremskraft  $B_e$  sowie die damit zusammenhängenden Belastungsgrößen der Bremsen ermittelt werden.

#### 3.1 Die zur Verwirklichung von $\bar{p}$ notwendigen Verzögerungen $b_e$ und $p_e$ und die Bremskraft $B_e$

Der Zusammenhang zwischen  $\bar{p}$  und  $b_e$  ist allgemein durch Gl. (2.23) gegeben. Aus dieser folgt durch einfache Umformung

$$(3.01) \quad p_e = \bar{p} \frac{a(1 + \lambda)}{a - \lambda \bar{p}}$$

und

$$(3.02) \quad b_e = (\bar{p} + a) \frac{a}{a - \lambda \bar{p}}.$$

Diese beiden Beziehungen führen ebenfalls zu den beiden Kurvenscharen  $\bar{p}_X/a$  und  $p_e/\bar{p}_X$  des Bildes 7b, welches gestattet, die am Schluss des Abschnittes 2.24 erwähnten Aufgabestellungen b, c und d zu beantworten.

#### 3.11 Verhältnisse, wenn die Verzögerung $\bar{p}_T$ zu verwirklichen ist

Wird die durchschnittliche Verzögerung  $\bar{p}$  auf die Bremszeitmessung bezogen, so ist  $\lambda = \lambda_T$  einzusetzen, womit sich die Beziehungen (3.01) und (3.02) zu

$$(3.03) \quad p_{eT} = \bar{p}_T \frac{a(1 + \lambda_T)}{a - \lambda_T \bar{p}_T}$$

und

$$(3.04) \quad b_{eT} = (\bar{p}_T + a) \frac{a}{a - \lambda_T \bar{p}_T}$$

ergeben. Aus (3.04) folgt weiter

$$(3.05) \quad B_{eT} = m_g (\bar{p}_T + a) \frac{a}{a - \lambda_T \bar{p}_T}.$$

Der Verzögerung  $\bar{p}_T$  entspricht die Bremszeit

$$(3.06) \quad T_T = \tau_0 + \frac{v_0 + a \tau_0}{\bar{p}_T} = \frac{v_0 + (\bar{p}_T + a) \tau_0}{\bar{p}_T}.$$

Der zugehörige Bremsweg ergibt sich zu

$$X_T = x_{\tau_0} + \frac{v_{\tau_0}^2}{2 p_{eT}} = \left( v_0 \tau_0 + \frac{a \tau_0^2}{2} \right) + \frac{(v_0 + a \tau_0)^2}{2 p_{eT}}$$

bzw. nach Einführung der Beziehung (3.03) und nach Umformungen zu

$$(3.07) \quad X_T = \frac{1}{2a} \left[ \left( \frac{\bar{p}_T + a}{\bar{p}_T} \right) (1 + \lambda_T) (v_0 + a \tau_0)^2 - v_0^2 \right].$$

Aus den Gleichungen (3.03) bis (3.05) geht hervor, dass die drei betreffenden Größen unendlich gross werden, wenn der Nenner null wird. Dies trifft für

$$\frac{a}{\bar{p}_T} = \lambda_T = \frac{v_0 + a \tau_0}{v_0 + a \tau_0} - 1$$

bzw. für

$$\frac{v_0 + a \tau_0}{v_0 + a \tau_0} = \frac{\bar{p}_T + a}{\bar{p}_T}$$

zu. Daraus folgt, dass bei gegebenen Werten von  $v_0, a$  und  $\bar{p}_T$  die Ansprechzeit  $\tau$  unbedingt kleiner als

$$(3.08) \quad \tau_T^* = \frac{v_0 + (\bar{p}_T + a) \tau_0}{\bar{p}_T}$$

sein muss, wenn zu grosse Werte von  $b_e$  vermieden werden müssen. Ein Vergleich zwischen beiden Gleichungen (3.06) und (3.08) zeigt, dass  $\tau_T^*$  gleich der Bremszeit  $T_T$  ist. Dies bedeutet, dass die durch  $\bar{p}_T$  festgelegte Bremszeit bereits verlaufen ist, wenn die Bremse erst zur Zeit  $\tau_T^*$  einsetzt. Es bleibt somit der Bremse keine Zeit mehr, um das Fahrzeug zum Stillstand zu bringen, was sie nur mit einer unendlich grossen Kraft machen kann. Es zeigt sich allerdings, dass  $\tau_T^*$  Werte über 6 bis 8 s aufweist und daher außer Betracht fällt.

#### 3.12 Verhältnisse, wenn die Verzögerung $\bar{p}_X$ zu verwirklichen ist

Nach Einsetzen von  $\lambda_X$  in die Gleichungen (3.01) und (3.02) werden diese zu

$$(3.09) \quad p_{eX} = \bar{p}_X \frac{a(1 + \lambda_X)}{a - \lambda_X \bar{p}_X}$$

und

$$(3.10) \quad b_{eX} = (\bar{p}_X + a) \frac{a}{a - \lambda_X \bar{p}_X}.$$

Daraus folgt für die Bremskraft die Beziehung

$$(3.11) \quad B_{eX} = m_g (\bar{p}_X + a) \frac{a}{a - \lambda_X \bar{p}_X}.$$

Der Verzögerung  $\bar{p}_X$  entsprechend ergibt sich für den Bremsweg der Ausdruck

$$X_X = x_{\tau_0} + \frac{v_{\tau_0}^2}{2 \bar{p}_X} = \left( v_0 \tau_0 + \frac{a \tau_0^2}{2} \right) + \frac{(v_0 + a \tau_0)^2}{2 \bar{p}_X}$$

bzw. nach Umformungen die Beziehung

$$(3.12) \quad X_X = \frac{1}{2a} \left[ \frac{(\bar{p}_X + a)}{\bar{p}_X} (v_0 + a \tau_0)^2 - v_0^2 \right].$$

Als Summe der Ansprechzeit  $\tau$  und der Verzögerungszeit ist die Bremszeit  $T$  durch die Beziehung

$$T_X = \tau + \frac{v_0 + a \tau}{p_{eX}}$$

gegeben, die unter Berücksichtigung der beiden Gleichungen (2.21) und (3.09) nach Umformung zu

$$(3.13) \quad T_X = \frac{1}{a} \left[ \left( \frac{\bar{p}_X + a}{\bar{p}_X} \right) \frac{(v_0 + a \tau_0)^2}{(v_0 + a \tau)} - v_0 \right]$$

wird.

Gleich wie  $p_{eT}, b_{eT}$  und  $B_{eT}$  werden  $p_{eX}, b_{eX}$  und  $B_{eX}$  unendlich gross, wenn der Nenner der betreffenden Gleichungen null wird. Dies ist der Fall für

$$\lambda_X = \frac{a}{\bar{p}_X}$$

bzw. für

$$\frac{(v_0 + a \tau)^2}{(v_0 + a \tau_0)^2} = \frac{\bar{p}_X + a}{\bar{p}_X}.$$

Daraus ergibt sich der Grenzwert der Ansprechzeit, bei welchem die Bremskraft unendlich gross sein muss, zu

$$(3.14) \quad \tau_X^* = \frac{1}{a} \left[ (v_0 + a \tau_0) \sqrt{\frac{\bar{p}_X + a}{\bar{p}_X}} - v_0 \right].$$

Wird dieser Wert von  $\tau$  in Gl. (2.04) eingesetzt, so erhält man für  $x_\tau$  den gleichen Ausdruck wie für  $X_X$  nach Gl. (3.12). Dies bedeutet, dass der zur Zeit  $\tau_X^*$  zurückgelegte Weg dem durch  $\bar{p}_X$  festgelegten Bremsweg  $X_X$  entspricht, so dass die Bremse über den Weg null das Fahrzeug zum Stillstand bringen muss, was sie nur bei Ausübung einer unendlich grossen Bremskraft verwirklichen kann. Der Wert von  $\tau_X^*$  liegt effektiv im Bereich von 2 bis 4 s. Ein solcher Wert von  $\tau$  kann durchaus auftreten, wenn dieser Frage bei der Konstruktion nicht genügend Aufmerksamkeit geschenkt wird.

### 3.2 Die Bremsleistung

Die zur Zeit  $t$  während des Bremsvorganges ( $\tau < t < T$ ) von der Bremse zu vernichtende Leistung beträgt

$$(3.15) \quad L(t) = B_e v(t) = m_g b_e [v_\tau - p_e(t - \tau)].$$

Zur Zeit  $t = \tau$  weist sie ihren maximalen Wert

$$(3.16) \quad L = m_g b_e (v_0 + a \tau)$$

auf und nimmt linear mit der Zeit ab, um bei  $t = T$  null zu werden. Ihre obige Beziehung kann somit einfacher

$$(3.17) \quad L(t) = L \left( \frac{T - t}{T - \tau} \right)$$

geschrieben werden.

### 3.3 Die maximale Bremsleistung $L$

Diese ist grundsätzlich durch Gl. (3.16) gegeben. Man erkennt daraus, dass sie mit  $b_e$  und  $\tau$  zunimmt. Es ist somit diesbezüglich anzustreben, diese beiden Größen klein zu halten. Hat  $b_e$  die durchschnittliche Verzögerung  $\bar{p}_T$  zu verwirklichen, dann folgt aus Gl. (3.04) und (3.16)

$$(3.18) \quad L_T = m_g \frac{(\bar{p}_T + a)(1 + \lambda_T)(v_0 + a \tau_0)a}{a - \lambda_T \bar{p}_T}.$$

Wird dagegen  $\bar{p}_X$  vorgeschrieben, dann ergibt sich Gl. (3.16) nach Einführung von Gl. (2.21), (2.25) und (3.10) zu

$$(3.19) \quad L_X = m_g \frac{(\bar{p}_X + a) \sqrt{1 + \lambda_X} (v_0 + a \tau_0)a}{a - \lambda_X \bar{p}_X}.$$

Die beiden Beziehungen (3.18) und (3.19) führen im Falle des Grundbeispiels zu den Kurven  $L_T$  und  $L_X$  von Bild 8. Daraus ist ersichtlich, dass  $L_X$  viel rascher als  $L_T$  mit  $\tau$  zunimmt und bei  $\tau = \tau_X^* = 2,95$  s unendlich wird. Bei  $\tau = 2$  s z. B. beträgt sie etwa das 3,75fache des minimal möglichen, bei ( $\tau = \tau_0 = 0,25$  s) auftretenden Wertes, während  $L_T$  etwa das 2fache dieses Minimalwertes annimmt.

### 3.4 Die Bremsarbeit

Die von der Bremse zu vernichtende Energie setzt sich aus der zur Zeit 0 bestehenden kinetischen Energie

$$A_k = m_g \frac{v_0^2}{2}$$

und der potentiellen Energie

$$A_p = G s^* X = m_{tr} g s^* X = \frac{m_g}{1 + \xi} g s^* X = m_g a X$$

zusammen und ergibt sich somit zu<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Zum gleichen Ausdruck führt auch  $\int_L(t) dt$

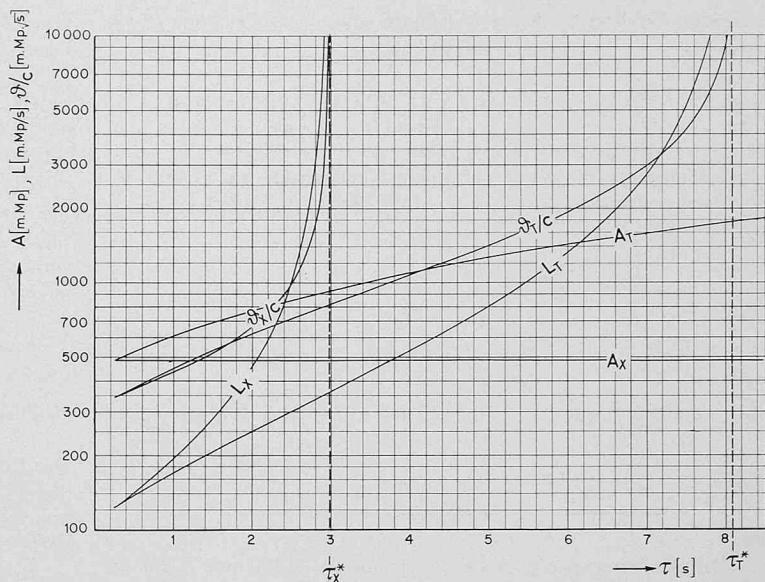


Bild 8

$$(3.20) \quad A = m_g \frac{(v_0^2 + 2 a X)}{2}$$

bzw. nach Einführung von Gl. (2.09) zu

$$(3.21) \quad A = m_g \left( \frac{b_e}{b_e - a} \right) \frac{(v_0 + a \tau)^2}{2}.$$

Daraus folgt, dass die Bremsarbeit mit  $\tau$  zunimmt und, im Gegensatz zur maximalen Leistung, mit  $b_e$  abnimmt. Soll  $b_e$  zur durchschnittlichen Verzögerung  $\bar{p}_T$  führen, dann wird Gl. (3.21) nach Einführung von Gl. (2.16), (3.03) und (3.04) zu

$$(3.22) \quad A_T = m_g \left( \frac{\bar{p}_T + a}{\bar{p}_T} \right) \frac{(v_0 + a \tau_0)^2}{2} (1 + \lambda_T).$$

Ist dagegen die durchschnittliche Verzögerung  $\bar{p}_X$  zu verwirklichen, dann sind  $b_e$  und  $p_e$  durch Gl. (3.09) und (3.10) gegeben. Damit wird Gl. (3.21) unter Berücksichtigung von Gl. (2.21) zu

$$(3.23) \quad A_X = m_g \left( \frac{\bar{p}_X + a}{\bar{p}_X} \right) \frac{(v_0 + a \tau_0)^2}{2}.$$

Wegen des Faktors  $(1 + \lambda_T)$  nimmt  $A_T$  mit  $\tau$  zu.  $A_X$  bleibt hingegen konstant, weil mit  $\bar{p}_X$  ein ganz bestimmter Bremsweg  $X$  vorgeschrieben wird. Bei  $\tau = \tau_0$  ist  $\lambda_T = 0$ , so dass für diesen  $\tau$ -Wert  $A_T$  gleich  $A_X$  ist. Beide Gleichungen führen im Falle des Grundbeispiels zu den beiden Kurven  $A_T$  und  $A_X$  von Bild 8. Sie zeigen u.a., dass bei  $\tau = 2$  s  $A_T$  etwa das 1,6fache von  $A_X$  beträgt.

Die Bremsarbeit führt zur durchschnittlichen Erwärmung der Bremselemente, nicht aber zu ihrer Oberflächentemperatur. Sie spielt somit vor allem bei wiederholten Abbremsungen eine wichtige Rolle, da die Bremse durch jede neue Bremsung von einem höheren Temperatur-Niveau aus erwärmt wird.

### 3.5 Die beim Bremsvorgang entstehende Temperaturerhöhung der bremsenden Oberfläche

Für die beim Bremsvorgang auftretende maximale Temperaturerhöhung  $\vartheta$  der Bremsenoberfläche kann die Beziehung

$$(3.24) \quad \vartheta = c L \sqrt{T - \tau}$$

angegeben werden, wobei  $c$  ein Kennwert ist, der für jede Bremse besonders bestimmt werden muss.

Bei vorgeschriebener Verzögerung  $\bar{p}_T$  ergibt sich  $(T - \tau)$  gemäß Gl. (3.06) zu

$$\begin{aligned} T - \tau &= \frac{v_0 + (\bar{p}_T + a) \tau_0}{\bar{p}_T} - \tau = \\ &= \frac{a(v_0 + a \tau_0) - \bar{p}_T [(v_0 + a \tau) - (v_0 + a \tau_0)]}{a \bar{p}_T} = \frac{(v_0 + a \tau_0)(a - \lambda_T \bar{p}_T)}{a \bar{p}_T}. \end{aligned}$$

Nach Einführung dieser Beziehung sowie der Gleichung (3.19) ergibt sich Gl. (3.24) nach Umformungen zu

$$(3.25) \quad \frac{\partial_T}{c} = m_g (\bar{p}_T + a) \frac{a (1 + \lambda_T) \sqrt{(v_0 + a \tau_0)^3}}{\sqrt{a \bar{p}_T (a - \lambda_T \bar{p}_T)}}.$$

Soll dagegen die durchschnittliche Verzögerung auf Grund des Bremsweges ermittelt werden, dann ist die Bremszeit  $T$  durch Gl. (3.13) gegeben, womit  $T - \tau$  zu

$$T_X - \tau = \frac{1}{a} \left[ \left( \frac{\bar{p}_X + a}{\bar{p}_X} \right) \frac{(v_0 + a \tau_0)^2}{v_0 + a \tau} - (v_0 + a \tau_0) \right] = \\ = \frac{(v_0 + a \tau_0)(a - \bar{p}_X \lambda_X)}{a \bar{p}_X \sqrt{1 + \lambda_X}}$$

wird. Damit und mit Gl. (3.20) geht Gl. (3.24) nach Umformung in

$$(3.26) \quad \frac{\partial_X}{c} = m_g (\bar{p}_X + a) \frac{a^4 \sqrt{1 + \lambda_X} \sqrt{(v_0 + a \tau_0)^3}}{\sqrt{a \bar{p}_X (a - \lambda_X \bar{p}_X)}}$$

über.

Die Auswertung der beiden Gleichungen (3.25) und (3.26) im Falle des Grundbeispiels führt zu den entsprechenden Kurven von Bild 8. Da das Bremsmaterial nur bis zu einer bestimmten Temperatur zuverlässig arbeitet, zeigen diese Kurven, wie wichtig es ist, die Ansprechzeit  $\tau$  möglichst klein zu halten, dies insbesondere wenn die Verzögerung  $\bar{p}_X$  einzuhalten ist.

#### 4. Die auf dem minimalen Gefälle auftretende Verzögerung $p_e$

Die Bedingung, dass die durchschnittliche Verzögerung  $\bar{p}$  verwirklicht werden muss, bezieht sich auf den Fall des auf maximalem Gefälle fahrenden vollbesetzten Zuges. Dieser Fall soll hier als Fall 1 definiert werden. Dementsprechend werden alle zugehörigen Größen mit dem Index 1 bezeichnet.

Die weitere Bedingung, dass die effektive Verzögerung  $p_e$  nicht grösser als  $p_{max}$  sein darf, bezieht sich auf den Fall des auf kleinstem Gefälle gebremsten leeren Zuges. Dieser Fall wird als Fall 2 definiert und die zugehörigen Größen erhalten den Index 2.

Die Verzögerung  $b_{e1}$  ist durch Gl. (3.02) festgelegt, die hier zu

$$(4.01) \quad b_{e1} = (\bar{p} + a_1) \frac{a_1}{a_1 - \lambda_1 \bar{p}}$$

wird. Die Verzögerung  $p_{e2}$  ist durch die Beziehung

$$p_{e2} = b_{e2} - a_2$$

gegeben, die sich auch

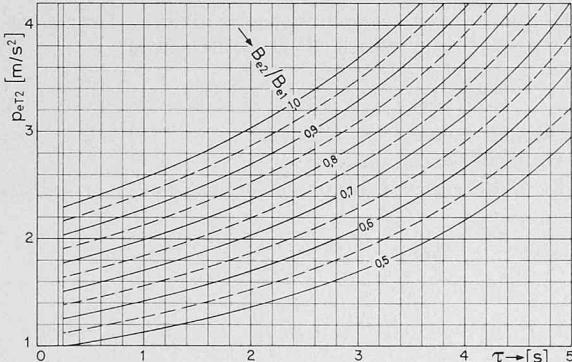
$$p_{e2} = b_{e1} \frac{b_{e2}}{b_{e1}} - a_2 = b_{e1} \left( \frac{B_{e2}}{B_{e1}} \right) \left( \frac{m_{g1}}{m_{g2}} \right) - a_2$$

schreibt. Wird Gl. (4.01) in diese Beziehung eingeführt, dann wird

$$(4.02) \quad p_{eT2} = (\bar{p}_T + a_1) \left( \frac{B_{e2}}{B_{e1}} \right) \left( \frac{m_{g1}}{m_{g2}} \right) \left( \frac{a_1}{a_1 - \lambda_{T1} \bar{p}_T} \right) - a_2,$$

wenn die Bremskraft  $B_{e1}$  auf Grund der Verzögerung  $\bar{p}_T$  festgelegt ist, und

$$(4.03) \quad p_{eX2} = (\bar{p}_X + a_1) \left( \frac{B_{e2}}{B_{e1}} \right) \left( \frac{m_{g1}}{m_{g2}} \right) \left( \frac{a_1}{a_1 - \lambda_{X1} \bar{p}_X} \right) - a_2,$$



wenn  $B_{e1}$  die Verzögerung  $\bar{p}_X$  zu verwirklichen hat. In diesen beiden Gleichungen sind  $\bar{p}$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $m_{g1}$  und  $m_{g2}$  gegebene Größen, während  $p_{e2}$ ,  $B_{e2}/B_{e1}$  und  $\lambda$  als veränderlich betrachtet werden. Da  $\lambda$  bei gegebenem  $\tau_0$ -Wert unmittelbar von  $\tau$  abhängt, ist es möglich, im konkreten Falle  $p_{e2}$  in Funktion von  $\tau$  mit  $B_{e2}/B_{e1}$  als Parameter darzustellen. Wird z.B. das Grundbeispiel als Fall 1 angenommen und werden für den Fall 2 folgende davon abweichende Daten

$$G_2 = 47,5 \text{ Mp}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = 0,081 \quad \text{bzw.} \quad s_2^* = 0,076$$

vorausgesetzt, wobei die rotierenden Massen den gleichen Wert wie im Falle 1 behalten, dann gilt

$$m_{tr2} = 4850 \text{ kg}, \quad m_{g2} = 11950 \text{ kg}, \quad 1 + \xi_2 = \frac{11950}{4850} = 2,465$$

$$\frac{m_{g1}/m_{g2}}{11950} = 1,405 \quad \text{und} \quad a_2 = \frac{9,81 \cdot 0,076}{2,465} = 0,3025 \text{ m/s}^2.$$

Das Einsetzen dieser beiden letzten Werte in die Gleichungen (4.02) und (4.03) führt zu den Kurven der Bilder 9 und 10. Diese zeigen u.a., dass in diesem Beispiel die nach heutiger Vorschrift maximal zulässige Verzögerung  $p_{e2} = 3 \text{ m/s}^2$  überschritten wird, wenn

- bei unveränderter Bremskraft, d.h. bei  $B_{e2} = B_{e1}$  und vorgeschriebenen Wert  $\bar{p}_T$ , die effektive Ansprechzeit  $\tau$  grösser ist als 1,93 s
- bei unveränderter Bremskraft und vorgeschriebenem Wert  $\bar{p}_X$ , die effektive Ansprechzeit grösser ist als 1,0 s
- bei  $\tau = 2 \text{ s}$ ,  $B_{e2}$  grösser ist als  $0,99 B_{e1}$ , bzw. grösser ist als  $0,54 B_{e1}$ .

#### 5. Ermittlung der Verzögerungen $\bar{p}$ , $\bar{p}_e$ und $b_e$ , der Bremskraft $B_e$ und der Ansprechzeit $\tau$ von den beim Bremsversuch gemessenen Werten von $T$ und $X$ aus

##### 5.1 Die Bremse wird durch den Führer eingesetzt

Der Bremsversuch wird grundsätzlich in der Weise ausgeführt, dass, nachdem das Fahrzeug vor der Bremsung mit der Betriebsbremse auf die konstante Geschwindigkeit  $v_0$  gebracht wurde, der Stopbefehl gegeben wird, sobald ein bestimmter Punkt des Fahrzeugs an dem hierzu neben dem Gleis gestellten «Stop-Pfosten» vorbeifährt. Beim Stop-Befehl muss sofort die Betriebsbremse abgestellt und die betreffende mechanische Bremse eingesetzt werden. Es werden dabei gemessen:

- die Geschwindigkeit  $V_0$  beim Stop-Befehl
- die ab Stop-Befehl bis zum Stillstand verlaufene Bremszeit  $T$  und
- der von der Stop-Marke aus bis zum gewählten Beobachtungspunkt des Fahrzeugs durchlaufene Bremsweg  $X$ .

Die Beschleunigung  $a$  des unbremsten Zuges ist als bekannt vorauszusetzen. Die Verzögerung  $\bar{p}$  ist durch Gl. (2.13) und (2.18) gegeben und beträgt

$$(5.01) \quad \bar{p}_T = \frac{v_0 + a \tau_0}{T - \tau_0}$$

bzw.

$$(5.02) \quad \bar{p}_X = \frac{(v_0 + a \tau_0)^2}{2 X - \tau_0 (2 v_0 + a \tau_0)}.$$

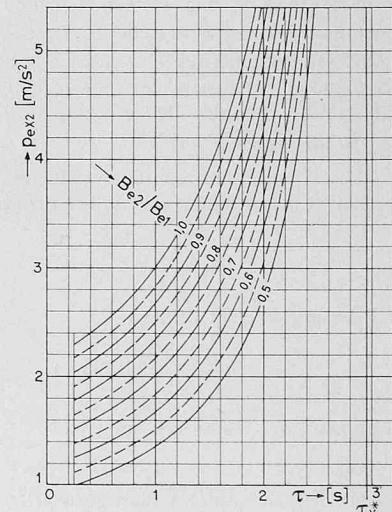


Bild 9 (links)

Bild 10 (rechts)

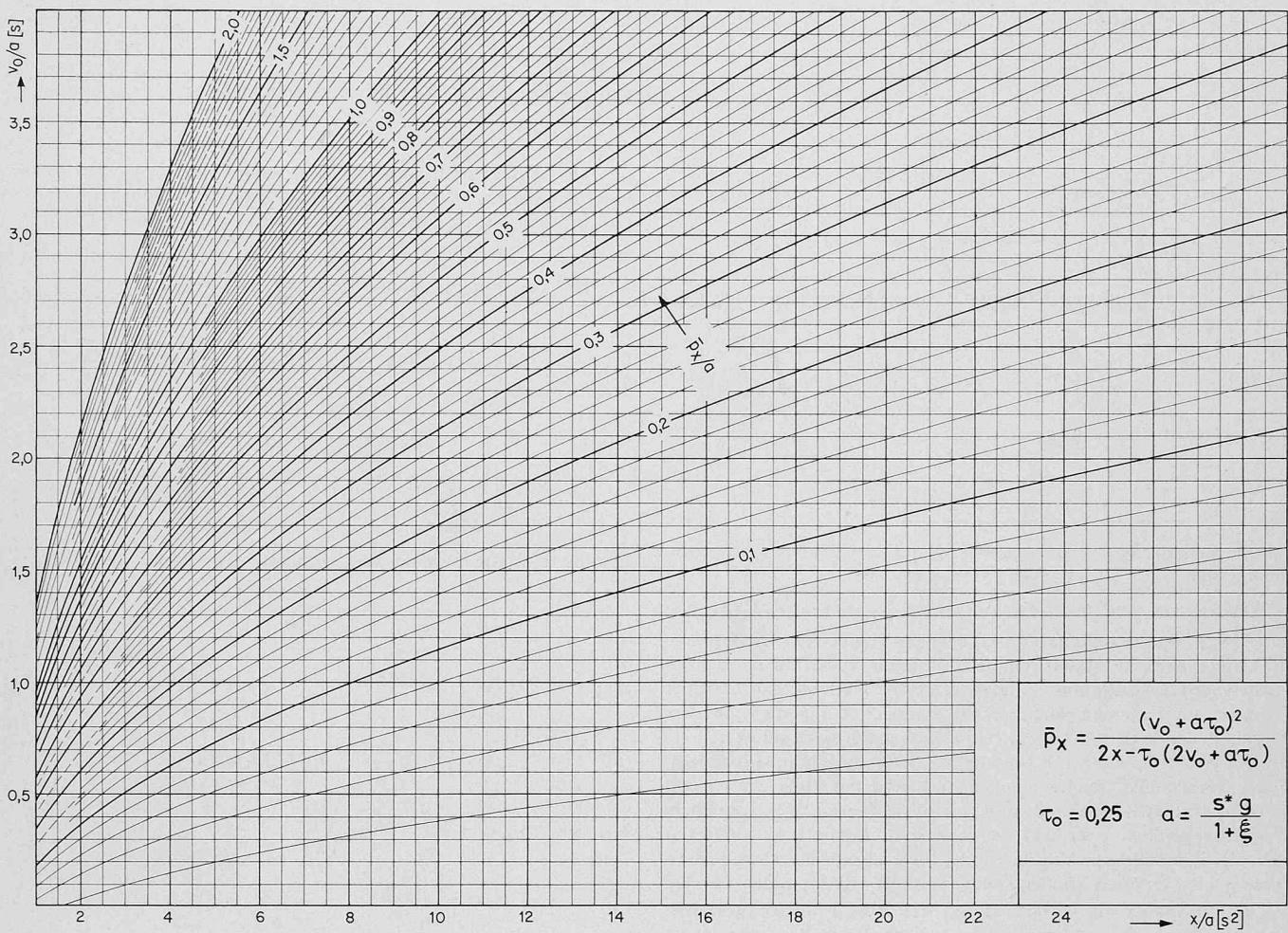


Bild 11

Die Gleichung (5.01) ist derart einfach, dass sie unmittelbar ausgewertet werden kann. Die Gleichung (5.02) lässt sich auch

$$\bar{p}_x/a = \frac{\left(\frac{v_0}{a} + \tau_0\right)^2}{\frac{2x}{a} - \tau_0\left(2\frac{v_0}{a} + \tau_0\right)}$$

schreiben und führt in dieser Form zu dem für  $\tau_0 = 0,25$  s aufgestellten Nomogramm des Bildes 11.

Aus Gl. (2.07) folgt nach Umformung

$$(5.03) \quad b_e = \frac{v_0 + aT}{T - \tau}$$

und aus Gl. (2.09)

$$(5.04) \quad b_e = \frac{v_0^2 + 2aX}{2X - \tau(2v_0 + a\tau)}.$$

Wird  $b_e$  durch Gleichsetzen dieser beiden Beziehungen eliminiert, dann folgt nach Umformungen

$$(5.05) \quad \tau = \frac{2X - v_0 T}{v_0 + aT}.$$

Nach Auswertung dieser Beziehung und Einsetzen des gefundenen Wertes  $\tau$  in Gleichung (5.03) erhält man den Wert  $b_e$  und damit auch die beim Bremsversuch zur Wirkung gekommene Bremskraft

$$B_e = m_g b_e.$$

Der Versuch zur Aufstellung eines Nomogrammes für die Auswertung von  $\tau$  und  $b_e$  zeigt, dass ein solches wohl möglich ist, jedoch zu verwickelt und daher unübersichtlich in der Verwendung ausfällt. Es ist daher vernünftiger, diese beiden Größen auf Grund ihrer Gleichungen (5.03) bis (5.05) zu ermitteln.

## 5.2 Die Bremse wird durch den Zentrifugalregler eingesetzt

Wird die zu prüfende Bremse durch einen Zentrifugalregler ausgelöst, dann können die Verzögerung  $b_e$  und die Ansprechzeit  $\tau$  auf genau gleiche Weise ermittelt werden. Die vor der Bremsung einregulierte Beharrungsgeschwindigkeit  $v_0$  wird etwas niedriger als die Auslōsegeschwindigkeit  $v_r$  gehalten. Im Moment des Vorbeifahrens am Stop-Pfosten ist wieder der Stopbefehl zu geben; ebenfalls beginnt von hier ab die Messung der Bremszeit  $T$  und des Bremsweges  $X$ . Die zur Beschleunigung von  $v_0$  auf die Auslōsegeschwindigkeit  $v_r$  notwendige Zeit tritt dabei als Anteil an der Ansprechzeit  $\tau$  auf.

Die Auslōsegeschwindigkeit  $v_r$  des Geschwindigkeitsreglers kann grundsätzlich als bekannt vorausgesetzt werden. Die zugehörige Ansprechzeit  $\tau_r$  beträgt

$$(5.06) \quad \tau_r = \frac{v_r - v_0}{a}.$$

Unter Berücksichtigung der Ansprechzeit  $\tau_{or}$  der automatischen Auslösung ergibt sich die durchschnittliche Verzögerung  $\bar{p}_r$  zu

$$\bar{p}_T = \frac{v_r + a\tau_{or}}{T - (\tau_r + \tau_{or})}$$

bzw. nach Einführung von Gl. (5.06) zu

$$(5.07) \quad \bar{p}_T = \frac{a(v_r + a\tau_{or})}{a(T - \tau_{or}) - (v_r - v_0)}.$$

Der zur Zeit  $\tau_r$  durchlaufene Weg beträgt

$$x_r = \frac{v_0 + v_r}{2} \tau_r = \frac{v_r^2 - v_0^2}{2a}.$$

Wird dieser Ausdruck in die Beziehung

$$X = x_r + \frac{2v_r + a\tau_{or}}{2} \tau_{or} + \frac{(v_r + a\tau_{or})^2}{2\bar{p}_x}$$

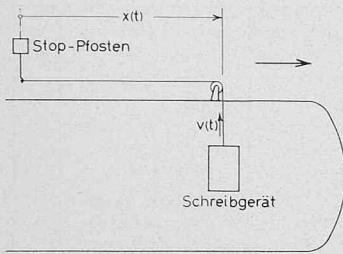


Bild 12

für den totalen Bremsweg  $X$  eingesetzt, so ergibt sich diese nach Umformungen zu

$$(5.08) \quad X = \frac{1}{2} a \left[ (v_r + a \tau_{0r})^2 \left( \frac{\bar{p}_X + a}{\bar{p}_X} \right) - v_0^2 \right].$$

Daraus folgt schliesslich

$$(5.09) \quad \bar{p}_X = \frac{a (v_r + a \tau_{0r})^2}{2 a X - [(v_r + a \tau_{0r})^2 - v_0^2]}.$$

Für die Ermittlung der Verzögerung  $b_e$  und der effektiven Ansprechzeit  $\tau$  gelten beide Gleichungen (5.03) und (5.05).

### 5.3 Direkte Messung der Grössen $v(t)$ , $x(t)$ , $p(t)$ und $d/dt \cdot p(t)$

Eine praktisch durchaus durchführbare Möglichkeit, die Grössen  $x(t)$ ,  $v(t)$ ,  $p(t)$  zu messen, zeigt Bild 12. Beim Vorbeifahren am Stop-Pfosten wird das Ende eines Bandes vom Pfosten erfasst. Das auf einer Trommel im Fahrzeug aufgewickelte Band läuft entsprechend dem durchlaufenen Weg  $x(t)$  mit der momentanen Geschwindigkeit  $v(t)$  ab. Der Weg  $x(t)$  kann mit passender Übersetzung unmittelbar registriert werden. Die Geschwindigkeit  $v(t)$  wird mit Hilfe eines Spannungsgenerators erfasst und aufgenommen. Die auf elektronischem Weg durchgeführte erste und zweite Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit führt zur Verzögerung  $p(t)$  und zum Ruck  $d/dt \cdot p(t)$ . Diese beiden Grössen können somit ebenfalls aufgenommen werden.

Das Erfassen des Bandes durch den Signal-Pfosten geschieht dadurch, dass ein am Ende des Bandes befestigter Ring von einem passenden Haken am Signal-Pfosten gefangen wird. Mit dem dabei entstehenden Wegreissen des Ringes von seinem am Fahrzeug befestigten Halter wird ein elektrischer Kontakt betätigt, der einerseits ein akustisches Signal als Stopbefehl auslöst und andererseits eine entsprechende Markierung auf dem Registrierpapier hervorruft. Wird durch das Schreibgerät die Zeit – z.B. alle Zehntelsekunden – ebenfalls markiert, so wird ein Aufnahmediagramm erhalten, das alle interessierenden Grössen enthält.

### Zusammenfassung

Die unvermeidliche Ansprechzeit  $\tau$  wirkt sich sehr nachteilig aus, indem die Bremsen infolge  $\tau$  deutlich grössere Bremskräfte entwickeln und grössere Bremsleistungen aufnehmen müssen. Eine gewisse Erleichterung ergibt sich durch die Zulassung einer Ansprechzeit  $\tau_0$  dadurch, dass die Bremswirkung erst vom entsprechenden Zeitpunkt ( $t = \tau_0$ ) ab beurteilt wird. Die Verhältnisse werden daher unter Berücksichtigung dieser Ansprechzeit  $\tau_0$  untersucht.

Im Abschnitt 1 werden die Vorschriften erwähnt, die heute gelten und für die Bemessung der Bremsen massgebend sind. Im Abschnitt 2 werden die Grundgleichungen des Bremsvorganges bei gegebenen Werten von  $v_0$ ,  $B_e$ ,  $\tau$  und  $\tau_0$  abgeleitet und im Abschnitt 3 die Verhältnisse untersucht, die sich bei der Verwirklichung der vorgeschriebenen durchschnittlichen Verzögerung ergeben sowie die entsprechenden Beziehungen aufgestellt. Im folgenden Abschnitt wird die Bedingung der Nichtüberschreitung einer maximalen Verzögerung näher untersucht. Schliesslich wird im letzten Abschnitt gezeigt, wie die durchschnittlichen Verzögerungen  $\bar{p}_r$  und  $\bar{p}_X$ , die effektive Ansprechzeit  $\tau$  und die effektive Bremsverzögerung  $b_e$  aus den beim Bremsversuch gemessenen Grössen  $T$  und  $X$  ermittelt werden können. Im Anhang wird abgeleitet, wie  $\tau$  und  $b_e$  von der gegebenen Aufbaukurve der Bremskraft aus zu bestimmen sind.

### Anhang

#### 1. Ermittlung der effektiven Ansprechzeit $\tau$ und der Ersatz-Verzögerung $b_e$ bei gegebener Aufbaukurve der Bremskraft

Der Bremskraft  $B_w$  entspricht die Verzögerung

$$(1) \quad b_w = \frac{B_w}{m_g}$$

und der Bremskraft  $B(t)$  die Verzögerung

$$(2) \quad b(t) = \beta_t b_w.$$

Der ganze Bremsvorgang kann nach Bild 13 in zwei Phasen unterteilt werden, nämlich in die eigentliche Aufbauphase ( $0 < t < t_1$ ) und in die Phase konstanter Bremskraft.

#### Aufbauphase ( $0 < t < t_1$ )

Die Bewegungsgleichung führt zu

$$(3) \quad v(t) = v_0 + \int_0^t (a - \beta_t b_w) dt = v_0 + at - b_w \int_0^t \beta_t dt$$

und

$$(4) \quad x(t) = \int_0^t v(t) dt = v_0 t + \frac{a t^2}{2} - b_w \int_0^t \left[ \int_0^t \beta_t dt \right] dt.$$

Daraus folgt am Ende der Aufbauphase, d.h. bei  $t = t_1$ ,

$$(5) \quad v_1 = v_0 + at_1 - b_w \int_0^{t_1} \beta_t dt$$

und

$$(6) \quad x_1 = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2} - b_w \int_0^{t_1} \left[ \int_0^t \beta_t dt \right] dt.$$

Mit den Abkürzungen

$$(7) \quad \beta_v = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \beta_t dt$$

und

$$(8) \quad \beta_X = \frac{2}{t_1^2} \int_0^{t_1} \left[ \int_0^t \beta_t dt \right] dt$$

erhalten wir einfacher

$$(9) \quad v_1 = v_0 + t_1 (a - \beta_v b_w)$$

und

$$(10) \quad x_1 = v_0 t_1 + \frac{t_1^2}{2} (a - \beta_X b_w).$$

#### Phase II ( $t_1 < t < T$ ): Phase konstanter Bremskraft

Für  $t < T$  gelten die Beziehungen

$$(11) \quad v(t) = v_1 - (b_w - a)(t - t_1)$$

und

$$(12) \quad x(t) = x_1 + v_1 (t - t_1) - (b_w - a) \frac{(t - t_1)^2}{2}.$$

Daraus folgt für die Zeit  $T$

$$(13) \quad v(T) = v_1 - (b_w - a)(T - t_1)$$

und

$$(14) \quad x(T) = X = x_1 + v_1 (T - t_1) - (b_w - a) \frac{(T - t_1)^2}{2}.$$

Da  $v(T)$  null sein muss, folgt aus Gl. (13)

$$(15) \quad T = t_1 + \frac{v_1}{b_w - a}$$

womit sich Gl. (14) nach Umformungen zu

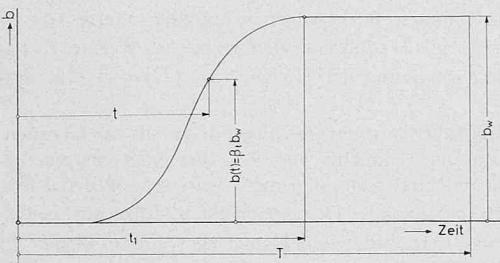


Bild 13

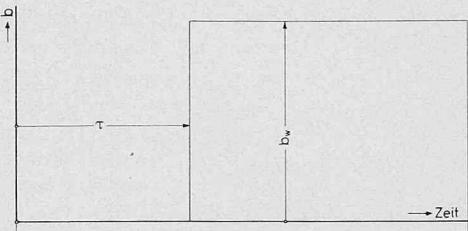


Bild 14

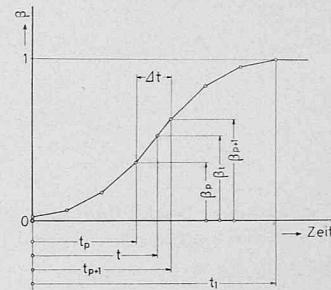


Bild 15

Tabelle 1.

Fall	$\beta_t$	$\beta_v$	$\beta_X$	$\tau_1$	$\tau_2^2 - \tau_1^2$
	$\frac{t - t_0}{t_1 - t_0}$	$\frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \frac{\pi(t - t_0)}{t_1 - t_0} \right]$	$\sin \frac{\pi}{2} \left( \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} \right)$		
	$\frac{t_1 - t_0}{2 t_1}$	$\frac{t_1 - t_0}{2 t_1}$			$\frac{2(t_1 - t_0)}{\pi t_1}$
	$\frac{1}{3} \left( \frac{t_1 - t_0}{t_1} \right)^2$	$\frac{\pi^2 - 4}{2 \pi^2} \left( \frac{t_1 - t_0}{t_1} \right)^2$			$\frac{4(\pi - 2)}{\pi^2} \left( \frac{t_1 - t_0}{t_1} \right)^2$
	$\frac{t_0 + t_1}{2}$	$\frac{t_0 + t_1}{2}$			$t_1 - \frac{2}{\pi}(t_1 - t_0)$
					$\frac{1}{12} (t_1 - t_0)^2 =$
					$\frac{\pi^2 - 8}{4 \pi^2} (t_1 - t_0)^2 =$
					$= 0,04736 (t_1 - t_0)^2 =$
					$= 0,05739 (t_1 - t_0)^2$

$(\tau_2^2 - \tau_1^2)$  aus Gl. (21) zu ermitteln. In Tabelle 1 sind für drei spezielle, direkt integrierbare Fälle die Ausdrücke für  $\beta_t$ ,  $\beta_v$ ,  $\beta_X$ ,  $\tau_1$  und  $(\tau_2^2 - \tau_1^2)$  zusammengestellt.

In den Fällen, wo sich die Aufbaukurve nicht genügend genau durch eine einfache mathematische Kurve erfassen lässt, muss sie durch einen Linienzug ersetzt werden, und zwar durch einen Geraden- oder durch einen Parabelzug. Bei Ersatz durch einen Geradenzug wird sie gemäss Bild 15 in  $n$  gleiche Zeitintervalle  $\Delta t$  unterteilt. Für die Zeit  $t$  im Intervall  $(t_p < t < t_{p+1})$  gilt

$$(24) \quad \beta_t = \beta_p + \frac{\beta_{p+1} - \beta_p}{\Delta t} (t - t_p).$$

Wird dieser Ausdruck in die Beziehungen (7) und (8) eingeführt, dann ergibt sich nach Umformungen

$$(25) \quad \beta_v = \frac{1}{2n} (\beta_0 + 2\beta_1 + 2\beta_2 + \dots + 2\beta_{n-1} + \beta_n)$$

$$(26) \quad \beta_X = \frac{1}{3n^2} \times \\ \times [(3n-1)\beta_0 + 6(n-1)\beta_1 + 6(n-2)\beta_2 + \dots + 6\beta_{n-1} + \beta_n]$$

Wenn die Aufbaukurve durch einen Parabelzug nach Bild 16 ersetzt wird, ist sie ebenfalls in  $n$  gleiche Zeitintervalle  $\Delta t$  zu teilen, wobei  $n$  eine gerade Zahl sein muss und jedes Parabelstück über 2 Zeitabschnitte zu ziehen ist. Im Intervall  $(t_p < t < t_{p+2})$  gilt

$$(27) \quad \beta_t = a(t - t_p)^2 + b(t - t_p) + c$$

wobei die Faktoren  $a$ ,  $b$  und  $c$  durch die Ausdrücke

$$(16) \quad X = x_1 + \frac{v_1^2}{2(b_w - a)}$$

ergibt. Aus Gl. (9) und (15) folgt

$$T = t_1 + \frac{v_0 + t_1(a - \beta_v b_w)}{b_w - a} = \frac{v_0 + b_w(1 - \beta_v)t_1}{b_w - a}$$

und mit der Hilfsgrösse

$$(17) \quad \underline{\tau_1 = t_1(1 - \beta_v)}$$

auch einfacher

$$(18) \quad T = \frac{v_0 + b_w \tau_1}{b_w - a}.$$

Desgleichen folgt aus (9), (10) und (16)

$$X = v_0 t_1 + \frac{t_1^2}{2} (a - \beta_X b_w) + \frac{[v_0 + t_1(a - \beta_v b_w)]^2}{2(b_w - a)}.$$

Mit der weiteren Hilfsgrösse

$$(19) \quad \underline{\tau_2 = t_1 \sqrt{1 + \beta_X - 2\beta_v}}$$

vereinfacht sich diese Beziehung nach Umformungen zu

$$(20) \quad X = \frac{(v_0 + b_w \tau_1)^2}{2(b_w - a)} - \frac{b_w \tau_2^2}{2}.$$

Aus beiden Gleichungen (17) und (19) folgt für die Grösse  $(\tau_2^2 - \tau_1^2)$ , die in den später hergeleiteten Beziehungen (22) und (23) vorkommt, der Ausdruck

$$(21) \quad \tau_2^2 - \tau_1^2 = t_1^2 (\beta_X - \beta_v^2).$$

## 2. Ermittlung der Ersatz-Ansprechzeit $\tau$ und Verzögerung $b_e$

Die Aufgabe ist hier, die Ersatzkurve gemäss Bild 14 zu ermitteln, die zum gleichen Bremsweg  $X$  und zur gleichen Bremszeit  $T$  wie die wirkliche Aufbaukurve gemäss Bild 13 führt. Die Grössen  $T$  und  $X$  sind bei der wirklichen Aufbaukurve durch die Gleichungen (18) und (20) und bei der Ersatzkurve durch Gl. (2.08) und (2.09) gegeben. Es müssen somit die beiden Bedingungen erfüllt sein:

$$\frac{v_0 + b_e \tau}{p_e} = \frac{v_0 + b_w \tau_1}{b_w - a}$$

und

$$\frac{(v_0 + a \tau)^2 b_e - v_0^2 p_e}{2 a p_e} = \frac{(v_0 + b_w \tau_1)^2}{2(b_w - a)} - \frac{b_w \tau_2^2}{2}$$

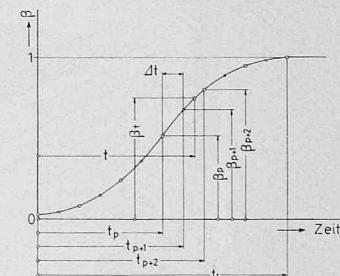
Die Lösung dieses Gleichungssystems führt nach verschiedenen Umformungen zu

$$(22) \quad \underline{\tau = \tau_1 - (b_w - a) \frac{(\tau_2^2 - \tau_1^2)}{v_0 + a \tau_1}}$$

$$(23) \quad \underline{b_e = b_w \frac{(v_0 + a \tau_1)^2}{(v_0 + a \tau_1)^2 + (\tau_2^2 - \tau_1^2)(b_w - a)^2}}.$$

Zur Auswertung dieser beiden Beziehungen ist es notwendig, von der wirklichen Aufbaukurve einerseits  $\tau_1$  aus Gl. (17) und andererseits

Bild 16



$$a = \frac{1}{2\Delta t^2} (\beta_p - 2\beta_{p+1} + \beta_{p+2})$$

$$b = -\frac{1}{2\Delta t} (3\beta_p - 4\beta_{p+1} + \beta_{p+2})$$

$$c = \beta_p$$

gegeben sind. Nach Einführung dieser Ausdrücke in Gl. (27) ergeben sich daraus und aus Gl. (7) und (8) nach Umformungen die Beziehungen

$$(28) \quad \beta_v = \frac{1}{3n} [\beta_0 + 4\beta_1 + 2\beta_2 + 4\beta_3 + 2\beta_4 + \dots + 4\beta_{n-1} + \beta_n]$$

$$(29) \quad \beta_X = \frac{4}{3n^2} \left[ \frac{n}{2}\beta_0 + 2(n-1)\beta_1 + (n-2)\beta_2 + 2(n-3)\beta_3 + (n-4)\beta_4 + \dots + 2\beta_{n-2} + 2\beta_{n-1} \right].$$

## «Constructa II» und die anlässlich dieser Bauausstellung veranstalteten Fachtagungen

Von Roland Guyer, dipl. Ing., Zürich

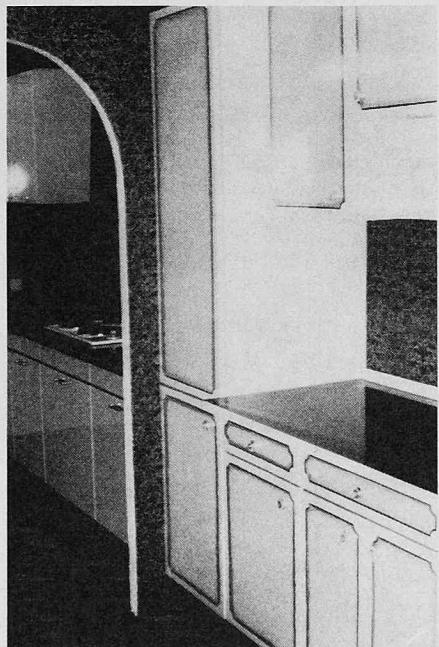
DK 061.4:061.3:624.72

### Die Ausstellung

Die anfangs dieses Jahres in Hannover abgeholtene Ausstellung Constructa II vermittelte einen eindrücklichen Überblick über den derzeitigen Stand des Hochbauwesens für die Erzeugnisgruppen Baustoffe, Bauelemente und Fertigteilkonstruktionen. Etwa 600 Aussteller zeigten auf einer Standfläche von rund 32000 m<sup>2</sup>, nach Möglichkeit geordnet nach Branchen, ihre Produkte, wobei sich keine nennenswerter Unterschiede hinsichtlich Angebot und Qualität gegenüber der Schweiz ergaben.

Es kann angenommen werden, dass sich die Fabrikanten bei der Gestaltung ihrer Produkte dem Geschmack des Publikums anpassen (Bild 1). Dabei wird in einzelnen Fällen, wie uns scheint, die Grenze zum Kitsch überschritten. Auch auf die Gefahr hin, einen Sturm der Entrüstung heraufzubeschwören, muss man sich fragen, ob Bestrebungen wie «Die gute Form» nicht zu einseitig sind und legitime Ansprüche des Gemütes vernachlässigen, die dann von manchen Fabrikanten auf unerwünschte Weise befriedigt werden.

Bild 1. Zwei Kücheninbauten des selben Fabrikanten, links «modern», rechts «Stil»



Ergänzt wurde die Ausstellung durch Beispielschauen über haustechnische Räume (Bild 2), Elektroinstallationen, Spielplatzanlagen und Lichtanwendung im Hochbau.

### Die Fachtagungen

Neben einer grossen Anzahl von Vorträgen, Filmvorführungen usw. durch verschiedene Firmen wurden folgende Fachtagungen abgehalten: Stahlbau; Holzbau; Vorfabrikation (zweiter deutscher Fertigungstag); Philosophie und Realität des Wohnungs- und Städtebaues; Mensch und Wohnung, Haus und Haustechnik.

Es wurde dabei eine Fülle von interessantem und Anregendem geboten. Der Holzbau scheint recht aktiv zu sein. Die herkömmliche Bauweise wurde untersucht und den veränderten wirtschaftlichen Bedingungen angepasst. So wird heute das weitmaschige Fachwerk trotz grösserem Holzverbrauch wegen seines geringeren Arbeitsaufwandes dem engmaschigen vorgezogen. Neue Konstruktionsarten wurden entwickelt, z.B. Holzträger mit eingeleimter Stahlarierung als Verstärkung und neue Knotenpunkttausbildungen. In Lichtbildern wurden u.a. elegante und durchaus modern gestaltete Hallen gezeigt.

Der zweite deutsche Fertigungstag zeichnete sich durch grosse Sachlichkeit, man könnte beinahe sagen Nüchternheit aus, die sich wohltrud von der manchmal oberflächlichen und sich auf Behauptungen stützende Behandlung des Problems Vorfabrikation abzeichnete. Dabei waren die Ansichten durchaus nicht immer einheitlich. Soll sich die Gestaltung der Gebäude nach den fabrikatorischen Erfordernissen richten, oder hat sich die Fabrikation den Wünschen hinsichtlich Gestaltung anzupassen? Bemerkenswert in dieser Beziehung ist, dass man von zwei Referenten aus dem Ostblock, wo die Vorfabrikation bekanntlich weiter fortgeschritten ist, u.a. hörte, dass man sich dort bemüht, Monotonie zu vermeiden. Die Vorfabrikation ist nicht nur eine Baumethode wie irgendeine andere. Sie hat tiefgreifende Konsequenzen und erfordert auch eine Umstellung in der Tätigkeit des Architekten. Es wurde gesagt, dass er seine beherrschende Stellung aufgeben und sich in ein Team einfügen müsse. Ein Referent fand sogar, dass der Architekt beim Vorfabrikanten und Generalunternehmer in

Einsetzen der nach diesen Beziehungen ermittelten Werte von  $\beta_v$  und  $\beta_X$  in Gl. (17) und (21) führt zu den gesuchten Werten  $\tau_1$  und  $(\tau_2^2 - \tau_1^2)$ , die zur Auswertung der Gleichungen (22) und (23) notwendig sind.

Der Parabelzug führt zu genaueren Ergebnissen als der Geradenzug, fällt aber etwas umständlicher aus. Wie dies einerseits aus Tabelle 1 hervorgeht und andererseits allgemein bewiesen werden kann, fällt  $(\tau_2^2 - \tau_1^2)$  stets positiv aus. Dementsprechend folgt aus beiden Gleichungen (22) und (23), dass  $\tau$  stets kleiner als  $\tau_1$  und  $b_e$  kleiner als  $b_w$  ist.

Stellung gehen solle, was natürlich nicht unwidersprochen blieb. Die Probleme sind da, und man muss sich, ob es einem angenehm ist oder nicht, mit ihnen unvoreingenommen auseinandersetzen.

In technischer Beziehung wurde darauf hingewiesen, dass bei leichten, einschaligen Wänden der Schutz gegen den Strassenlärm ungenügend sein kann. Als Grenze wurden 300 kg/m<sup>2</sup> genannt, was hoch scheint. Ein Referent äusserte sich dahin, dass die Gemischtbauweise vielleicht noch mehr Aussichten habe als die integrale Vorfabrikation. In Hamburg werden 20 % der Wohnbauten, im Gesamtdurchschnitt der Bundesrepublik ungefähr 4 %, vorfabriziert. Trotz diesem geringen Anteil fand ein Redner (aus Frankfurt, nicht etwa aus Hamburg), dass die Gründung weiterer Vorfabrikationsbetriebe weder unternehmerisch noch volkswirtschaftlich zu vertreten sei. Von verschiedener Seite wurde der Wunsch und die Hoffnung geäußert, dass man ein universell verwendbares Element finden möge.

Im Rahmen des Fertigungstages waren einige leider zeitlich zusammenfallende Besichtigungen von Vorfabrikationsbetrieben organisiert worden. Der Berichterstatter hat es nicht bereut, die Firma Rüter in Langenhagen bei Hannover gewählt zu haben, die in ihrem Betrieb die Herstellung von Stahlkonstruktionen industrialisiert hat. Die einzelnen Arbeitsgänge und auch ihre Reihenfolge wurden hinsichtlich Zweckmässigkeit untersucht und, wo nötig, geändert. Da die internen Transportkosten im Stahlbau einen wesentlichen Teil der Bearbeitungskosten ausmachen, hat man diesem Problem besondere Aufmerksamkeit gewidmet, was zu namhaften maschinellen Einrichtungen führte. Die Krane wurden mit zwei Katzen und speziell ausgebildeten Magneten versehen, was das «Anhängen» der Last wesentlich vereinfacht. Entrostung und Anstrich sind an den Anfang der Bearbeitung verlegt und vollständig automatisiert.

Sehr anregend waren die Vorträge an den beiden Fachtagungen «Philosophie und Realität des Wohnungs- und Städtebaues» sowie «Mensch und Wohnung, Haus und Haustechnik», wobei auch an der zweitgenannten Tagung eine ganze Reihe städtebaulicher Probleme zur Sprache kamen. Beide Tagun-