**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 84 (1966)

**Heft:** 48

**Artikel:** Zur Klassifikation von Kräften

Autor: Wehrli, Christoph / Ziegler, Hans

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-69037

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 03.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

- [2] Marguerre, K.: Zur Theoric der gekrümmten Platte grosser Formandering. Proc. 5th Internat. Congress of Applied Mechanics, Cambridge, Mass., 1938, p. 93f.
- [3] Ashwell, D. G., Non linear Problems, Handbook of Engineering Mechanics (edited by W. Flügge), McGraw Hill Book Company, New York, 1962, p. 45-18.
- [4] Mushiari, Kh. M. and Galimov, K. Z.: Nonlinear Theory of Thin Elastic Shells. English Translation by J. Morgenstern, J. J. Schorr-Kon and P. S. T. Staff, Monson, Jerusalem, 1961.

# Zur Klassifikation von Kräften

Von Christoph Wehrli und Hans Ziegler, ETH, Zürich

#### 1. Einleitung

Um die Bewegungsdifferentialgleichungen eines mechanischen Systems mit endlichem Freiheitsgrad zu erhalten, das im folgenden als holonom und skleronom vorausgesetzt werden soll, verwendet man oft mit Vorteil die Lagrangeschen Gleichungen

$$(1.1) \quad \left(\frac{\partial T}{\partial q_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k.$$

Hier bedeuten die  $q_k$  (k = 1, 2, ..., n) die Lagekoordinaten, die  $\phi_k$ die verallgemeinerten Geschwindigkeiten; T ist die Bewegungsenergie, und die Qh sind - sofern für lateinische Zeiger die Summationsregel verbindlich erklärt wird - die durch den Ausdruck

$$\delta A = Q_k \delta q_k$$

für die virtuelle Arbeit definierten verallgemeinerten Kräfte.

Die Lagrangeschen Gleichungen eignen sich auch vorzüglich für das Studium der allgemeinen Eigenschaften des Systems, zum Beispiel seines Stabilitätsverhaltens. In diesem Zusammenhang erweist es sich als zweckmässig, die verallgemeinerten Kräfte zu klassifizieren1). Dabei handelt es sich darum, festzustellen, welche von ihnen (a) explizit von der Zeit abhängen und somit instationär sind, (b) Funktionen der verallgemeinerten Geschwindigkeiten bzw. (c) nur solche der Lagekoordinaten sind. Bei der Gruppe (b) interessiert sodann die Frage, welche Anteile bei wirklichen Bewegungen keine bzw. stets negative Arbeit leisten, d. h. gyroskopisch bzw. dissipativ sind. Davon hängt zum Beispiel, wie schon Lord Kelvin und Tait2) gezeigt haben, ihr Einfluss auf die Stabilität einer Gleichgewichtslage ab. Ähn ich ist es3) bei den verallgemeinerten Kräften der Gruppe (c), die sich von einem eindeutigen Potential ableiten lassen oder nicht und je nachdem als nichtzirkulatorisch oder als zirkulatorisch bezeichnet werden.

Die angedeutete Klassifikation bietet keine wesentlichen Schwierigkeiten bei linearen Systemen, d. h. dann, wenn die verallgemeinerten Kräfte  $Q_i$  in den  $q_k$  und den  $q_k$  linear sind. Scheidet man explizit von der Zeit abhängige Anteile sofort als instationäre verallgemeinerte Kräfte aus und misst man die qk von der alsdarn vorhandenen Gleichgewichtslage aus, so stellen sich die  $Q_i$  in der Form

$$Q_{j} = -c_{jk} q_{k} - g_{jk} \dot{q}_{k}$$

dar, wobei die Koeffizienten  $\varepsilon_{jk}$ ,  $\varepsilon_{jk}$  nunmehr konstant sind. Jede der beiden Matrizen (cik), (gik) kann eindeutig in einen symmetrischen Anteil (') und einer: antimetrischen (") aufgespalten werden, und eine einfache Analyse der Leistung Qi qi zeigt4), dass die einzelnen Bestancteile verallgemeinerte Kräfte der folgenden Klassen darstellen:

 $(c'_{ik})$ : nichtzirkulatorische

(c"k): zirkulatorische

(g'jk): dissipative (falls die Matrix positiv definit)

(g 1): gyroskopische.

Diese Zuordnung ist freilich nicht eindeutig umkehrbar. So müssen sich zwar nichtzirkulatorische verallgemeinerte Kräfte stets durch eine

- 1) Vg. H. Ziegler, On the Concept of Elastic Stability, Advances in Applied Mechanics IV, Academic Press Inc., New York, N.Y., 1956, S. 366.
- 2) Sir W. Thomson and P. G. Tair, Treatise or Natural Philosophy, Neudruck unter dem Titel «Principles of Mechanics and Dynamics», Dover Publications, Inc., New York, N. Y., Bd. 1, S. 385.
  - 1) H. Ziegler, loc. cit. S. 377.
  - 4) H. Ziegler, Ioc. cit. S. 372.

- [5] Collatz, L.: Eigenwertprobleme und ihre numerische Behandlung. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1945.
- [6] Bryan, G. H.: Stability of a Plane Plate under Thrusts in its own Plane. Proceedings of the London Mathemat cal Society, Vol. 22, 1891, p. 54.
- [7] Favre, H.: Cours de Mécanique, T. III. Leemann, Zürich, 1949, p. 120.

Adresse de l'auteur: Prof. Dr. Walter Schumann, EPF, 8006 Zürich, Leonhardstrasse 33.

DK 531.2

symmetrische Matrix  $(c'_{ij})$  darstellen und gyroskopische stets durch eine antisymmetrische Matrix  $(g_{jk}^*)$ . Andernfal's hätten die ersten nämlich kein eindeutiges Potential, und die Leistung der letzten wäre nicht bei jeder wirklichen Bewegung null. Zirkulatorische verallgemeinerte Kräfte werden aber auch durch asymmetrische Matrizen (cjk) dargestellt und können daher nichtzirkulatorische Anteile enthalten. Analog kann man aus der Asymmetrie einer Matrix (gje) mit positiv definitem symmetrischem Anteil nur auf dissipative verallgemeinerte Kräfte schliessen, denen noch gyroskopische beigemischt sein können.

Die Klassifikation der in der  $q_k$ ,  $q_k$  linearen verallgemeinerten Kräfte Q<sub>i</sub> bietet also offensichtlich keine Schwierigkeiten. Die Trennung der zu verschiedenen Klassen gehörenden verallgemeinerten Kräfte ist indessen nicht immer ganz einfach. Im Falle nichtlinearer Funktionen  $Q_i(q_k, q_k)$  treten weitere Komplikationen auf, und es stellt sich die Frage nach der Struktur der verallgemeinerten Kräfte, welche der einen oder anderen Klasse angehören. Als Beitrag zur Beantwortung dieser Frage soll im folgenden untersucht werden, in welcher Weise sich die im System wirkenden elementaren Kräfte, wenn sie dem einen oder anderen einfachen Typ angehören, in den verallgemeinerten Kräften reproduzieren.

#### 2. Die verallgemeinerten Kräfte

Für die Herleitung der Lagrangeschen Gleichungen ist es üblich5), das System als Gesamtheit von Massenpunkten aufzufassen. Dieses Bild ist für Systeme, welche sich aus starren Körpern zusammensetzen, zulässig und zweckmässig und soll auch hier verwendet werden. Ferner sollen die im folgenden auftretenden Funktionen als stetig und, soweit dies nötig ist, auch als differentiierba: vorausgesetzt werden.

Es sei  $m_R$  ein typischer Massenpunkt und  $\mathbf{r}_{\mu} = (x_{\mu}, y_{\mu}, z_{\mu})$ sein Fahrstrahl in einem kartesischen Koordinatensystem. Da das System als skleronom vorausgesetzt wurde, ist der Fahrstrah eine eindeutige Funktior.

der Lagekoordinaten allein. Die allgemeinste zulässige Verschiebung des Systems wird durch einen Satz von Inkrementen  $\delta q_k$  der Lagekoordinaten beschrieben, und diese Inkremente sind im helonomen System voneinander unabhängig. Die virtuelle Verschiebung von  $m_{\mu}$  ist nach (2.1)

(2.2) 
$$\delta \mathbf{r}_{\mu} = \frac{\partial \mathbf{r}_{k}}{\partial q_{k}} \delta q_{k}.$$

Sind K<sub>H</sub> die an den Massenpunkten m<sub>H</sub> wirkenden Kräfte einer bestimmten Klasse, so ist - wenn für griechische Zeiger die Summations-regel nicht verwendet wird - ihre virtuelle Arbeit für das ganze System

(2.3) 
$$\delta A = \sum_{\mu} K_{\mu} \delta r_{\mu} = \sum_{\mu} K_{\mu} \frac{\partial r_{\mu}}{\partial q_{\mu}} \delta q_{\nu}.$$

Die zugehörigen verallgemeinerten Kräfte sind also nach (1.2) durch (2.4)  $Q_j = \sum_{\mu} \mathbf{K}_{\mathbf{x}} \; \frac{\partial \; \mathbf{r}_{\mu}}{\partial \; q_j}$ 

$$(2.4) Q_j = \sum_{\mu} \mathbf{K}_{\mu} \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_j}$$

gegeben.

Im a Igemeinsten Fall sind die Elemertarkräfte gemäss K<sub>µ</sub> (r<sub>r</sub>, fr, t) von allen Fahrstrahlen, allen Geschwindigkeiten und der Zeit abhängig und damit insbesondere instationär. Es folgt dann aus (2.4), dass - von seltenen Aussnahmen abgesehen - auch die Q1 explizit von der Zeit abhängen.

5) Vgl. z. B. E. T. Whittaker, Analytische Dynamik der Punkte und starren Körper, übersetzt von F. und K. Mittelsten Scheid, Springer-Verlag, Berlin 1924, S. 37.

Die allgemeinsten stationären Elementarkräfte sind von der Gestalt  $K_{\mu}(\mathbf{r}_{\nu}, \dot{\mathbf{r}}_{\nu})$  und damit lage- und geschwindigkeitsabhängig. Die Geschwindigkeiten lassen sich aber nach (2.1) in der Form

(2.5) 
$$\dot{\mathbf{r}}_{\mu} = \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_{k}} \dot{q}_{k},$$

d. h. als homogene lineare Funktionen der verallgemeinerten Geschwindigkeiten mit lageabhängigen Koeffizienten schreiben, und es folgt dann aus (2.4), dass im allgemeinen auch die  $Q_I$  vom Bewegungszustand abhängen.

Sind schliesslich die Elementarkräfte von der Gestalt  $K_{\mu}$  ( $r_s$ ) und somit nur lageabhängig, so trifft dies nach (2.4) auch für die  $Q_i$  zu.

#### 3. Lageabhängige Kräfte

Sind die nur von der Lage abhängigen Elementarkräfte  $K_{\mu}$  ( $r_{\nu}$ ) nichtzirkulatorisch, also von der Form

$$(3.1) K_{\mu} = -\operatorname{grad}_{\mu} q ,$$

wobei  $\varphi$  ( $\mathbf{r}_{\nu}$ ) ein von allen Fahrstrahlen abhängiges eindeutiges Potential darstellt und sich der mit dem Zeiger  $\mu$  versehene Gradient auf die Koordinaten von  $m_{\mu}$  bezieht, so ist nach (2.4)

(3.2) 
$$Q_j = -\sum_{\mu} \operatorname{grad}_{\mu} \varphi \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_j}$$

oder

$$(3.3) Q_{j} = -\sum_{\mu} \left( \frac{\partial \ \varphi}{\partial \ x_{\mu}} \frac{\partial \ x_{\mu}}{\partial \ q_{j}} + \frac{\partial \ \varphi}{\partial \ y_{\mu}} \frac{\partial \ y_{\mu}}{\partial \ q_{j}} - \frac{\partial \ \varphi}{\partial \ z_{\mu}} \frac{\partial \ z_{\mu}}{\partial \ q_{j}} \right).$$

Zufolge (2.1) sind die Koordinaten von  $m_{\mu}$  eindeutige Funktionen der Lagekoordinaten. Die  $Q_{i}$  lassen sich also gemäss

$$Q_{j} = -\frac{\partial \phi}{\partial q_{j}}$$

von einen eindeutigen Potential

$$(3.5) \quad \Phi (q_0) = \varphi (\mathbf{r}_i)$$

ableiten und sind damit ihrerseits nichtzirkulatorisch.

Das Resultat, aus dem übrigens für beliebige Zeiger j, k = 1, ..., n

$$(3.6) \qquad \frac{\partial Q_k}{\partial q_k} - \frac{\partial Q_k}{\partial q_k} = 0$$

folgt, war zu erwarten, da die Gesamtarbeit der nichtzirku atorischen Elementarkräfte bei einer beliebigen Bewegung des Systems nur von der Anfangs- und Endlage desselben abhängt. Das Ergebnis lässt sich indessen nicht ohne weiteres umkehren. Es ist durchaus denkbar, dass die  $K_{\mu}$  ( $r_{\nu}$ ) an sich, d. h. dann, wenn alle  $r_{\nu}$  frei sind, zirku atorischen Charakter haben, aber bei den speziellen, mit den Bindungen des Systems verträglichen Bewegungen Arbeiter leisten, die nur von der Anfangs- und der Endlage abhärgen. So können zum Beispiel die Angriffspunkte aller zirkulatorischen Kräfte fixiert sein, ohne dass damit das System unbeweglich zu sein braucht. Es folgt hieraus, dass zirkulatorische Elementarkräfte im allgemeinen, aber nicht unbedingt, zu zirkulatorischen verallgemeinerten Kräften Anlass geben.

Da die Fahrstrahlen der  $m_{\mu}$  nur ausnahmsweise lineare Funktionen der  $q_k$  sind, entspricht einem linearen Zusammenhang  $K_{\mu}$  ( $\mathbf{r}_r$ ) im allgemeinen ein nichtlinearer zwischen den  $q_k$  und den  $Q_i$ . Wenn aber die  $Q_i$  lineare Funktionen der  $q_k$  sind, gilt

$$(3.7) Q_j = -C_{jk} q_k,$$

wobei die Matrix (Cjk) konstant ist. Die Analyse der Leistung

$$(3.8) L = Q_j \dot{q}_j = -C_{jk} \dot{q}_j \dot{q}_k$$

zeigt\*) in diesem Fall, dass nichtzirkulatorische verallgemeinerte Kräfte und nur diese durch eine symmetrische Matrix  $(C_{Jk})$  dargestellt werden, mit der sich die potentielle Energie in der Form

(3.9) 
$$\Phi(q_k) = \frac{1}{2} C_{jk} q_j q_k$$

schreibt.

9 Vgl. Fussnote 4, Seite 851.

#### 4. Geschwindigkeitsabhängige Kräfte

Als gyroskopische Elementarkräfte kommen etwa Corioliskräfte (im bewegten Koordinatensystem) oder Lorentzkräfte (im elektromagnetischen Feld) in Frage. Sie sind normal zur Geschwindigkeit und möglicherweise ortsabhängig, lassen sich also allgemein mit einem orts- und geschwindigkeitsabhängigen Vektor ω<sub>k</sub> in der Form

$$(4.1) K_{\mu} = -\omega_{\mu} (\mathbf{r}_{\nu}, \dot{\mathbf{r}}_{\nu}) \times \dot{\mathbf{r}}_{\mu}$$

ansetzen. Nach (2.4) und (2.5) geben sie zu verallgemeinerten Kräften der Gestalt

$$(4.2) Q_j = -\sum_{\mu} (\mathbf{\omega} \times_{\mu} \dot{\mathbf{r}}_{\mu}) \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_j} = -\sum_{\mu} \mathbf{\omega}_{\mu} \left( \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_k} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_j} \right) \dot{q}_k$$

Anlass. Mit (2.1) und (2.5) gehen die  $\omega_{\mu}$  in (vektorielle) Funktionen  $\Omega\left(q_{l},q_{m}\right)$  der Lagekoordinaten und der verallgemeinerten Geschwindigkeiten über. Sodann sind die Vektorprodukte rechterhand in (4.2) Funktionen  $\mathbf{f}_{\mu jk}\left(q_{i}\right)$  der Lagekoordinaten, wobei die Antimetriebedingung

$$\mathbf{f}_{\mu k j} = -\mathbf{f}_{\mu j k}$$

gilt. Somit lässt sich (4.2) auf die Form

(4.4) 
$$Q_j = -\sum_{\mu} \Omega_{\mu} (q_l, \dot{q}_n) f_{\mu jk} (q_i) \dot{q}_k$$

bringen, und schliesslich kann mar. (4.4) mit

(4.5) 
$$G_{jk}(q_l, q_m) = \sum_{\mu} \Omega_{\mu}(q_l, q_m) \mathbf{f}_{\mu jk}(q_l)$$

in der Gestalt

$$Q_{j} = -G_{jk} (q_{l}, \dot{q}_{m}) \dot{q}_{k}$$

schreiben, wobei nach (4.3)

(4.7) 
$$G_{ki} = -G_{ik}$$
,

mithin die Matrix  $(G_{jk})$  antimetrisch ist Wegen der Antimetrie von  $(G_{jk})$  ist

$$(4.8) L = Q_j \ d_j = - G_{jk} \ d_j \ d_k = 0 \ ,$$

die Leistung der  $Q_i$  also erwartungsgemäss null. Sind die Elementarkräfte (4.1) linear, d.h. die  $\omega_{\mu}$  und damit auch die  $\Omega_{\mu}$  konstant, so folgt aus (4.5), dass die  $G_{jk}$  Funktionen der  $q_k$  allein und somit vom Bewegungszustand unabhängig sind.

Als dissipative Elementarkräfte kommen solche in Frage, die den Geschwindigkeiten der einzelnen Massenpunkte oder auch ihren Geschwindigkeitsdifferenzen entgegengerichtet und möglicherweise auch ortsabhängig sind. Sie lassen sich – allenfalls unter Einbezug ruhender Massenpunkte  $m_p$  – einzeln mit einem orts- und geschwindigkeitsabhängigen Skalar  $\lambda_{\mu\nu}$  in der Form

$$(4.9) - \lambda_{\mu\nu} (\mathbf{r}_{\lambda}, \dot{\mathbf{r}}_{\lambda}) (\dot{\mathbf{r}}_{\mu} - \dot{\mathbf{r}}_{\nu})$$

und, am Massenpunkt mu zusammengefasst, in der Gestalt

(4.10) 
$$\mathbf{K}_{\mu} = -\sum_{\mathbf{r}} \lambda_{\mu\nu} (\mathbf{r}_{\lambda} , \dot{\mathbf{r}}_{\lambda}) (\dot{\mathbf{r}}_{\mu} - \dot{\mathbf{r}}_{\nu})$$

schreiben. Dabei gilt nach dem Reaktionsprinzip

(4.11) 
$$\lambda_{P\mu} = \lambda_{\mu P}$$
 und ferner  $\lambda_{\mu P} > 0$ ,

da die Leistung je zweier durch das Reaktionsprinzip verbundener Kräfte durch

(4.12) 
$$-\lambda_{\mu\nu} (\dot{\mathbf{r}}_{\mu} - \dot{\mathbf{r}}_{\nu}) \dot{\mathbf{r}}_{\mu} - \lambda_{\mu\nu} (\dot{\mathbf{r}}_{\nu} - \dot{\mathbf{r}}_{\mu}) \dot{\mathbf{r}}_{\nu} = \\ = -\lambda_{\mu\nu} (\dot{\mathbf{r}}_{\mu} - \dot{\mathbf{r}}_{\nu})^{2}$$

gegeben is; und negativ sein muss, sofern  $\hat{\mathbf{r}}_{\mu} = \hat{\mathbf{r}}_{\nu}$  von null verschieden ist.

Nach (2.4) und (2.5) geben die Elementarkräfte (4.10) zu verallgemeinerten Kräften der Gestalt

$$Q_{j} = -\sum_{\mu,\nu} \lambda_{\mu\nu} \left( \dot{\mathbf{r}}_{\mu} - \dot{\mathbf{r}}_{\nu} \right) \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_{j}} = \\ = -\sum_{\mu,\nu} \lambda_{\mu\nu} \left( \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_{k}} - \frac{\partial \mathbf{r}_{\nu}}{\partial q_{k}} \right) \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_{\mu}}{\partial q_{j}} q_{k}$$

$$(4.13)$$

Aniass. Mit (2.1) und (2.5) gehen die  $\lambda_{\mu\nu}$  in Funktionen  $A_{\mu\nu}(q_l, q_m)$  über, wobei nach (4.11)

$$(4.14) \quad A_{\nu\mu} = A_{\mu\nu}, \quad A_{\mu\nu} \ge 0$$

und das Gleichheitszeichen in der letzten Beziehung mitzunehmen ist, weil für gewisse Werte der  $q_I$ ,  $\dot{q}_m$  die Differenzen  $\dot{\mathbf{r}}_\mu = \dot{\mathbf{r}}_\nu$  null sein können. Es folgt hieraus, dass (4.13) in der Gestalt

$$(4.15) Q_j = -G_{jk} (q_l, \dot{q}_m) \dot{q}_k$$

geschrieben werden kann, wobei

$$(4.16) G_{jk} (q_i, q_m) = \sum_{\mu,\nu} A_{\mu\nu} (q_i, q_m) \left( \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_k} - \frac{\partial \mathbf{r}_{\nu}}{\partial q_k} \right) \frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_j}$$

bzw.

$$G_{jk}\left(q_{t}\;,\;ec{q}_{m}
ight) = \sum\limits_{\mu < \,p} A_{\mu F}\left(q_{t}\;,\;ec{q}_{m}
ight) imes$$

$$\times \left(\frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_{k}} - \frac{\partial \mathbf{r}_{\ell}}{\partial q_{k}}\right) \left(\frac{\partial \mathbf{r}_{\mu}}{\partial q_{i}} - \frac{\partial \mathbf{r}_{\ell}}{\partial q_{i}}\right)$$

und

$$(4.18)$$
  $G_{kj} = G_{jk}$ ,

die Matrix (G<sub>jk</sub>) mithin symmetrisch ist. Die Leistung der verallgemeinerten Kräfte ist

$$(4.19) L = Q_j \, q_j = - G_{jk} \, q_j \, q_k \, .$$

Die Grösse D=-L wird als Dissipationsleistung bezeichnet. Man überzeugt sich leicht davon, dass sie und mit ihr die Matrix  $(G_{jk})$  in den  $q_k$  mindestens positiv semidefinit ist. Sinc die Elementarkräfte (4.10) linear, d. h. die  $\lambda_{\mu\nu}$  und damit auch die  $\Lambda_{\mu\nu}$  konstant, so folgt aus (4.16), dass die  $G_{jk}$  Funktionen der  $q_k$  allein und somit vom Bewegungszustand unabhängig sind.

#### 5. Diskussion

Man kann die Ergebnisse der Abschnitte 3 und 4 wie folgt zusammenfassen:

Bei den lageabhängigen Elementarkräften geber, die nichtzirkulatorischen stets zu nichzirkulatorischen verallgemeinerten Kräften Anlass. Zirkulatorische Elementarkräfte brauchen dagegen nicht unbedingt auf zirkulatorische verallgemeinerte Kräfte zu führen. Über die Form der Funktionen  $Q_f(q_k)$  lässt sich allgemein nichts aussagen. Einzig dann, wenn diese Funktionen linear sind, schreiben sie sich mit einer (54) Q

konstanten Matrix (C1k) in der Gestal:

(5.1) 
$$Q_j = -C_{jk} q_k$$
,

und zwar ist  $(C_{jk})$  symmetrisch oder nicht, je nachdem die  $Q_j$  nichtzirkulatorisch oder zirkulatorisch sind.

Bei den geschwindigkeitsabhängigen Kräften führen die gyroskopischen, sofern sie von der Form (4.1) sind, stets auf verallgemeinerte Kräfte der Gestalt

$$Q_j = -G_{jk} (q_l, q_m) \dot{q}_k,$$

wobei die Matrix  $(G_{jk})$  antimetrisch ist. Dissipative Elementarkräfte der Form (4.9) führen ebenfalls auf (5.2), aber mit symmetrischer und in den  $q_k$  mindestens positiv semidefiniter Matrix  $(G_{jk})$ . Die verallgemeinerten Kräfte sind, falls sie nicht überhaupt verschwinden, im ersten Fall selbst gyroskopisch, im zweiten dissipativ. Es ist bemerkenswert, dass in jedem Fall die Form (5.2) erhalten wird und dass nur das Zusammenwirken von gyroskopischen und dissipativen Elementarkräften auf eine allgemein asymmetrische, d. h. aus einem symmetrischen und einem antimetrischen Anteil bestehende Matrix  $(G_{jk})$  führt. Bei linearen Elementarkräften ist die Matrix  $(G_{jk})$  nur lageabhängig, bei linearen verallgemeinerten Kräften konstant.

Für gewisse Problemkreise (z. B. in der Stabilitätstheorie oder in der Kontinuumsmechanik) ist die Umkehrung dieser Resultate von Interesse, d. h. der Schluss von den verallgemeinerten Kräften auf die im System wirkenden Elementarkräfte.

Sind die verallgemeinerten Kräfte nur lageabhängig, und ist die Bedingung

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \sigma_j} - \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma_k} = 0$$

für alle Zeiger erfüllt, so besitzen die  $Q_j$  ein Potential und sind, falls dieses eindeutig ist, nichtzirkulatorisch. Wie in Abschnitt 3 gezeigt wurde, schliesst das die Anwesenheit zirkulatorischer Elementarkräfte nicht aus. Ist dagegen mindestens eine der Beziehungen (5.3) nicht erfüllt, so sind die  $Q_j$  zirkulatorisch. In diesem Fall kann mit Sicherheit auf das Vorhandensein zirkulatorischer Elementarkräfte geschlossen werden.

Bei den geschwindigkeitsabhängigen Kräften scheint die Lage insofern günstiger, als sich die  $Q_I$ , sofern sie von Elementarkräften der in Abschnitt 4 behandelten Typen herrühren, in der Form (5.2), d. h. mit Hilfe einer Matrix, darstellen lassen. Damit drängt sich die Vermutung auf, dass aus den Symmetrieeigenschaften dieser Matrix auf die Art der Elementarkräfte geschlossen werden könne.

Tatsächlich sind in bestimmten Fällen, z. B. bei linearem Zusammenhang zwischen den  $Q_j$  und den  $q_k$ , d. h. bei konstanter Matrix  $(G_{jk})$ , gewisse Schlüsse möglich. Ist  $(G_{jk})$  symmetrisch und positiv definit, so sind dissipative Elementarkräfte, aber keine gyroskopischen vorhanden. Ist umgekehrt  $(G_{jk})$  antimetrisch, so muss auf die Anwesenheit gyroskopischer Elementarkräfte geschlossen werden; daneben können aber auch dissipative vorhanden sein, die zufolge der Bindungen des Systems keine Arbeit leisten.

Ähnliche Schlüsse sind in gewissen Fällen mit nichtlinearen  $Q_j$  möglich. Werden die  $G_{jk}$  nicht durch ganzrationale Darstellungen in den  $q_m$  mit allfällig noch von  $q_m$  abhängigen Koeffizienten beschrieben, so lassen sich die  $Q_j$  nur auf eine Art in der Form (5.2) schreiben, so dass die  $G_{jk}$  eindeutig bestimmt sind. Im Hinblick auf die Entwicklung nach Potenzen ist aber gerade der Fall, dass die  $G_{jk}$  ganzrationale Funktionen der  $q_m$  sind, der praktisch weitzus wichtigste, und hier ist die Lage vom rein mathematischen Standpunkt aus hoffnungslos. In diesem Fall ist nämlich die Darstellung (5.2) i. a. nicht eindeutig, und es lassen sich sogar Beispiele dafür angeben, dass die gleichen  $Q_j$  sowohl durch eine symmetrische wie eine asymmetrische und sogar durch eine antimetrische Matrix  $(G_{jk})$  beschrieben werden. Man überzeugt sich beispielsweise leicht davon, dass die Darstellung

$$(5.4)\begin{cases} Q_1 = 2 \left( \dot{q}_1 \, \dot{q}_2 + \dot{q}_1 \, \dot{q}_3 \right) \, \dot{q}_1 & - \left( \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 \right) \, \dot{q}_2 & - \left( \dot{q}_1^2 + \dot{q}_3^2 \right) \, \dot{q}_3 \, , \\ Q_2 = & - \left( \dot{q}_2^2 + \dot{q}_1^2 \right) \, \dot{q}_1 + 2 \left( \dot{q}_2 \, \dot{q}_3 + \dot{q}_2 \, \dot{q}_1 \right) \, \dot{q}_2 & - \left( \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2 \right) \, \dot{q}_3 \, , \\ Q_3 = & - \left( \dot{q}_3^2 + \dot{q}_1^2 \right) \, \dot{q}_1 & - \left( \dot{q}_3^2 + \dot{q}_2^2 \right) \, \dot{q}_2 + 2 \left( \dot{q}_3 \, \dot{q}_1 + \dot{q}_3 \, \dot{q}_2 \right) \, \dot{q}_3 \end{cases}$$

mit

$$Q_{1} = (q_{1} q_{2} + q_{1} q_{3}) q_{1} - (q_{2}^{2}) q_{2} - (q_{3}^{2}) q_{3},$$

$$Q_{2} = -(q_{1}^{2}) q_{1} + (q_{2} q_{3} + q_{2} q_{1}) q_{2} - (q_{3}^{2}) q_{3},$$

$$Q_{3} = -(q_{1}^{2}) q_{1} - (q_{2}^{2}) q_{2} + (q_{3} q_{1} + q_{3} q_{2}) q_{3}$$

und sogar mit

$$(5.6) \begin{cases} Q_1 = (q_1^2 - q_2^2) \, q_2 + (q_1^2 - q_3^2) \, q_3 \,, \\ Q_2 = (q_2^2 - q_1^2) \, q_1 + (q_2^2 - q_3^2) \, q_3 \,, \\ Q_3 = (q_3^2 - q_1^2) \, q_1 + (q_3^2 - q_2^2) \, q_2 \end{cases}$$

gleichwertig ist.

Da sich die  $Q_i$  in diesem Beispiel mit Hilfe einer antimetrischen Matrix darstellen lassen, ist die Dissipationsleistung null. Ist sie von null verschieden, so gibt es keine Darstellung mit antimetrischer Matrix. Man kann aber für diesen Fall Beispiele angeben, in denen die Matrix ebensogut symmetrisch wie asymmetrisch sein kann. So assen sich etwa die verallgemeinerten Kräfte

(5.7) 
$$Q_1 = -(q_2^2) q_1 + (q_1 q_2) q_2,$$

$$Q_2 = (q_2 q_1) q_1 - 2 (q_1^2) q_2$$

auch in der Gestalt

(5.8) 
$$\begin{cases} Q_1 = -2 (q_2^2) q_1 + 2 (q_1 q_2) q_2, \\ Q_2 = -2 (q_2 q_1) q_1 + (q_1^2) q_2 \end{cases}$$

darstellen. Die Dissipationsleistung ist hier

$$(5.9) D = -Q_1 \dot{q_1} = \dot{q_1}^2 \dot{q_2}^2$$

und somit positiv definit.

Es können leicht auch Beispiele angegeben werden, bei denen mehrere Formen der  $Q_j$  mit symmetrischer oder antimetrischer Matrix möglich sind. So lassen sich beispielsweise die verallgemeinerten Kräfte (5.7) auch durch

$$(5.10) \begin{cases} Q_1 = -2 (q_2^2) q_1 + 2 (q_1 q_2) q_2, \\ Q_2 = 2 (q_2 q_1) q_1, -3 (q_1^2) q_2 \end{cases}$$

darstellen.

Es folgt aus diesen Überlegungen, dass sich auf rein mathematischem Weg aus der Struktur der  $Q_i$  allgemein nur spärliche Informationen hinsichtlich der Elementarkräfte gewinnen lassen. Tatsächlich ist die Situation indessen nicht so ungünstig, denn die physikalischen Konstanten, welche die Elementarkräfte charakterisieren, erscheinen wieder in den verallgemeinerten Kräften und werden damit vielfach auf ihre Herkunft hinweisen. Die zuletzt besprochenen Mehrdeutigkeiten in der Darstellung der  $Q_i$  vermögen sie freilich nicht zu beheben

#### 6. Ein Beispiel

Zur Illustration der vorangehenden Überlegungen sei zum Schluss ein Beispiel betrachtet. Bild 1 zeigt zwei starr miteinander verbunden gedachte Massenpunkte der Massen m und 2m, die sich in der Ebene x, y bewegen. Als Lagekoordinaten des Systems sollen die Schwerpunktskoordinaten x, y und der Drehwinkel  $\varphi$  verwendet werden; die zugehörigen verallgemeinerten Kräfte sind darn die Komponenten X, Y und M der in S eingetragenen Dyname. Die Koordinaten der beiden Punktmassen drücken sich in der Form

(6.1) 
$$\begin{cases} x_1 = x - 2 a \cos \varphi, & x_2 = x + a \cos \varphi, \\ y_1 = y - 2 a \sin \varphi, & y_2 = y + a \sin \varphi \end{cases}$$

n den Lagekoordinaten aus, und die Geschwindigkeitskomponenten

$$(6.2) \begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{x} + 2 \ a \sin \varphi \ \dot{\varphi} \ , & \dot{x}_2 = \dot{x} - a \sin \varphi \ \dot{\varphi} \ , \\ \dot{y}_1 = \dot{y} - 2 \ a \cos \varphi \ \dot{\varphi} \ , & \dot{y}_2 = \dot{y} + a \cos \varphi \ \dot{\varphi} \ . \end{cases}$$

Falls das Koordinatensystem mit der Winkelgeschwindigke.t 

gleichförmig rotiert, sind an den beiden Punktmassen Zentrifugalkräfte mit den Komponenten

(6.3) 
$$Z_{1x} = m \omega^2 x_1, Z_{2x} = 2 m \omega^2 x_2,$$

$$Z_{1y} = m \omega^2 y_1, Z_{2y} = 2 m \omega^2 y_2$$

einzuführen. Drückt man ihre virtuelle Arbeit

$$(6.4) \delta A = Z_{1x} \delta x_1 + Z_{1y} \delta y_1 + Z_{2x} \delta x_2 + Z_{2y} \delta y_2$$

mit Hilfe von (6.1) und (6.3) in den Lagekoordinaten aus, so erhält man als zugehörige verallgemeinerte Kräfte

(6.5) 
$$X_Z = 3 \ m \ \omega^2 \ x$$
,  $Y_Z = 3 \ m \ \omega^2 \ y$ ,  $M_Z = 0$ .

Sie lassen sich mit Hilfe einer symmetrischen Koeffizieritenmatrix  $C_{jk}$  schreiben, deren Elemente bis auf

(6.6) 
$$C_{xx} = C_{yy} = 3 \ m \omega^2$$

verschwinden. Ferner sind sie wie die Elementarkräfte (6.3) nichtzirkulatorisch und besitzen das Potential

(6.7) 
$$\Phi = -\frac{3}{2} m w^2 (x^2 + y^2).$$

Analog erhält man, von den Corioliskräften

(6.8) 
$$\begin{cases} C_{1x} = 2 \ m \ \omega \ \dot{y}_1 \ , & C_{2x} = 4 \ m \ \omega \ \dot{y}_2 \\ C_{1y} = -2 \ m \ \omega \ \dot{x}_1 \ , & C_{2y} = -4 \ m \ \omega \ \dot{x}_2 \end{cases}$$

ausgehend, die verallgemeinerten Kräfte

$$(6.9) X_c = 6 m \omega \dot{y}, Y_c = -6 m \omega \dot{x}, M_c = 0$$

Sie sind wie die Elementarkräfte gyroskopisch und werden durch eine antimetrische Matrix G<sub>jk</sub> mit den nichtverschwindenden Elementen

(6.10) 
$$G_{xy} = -G_{yx} = 6 \ m \ \omega$$

beschrieben.

Greifen an den Punktmassen Dämpfungskräfte an, die den Geschwindigkeiten entgegengerichtet und ihren dritten Potenzen proportional sind, so kann man sie mit einer Konstanten  $\lambda$  in der Form

$$(6.11) \begin{cases} W_{1x} = -\lambda (x_1^2 + \hat{y}_1^2) \dot{x}_1, & W_{2x} = -\lambda (x_2^2 + \hat{y}_2^2) \dot{x}_2, \\ W_{1y} = -\lambda (x_1^2 + \hat{y}_1^2) \dot{y}_1, & W_{2y} = -\lambda (x_2^2 + \hat{y}_2^2) \dot{y}_2 \end{cases}$$

darstellen. Für die zugehörigen verallgemeinerten Kräfte, die wie die Elementarkräfte dissipativ sind, ergibt sich eine symmetrische Matrix  $(G_{jk})$  mit den Elementen

$$G_{xx} = G_{yy} = -\lambda \left[ 2 \left( \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \right) + 2 \ a \left( \dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi \right) \dot{\psi} + 5 \ a^2 \dot{\psi}^2 \right],$$

$$G_{\psi\psi} = -\lambda \ a^2 \left[ 5 \left( \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \right) + 14 \ a \left( \dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi \right) \dot{\psi} + 17 \ a^2 \dot{\psi}^2 \right],$$

$$G_{xy} = 0,$$

$$G_{x\psi} = -\lambda a \left[ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 10 \ a \left( \dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi \right) \dot{\psi} + 7 \ a^2 \dot{\psi}^2 \right] \sin \varphi,$$

$$G_{y\psi} = \lambda \ a \left[ \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 10 \ a \left( \dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi \right) \dot{\psi} + 7 \ a^2 \dot{\psi}^2 \right] \cos \varphi.$$

Man überprüft leicht, dass die gleichen dissipativen Kräfte auch durch die symmetrische Matrix

(6.13) 
$$\begin{aligned}
\overline{G}_{xx} &= -\lambda \left[ 2 \ \dot{x}^2 + 2 \ a \ (\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi + 5 \ a \sin^2 \varphi \ \dot{\varphi}) \ \dot{\varphi} \right], \\
\overline{G}_{yy} &= -\lambda \left[ 2 \ \dot{y}^2 + 2 \ a \ (\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi + 5 \ a \cos^2 \varphi \ \dot{\varphi}) \ \dot{\varphi} \right], \\
\overline{G}_{y\varphi} &= -\lambda \ a^2 \left[ 14 \ a \ (\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi) \ \dot{\varphi} + 10 \ (\dot{x}^2 \sin^2 \varphi + \dot{y}^2 \cos^2 \varphi) + 17 \ \dot{a}^2 \ \dot{\varphi}^2 \right], \\
\overline{G}_{xy} &= -2 \ \lambda \ \dot{x} \ \dot{\varphi}, \\
\overline{G}_{x\varphi} &= -\lambda \ a \left[ (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 - 10 \ a \cos \varphi \ \dot{y} \ \dot{\varphi} + 7 \ a^2 \ \dot{\varphi}^2) \sin \varphi + 5 \ a \ \dot{x} \ \dot{\varphi} \right], \\
\overline{G}_{y\varphi} &= \lambda \ a \left[ (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 10 \ a \sin \varphi \ \dot{x} \ \dot{\varphi} + 7 \ a^2 \ \dot{\varphi}^2) \cos \varphi - 5 \ a \ \dot{y} \ \dot{\psi} \right]
\end{aligned}$$

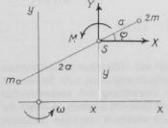


Bild 1

beschrieben werden. Ferner liesse sich (6.12) als Summe der symmetrischen Matrix

(6.14) 
$$G'_{xx} = G_{xx} + \lambda \left( \dot{y}^2 + a^2 \dot{\psi}^2 \right), \qquad G'_{xy} = G_{xy} = 0,$$

$$G'_{yy} = G_{yy} - \lambda \left( \dot{x}^2 - a^2 \dot{\psi}^2 \right), \qquad G'_{x\phi} = G_{x\phi},$$

$$G'_{\varphi\varphi} = G_{\varphi\varphi} - \lambda a^2 \left( \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \right), \qquad G'_{y\varphi} = G_{y\varphi}$$

und der antimetrischen

$$(6.15) \qquad G''_{xy} = -\lambda \, \dot{x} \, \dot{y} \, , \quad G''_{x\varphi} = -\lambda \, \dot{a}^2 \, \dot{x} \, \dot{\psi} \, , \quad G''_{y\varphi} = -\lambda \, \dot{a}^2 \, \dot{y} \, \dot{\psi}$$

schreiben, von denen die letzte mit (6.10) vereinigt werden könnte. Das Auftreten der Dämpfungskonstanten  $\lambda$  in (6.15) verbietet aber die Interpretation der zugehörigen Terme als gyroskopische verallgemeinerte Kräfte.

Adresse der Verfasser: Prof. Dr. Christoph Wehrli und Prof. Dr. Hans Ziegler, ETH, 8006 Zürich, Leonhardstrasse 33.

# Zur Frage der schweizerischen Binnenschiffahrt

DK 656,62

Am 29. Juli letzten Jahres (SBZ 1965, H. 30, S. 526) hat E. Stambach, dipl. Ing., hier einen Überblick über den damaligen Stand geboten. Die seitherigen Entwicklungen lassen es angebracht erscheinen, heute über den weiteren Verlauf der Dinge zu berichten, wobei wir uns zunächst auf den soeben im Druck erschienenen 46. Jahresbericht der Sektion Ostschweiz des Schweiz. Rhone-Rhein-Schiffahrtsverbandes stützen. Er wurde verfasst vom Präsidenten der Sektion, ebenfalls Ing. E. Stambach. Dieser knüpfte seine Betrachtungen an den hier bereits auf S. 526 des letzten Jahrganges charakterisierten Bericht des Bundesrates vom 11. Mai 1965 an. Wir zitieren auszugsweise wörtlich:

«Scharfe und ablehnende Reaktionen gegen diesen Bericht aus allen Landesteilen blieben nicht aus. Vorab wehrten sich die welschen Schiffahrtsfreunde und die Tessiner, aber auch aus der Ostschweiz wurden Stimmen laut, welche den Bericht des Bundesrates zurückwiesen. Auch auf kantonaler Ebene kam die Enttäuschung über die negative Haltung des Bundesrates der Schiffahrt gegenüber einhellig zum Ausdruck. Mit einem gemeinsamen Schreiben vom 9. August 1965 an den Bundesrat protestierten die Kantonsregierungen von Waadt, Genf, Freiburg, Wallis, Neuenburg und Tessin energisch. Auch die Regierung des Kantons Bern teilte der Landesbehörde am 5. Oktober 1965 mit, ihren Bericht nicht anerkennen zu können. Schliesslich erklärten in einem Schreiben vom 3. Februar 1965 die Regierungen der Kantone Glarus, Appenzell AR, Appenzell IR, St. Gallen, Graubünden und Thurgau ihre Solidarität mit den Kantonsbehörden der West- und der Südschweiz. Auch der Kanton Bern schloss sich dieser Kundgebung an. Damit haben sich 12 Kantonsregierungen eindeutig für den Ausbau unserer Wasserstrassen ausgesprochen. Ausserdem bestätigten aber auch die Handelskammern der Kantone Freiburg, Genf, Neuenburg, Waadt, Wallis, Appenzell beider Rhoden, Graubünden, St. Gallen, Thurgau und Tessin, dass der bundesrätliche Schiffahrtsbericht den zukünftigen wirtschaftlichen Erfordernissen nicht gerecht wird. Es darf nun wehl erwartet werden, dass unsere oberste Behörde sich diesen vielseitigen Voten nicht verschliesst und der weiteren Behandlung der Fragen der Binnenschifffahrt Objektivität zugrunde legt. Ir. diesem Sinne lautet auch eine an der Generalversammlung der Transhelvetica AG am 30. März 1966 in Bern gefasste Resolution.

Die im Verhältnis zu den Baukosten für Bahn und Strasse geringen Aufwendungen zum Ausbau unserer Schiffahrtswege belasten den Steuerzahler weit weniger als bisher die Bahnen und neuerdings die Strassen, so dass die Schiffahrt, wie seit je erkannt, zu den vorteilhaftesten Verkehrsmitteln gehört. Ein Blick ins Ausland sollte die Schiffahrtsgegner mindestens nachdenklich stimmen. Frankreich verzeichnete von 1962 bis 1965 eine Zunahme der auf Binnengewässern transportierten Gütermengen um 30% auf 89 Mio t/Jahr. Gegenwärtig sind dort der Neubau oder Ausbau an folgenden Wasserstrassen im Gange: Mosel, Nord-Kanal (Paris-Schelde), Rhone, Grand Canal d'Alsace, Saône-Chalon und Rhone-Rhein-Kanal. In Deutschland laufen Ausbauten und Verlängerunger, der Wasserwege in Norddeutschland und an der Verbindung Rhein-Main-Donau im Aufwand von etwa 3 Mrd. DM. Auch das oberitalienische Wasserstrassennetz vom Adriatischen Meer über das grosse Industriezentrum von Mailand hinaus bis zu den Alpenrandseen ist im Ausbau begriffen. Diese Tendenzen weisen eindrücklich darauf hir, dass die Binnenschiffahrt in allen uns umgebenden Ländern als wirtschaftlich interessantes und notwenciges Transport- und Verkehrsmittel betrachtet wird. Die Erfahrungen in diesen Ländern zeigten auch immer den starken und fördernden Einfluss der Binnenschiffahrt auf die Weiterentwicklung der von ihr berührten Landschaften.

Voraussetzung des Ausbaues unserer Wasserwege ist das Vorhandensein der Stauhaltungen in unseren Flüssen und damit die Erstellung von Wasserkraftanlagen. In letzter Zeit hat nun die schweizerische Energiepolitik neue Wege eingeschlagen. Es wird behauptet, dass die Energieerzeugung durch thermische und besonders durch atomare Kraftwerke wesentlich billiger zu stehen komme. Schon werden Stimmen laut, die den Bau von Wasserkraftanlagen für alle Zeiten als unwirtschaftlich bezeichnen. Die vorläufige Einstellung der Bauausführung des Rhein-Kraftwerkes Koblenz wird dabei als charakteristisches Beispiel erwähnt. Gleichzeitig stehen indessen an der Aare die Wasserkraftanlagen Flumenthal mit Regulierwehr als Glied der II. Juragewässerkorrektion und Neu-Bannwil im Bau. Es ist auch an dieser Stelle darauf hinzuweisen, dass bei der Beurteilung der Wirtschaftlichkeit eines Werkes sehr eingehend die mit diesem erzeugbare Energiequalität und der Bedarf im Absatzgebiet sowie seine besonderen Gegebenheiten untersucht werden müssen und dass im Wandel der Zeit diese Verhältnisse stark ändern können. Verallgemeinernde Kriterien sind dabei unzulässig. In Notzeiten, bei denen sich unsere Abhängigkeit vom Ausland geltend macht, wird sich zeigen, wie sehr wir auf die allseitige Ausnützung unserer naturgegebenen und unverlierbaren Wasserkräfte angewiesen sind.

Von der 1965 in die Schweiz importierten Gütermenge von 22,9 Mio t (3,7% mehr als 1964) liefen 7,34 Mio t (also über 32%) auf dem Wasserweg in den Häfen beider Basel ein. Zusammen mit den Export- und Transitmengen ergibt sich im vergangenen Jahr ein Totalumschlag in den Basler Hafenanlagen von 8,62 Mio t, also 15% mehr als im Jahre 1964. Dies bedeutet einen neuen Rekord. Bemerkenswert ist dabei die Verdoppelung der Exporttonnage (vor allem Maschinen) innert Jahresfrist.

Die nun im dritten Jahr bestehende und seit einem Jahr vollamtlich besetzte Zentralstelle für die schweizerische Binnenschiffahrt
hat in ausserordentlich mannigfaltiger Kleinarbeit der Kontakt der
verschiedenen Schiffahrtsverbände mit den Behörden geschaffen und
befruchtet. Dadurch hat sich die positive Einstellung zur Binnenschiffahrt auch in den politischen Gremien der Kantone und des
Bundes verbreitet. Die Zentralstelle hat sich ausserdem mit der Aufstellung eines in die Zukunft weisenden Transportplanes der Schweiz
befasst und hinsichtlich der Binnenschiffahrt ein Programm mit folgenden Punkten aufgestellt:

- Weiterführung der Hochrheinschiffahrt in einer ersten baulichen Etappe bis zur Aaremündung (Hafen Klingnau),
- 2. Offenhaltung der Schiffahrtsstrecken Hochrhein und Aare oberhalb der Aaremündung und Herbeiführung eines Grundsatzentscheides über die Verwirklichung der Binnenschiffahrt auf diesen Strecken im Rahmen einer Gesamtverkehrskonzeption auf lange Sicht. Ein solcher Entscheid ist notwendig im Hinblick auf die Landes-, Regional- und Ortsplanung sowie hinsichtlich der weiteren Verkehrsplanung.
- Förderung der Bauplanung, der Kostenermittlung und der Prüfung der Kostenteilung zwischen Bund und Kantonen sowie der zwischenstaatlichen Verhandlungen.
- Berücksichtigung berechtigter Anliegen des Gewässer-, Natur- und Heimatschutzes durch die Vorbereitung entsprechender Vorschriften und Verordnungen.

Hinsichtlich der weiteren, mit Zahlen belegten Einzelheiten verweisen wir auf den 46. Jahresbericht, erhältlich bei der Geschäftsstelle, 8044 Zürich, Voltastrasse 69, Tel. (051) 47 00 36.

Am 15. Oktober 1966 hielt der Nordostschweiz. Verband für Schiffahrt Rhein-Bodensee in Herisau die Jahresversammlung ab. In seiner Eröffnungsansprache konnte der Präsident, Nationalrat