**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

**Band:** 84 (1966)

**Heft:** 46

Artikel: Wärmeschock-Beanspruchungen in zylindrischen Gefässen

Autor: Christ, A.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-69027

# Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 01.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ein Rotor mit gleichartigen Gleitlagern gelagert, wie sie später im Betrieb eingebaut werden. Der Lagerkörper der Wuchtmaschine wird sorgfältig isotrop weich oder hart (das heisst nach allen radialen Richtungen gleich nachgiebig mit veränderlicher Steifigkeit der Auflage) ausgeführt; gemessen werden während des Wuchtvorganges die Schwingungsausschläge des Lagerkörpers, also der Masse mL oder m1 in unserem Modell. Die Elastizität und Dämpfung der Auflage (Lagerung des Lagerkörpers) sind Eigenschaften der Wuchtmaschine und können mittels eines einfachen Schwingungsversuches bestimmt werden. Am gut ausgewuchteten Rotor wird nun eine bekannte Testunwucht angebracht. Ohne zusätzlichen Mehraufwand an Messtechnik können mit Hilfe der ohnehin an der Wuchtmaschine vorhandenen genauen Messinstrumente die Schwingungsausschläge bei verschiedenen Drehzahlen gemessen werden. Die Nachrechnung der so gewonnenen Resonanzkurve erfolgt mit verschiedenen eingesetzten Ölfilmparametern, bis eine genügende Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messergebnis vorhanden ist.

Als Beispiel sei ein an einem Turbegeneratorrotor nach Bild 5 in der Auswucht- und Schleuderanlage der Maschinenfabrik Oerlikon aufgenommener Amplitudenverlauf (Bild 6) angegeben. Die Hauptdaten des Rotors betragen:

Rotormasse 31 600 kg
Rotordurchmesser (Ballen) 1000 mm
Nenndrehzahl 3000 U/min
Lagerabstand 7060 mm
Lagerdurchmesser 360 mm

Die Lagerkörper im Gesamtgewicht von 2830 kp waren beim Versuch «isotrop weich» mit einer Federkonstanten von 12300 kp/cm und einer Dämpfungskonstanten von 250 kps/cm gegen die feste Unterlage abgestützt. Der Rotor lief im Versuch mit einer statischen Testunwucht von insgesamt 130,4 cmkg, welche zur Hälfte in der Mitte und zu je einem Viertel an jedem Ballenende symmetrisch angebracht war. Die Aufteilung der Rotormasse für die Rechnung als Dreimassenfall wurde wie folgt vorgenommen:

Masse in Rotormitte 16600 kg

Masse an den Lagerstellen 15000 kg

Federkonstante des Rotors 6,1 · 105 kp/cm

Da die Unwuchten nur zum Teil in der Mitte angebracht waren, wurde entsprechend deren Anordnung in die Rechnung eingesetzt: Unwucht in der Mitte 110 cmkg Unwuchten an den Lagerpartien 20 cmkg

Die Nachrechnung des Schwingungssystems als Dreimassenfall mit den Lagerparametern

Federkonstante des Ölfilms  $8 \cdot 10^{5}$  kp/cm Dämpfungskonstante des Ölfilms  $3,4 \cdot 10^{3}$  kps/cm

ergab die in Bild 6 angegebene Resonanzkurve, welche mit den Messungen gut übereinstimmt und damit die Brauchbarkeit der Näherungsrechnung zeigt.

e) Schliesslich sei noch daran erinnert, dass das System der n longitudinal gegeneinander schwingenden Massen mechanisch analog ist zu einem Torsiensschwingungsproblem von n miteinander durch elastisch nachgiebige und dämpfende Wellenstücke verbundenen Drehmassen. In dieser Analogie entspricht der Masse  $m_l$  die Drehmasse  $\Theta_l$  bzw. das Schwungmoment  $GD^2$ , der Federkonstanten  $k_l$  die Drehsteifigkeit des i-ten Wellenstückes, der Dämpfungskonstanten  $D_l$  die analoge Dämpfungskonstante für die Torsionsschwingung, der Schwingungsamplituden die Amplitude des Winkelausschlages und endlich den an den Massen  $m_l$  angreifenden periodischen Störkräften  $P_l$  die an den Drehmassen  $\Theta_l$  wirkenden periodischen Störmomente.

#### Literaturverzeichnis

- Biezeno, C. R. und R. Grammei: Technische Dynamik, Springer Berlin, 1953.
- [2] Den Hartog: Mechanische Schwingungen, Springer Berlin, 1952.
- [3] Hagg, A. C. und Sarkey, G. O.: Some Dynamic Properties of Oil-Film Journal Bearings with Reference to the Unbalance Vibration of Roters, Trans. ASME, J.Appl.Mech. Bd. 23, Jun. 1956, Seiten 302-305.
- [4] Hagg, A. C. und Sonkey, G. O.: Oil Film Properties for Urbalance Vibration Calculations, Trans. ASME, J.Appl.Mech. Bd. 25, März 1958, Nr. 1, Seiten 141–143.
- [5] Myklestad, N. O.: A New Method of Calculating Natural Modes of Uncoupled Bending Vibrations of Airplane Wings and Other Types of Beams, «J. Aeronaut. Sciences». Bd. 11, 1944, Seite 153.
- [6] Thomson, W. T.: Matrix-Solution of the Vibration of Nonuniform Beams, Trans. ASME, Bd. 72, 1950, Seite 337.
- [7] Traupel, W.: Thermische Turbomaschinen, Band 2, Springer Berlin, 1960, Seiten 365ff. und 374ff.
- [8] Zurmühl, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker, 4. Auflage, Springer Berlin, 1963, Seite 446ff.

# Wärmeschock-Beanspruchungen in zylindrischen Gefässen

DK 539.41:621-222.2

Professor Dr. G. Eichelberg zum 75. Geburtstag am 21. November 1966 gewidmet von Dr. A. Christ, Escher Wyss AG Abt. Forschung

## Einleitung

Unser verehrter Jubilar hat sich im Zusammenhang mit dem Dieselmotorbau sehr viel mit Wärmespannungen beschäftigt; deshalb möchte ich bei dieser Gelegenheit etwas zu diesem Thema beitragen.

Die theoretischen Grundlagen zum Berechnen von stationären und instationären Wärmespannungen liegen zwar seit langer Zeit fest, und es lässt sich dazu kaum noch etwas Wesentliches beisteuern. Jedoch ist die mathematische Handhabung reichlich kompliziert, insbesondere bei nichtstationären Fällen. Deshalb wird in der alltäglichen Praxis solchen Problemen entweder aus dem Wege gegangen oder es werden die Probleme an «Spezialisten» zum Bearbeiten weitergeleitet. Dementsprechend ist auch das «technische Gefühl», d. h. das konkrete Vorstellungsvermögen für solche Vorgänge im allgemeinen nicht stark entwickelt; oft werden harmlose Fälle überbewertet, gefährliche unterschätzt.

Hier möchten die folgenden Ausführungen einsetzen. Sie werden weniger den Theoretiker als den Konstrukteur ansprechen und ihm eine auf anschauliche Weise von einfachen Vorstellungen hergeleitete Formel an die Hand geben zum Berechnen der maximalen Wärmespannungen in der Wand eines zylindrischen Gefässes oder Rohres, und zwar einerseits für den Fall gleichmässiger Aufwärmung und anderseits für den wohl häufigeren Fall des eigentlichen Wärmeschocks. Unter Wärmeschock soll der Vorgang verstanden werden, bei dem sich die Temperatur des an der Gefäss- oder Rohrwand vorbeiströmenden Mediums plötzlich ändert. Dabei wird angenommen, die Wärmeübergangszahl zwischen Medium und Wand sei endlich und bekannt.

Selbstverständlich wird nicht verkannt, dass es schon lange ein einfaches Verfahren zum Bestimmen aller nichtstationären Temperaturfelder unter beliebigen Randbedingungen gibt; nämlich das graphische Verfahren von Schmidt. Es verlangt jedoch, dass der Temperaturverlauf im fraglichen Wandstück von Anfang an schrittweise verfolgt wird. Dabei interessiert aber der Temperaturverlauf gar nicht so sehr, sondern es ist lediglich nach der maximalen zusätzlichen Spannung infolge des Wärmeschocks gefragt. Wohl kann aus den Temperaturkurven diese Information gewonnen werden, aber insgesamt stellt doch das ganze graphische Verfahrer einen etwas langen und in jedem sich stellenden Fall neu zu begehenden Weg dar, so dass auch aus diesem Grund eine Formel zur Spannungsberechnung recht erwünscht wäre.

# Einfache Temperaturfelder

Ausgangspunkt unserer Betrachtungen bildet das stationäre Temperaturfeld in einer ebenen Wand (Platte). Hier fällt die Temperatur  $\theta$  in der Wand (Dicke  $\delta$ ) bekanntlich linear ab, d. h. die Neigung der Temperaturverteilungskurve  $d\theta/dx$  ist eine Konstante, weil überall dieselbe Wärmemerge durchfliesst. Die pro m² durchfliessende Wärmemenge, d. h. die Wärmestromdichte q ist ja mit der Neigung des Temperaturverlaufes direkt verknüpft durch das Fouriersche Erfahrungsgesetz

$$(1) d = -\lambda \frac{d\vartheta}{dx}$$

wobei das Minusvorzeichen andeutet, dass die Wärme entgegen der Richtung des Temperaturanstieges fliesst, (Bild 1).

Der einfachste instationäre Vorgang ist der Fall gleichmässiger Aufwärmung. Auf der einen Seite (bei x=0) ist die Wand isoliert gedacht, während von der anderen Seite her  $(x=\delta)$  ein zeitlich kon-

stanter Wärmestrom eindringt. Dennach wird sich die Wand auch mit einer konstanten «Geschwindigkeit» aufwärmen. Diese Aufwärmgeschwindigkeit sei C genannt.

Die Temperaturverteilung, die sich in der Wand einstellt, geht aus der folgenden Überlegung hervor: Jede Plattenschicht von der Dicke  $\Delta x$  verbraucht von dem in sie eindringenden Wärmestrom für ihre eigene Aufwärmung den Anteil  $\varrho$   $c \cdot \Delta x \cdot C$  ( $\varrho$  = Dichte des Plattenmaterials, c = spezifische Wärme) und gibt deshalb einen um diesen Anteil verminderten Wärmestrom weiter. Die Wärmestromdichte nimmt also von der Wärmeeinfallseite her gesehen linear mit der Eindringtiefe ab (in jeder Schicht um den Betrag  $\varrho c \Delta x C$ ). Damit nimmt auch die Neigung des Temperaturverlaufes mit der Eindringtiefe linear ab (in jeder Schicht um den Betrag  $\varrho c \Delta x C$ ), bis auf der anderen, isolierten Seite die Neigung Null erreicht ist. Von dieser Seite aus, also von x = 0 aus gesehen, nimmt die Tangentenneigung der Temperaturkurven linear mit x zu, also

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\varrho c}{\lambda} Cx$$

Eine einfache Integration gibt daraus die Temperaturverteilung

$$\theta - \theta_0 = \frac{\varrho \ c}{\lambda} \ C \frac{x^2}{2}$$

Es ist üblich, den Ausdruck  $\lambda/\varrho c$  mit a (Temperaturleitzahl) zu benennen, also ist

(2) 
$$\theta - \theta_0 = \frac{C}{a} \frac{x^2}{2}$$

Der Wert  $\theta_0$  ist dabei die jeweilige Temperatur auf der isolierten Seite. Wie oben festgestellt, steigt diese Temperatur linear mit der Zeit an, entsprechend der Aufwärmgeschwindigkeit C, also

$$\theta_0 = \theta_{00} + Ct$$

 $(\theta_{00}$  wird mit Null nomiert).

Der Temperaturverlauf in der Platte ist also

(3) 
$$\vartheta = C\left(\frac{x^2}{2a} + t\right)$$

d. h. die Temperaturverteilkurven sind immer Parabeln, die sich mit der Zeit gleichmässig nach oben verschieben, (Bild 2).

Selbstverständlich kann die gleiche Beziehung auch direkt aus den Differentialgleichungen für nichtstationäre Wärmeleitvorgänge

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

gewonnen werden, wenn man die entsprechenden Rand- und Anfargsbedingungen berücksichtigt. Allerdings kommt in der Praxis die Anfangsbedingung des parabolischen Temperaturprofils zurzeit t=0 kaum vor, so dass man bei direktem mathematischem Vorgehen nicht auf diese einfache Lösung stossen wird. Diese kann aber gewissermassen als charakteristische Grundlösung instationärer Vorgänge angesehen werden, die näher zu betrachten sich lohnen wird. Zunächst ist das elastische Verhalten der Wandung unter diesen Temperaturfeldern darzustellen.

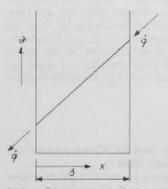


Bild 1. Temperaturverlauf be stationärem Wärmestrom

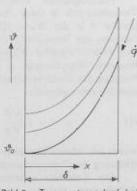


Bild 2. Temperaturverlauf bei gleichmäss gem Aufwärmen

#### Spannungsberechnung

Für die folgenden Ausführungen ist es zweckmässig, sich die bisher erwähnten Wandungen nicht als ebene Platten, sondern als dünne Zylinderschalen vorzustellen, denn ebene Platten werden sich unter Wärmebeanspruchungen verwölben, wodurch ganz andere, geringere Beanspruchungen entstehen als im Falle des dünnwandigen Zylinders, der sich nicht verwölben kann. Dünnwandig soll der Zylinder sein, damit noch «eben» gerechnet werden kann, also in dem Sinne der Überlegungen im obigen Abschnitt. Da weiter in der Praxis der dünnwandige Zylinder recht häufig vorkommt, erscheint es berechtigt, ihn gegenüber der ebenen Platte vorzuziehen.

Die relative Verformung eines frei sich dehnenden Körpers ist in jeder Richtung

(4) 
$$\varepsilon = \beta (\vartheta - \vartheta_B),$$

wobei  $\beta$  der lineare Ausdehnungskoeffizient und  $\theta_B$  eine Bezugstemperatur bedeutet. Erst wenn diese Verformungen ganz oder teilweise verhindert werden, wie das bei Zylindern der Fall ist, entstehen Spannungen.

Für den ebenen Spannungszustand lauten die Beziehungen zwischen den relativen Verformungen und den Spannungen:

(5) 
$$E \epsilon_y = \sigma_y - \nu \sigma_z$$
 (y: Umfangsrichtung)  
 $E \epsilon_z = \sigma_z - \nu \sigma_y$ . (z: Axrichtung)

Dabei sind: E = Elastizitätsmodul

v = Querkontraktionszahl

 $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  = Spannungskomponenten in Umfangs- und Axrichtung.

Die Spannungen in x-Richtung, also radiale Spannungen, sind sehr klein im Vergleich zu den anderen und verschwinden bet reinen Wärmebeanspruchungen an den Oberflächen gänzlich. Da sich die Oberflächen der Zylinderwand und nicht irgend eine Stelle des Wandinnern als kritische Stelle erweisen werden, können diese Radialspannungen vernachlässigt werden.

Bei thermischen Beanspruchungen sind alle relativen Verformungen gleich gross:  $(\varepsilon_y = \varepsilon_z)$ ; also ist gemäss dem Gleichungssystem (5) auch

(6) 
$$\sigma_y = \sigma_z = \sigma$$
 und  $E v = \sigma (1 - v)$ .

Die Kombination mit der Gleichung (4) für die freie thermische Verformung  $s = \beta (\theta - \theta \eta)$  liefert

(7) 
$$\sigma = \frac{\beta E}{1 - v} (\theta - \theta_B).$$

Unter dieser Spannung  $\sigma$  ist sowohl  $\sigma_y$  als auch  $\sigma_z$  z.ı verstehen. Also handelt es sich um einen zweiaxigen Spannungszustand mit gleich grossen Spannungskomponenten  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ . Entsprechend der Gestaltänderungshypothese ist die zur Festigkeitsbeurteilung massgebende Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_v^2 - \sigma_v \sigma_z}$$
.

In unserem Falle, wo die Komponenten gleich gross sind, wird

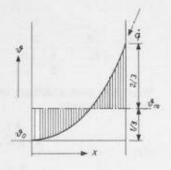
$$\sigma_v = \sigma_y = \sigma_i$$

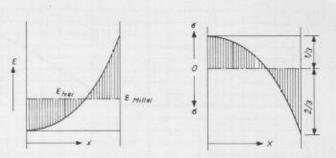
d. h. die Vergleichsspannung wird gleich gross wie jede Komponente. Die in Gleichung (7) angeschriebene Spannung stellt also bereits die richtige Vergleichsspannung dar.

Bei den im vorangehenden Abschnitt gefundenen parabolischen Temperaturprofilen möchten sich alle Schichten gemäss ihrer individuellen Temperatur verschieden dennen. Die «freie» r-Kurve ist gemäss Gleichung (4) proportional der Temperaturkurve (Bild 3). Infolge der gegenseitigen Beeinflussung aller Schichten ist diese Verformung nicht möglich, sondern es stellt sich eine mittlere Dehnung ein. Die unterdrückten Restdehnungen werden sich nach Gleichung (6) in Spannungen manifestieren, wobei die Gleichgewichtsbedingung erfordert, dass die drückenden und ziehenden Wandschichten sich die Waage halten. Da alle Kurven in Bild 3 Parabeln sind, verlangt diese Gleichgewichtsbedingung, dass der Dehnungsmittelwert (d. h. für die Spannungsverteilung der Null-Wert) auf 1/3 der Höhe des Wertes liegt, den die beheizte Seite annimmt.

Die in Gleichung (4) und (7) genannte Bezugstemperatur ist dem-

Bild 3. Temperaturen, Dehnungen urd Wärmespannungen beim gleichmössigen Aufwärmen





nach gleich  $\theta_m$  und die Spannungen sind nun proportional zu  $(\theta-\theta_m)$ ; also ist

(8) 
$$\sigma = -\frac{\beta E}{1 - \nu} (\theta - \theta_m).$$

Das Minus-Vorzeichen gibt an, dass sich Druckspannungen einstellen, wenn  $\theta$  grösser ist als  $\theta_m$ .

Am stärksten beansprucht wird also die beheizte Seite; die sich dort bei  $x = \delta$  einstellende Druckspannung ist

(9) 
$$\sigma_{\text{max}} = -\frac{2}{3} \frac{\beta E}{1-\nu} (\theta_{\text{max}} - \theta_0).$$

Mit Gleichung (2) wird daraus:

(10) 
$$\sigma_{\rm max} = -\frac{\beta E}{1-\nu} \frac{C}{3 a} \delta^2$$
 (Druckspannung).

Die grösste Zugspannung auf der isolierten Seite ist dem Betrag nach halb so gross:

(11) 
$$\sigma_{is} = \frac{\beta E}{1 - \nu} \frac{C}{6 a} \delta^2 \quad (Zugspannung).$$

Gleichung (10) kann auch nach der zulässigen Aufheizgeschwindigkeit aufgelöst werden:

(12) 
$$C_{\text{zul}} = -\sigma_{\text{zul}} \frac{3 \ a}{\delta^2} \frac{1-v}{\beta E}$$

 $a_{zu1}$  ist die zulässige Druckspannung, hat also negatives Verzeichen, se dass  $C_{zu1}$  positiv wird.

Diese Gleichung (12) stellt bereits ein gut brauchbares Kriterium dar, wie rasch z. B. beim Anfahren von Dampfturbinen der Druck und damit die Sättigungstemperatur ir. Behältern oder Leitungen gesteigert werden darf. Die meist erfüllte Bedingung dabei ist, dass der heizende Dampf an den Wandungen kondensiert. Dann ist nämlich Druck und Temperatur fest miteinander verknüpft und, dank dem sehr hohen Kondensations-Wärmeübergangswert, ist die beheizte Wandtemperatur praktisch gleich der Sättigungstemperatur. In so gearteten Fällen ist also lediglich darauf zu achten, dass die Sättigungstemperatur nicht rascher steigt als die Formel (12) angibt.

#### Wärmeschock

Mit Hilfe der bisherigen Betrachtungen kann nun der Schritt zum eigentlichen Thema dieser Ausführungen gemacht werden, nämlich der Schritt zum Berechnen der maximalen Spannungen bei Wärmeschock. Allerdings wird es sich um eine Näherungsbetrachtung und -berechnung handeln, die sich jedoch für alle praktischen Fälle als genügend genau erweisen wird.

In Bild 4 sind einige Temperaturkurven eines solchen Wärmedruckes, wo die Aussentemperatur sprungartig von  $\Theta_0 = \vartheta_0$  auf  $\Theta$  ansteigt, dargestellt, wie sie mit Hilfe des Schmidtschen Differenzenverfahrens gewonnen werden können. Die Wanddicke  $\delta$  ist mit 1 normiert. Damit wird der Abstand zwischen der beheizten Wandoberfläche und dem Richtpunkt R gleich  $\lambda/\alpha\delta$ . Auf diesen Richtpunkt mit der Temperatur  $\Theta$  laufen bekanntlich alle Randtangenten der Temperaturverteilungen hin.

Im dargestellten Fall dauert es eine gewisse Weile (punktiert eingetragene Linien) bis sich eine mindestens angenähert parabolische Temperaturverteilung einstellt (voll ausgezogen). Nachher beginnt die ganze Kurve, ähnlich wie im Falle konstanter Aufheizgeschwindigkeit, nach oben zu rutschen (gestrichelt eingetragen). Denn von aussen wird ja dauernd Wärme nachgespiesen, allerdings nicht mehr eine genau konstante Wärmernenge, sondern eine langsam abnehmende. Wenn jedoch nur ein kleiner Zeitabschnitt betrachtet wird und die Richtpunkttemperatur  $\theta$  genügend hoch über der mit  $\theta_{\rm max}$  bezeichneten Temperatur liegt, ist die Wärmezufuhr praktisch konstant, und es liegt derselbe Fall konstanter Aufwärmung vor wie im obigen Abschnitt beschrieben wurde, d. h. es bildet sich wirklich ein (angenähert) parabolisches Temperaturprofil aus, das auch (angenähert) parabolisch bleiben wird.

Aus Bild 4 ist ersichtlich, dass der Zeitpunkt der ausgezogenen Temperaturverteilung der kritische ist, d. h. der mit den grössten Spannunger. Vor diesem Zeitpunkt sind die Temperaturdifferenzen  $\theta_{\rm max} - \theta_{\rm mittel}$  noch kleiner als bei  $t_{\rm krit}$ ; nachher werden sie wieder kleiner, da sich die Parabeln infolge der langsam verminderten Wärmezufuhr abflachen.

Die Spannung in diesem kritischen Zeitpunkt ist anhand von Bild 4 leicht zu finden. Es ist lediglich zu vermerken, dass die zum Richtpunkt R laufende Tangente an die parabolische Temperaturverteilung die Ordinate  $\theta_0$  an der Stelle 1/2 schneidet (dies ist eine allgemeine Eigenschaft von Parabelkurven). Aus dem Dreieck ABR lässt sich leicht berechnen:

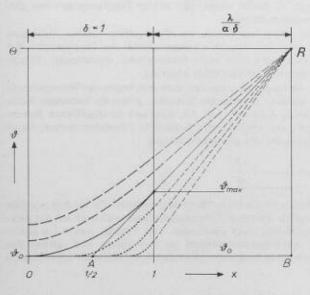


Bild 4 (links): Zur Berechnung der grössten Temperaturdifferenzen  $(\delta_{max} - - \delta_{\theta})$  beim Wärmeschock

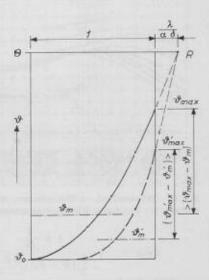
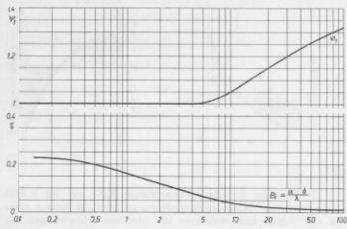


Bild 5 (rechts). Temperaturverlauf be starkem Wärmeschock



Wärmeschock in dünnwandigen Zylinderschalen

Oben: Verlauf des Berichtigungsfaktors v, in der GI, (14) für die maximale Spannung

Unten: Verlauf des Faktors C in der Gl. (15) für den Zeitpunkt der maximaten Spannung

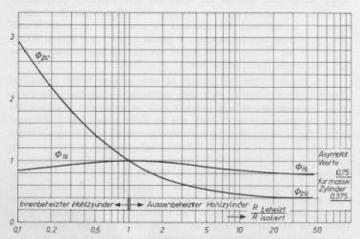


Bild 7a. Gleichmässiges Aufwärmen von Hohlzylindern, Verlauf der Faktoren  $\Phi_{zu}$  und  $\Phi_{is}$ Spannung auf der beheizten Seite

$$\sigma_{\varepsilon u} = -\Phi_{\varepsilon u} \frac{C}{3 a} \delta^2 \frac{\beta E}{1 - \nu}$$

Spannung auf der isolierten Seite

$$\sigma_{is} = \Phi_{is} \frac{C}{6 a} \delta^2 \frac{\beta E}{1 - \nu}$$

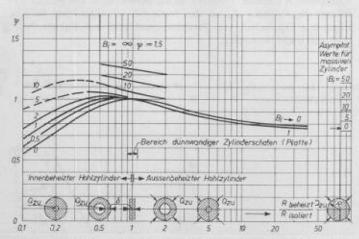


Bild 7b. Wärmeschock in Hohlzylindern, Verlauf des Faktors P zum Berechnen der maximalen Wärmeschockspannung nach der Gleichung

$$a_{max} = -\Psi \cdot \frac{\frac{2}{3} (\Theta - \theta_{a}) \frac{\beta E}{1 - \nu}}{1 + \frac{2}{Bi}}$$

$$\frac{\theta_{\text{max}} - \theta_0}{\Theta - \theta_0} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{\alpha \delta}}$$

Wenn hier noch Gleichung (9) berücksichtigt wird, ergibt sich für den Wärmeschock

(13) 
$$\sigma_{\text{max}} = \frac{-\frac{2}{3} \frac{\beta E}{1 - r} (\Theta - \theta_0)}{1 + \frac{2 \lambda}{\alpha \delta}}.$$

Auch hier bedeutet das Minus-Vorzeichen, dass bei einem Aufheiz-Wärmeschock mit  $\Theta > \theta_0$   $\sigma_{max}$  Druckspannungen sind. Gleich wie im Falle konstanter Aufwärmung sind die Zugspannungen halb so

Allerdings ist der Gültigkeitsbereich dieser Formel etwas eingeschränkt; nämlich bei sehr hohen Wärmeübergangszahlen a, oder genauer gesagt bei grosser. Biot-Zahlen  $Bi = \alpha \delta/\lambda$  sind die  $\sigma_{max}$ -Werte noch zu korrigieren. Bild 5 erläutert diese Situation: Der Richtpunkt R im Abstand  $\lambda/\alpha \delta = 1/Bi$  liegt in diesen Fällen sehr nahe der Wand. Das graphische Verfahren nach Schmidt gibt kurz nach Beginn des Schockes an der beheizten Seite sehr steil verlaufende Temperaturverteilungen. Es erweist sich dabei, dass die Differenz  $(\theta'_{max} - \theta'_{m})$  der gestrichelt eingetragenen Verteilung grösser ist als  $(\theta_{m,ax} - \theta_m)$  der ausgezogenen. Die Berechnungsformel (13) stützt sich aber auf die letztere Verteilung, so dass hier eine Korrektur nötig ist. Mit Hilfe einer Reihe von graphisch durchgeführten Wärmeschocks liess sich der Korrekturfaktor V1 finden; er ist auf Bild 6 oben dargestellt. Erst für die Biot-Zahlen, die grösser als 4 sind, weicht dieser Korrekturfaktor 4, vom Wert eins ab. Für eine Stahlwand  $(\lambda = 40 \text{ kcal/mh} ^{\circ}\text{C})$  der Dicke 1 cm bedeutet Bi = 4, dass cer Wärmeeinfal wert 16000 kcal/m2h C betragen muss. Allgemein wird

(14) 
$$\sigma_{\text{max}} = -\Psi_1 \frac{\frac{2}{3} (\Theta - \theta_0) \frac{\beta E}{1 - \nu}}{1 + \frac{2}{R^2}},$$

### Ergänzungen und Bemerkungen

- 1. Bei den betrachteten Wärmeschocks handelte es sich immer um Vorgänge, bei denen die Aussentemperatur auf der einen Seite sprungartig anstieg. Dabei ergaben sich die grössten Werte für die Druckspannungen. Bei Materialien, die weniger druck-, sondern hauptsächlich zugempfindlich sind (z. B. Gusseisen), ist zu beachten, dass die höchsten Zugspannungen halb so gross werden wie die höchsten Druckspannungen (Gleichung 11). Danach ist leicht zu entscheiden, welche der beiden Spannungen für das Material gefährlicher ist. Bei der Zugspannungsberechnung fällt übrigens eine 91-Korrektur für Bi > 4 weg.
- 2. Bei Abkühlungsschocks (Kälteschocks) kann die Rechnungsart unverändert übernommen werden. Wo bei den Wärmeschocks Druckspannungen zu finden waren, gibt es hier Zugspannungen von gleichem absolutem Betrag.
- 3. In den Fållen, wo es sich um Druckgefässe handelt, überlagern sich die normalen Beanspruchungen infolge des Innendruckes den Wärmespannungen. Die beim Wärmeschock entstehenden Druckspannungsspitzen werden daher abgebaut.
- Über die Frage, wie lange Zeit nach dem Beginn des Wärmeschocks. sich die grössten Spannungen einstellen, geben die bisherigen Rechnungen keine Auskunft. Aus den graphisch durchgeführten Berechnungen geht die in Bild 6 unten dargestellte E-Funktion hervor. Dabei ist der Zeitpunkt der grössten Spannung

(15) 
$$t_{\rm krit} = \xi \frac{\delta^2}{a} .$$

5. Alle bisher für die ebene Platte oder eigentlich für die dünnwandige Zylinderschale gezeigten Überlegungen lassen sich auch auf den dickwandigen Hohlzylinder übertragen. Das Prinzip, zuerst die gleichmässige Aufheizgeschwindigkeit zu formulieren und daraus den Wärmeschock zu berechnen, bleibt gleich. An Stelle der Gleichung (3) tritt hier

$$\theta = \frac{C}{4 a} R^2 \left[ \left( \frac{r}{R} \right)^2 - 2 \ln \left( \frac{r}{R} \right) - 1 \right] + C t,$$

wobei R den Radius der isolierten Seite bedeutet. Es würde jedoch zu weit führen, dieses im Einzelnen darzustellen. Deshalb seien lediglich die Resultate in Diagrammform bekannt gegeben.

Bild 7a dient zur Berechnung der Spannungen bei gleichmässigem Aufwärmen von innen- und aussenbeheizten Hohlzylindern. Der Berechnungsformel für die dünnwandige Schale ist hier der Faktor  $\Phi$  vorangestellt. Zur Spannungsberechnung auf der beheizten Seite ist  $\Phi_{zu}$  zu benützen und auf der isolierten Seite  $\Phi_{ls}$ . Links im Diagramm sind die innenbeheizten Hohlzylinder, Hier können sich recht hohe Spannungen einstellen. Bei  $R_{\rm beh}/R_{\rm ls} \cong 1$  liegt der Bereich dünnwandiger Schalen. Hier sind beide  $\Phi \cong 1$ . Ganz rechts aussen liegt der Grenzfall des massiven Zylinders.

Mit Hilfe von Bild 7b lassen sich die Wärmeschockspannungen berechnen. Auch hier ist der hergeleiteten Berechnungsformel (13) ein Faktor  $\Psi$  voranzustellen, wobei  $\Psi$  vom Radienverhältnis und von der Biot-Zahl abhängt. Der in Bild 6 oben dargestellte Verlauf  $\Psi_1$  (Bi) stellt den Spezialfall an der Stelle  $R_{\rm beh}$  /  $R_{\rm in}=1$  dar. Für Schocks mit  $Bi=\infty$ , wo die Temperatur in der äussersten Wandschicht sprunghaft der Umgebungstemperatur folgt, nimmt  $\Psi$  den höchsten Wert von 1,5 an. Wärmeschock-Spannungsberechnungen nach Bild 7b wurden, so weit dies möglich war, verglichen und in gutem Einklang gefunden mit Diagrammen von  $Endres^1$ ).

6. Auch wenn die Voraussetzung, dass die Platte oder der Hohlzylinder auf der einen Seite isoliert sei, fallengelassen wird, ändert sich nichts an der Wärmeschock-Spannungsberechnung, sofern vor dem Schock keine Wärme durch die Wandung floss, d. h. alle Temperaturen ausgeglichen waren. Hingegen ist diese einfache Spannungsberechnung nicht mehr zulässig, wenn vor dem Schock bereits ein stationärer Wärmetransport durch die Wandung stattfand.

7. Zum Schluss ist noch eine Bemerkung über die Genauigkeit dieser Berechenmethode zuzufügen: Der systematische Fehler bei einer Spannungsberechnung nach Bild 7b wird auf weniger als 5% geschätzt. Zum Rechner muss allerdings die Biot-Zahl bekannt sein. In ihr ist die Wärmeübergangszahl a enthalten, die meistens nur approximativ und nur in den besten Fällen auf ± 5% genau bekannt ist. Ferner muss die sich ergebende Spannung normalerweise genügend weit von der auch nur mit einer gewissen Toleranz bekannten Streckgrenze entfernt sein, d. h. ein Sicherheitsfaktor ist zu berücksichtigen. Da also einerseits die Voraussetzungen für die Spannungsberechnung reichlich mit Unsicherheit behaftet sind und anderseits das Resultat ausserhalb eines Sicherheitsabstandes von der Grenze

1) W. Endres: Brown Boveri Mitt., Januar 1958.

entfernt bleiben muss, ist es eigentlich müssig, von der Berechnungsmethode selbst viel höhere Genauigkeit zu fordern als die hier beschriebene zu bieten vermag.

#### Zusammenfassung

Es wird dargestellt, wie auf Grund ganz einfacher Vorstellungen und ohne grosse mathematische Hilfsmittel die nichtstationären Wärmespannungen gefunden werden können; einerseits für gleichmässig von aussen erwärmte Wandungen und anderseits für plötzliche Wärmeschocks erleidende Wandungen. Die Betrachtungen bezogen sich auf Platten, die sich nicht verwölben können, d. h. praktisch auf dünnwardige Zylinderschalen. In ergänzenden Diagrammen sind Korrekturfaktoren angegeben, die auch die Spannungsberechnung in dickwandigen Zylinderschalen gestatten.

#### Symbole:

$a = \lambda/\varrho c$	Temperaturleitzahl
$Bi = \alpha \delta/\lambda$	Biot-Zahl
c	Spezifische Wärme
C	Aufwärmegeschwindigkeit
E	Elastizitätsmodul
q q	Wärmestromdichte
r	Radius-Koordinate
R	Radius
1	Zeit
X, Y, Z	Längen-Koordinaten
Ø.	Wärmeübergangszahl
β	Linearer Ausdehnungskoeffizient des Wandmaterials
δ	Dicke der Platte oder der Zylinderschale
e	relative Dehnung
\$	Faktor zur Berechnung des Zeitpunktes der max.
	Spannungen
Đ	Temperatur
$\Theta_0$	Umgebungstemperatur vor dem Schock
Θ	Umgebungstemperatur nach dem Schock
λ	Wärmeleitfähigkeit des Wandmaterials
y	Querkontraktionszahl des Wandmaterials
Q	Dichte des Wandmaterials
σ	Spannung
Φ	Faktor zum Berechnen der Spannungen beim gleich-
	mässigen Aufheizen dickwandiger Zylinderschalen
$\Psi_1$	Faktor zum Berücksichtigen starker Wärmeschocks
	(für Bi > 4) bei dünnwandigen Zylinderschalen
$\Psi$	Faktor zum Berechnen der Wärmeschockspannungen
	in dickwandigen Hohlzylindern.

# Betrachtungen zur Einigung Europas

DK 321.9:159.9

Der Fragenkomplex, der heute mit dem Ausdruck «europäische Integration» bezeichnet wird, beschäftigt nicht nur die Politiker und die Männer der Wirtschaft; er wird auch unter Geisteswissenschaftlern und Ingenieuren eifrig besprochen. Unbestritten sind die Forderungen, die an ein geeintes Europa gestellt werden: Friedenssicherung im europäischen Raume, Überwindung nationaler Ichbezogenheiten, Stärkung der gemeinsamen militärischen Schlagkraft, Hebung der technischen Leistungsfähigkeit und Verbesserung der wirtschaftlichen Stabilität. Die Wege jedoch, auf denen diese Anliegen erfüllt werden sollen, gehen von stark verschiedenen Orten aus, und auch das Bild des zu schaffenden Europa, das den genannten Erwartungen entsprechen soll, verändert sich von Land zu Land und von Standpunkt zu Standpunkt. Diese Unterschiede machen den erstrebten Zusammenschluss zu einer nicht leicht zu lösenden Aufgabe.

Dass sich der Verwirklichung des Einigungsgedankens Schwierigkeiten grundsätzlicher Art entgegenstellen, wurde anfänglich nur von
wenigen erkannt. Die Sehnsucht nach Frieden und Wohlstand lenkte
den Blick von den wirklichen Sachverhalten ab. Hinzu kamen das
beklemmende Erlebnis der Kleinheit und Schwäche Europas, verbunden mit der Angst von einer Bedrohung aus dem Osten. Das sich
daraus ergebende Bewusstsein der Zusammengehörigkeit und der
Schicksalsgemeinschaft weckte das Bedürfnis nach raschen durchgreifenden Lösungen. Bei dieser ungeduldigen Zielstrebigkeit war die
Neigung gering, sich mit der wirklichen Lage der europäischen Nationen, ihren Möglichkeiten, Aufgaben und Nöten grundsätzlich zu be-

fassen und nach gangbaren Wegen zu suchen, die geeignet wären, aus diesen Gegebenheiten heraus dem angestrebten Ziel en:gegenzuführen. Offensichtlich unterschätzte man die Grösse der Aufgabe. Das war nicht nur unzweckmässig, sondern gefährdete aufs ernsteste deren Lösung.

Wer die seitherigen Geschehnisse verfolgt, wird feststellen, dass die ursprünglichen Erwartungen weitgehend in Frage gestellt sind. Zwar wurden auf politischen und wirtschaftlichen Feldern Körperschaften und Organisationen ins Leben gerufen (OECD, EWG, EFTA, Montanunion, Euratom), die wichtige Beiträge zur Erfüllung der eingangs genannten Forderungen geleistet haben. So sehr deren Wirksamkeiten Anerkennung und Förderung verdienen, so haben sich gerade bei ihnen Schwierigkeiten eingestellt, von denen heute niemand sagen kann, wie sie überwunden werden könnten. Das liegt nicht an einem Ungenügen der ausführenden Organe, sondern ergibt sich aus der Natur der Sache: Gewiss lassen sich bestimmte Teilaufgaben nach den linearen Methoden verstandesmässigen Erkennens und Urteilens sowie denen konstruktiven Planens und Berechnens lösen. Aber damit ist das für die Einigung En;scheidende noch nicht geschehen. Denn Europa kann nicht auf einen machbaren Mechanismus oder auf eine zweckgebundene Institution zurückgeführt werden, sondern wird nur lebensfähig sein, wenn es sich zu einer Lebensgemeinschaft eigenständiger Nationen entwickelt. Zum Gelingen dieser Umbildung ist vor allem nötig, dass sich die Bewohner unseres Erdteils zu überzeugten Trägern europäischen Gemeinschaftsgeistes und zu wirklichen