| Zeitschrift: | Schweizerische Bauzeitung |
|--------------|--|
| Herausgeber: | Verlags-AG der akademischen technischen Vereine |
| Band: | 84 (1966) |
| Heft: | 41 |
| | |
| Artikel: | Plastisches Verhalten von statisch unbestimmten Stahlbetonbalken |
| Autor: | Bachmann, Hugo |
| DOI: | https://doi.org/10.5169/seals-68996 |
| | |

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. <u>Siehe Rechtliche Hinweise.</u>

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. <u>Voir Informations légales.</u>

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. <u>See Legal notice.</u>

Download PDF: 24.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Plastisches Verhalten von statisch unbestimmten Stahlbetonbalken

Von Hugo Bachmann, dipl. Ing. ETH, Institut für Baustatik an der ETH, Zürich

Vortrag gehalten am 16. Oktober 1965 an der ETH anlässlich der Studientagung über dynamische Wirkungen auf Bauwerke, durchgeführt von der S. I. A.-Fachgruppe der Ingenieure für Brückenbau und Hochbau*)

Einleitung

Das Bruchverhalten statisch unbestimmter Tragwerke bildete in den letzten 15 Jahren Gegenstand zahlreicher theoretischer und experimenteller Untersuchungen. Auf Grund der gewonnenen Erkenntnisse sind relativ einfache Berechnungsmethoden entwickelt worden. Diese werden zur Bemessung von Tragwerken aus Stahl in den Vereinigten Staaten bereits angewendet. Im Gegensatz dazu bietet jedoch die plastische Berechnung und Bemessung statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahlbeton noch erhebliche Schwierigkeiten, da der Beton nur sehr begrenzt verformbar ist. Vor allem das Problem der Deformationsfähigkeit plastifizierter Bereiche, auch «Rotationsfähigkeit plastischer Stahlbetongelenke» genannt, ist noch unabgeklärt. Dabei liegen die Schwierigkeiten auch bei der Frage, wie überhaupt die Rotation in einem plastischen Stahlbeton-Gelenk definiert und berechnet werden soll. Diese Frage ist eng verknüpft mit dem eigentlichen Problem des möglichen Grenzzustandes, d. h. der Rotationsfähigkeit.

¹) Anmerkung: Dieser Kurzvortrag soll auf möglichst einfache Weise einen Einblick geben in das am Institut für Baustatik an der ETH laufende Programm zur Erforschung des plastischen Verhaltens statisch unbestimmter Stahlbetontragwerke. Die genauen Definitionen der verwendeten Begriffe sowie zahlreiche, hier nicht wiedergegebene Resultate, insbesondere über die Schubbeanspruchung, sind in [1], resp. [2], [3] und [4] enthalten, wo auch die theoretischen Aspekte eingehender behandelt werden. Als Beitrag zur Klärung dieser Fragen sind seit 1963 durch das Institut für Baustatik an der ETH unter der Leitung von Prof. Dr. *B. Thürlimann* entsprechende Versuche durchgeführt worden. Das ganze Forschungsprogramm wurde ermöglicht durch eine namhafte Spende der von Moos'schen Eisenwerke Luzern. Dieser Firma sei für ihre grosszügige Unterstützung auch an dieser Stelle herzlich gedankt.

Der hauptsächliche Zweck der Versuche war das Studium der folgenden zwei Problemkreise:

- Allgemeines Verhalten: Bruchlasten, plastische Momente, Momentenumlagerungen, Steifigkeiten, Deformationen usw., und
- Einfluss des Schubes auf die Ausbildung und Rotationsfähigkeit plastischer Gelenke.

Bis heute sind Versuche an 2 Serien (Ser.e A und Serie B) von je 5 Versuchsbalken durchgeführt worden. Hier soll vor allem über die erste dieser Serien, die Serie A, kurz berichtet werden.

Planung und Durchführung der Versuche

Bild 1 zeigt die Versuchsanordnung. Sämtliche Versuche wurden in der EMPA in Dübendorf durchgeführt. Es handelt sich um Zweifeldbalken, die total symmetrisch ausgebildet und belastet wurden. Die Spannweiten betrugen je 3 m. Der Querschnitt war ein Rechteckprofil, 18 cm breit und 38 cm hoch. Die Belastung wurde durch zwei 50-t-Pressen über Lastverteilbalken aufgebracht. Bei den äusseren Auflagern wurden bei sämt ichen Laststufen die Auflagerreaktionen durch Dynamometer gemessen. Dadurch war es möglich, die Momen-



Bild 2. Spannungs-Dehnungs-Diagramme der verwendeten Torstähle Serie A

Bild 1. Versuchsanordnung in der EMPA in Dübendorf

tenfläche ohne Deformationsbedingung zu ermitteln; im Gegenteil, es konnte noch eine Gleichgewichtskontrolle durchgeführt werden. Diese Anordnung ist für sämtliche Balken beibehalten worden.

Die Armierung der Versuchsbalken bestand aus Torstahl. Bild 2 zeigt die Spannungs-Dehnungs-Diagramme für verschiedene Stabdurchmesser. Jeweils oben ist das vollständige Diagramm bis zum Bruch des Stabes aufgetragen. Darunter ist der Anfangsbereich mit 10 fach vergrösserter Dehnung dargestellt. Die Streckgrenze betrug im Mittel etwa 42 kg/mm² und die Zugfestigkeit etwa 52 kg/mm². – Die Würfelfestigkeit des Betons war im Mittel 438 kg/cm².

Bild 3 zeigt die Abmessungen und die Armierungsbilder der fünf Versuchsbalken.

Das Moment, welches in einem Querschnitt in der Zugarmierung erhebliche plastische Deformationen erzeugt, wird plastisches Moment genannt. Es ist etwas grösser als das Fliessmoment. In jedern Balkenquerschnitt mit gegebenen Abmessungen und vorgeschriebener Armierung lässt sich ein plastisches Moment berechnen. Bei den Versuchsbalken bezeichnen wir das Verhältnis der plastischen Momente im Feld und über der mittleren Stütze mit λ :

$$\lambda = \frac{M_{pF}}{M_{pS}}$$

Die Werte \la der verschiedenen Balken sind in Bild 3 eingetragen.

Beim Balken A1 war über dem mittleren Auflager eine recht starke Armierung vorhanden, nämlich 5 Stäbe \emptyset 18 mm, wogegen im Feld nur 2 Stäbe \emptyset 12 mm eingelegt waren. Das Verhältnis λ beträgt deshalb nur 0,17. Mit fortlaufender Numerierung der Balken nimmt dann λ zu bis zum Wert 1,0 beim Balken A5. Hier waren sowohl im Feld wie über der Stütze je 3 Stäbe \emptyset 18 mm eingelegt. Die einzigen Unterschiede zwischen den Balken, d. h. die systematisch variierten Grössen waren also:

Primär: das Verhältnis à der plastischen Momente im Feld und über der Stütze, und

Sekundär: die Schubarmierung, welche entsprechend angepasst werden musste.



Bild 4. Momentenfläche nach Elastizitätstheorie für konstantes Träghaltsmoment

Die Belastung der Balken betrug in den Drittelspunkten der Felder *P*/4 resp. 3*P*/4. In Bild 4 ist die entsprechende Momentenfläche nach Elastizitätstheorie für konstantes Trägheitsmoment dargestellt. Zwischen den Lasten ergibt sich ein Bereich, der fast ausschliesslich auf Biegung beansprucht wird; neben dem mittleren Auflager hingegen ist ausser dem Biegemoment noch eine beträchtliche Querkraft vorhanden.

Bild 5 zeigt die Momentenflächen und die zugehörigen Mechanismen nach der einfachen Plastizitätstheorie. Die obere Figur gilt für den Fall, dass die Feldarmierung relativ schwach ist gegenüber der Stützenarmierung. Dann wird das plastische Moment zuerst im Feld, und zwar im Schnitt I, erreicht. Die zugehörige Last wird Fliesslast genannt. Unter der Fliesslast ist immer noch die elastische Momentenverteilung vorhanden, wie sie gestrichelt eingetragen ist. Bei weiterer Laststeigerung entwickelt sich dann im Schnitt I ein plastisches Gelenk. In diesem plastischen Gelenk bleibt das Moment konstant, während die Krümmung bzw. der Rotationswinkel solange zunehmen muss, bis auch das Stützenmoment gleich dem dortigen plastischen Moment wird. Schliesslich bildet sich über der Stütze, Schnitt III,



Schweiz, Bauzeitung + £4, Jahrgang Heft 41 + 13. Oktober 1966



ebenfalls ein plastisches Gelenk aus, und das Tragwerk wird zu einem sogenannten Mechanismus. Dieser ist unter der Momentenfläche dargestellt. Die entsprechende Last heisst Traglast. Sie ist die Höchstlast, welche das Tragwerk für die betreffende Lastanordnung aufnehmen kann.

Ist hingegen die Feldarmierung relativ stark gegenüber der Stützenarmierung (untere Figur), so entsteht das erste plastische Gelenk über der Stütze, Schnitt III. Bei weiterer Laststeigerung bleibt dann das Stützenmoment konstant, und das Feldmoment muss noch zunehmen. Unter der Traglast entsteht schliesslich das zweite plastische



Bild 7a. Höchste gemessene Lasten $P_{\rm d}$ bezogen auf die theoretischen Trag-lasten $P_{\rm p}$



Gelenk im Feld, und zwar im Schnitt II. Entsprechend der unterschiedlichen Lage des Feldgelenkes wurden die beiden Mechanismen mit Mechanismus I und Mechanismus II bezeichnet.

Die soeben beschriebenen Zusammenhänge gehen auch aus Bild 5 hervor. In der oberen Figur sind nach rechts die Werte λ der Versuchsbalken aufgetragen. Die Ordinate stellt das Verhältnis Traglast P_p zu Fliesslast P_f dar; man kann es auch «Plastische Reserve» nennen. Wird ein Balken entsprechend der elastischen Momentenfläche armiert, so ist die plastische Reserve Null. Diesem Fall entspricht der Wert $\lambda_{et} = 0,456$. λ_{et} fällt beinahe zusammen mit der





Gültigkeitsgrenze für die beiden Mechanismen, welche durch $\lambda = 0.50$ charakterisiert wird. Ist $\lambda < \lambda_{el}$, resp. $\lambda < 0.50$, so entsteht der Mechanismus I mit primärer Rotation im Feld. Ist dagegen $\lambda > \lambda_{el}$ resp. $\lambda > 0.50$, so ergibt sich der Mechanismus II mit primärer Rotation über der Stütze. Legischerweise ist die plastische Reserve um so grösser, je stärker λ verschieden ist von λ_{el} .

In der unteren Figur ist auf der Abszisse wiederum λ dargestellt. Als Ordinate ist der theoretische Rotationswinkel θ aufgetragen (abgeschen vom Koeffizienten $EI_w/M_{PS} \cdot I$), der jeweils im ersten plastischen Gelenk nötig ist, damit die Traglast erreicht werden kann. Beide Figuren in Bild 6 zeigen die systematische Verteilung der Punkte der Versuchsbalken über einen recht grossen Bereich.

Allgemeine Ergebnisse

Bei sämtlichen Balken der Serie A wurde die theoretische Traglast nach Plastizitätstheorie praktisch erreicht oder überschritten. Dies bedeutet, dass in allen plastischen Gelenken die Rotationsfähigkeit genügend war. Bild 7a zeigt die Maximallast P_u im Versuch im Verhältnis zur Traglast P_p nach Plastizitätstheorie. Die Maximallast betrug 96% bis 116% der theoretischen Traglast. In Bild 7b ist die Maximallast P_u im Verhältnis zu der nach den S.I.A.-Normen zulässigen Last, $P_{sul SIA}$, aufgetragen. Die entsprechenden Quotienten liegen zwischen 2,8 und 4,9.

Bei allen Balken entstanden tatsächlich die vorher beschriebenen Mechanismen nach der Plastizitätstheorie. In Bild 8 sind die Biegelinien der Balken A1, A2 und A3 dargestellt. Die Biegel nien unter der Fliessiast sind gestrichelt eingetragen. Diese verlaufen noch schön stetig. Nach weiterer Laststeigerung bildeten sich dann aber die ersten plast schen Gelenke aus, und zwar bei der Balken A1 und A2 im Feld entsprechend Mechanismus I, und beim Balken A3 über der mittleren Stütze entsprechend Mechanismus II Bei der Laststufe vor dem Bruch sind die dortigen Knicke in den Biegelinien ziemlich ausgeprägt.



Bild 10. Momentenumlagerungen beim Balken A2

In Bild 9 sind die Durchbiegungen δ in den Schnitten I und I' des Balkens A2 aufgetragen, und zwar mit steigender Last *P*. Wie theoretisch zu erwarten, blieben die Verformungen in beiden Feldern etwa gleich bis zur Fliesslast *P_f*. Nachher bildete sich der (unsymmetrische) Mechanismus I aus. An der Stelle des ersten plastischen Gelenkes, d. h. im Schnitt I', nahmen dann die Durchbiegungen noch beträchtlich zu, während sie im andern Feld schliesslich wieder zurückgingen Zum Vergleich sind noch verschiedene Lasten eingetragen: Die Maximallast *P_n* im Versuch, die theoretische Traglast *P_p*, die Fliesslast *P_i* sowie die nach den S.I.A.-Normen zulässige Last, *P_{zul SIA}*.

Bild 10 zeigt für sämtliche Laststufen die Momentenumlagerungen beim Balken A.2. Die beiden ausgezogenen Linien stellen den Verlauf der Momente in den Schnitten der beiden plast schen Gelenke dar und zwar mit zunehmender Last. Die Momente M_p , die Lasten P auf die theoretische Traglast P_p . Die gestrichelten Linien geben den theoretischen Verlauf für konstantes Trägheitsmoment. Bei kleinen Lasten entsprechen die tatsächlichen Momente ungefähr noch den theoretischen. Dann entstehen jedoch deutliche Abweichungen infolge von Steifigkeitsunterschieden im Rissezustand. Diese sind besonders ausgeprägt unter der Fliesslast. Im Bereich der Traglast hingegen wird die Übereinstimmung dann wieder besser. Dies bestätigt die These der Plastizitätstheorie, wonach die Traglast nur von den plastischen Momenten in den Gelenkquerschnitten und nicht von Steifigkeitseinflussen abhängt. Oder anders ausgedrückt: Zur Bestim-



Bild 11. Risse- und Bruchbilder der Balken Serie A



Eild 12. Typisches Biegerissgelenk, Balken A 2

mung der Traglast genügen Gleichgewichtsbedingungen, sobald der Mechanismus bekannt ist.

Die Momentenumlagerungen sind auch in den Rissebildern, Bild 11, deutlich zu erkennen. Gegenüber den anderen Darstellungen sind in Bild 11 die Seiten vertauscht. Beim Balken A1 musste über der mittleren Stütze bis zum Erreichen der Traglast das Moment enorm anwachsen, während im Feldgelenk die Rotation stattfand. Man erkennt in der Balkenmitte die entsprechend breite Rissezone, da der Momentennullpunkt sich vom Auflager entfernte. Beim Balken A2 war dies ebenfalls der Fall, jedoch weniger stark. Die Rissezone bei der Stütze erstreckt sich über einen kleineren Bereich als beim Balken A1. Der Balken A3 hingegen musste primär über der Stütze rotieren, die dortige Zugzone wurde also mit zunehmender Belastung schmaler. Dasselbe gilt für die Balken A4 und A5. Diese waren zudem hoch auf Schub beansprucht, was die Rissebilder stark beeinflusste. Im weiteren erkennt man in Bild 11 noch die Bruchstellen:

Eei den Balken A1, A2 und A3 trat im Feld ein *Biegebruch* ein. Die Längsarmierung wurde derart gedehnt, dass sie schliesslich zerrissen wurde.

Bei den Balken A4 und A5 ergab sich neben dem mitt eren Auflager ein *Biegeschubbruch*. Nach erheblicher Rotation versagten schliesslich die Bügel, wodurch der Beton in der Biegedruckzone sowie im anschliessenden Stegbereich zerstört wurde.

Plastische Gelenke

Grundsätzlich wurden zwei verschiedene Arten von plastischen Gelenken beobachtet. Wir nennen sie: 1. das Biegerissgelenk, und



Bild 13. K-ümmungen längs des ganzen Balkens A2



B ld 14. Typisches Schubrissgelenk, Balken A 5

In Bild 12 ist ein *typisches Biegerissgelenk* zu sehen. Dieses Gelenk befindet sich in einem Balkenbereich, der vorwiegend auf Biegung beansprucht wird. Die Schubbeanspruchung ist gering, daher die vertikalen Biegerisse. Wie man sieht, fanden plastische Deformationen hauptsächlich ir. *einem* Riss statt, ein wenig auch in einem zweiten Riss. Oder mit anderen Worten: Die plastische Rotation in einem solchen Biegerissgelenk konzentriert sich auf einen relativ schmalen Bereich.

Die in Bild 12 sichtbarer. Messuhren dienten zur Feststellung der Krümmungen resp. der Rotationswinkel. Der Verlauf der Rotation innerhalb der Messtrecke 19/20 mit zunehmendem Biegemoment ist in Bild 16 dargeste.lt.

In Bild 13 sind die Krümmungen långs des ganzen Bakens A2 aufgetrager. Diese Krümmungen wurden aus den gemessenen Randdehnungen als mittlere Rotationswinkel berechnet. Die gestrichelten Linien bedeuten die Krümmungen unter der Fliesslast P_j . Die dick ausgezogenen Linien sind die Krümmungen bei der Laststufe vor dem Bruch Man erkennt an der Stelle des ersten plastischen Gelenkes (Schnitt I') die erwähnte Konzentration der plastischen Verformungen auf einen relativ schmalen Bereich.

Anders sind die Verhältnisse in einem typischen Schubrissgelenk, wie es Bild 14 zeigt. Hier ist neben dem Biegemoment noch eine erhebliche Schubbeanspruchung vorhanden. Diese hat einen wesentlichen Einfluss auf die Ausbildung des Gelenkes, indem sogenannte Biegeschubrisse entstehen. Solche entwickeln sich aus Biegeanrissen und laufen dann unter dem Einfluss der Schubbeanspruchung auf die Stelle der Krafteinleitung, hier das Auflager, zu. Es hat sich nun gezeigt, dass sich in einem Schubrissgelenk die plastischen Deformationen über einen weit grösseren Bereich erstrecken als in einem Bieger ssgelenk. Dies erkennt man in Bild 15, wo der gemessene Verlauf der Verformungen am Zugrand von Schubrissgelenken dargestellt ist, und zwar für verschiedene Laststufen. Die oberste, dick ausgezogene Linie wurde bei der Laststufe vor dem Bruch des Balkens gemessen. Die Messtrecken sind eingezeichnet. Zum Vergleich ist die Dehnung des Stahles beim Fliessbeginn ef eingetragen. Die Verformungen am Zugrand betrugen im ganzen Bereich der Biegeschubrisse ein Mehrfaches der Fliessdehnung des Stahles.

In Bild 16 sind die Momenten-Rotationskurven der plastischen Gelenke gemäss Bildern 12 und 14 dargestellt. Links ist die Kurve im



Bild 15. Verformungen am Zugrand von Schubriss-Gelenken



Bild 17. Risse- und Bruchbilder der Balken Serie B

Biegerissgelenk, rechts diejenige im Schubrissgelenk aufgetragen. In beiden Figuren ist der gesamte Rotationswinkel θ im gleichen Massstab dargestellt. Für die Auswertung wurden diejenigen Messtrecken berücksichtigt, innerhalb welchen plastische Deformationen vorhanden waren. Die Länge des plastischen Gelenkes wurde also angenommen als derjenige Bereich, in dem plastische Deformationen stattfanden. Die Momente M sind wiederum bezogen auf die jeweiligen plastischen Momente M_p . Im Biegeriss-Gelenk wurde das maximale Moment schon nach einem relativ kleinen Rotationswinkel erreicht. Dann begann sich bereits der Bruch abzuzeichnen, was am Absinken der Kurve zu erkennen ist. Im Schubriss-Gelenk trat der Bruch dagegen erst nach erstaunlich grosser Rotation ein. Vor dem Bruch wurde in der Druckzone eine Betonstauchung von über 80_{100}^{1} gemessen, ohne dass dadurch die Tragfähigkeit der Betondruckzone abgenommen hätte.

Aus der Gegenüberstellung in Bild 16 ist ersichtlich, dass der Rotationswinkel bis zum Beginn des Bruches, d. h. bis zum Erreichen des maximalen Momentes, im Schubrissgelenk erheblich grösser ist als im Biegerissgelenk. Dies ist eine nicht unbedingt erwartete Tatsache.

Es ist nun allerdings nicht einfach so, dass die Rotationsfähigkeit um so besser wird, je grösser die Schubbeanspruchung ist. Die Verhältnisse sind vielmehr sehr kompliziert. Ausser der Schubbeanspruchung spielen verschiedene andere Grössen ebenfalls eine Rolle, z. B.

- das Momenten-Schub-Verhältnis,
- die Schubarmierung,
- die Armierung der Biegedruckzone (längs und quer),
- der Längsarmierungsgehalt.

Trotzdem kann festgehalten werden:

In schubbeanspruchten Zonen mit geneigten Biegeschubrissen verteilt sich die plastische Rotation über einen bedeutend grösseren Bereich als nach der Biegetheorie zu erwarten wäre. Bei plastischen Gelenken mit geringer Schubbeanspruchung hingegen kann sich die Rotation auf einige wenige oder togar nur auf einen einzigen Biegeriss konzentrieren.

Um den Einfluss einer hohen Schubbeanspruchung auf die Rotationsfähigkeit plastischer Gelerke zu untersuchen, wurde für die Serie B ein I-Querschnitt gewählt Bild 17 zeigt die Riss- und Bruchbilder. Bei sämtlichen Balken lag das erste plastische Gelenk über der mitt eren Stütze. Dort wärer, zum Errzichen der theoretischen Traglast teilweise ausserordentlich grosse Rotationswinkel bei gleichzeitig hoher Schubbeanspruchung nötig gewesen. Bei zwei Balken ist denn auch die Traglast nicht erreicht worden.

Literaturverzeichnis

- Thürlimann B., Ziegler, H.: Plastische Berechnungsmethoden. Autographie der Vorlesungen vom Fortbildungskurs für Bau- und Maschneningenieure, ETH, Zürich, 1963.
- [2] Bachmann, H., Thürlimann, B.: Versuche über das plastische Verhaten statisch unbestimmter Stahlbetonbalken, Serie A. Bericht Nr.6203-1, Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Juli 1965.
- [3] Bachmann, H., Thürlimann, B.: Versuche über das plastische Verhalten statisch unbestimmter Stahlbetonbalken. Serie B. Bericht Nr.6203-2, Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Dezember 1965.
- [4] Bachmann, H., Thürlimann, B.: Versuche über das plastische Verhalten statisch unbestimmter Stahlbetonbalken. Verlag der Aktiengesellschaft der von Moos'schen Eisenwerke in Luzern. Erscheint 1967.

Adresse des Verfassers: H. Bachmann, dipl. Bau-Ing. ETH, Institut für Baustatik, ETH, Leonhardstrasse 33, 8006 Zürich.

