

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 84 (1966)  
**Heft:** 34

**Artikel:** Schubbemessung von Balken und Platten aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen und Spannbeton  
**Autor:** Bachmann, Hugo / Thürlimann, Bruno  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-68964>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Schubbemessung von Balken und Platten aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen und Spannbeton

Schluss von H. 33, S. 591

Von Hugo Bachmann, dipl. Ing., und Prof. Dr. Bruno Thürlimann, Institut für Baustatik, ETH, Zürich

DK 624.012.45:539.386.001.1

### 4.6 Schubwiderstand der Druckzonen im Diagonalschubbereich

Das im Diagonalschubbereich entstehende innere Tragsystem ist schematisch unter 4.42 beschrieben worden. Gemäss Bild 3 muss aus Gleichgewichtsgründen die äussere Querkraft  $Q = P$  kleiner oder gleich sein wie die Summe der Schubwiderstände:

$$(25) \quad Q \leq Q_K + Q_B + Q_D, \quad \text{mit}$$

$$(26) \quad Q_K = Q_{K1} + Q_{K2}.$$

Es erscheint zurzeit jedoch kaum möglich, am tatsächlich bestehenden inneren Tragsystem für den totalen Schubwiderstand  $Q_K$  der unter Druck stehenden Randzonen des Querschnittes eine einigermaßen zutreffende Formel aufzustellen. Sicher ist dieser Schubwiderstand jedoch grösser als derjenige der Druckzone im Fall von Biegeschubrissen. Die Grösse von  $Q_K$  wird durch die im Träger vorhandene Normalkraft günstig beeinflusst. Die schädlichen Diagonalrisse breiten sich allgemein umso weniger aus, je grösser die im Steg vorhandene Normalspannung ist, da diese die schiefen Zugkräfte reduziert. Diese Tatsachen können mit folgendem Ansatz berücksichtigt werden:

$$(27) \quad Q_K = Q_C + Q_N, \quad \text{wobei}$$

$$(28) \quad Q_N = k \sigma_N b_0 h.$$

$\sigma_N$  ist die Spannung im Schwerpunkt des Querschnittes infolge der Vorspannkraft:  $\sigma_N = V_{\infty}/F$ . Der Schubwiderstand der Druckzonen im Diagonalschubbereich ist somit gleich der Summe des Widerstandes  $Q_C$  im Biegeschubbereich und des Widerstandes  $Q_N$ , welcher von der zentrischen Normalspannung abhängig ist.

Der Koeffizient  $k$  in Gleichung (28) lässt sich approximativ aus folgender Überlegung herleiten. Im Diagonalschubbereich wird durch das Auftreten von Rissen das innere Tragsystem bedeutend weniger verändert als im Biegeschubbereich. Es erscheint daher zulässig, für die Bemessung der Schubarmierung resp. für die Bestimmung des Ansatzes für  $Q_N$  auf die schiefen Hauptzugspannungen des homogenen Querschnittes abzustellen. Der Widerstand der auf Grund der «Abdeckung» der schiefen Hauptzugspannungen unter rechnerischer Bruchlast errechneten Schubarmierung sei  $Q_H$ . Durch die näherungsweise Berücksichtigung des Schubwiderstandes der rissefreien Randzonen wird

$$(29) \quad Q_B + Q_D \cong Q_H - Q_C.$$

Andererseits ergibt sich aus (25) und (27):

$$Q_B + Q_D \geq Q - Q_C - Q_N.$$

Somit erhält man für  $Q_N$ :

$$(30) \quad Q_N = k \sigma_N b_0 h \cong Q - Q_H.$$

Die schiefen Hauptzugspannungen verlaufen, insbesondere bei hohem  $\sigma_N$ , relativ steil zur Balkenaxe. Daher wird hier angenommen, dass die Schubarmierung nur aus vertikalen Bügeln besteht. Der Widerstand der Bügelarmierung zur vollen Abdeckung der schiefen

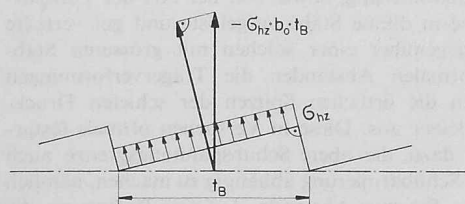


Bild 10. Bügelkraft aus den Hauptzugspannungen

Hauptzugspannungen in der Balkenaxe beträgt (Bild 10, bezogen auf die Länge  $h$ ):

$$Q_H = -\sigma_{hz} b_0 h = \left[ -\frac{\sigma_N}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_N}{2}\right)^2 + \tau_{ho}^2} \right] b_0 h$$

Damit wird

$$Q_N = Q + \left[ \frac{\sigma_N}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_N}{2}\right)^2 + \tau_{ho}^2} \right] b_0 h,$$

oder auch

$$(31) \quad \frac{Q_N}{b_0 h} = \tau + \frac{\sigma_N}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_N}{2}\right)^2 + \tau_{ho}^2}.$$

Die Umrechnung der Schubspannung am homogenen Querschnitt  $\tau_{ho}$  auf die nominelle Schubspannung  $\tau$  ergibt sich wie folgt:

$$(32) \quad \tau_{ho} = \frac{Q S}{b_0 I} = c \frac{Q}{b_0 h} = c \tau$$

$c = h S/I$  ist ein Querschnittsparameter, abhängig von der Querschnittsform und dem Verhältnis von statischer Höhe  $h$  zur Gesamthöhe  $H$ :

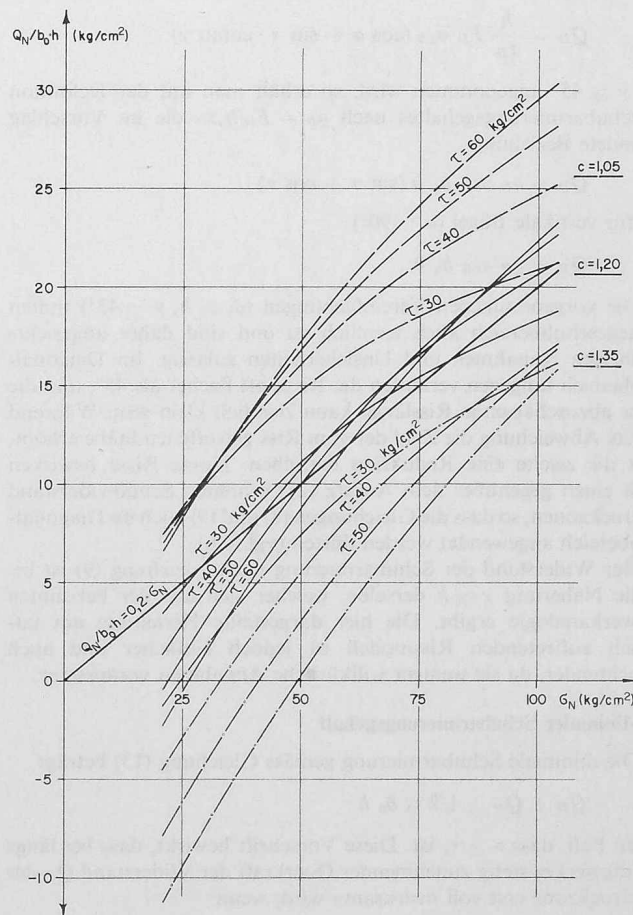
Rechteckquerschnitt:  $c = 1,5 h/H$ , mit  $h/H = 0,90$ :  $c = 1,35$

I-Querschnitt mit breiten,

dünnen Flanschen:  $c \cong 1,1 h/H$ , mit  $h/H = 0,95$ :  $c \cong 1,05$

Mittlerer Wert für die Auswertungen:

$$c = 1,20$$

Bild 11. Abhängigkeit von  $Q_N/b_0 h$  von der Normalspannung  $\sigma_N$

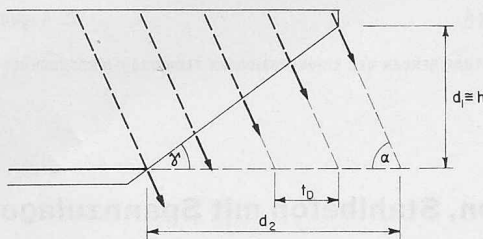
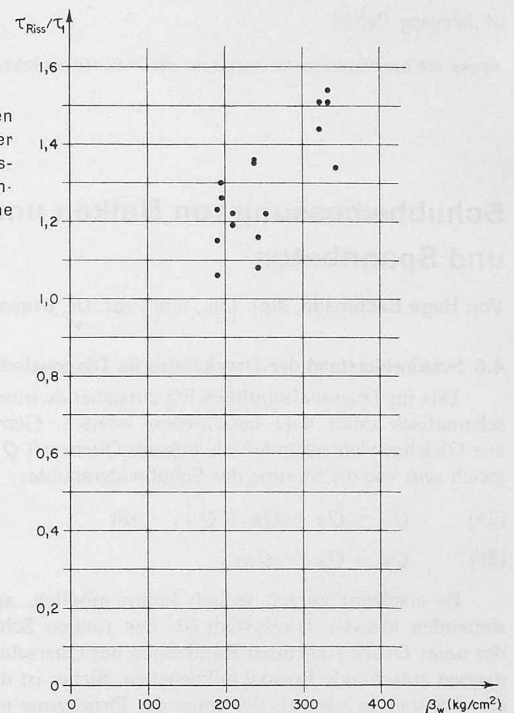


Bild 12 (links): Schubwiderstand der Schubarmierung

Bild 13 (rechts): Verhältnisse zwischen der nominellen Schubspannung bei der Schubrisslast in Stahlbeton-Versuchsbalken und der vorgeschlagenen Grenzen für die Schubbeanspruchung ohne Nachweis einer Schubarmierung



In Bild 11 ist Gleichung (31) für verschiedene nominelle Schubspannungen  $\tau$  und drei verschiedene Werte  $c$  dargestellt. Es fällt auf, dass insbesondere für  $c = 1,20$  die Grösse  $Q_N/b_0 h$  vor allem mit der Normalspannung  $\sigma_N$  variiert und nur in geringem Masse von der Schubspannung  $\tau$  abhängt. Der Ansatz (28) wird dadurch bestätigt, und man erkennt, dass mit  $k = 0,2$  eine befriedigende Näherung für  $c = 1,20$  und  $\sigma_N \geq 40 \text{ kg/cm}^2$  möglich ist. Für  $c < 1,20$  nimmt  $Q_H$  ab, so dass  $k > 0,2$  angesetzt werden könnte, d. h. der Wert  $k = 0,2$  liegt auf der sicheren Seite. Hingegen scheint für  $c > 1,20$  das Gegenteil der Fall zu sein. Eine nähere Betrachtung zeigt jedoch, dass der Bereich unterhalb der Geraden in Bild 11 nicht massgebend ist. Denn für  $c > 1,20$  ( $\rightarrow$  Rechteckquerschnitte) wird  $Q_H$  für  $\sigma_N \rightarrow 0$  ohnehin grösser als  $Q_B$  nach Fachwerkanalogie, d. h. gegenüber der üblichen Stahlbetonschubarmierung erheblich zu gross. Und für grössere Normalspannungen  $\sigma_N$  wird die Differenz zu Gleichung (31) selbst bei hohen Schubspannungen derart gering, dass Gleichung (7) gültig ist:

$$(7) \quad Q_N = 0,2 \sigma_N b_0 h$$

#### 4.7 Schubwiderstand der Schubarmierung

Bild 12 zeigt einen Schrägschnitt entsprechend Bild 3.  $\gamma$  charakterisiert die Neigung des Risses und  $\alpha$  diejenige der Schubarmierung gegen die Trägeraxe. Die von der Schubarmierung aufnehmbare Querkraft beträgt:

$$Q_D = \frac{d_2}{t_D} F_D \sigma_{sD} \sin \alpha$$

Darin ist  $d_2 = d_1 (\cot \alpha + \cot \gamma)$ . Setzt man vereinfachend  $d_1 \cong h$ , so wird

$$(33) \quad Q_D = \frac{h}{t_D} F_D \sigma_{sD} (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cot \gamma)$$

Falls  $\gamma \cong 45^\circ$  angenommen wird, so erhält man mit der Definition des Schubarmierungsgehaltes nach  $q_D = F_D/b_0 t_D$  die im Vorschlag verwendete Beziehung

$$(9) \quad Q_D = q_D \sigma_{sD} b_0 h (\sin \alpha + \cos \alpha),$$

resp. für vertikale Bügel ( $\alpha = 90^\circ$ )

$$(8) \quad Q_B = q_B \sigma_{sB} b_0 h.$$

Die vorgenommenen Vereinfachungen ( $d_1 \cong h$ ,  $\gamma = 45^\circ$ ) treffen im Biegeschubbereich auch ziemlich zu und sind daher angesichts der übrigen Annahmen und Unsicherheiten zulässig. Im Diagonalschubbereich hingegen verlaufen die Risse oft flacher als  $45^\circ$ , und die schwer abzuschätzende Risslänge kann ziemlich klein sein. Während die erste Abweichung die Zahl der vom Riss getroffenen Stäbe erhöht, bringt die zweite eine Reduktion derselben. Kurze Risse bewirken jedoch einen gegenüber dem Ansatz (27) erhöhten Schubwiderstand der Druckzonen, so dass die Gleichungen (8) und (9) auch im Diagonalschubbereich angewendet werden dürfen (vgl. 4.6).

Der Widerstand der Schubarmierung nach Gleichung (9) ist bis auf die Näherung  $y \cong h$  derselbe, welcher sich aus der bekannten Fachwerkanalogie ergibt. Die hier dargestellte Herleitung am tatsächlich auftretenden Rissmodell ist jedoch einfacher und auch einleuchtender, da sie weniger willkürliche Annahmen voraussetzt.

#### 4.8 Minimaler Schubarmierungsgehalt

Die minimale Schubarmierung gemäss Gleichung (13) beträgt

$$(13) \quad Q_B + Q_D \geq 1/2 \tau_1 b_0 h$$

für den Fall, dass  $\tau > \tau_1$  ist. Diese Vorschrift bewirkt, dass bei längs des Tragwerkes stetig zunehmender Querkraft der Widerstand  $Q_C$  der Biegedruckzone erst voll «wirksam» wird, wenn

$$Q \geq Q_C + 1/2 \tau_1 b_0 h.$$

Besteht die Schubarmierung nur aus vertikalen Bügeln, so entspricht (13) mit  $\sigma_{sB} = 4,0 \text{ t/cm}^2$  folgenden minimalen Schubarmierungsgehalten:

$\beta_w \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	200	300	400	$\geq 500$
$q_B \text{ (‰)}$	0,10	0,125	0,15	0,175

Die Zunahme von  $q_B$  mit  $\beta_w$  entspricht der Tatsache, dass besserer Beton erst bei höherer Beanspruchung reist.

#### 4.9 Schubspannungsgrenzen

##### 4.9.1 Kein Nachweis einer Schubarmierung

Die Grenze  $\tau_1$  für Schubbeanspruchung ohne Nachweis einer Schubarmierung ist an den Resultaten von 18 Stahlbeton-Versuchsbalken [3] überprüft worden. Bild 13 zeigt die Verhältnisse

$$\frac{\tau_{\text{Riss}}}{\tau_1} = \frac{Q_{\text{Riss}}}{\tau_1 b_0 h}$$

in Abhängigkeit von der Würfeldruckfestigkeit. Da die Verhältnisse stets über 1,0 liegen, sind für diese Versuche die vorgeschlagenen Werte  $\tau_1$  auf der sicheren Seite. Ausserdem entsprechen die  $\tau_1$ -Werte im wesentlichen den mit einem Sicherheitsfaktor von ungefähr 2 multiplizierten Werten für die zulässigen Schubspannungen in Balken ohne Schubarmierung der S.I.A.-Norm Nr. 162 [1].

In Spannbetonträgern liegt die Schubspannung bei der Schubrisslast im allgemeinen umso höher, je grösser die zentrische Vorspannung  $\sigma_N$  ist. Es scheint jedoch angezeigt, nicht mehr auf eine Grenze von schiefen Hauptzugspannungen abzustellen, sondern auch hier eine Minimalarmierung einzulegen, sobald  $\tau$  einen bestimmten Wert erreicht. Damit wird verhindert, dass insbesondere im Biegeschubbereich, wo die Wirkung der Vorspannung nach dem Überschreiten der Gebrauchslast allmählich verloren geht, bis zu relativ hohen Schubbeanspruchungen überhaupt keine Schubarmierung vorhanden ist (vgl. 5.2 und Bild 15a).

##### 4.9.2 Maximale Schubspannungen, maximale Abstände

Die obere Schubspannungsgrenze ist als Absicherung gegen ein Versagen des Betons auf schiefen Druck nötig. Die zum Schubdruckbruch führenden grössten schiefen Hauptdruckspannungen sind jedoch nicht nur von der Lastintensität, sondern auch von der Aufteilung und der Richtung der Schubarmierung, sowie von der Art der Längsarmierung abhängig. Eine in dünne Stäbe aufgelöste und gut verteilte Armierung reduziert gegenüber einer solchen mit grösseren Stabdurchmessern und normalen Abständen die Trägerverformungen erheblich. Damit fallen die örtlichen Spitzen der schiefen Druckspannungen im Steg kleiner aus. Diese in Versuchen oftmals festgestellte Tatsache führte dazu, die obere Schubspannungsgrenze auch von der Aufteilung der Schubarmierung abhängig zu machen, nämlich  $4\tau_1$  für normale und  $5\tau_1$  für enge Abstände. Auf eine Bedingung, die Kombination von vertikalen Bügeln und Schrägarmierung betreffend,



wurde jedoch verzichtet, da neuere Versuche eine theoretisch mögliche Reduktion der schiefen Druckkräfte durch Schrägstellung der Armierung nicht voll bestätigten [17].

Für Spannbeton wäre eine Abstufung der oberen Schubspannungsgrenze in Abhängigkeit von der zentrischen Normalspannung  $\sigma_N$  denkbar, da durch diese die schiefen Druckkräfte erhöht werden. Darauf wurde jedoch verzichtet, da eine theoretische Behandlung erhebliche Unsicherheiten aufweist und auch nur sehr wenige entsprechende Versuchsergebnisse vorliegen. Die Werte  $4\tau_1$  und  $5\tau_1$  sind so angesetzt, dass eine Reduktion infolge der Wirkung der Vorspannung nicht zwingend ist.

Ein eingehender Vergleich der oberen Schubspannungsgrenzen nach verschiedenen Normen und Vorschlägen wird im Abschnitt 5.3 angestellt.

## 5. Vergleiche

Im folgenden werden die wichtigsten Aspekte des vorliegenden Vorschlages mit verschiedenen Normen und anderen Vorschlägen verglichen. Dabei sollen nicht die theoretischen Grundlagen, sondern die praktischen Auswirkungen, die sich bei der Anwendung ergeben, im Vordergrund stehen.

### 5.1 Abzüge im Schubarmierungs-Diagramm

Gemäss dem Vorschlag muss nicht die gesamte Querkraft  $Q$ , sondern nur der Anteil  $Q - Q_C$  bzw.  $Q - Q_C - Q_N$  durch die Schubarmierung übernommen werden. Dabei sind die Grössen  $Q_C$  bzw.  $Q_C + Q_N$  die Schubwiderstände der Biegedruckzone bzw. der ungerissenen Randzonen des Querschnittes, welche im Schubarmierungs-Diagramm als Abzüge von der Querkraft aufgefassen werden können. In den amerikanischen Normen [10] sowie in neueren Vorschlägen von Walther [11] und Leonhardt [12] sind ähnliche Abzüge enthalten. Obwohl diese von der äusseren Querkraft  $Q$  abzuziehenden Grössen dort nicht direkt als durch Druckzonen übertragene Querkräfte bezeichnet werden, sind sie für die praktische Bemessung der Schubarmierung von gleicher Bedeutung wie  $Q_C$  resp.  $Q_C + Q_N$  und können damit verglichen werden. Diese Abzüge  $Q_C^*$  betragen (soweit nötig umgeformt und ins metrische Masssystem übertragen):

#### Stahlbeton

ACI - 63 [10]:  $Q_C^* \geq 0,50 \sqrt{\beta_{zy1}} b_0 h = 0,45 \sqrt{\beta_w} b_0 h$ ,  
(Art. 1701) jedoch maximal  $Q_C^* \leq 0,83 \sqrt{\beta_w} b_0 h$ .

Leonhardt [12]: Einfeldbalken:

$$Q_C^* = \frac{\beta_w}{20} \eta b_0 h \cong \frac{\beta_w}{20} 0,9 b_0 h = 0,045 \beta_w b_0 h.$$

Durchlaufbalken:

$$Q_C^* = \frac{\beta_w}{28} \eta b_0 h \cong \frac{\beta_w}{28} 0,9 b_0 h = 0,032 \beta_w b_0 h$$

Vorschlag:  $Q_C = \tau_1 b_0 h$ ;  $\tau_1$  nach Tabelle 1

#### Spannbeton

ACI - 63 [10]: Biegeanriss massgebend:

(Art. 2610)  $Q_C^* \geq 0,45 \sqrt{\beta_{zy1}} b_0 h = 0,405 \sqrt{\beta_w} b_0 h$

Diagonalriss massgebend:

$$Q_C^* = 0,93 \sqrt{\beta_{zy1}} b_0 h = 0,835 \sqrt{\beta_w} b_0 h$$

Walther [11]:  $Q_C^* = \frac{\beta_w}{20} b_0 h = 0,05 \beta_w b_0 h$

(keine Unterscheidung zwischen Biegeschub- und Diagonalschubbereich)

Vorschlag: Biegeschub massgebend:

$$\tau_1 b_0 h \leq Q_C \leq 1,5 \tau_1 b_0 h; \tau_1 \text{ nach Tabelle 1}$$

Diagonalschub massgebend:

$$Q_C^* = Q_C + Q_N = 1,5 \tau_1 b_0 h + 0,2 \sigma_N b_0 h$$

Die verschiedenen Abzüge  $Q_C^*/b_0 h$  sind in Bild 14 graphisch dargestellt.

Bei der Beurteilung der Werte nach ACI-63 ist zu beachten, dass der Sicherheitsfaktor abhängig ist vom Verhältnis  $g/p$  und von der Beanspruchungsart. Er beträgt z. B. für  $g/p = 0,5$  und Schub 2,0 gegenüber dem im Vorschlag entsprechend der S.I.A.-Norm Nr. 162 zugrundegelegten Wert 1,8.

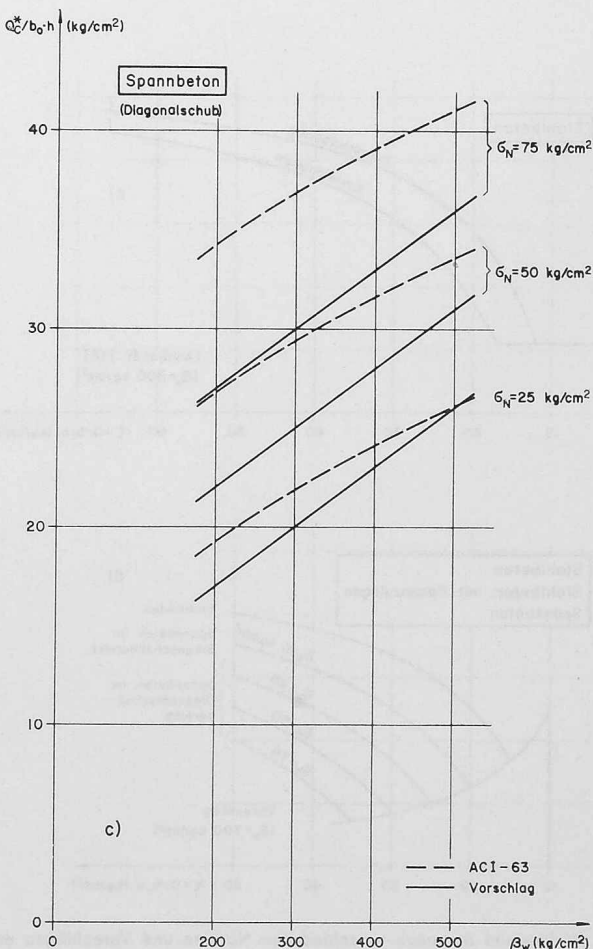
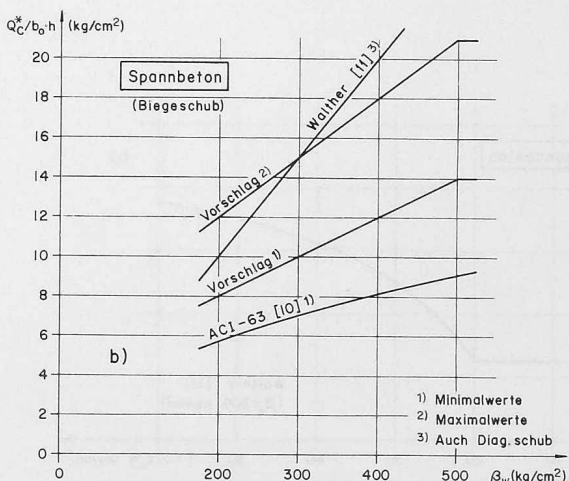
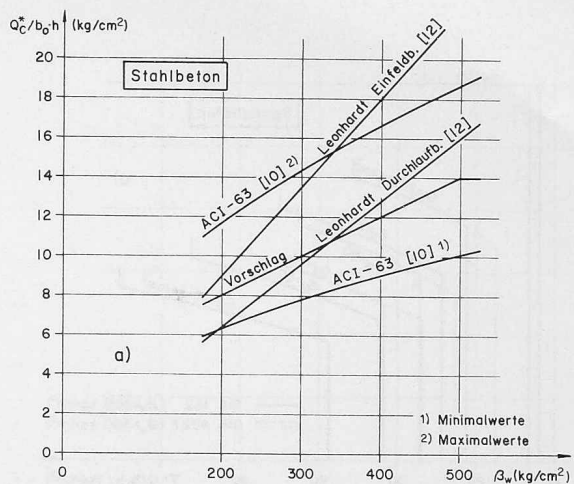


Bild 14. Abzüge im Schubarmierungs-Diagramm

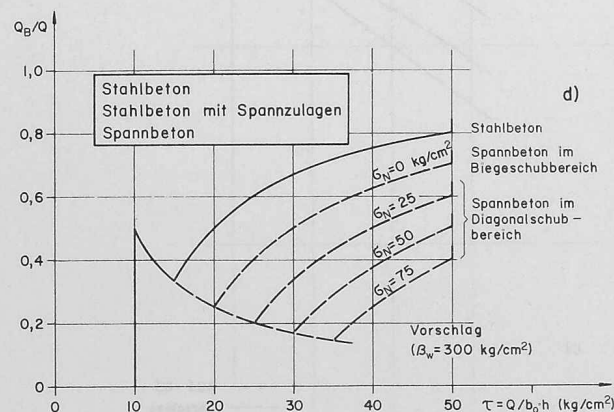
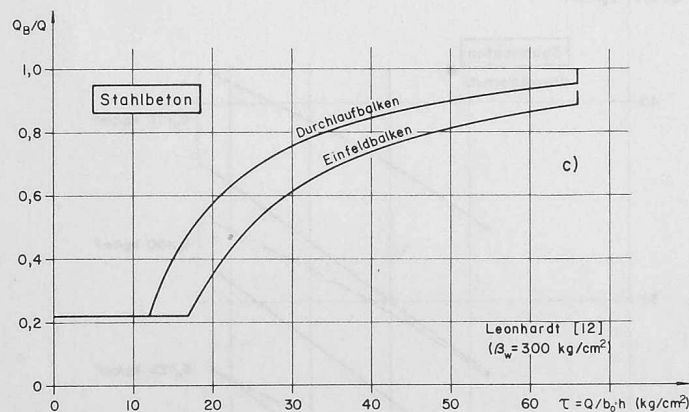
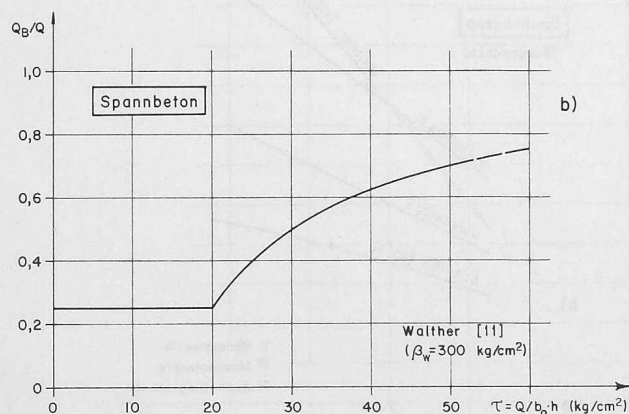
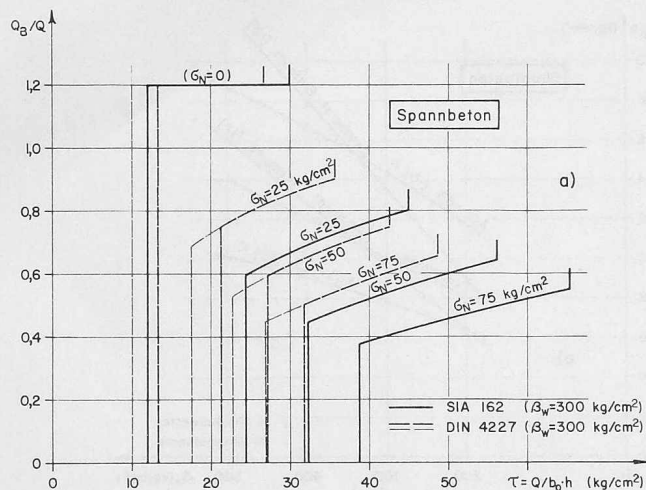


Bild 15. Widerstand der nach verschiedenen Normen und Vorschlägen erforderlichen Schubarmierung, bezogen auf die äussere Querkraft und in Abhängigkeit von der Schubbeanspruchung

Im Stahlbeton ist  $Q_c^*/b_0 h$  nach ACI-63 ausser von der Betonfestigkeit auch vom Momenten-Schub-Verhältnis  $M/Qh$  und vom Längsarmierungsgehalt abhängig. In Bild 14a wurden die möglichen Maximal- und Minimalwerte dargestellt.

Ähnliches gilt für die Werte nach ACI-63 im Spannbeton für denjenigen Trägerbereich, in welchem ein Biegeanriss vor dem Diagonalriss entsteht, womit dieser Bereich, grob gesehen, etwa dem im Vorschlag definierten Biegeschubbereich entspricht. Die in Bild 14 b eingetragenen Minimalwerte liegen sogar noch etwas tiefer als im Stahlbeton. In üblichen Fällen ist  $Q_c^*/b_0 h$  jedoch bedeutend grösser und übersteigt die Maximalwerte des Vorschlags oft wesentlich, da bekanntlich  $Q_c^* = Q_{Riss}$  angesetzt ist. Die Ermittlung von  $Q_c^*$  ist, verglichen mit dem Vorschlag, ziemlich kompliziert und aufwendig. Eine obere Grenze wird hier nicht angegeben.

In Bild 14c sind andere Abzüge im Schubarmierungs-Diagramm aufgetragen, und zwar gemäss Vorschlag im Diagonalschubbereich bzw. nach ACI-63 für den Fall, dass ein Diagonalriss vor dem Biegeanriss eintritt.

In allen Darstellungen von Bild 14 erkennt man, dass die Abzüge des Vorschlags durchaus im Rahmen der Vergleichsgrössen liegen. Im Diagonalschubbereich zeigt sich sogar eine weitgehende Übereinstimmung mit ACI-63. Gegenüber diesen Normvorschriften hat der Vorschlag jedoch u. a. den Vorteil einer wesentlich einfacheren praktischen Anwendung.

## 5.2 Erforderliche Schubarmierung

Der Widerstand der nach verschiedenen Normen und Vorschlägen erforderlichen Schubarmierung, bezogen auf die äussere Querkraft, ist in Abhängigkeit von der Schubbeanspruchung in Bild 15 aufgetragen worden. Diese Diagramme gelten für eine Betonfestigkeit  $\beta_w = 300 \text{ kg/cm}^2$ . Unter der Annahme, dass die Schubarmierung nur aus vertikalen Bügeln bestehe, ergeben sie sich wie folgt:

S.I.A.-Norm Nr. 162 (Spannbeton) [1]

Die heute gültigen S.I.A.-Normen für Spannbeton verlangen die «Abdeckung» der unter rechnerischer Gebrauchslast vorhandenen schiefen Hauptzugspannungen durch Schubarmierung mit  $\sigma_e = \sigma_{zul}$ , sobald diese Hauptzugspannungen einen gewissen Wert überschreiten. Wie noch dargelegt wird, hängt die resultierende Schubarmierung ausserordentlich stark von der Neigung einer allfälligen Spannkabelarmierung zur Trägeraxe, somit vom Verhältnis  $Q_v/(Q_g + Q_p)$  ab. Zur besseren Übersicht wird hier  $Q_v = 0$  gesetzt (z. B. Spannbettbalken). Werden die Hauptzugspannungen in der Höhe der Schweraxe berechnet, so ergibt sich (vgl. Bild 10):

$$Q_B = -\sigma_{hz} \text{ Gebr. } b_0 h \frac{\sigma_{sB}}{\sigma_{zul}} = -\left[ \frac{\sigma_N}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_N}{2}\right)^2 + \tau_{ho \text{ Gebr.}}^2} \right] b_0 h \frac{\sigma_{sB}}{\sigma_{zul}}$$

$$\tau_{ho \text{ Gebr.}} = \frac{(Q_g + Q_p) S}{b I} = \frac{Q_g + Q_p}{b_0 h} c = \frac{Q}{b_0 h} \frac{c}{s} = \tau \frac{c}{s}$$

$$\frac{Q_B}{Q} = \left[ -\frac{\sigma_N}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_N}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{s} \tau\right)^2} \right] \frac{1}{\tau} \frac{\sigma_{sB}}{\sigma_{zul}}$$

Untere und obere Schubspannungsgrenze:

$$\tau_{u,o} = \frac{s}{c} \sqrt{\sigma_{hz \text{ Gebr. } u,o}^2 - \sigma_{hz \text{ Gebr. } u,o} \sigma_N}$$

Mit  $c = 1,2$ ,  $s = 1,8$ ,  $\sigma_{sB}/\sigma_{zul} = 1,8$ ,  $\beta_w = 300 \text{ kg/cm}^2$  resp.  $\sigma_{hz \text{ Gebr. } u} = -8 \text{ kg/cm}^2$  (kein Nachweis der Schubarmierung) und  $\sigma_{hz \text{ Gebr. } o} = -20 \text{ kg/cm}^2$  sowie  $\sigma_N = 0, 25, 50, 75 \text{ kg/cm}^2$  erhält man die dick ausgezogenen Linien in Bild 15a.

Vorerst fällt auf, wie ausserordentlich stark die verlangte Schubarmierung abhängig ist von der zentrischen Vorspannung  $\sigma_N$ . Der Wert  $Q_B/Q = 1,0$  stellt bis auf die Näherung  $y \approx h$  die nach der gebräuchlichen Fachwerkanalogie notwendige Armierung dar, d. h. diejenige Schubarmierung, welche nach der S.I.A.-Norm Nr. 162 in Stahlbetonbalken eingelegt werden muss. Man erkennt, dass für  $\sigma_N \rightarrow 0$  eine unter Umständen erheblich über diesen Wert hinausgehende Schubarmierung verlangt wird. Für Rechteckquerschnitte kann aber  $c$  mehr

als 1,3 betragen, und die gegenüber Stahlbetonbalken verlangte Mehrarmierung erreicht rd. 30%. Die Notwendigkeit einer solch starken Schubarmierung kann im Biegeschubbereich kaum begründet werden. Und im Diagonalschubbereich beträgt sie für kleinere  $\sigma_N$  unter Umständen das Doppelte der notwendigen.

Für grössere Werte  $\sigma_N$  fällt dann die verlangte Schubarmierung stark ab und beträgt z. B. für  $\sigma_N = 75 \text{ kg/cm}^2$  nur noch rd. 1/3 derjenigen für  $\sigma_N = 0$ . Dies ist, wie unter 4.4 gezeigt wurde, nicht sehr sinnvoll. Denn dadurch wird im Bereich von Biegeschubbrissen evtl. eine zu geringe Schubarmierung eingelegt.

Ferner zeigt sich, welcher grossen Einfluss die zentrische Vorspannung  $\sigma_N$  auch auf die Schubspannungsgrenzen hat. Sehr gefährlich kann besonders im Biegeschubbereich die Tatsache sein, dass bis zu recht hohen Schubspannungen  $\tau_u$  keine Schubarmierung verlangt wird. Dies ist z. B. für  $\sigma_N = 50 \text{ kg/cm}^2$  der Fall bis zu einer Schubspannung  $\tau_u = 33 \text{ kg/cm}^2$ . Dieser Wert ist umgerechnet jedoch bereits gleich der nach der S.I.A.-Norm Nr. 162 für Stahlbeton zugelassenen maximalen Schubspannung (Art. 34, normale Abstände). Andererseits nimmt für grosse  $\sigma_N$  die Gefahr des Schubdruckbruchs stark zu. So resultiert für  $\sigma_N = 75 \text{ kg/cm}^2$  eine maximale Schubspannung  $\tau_o = 65 \text{ kg/cm}^2$ .

*DIN 4227 (Spannbeton) [18]*

Die Bügelarmierung, welche sich gemäss DIN 4227 durch die «Abdeckung» der am rissfreien Tragwerk unter Bruchlast berechneten Hauptzugspannungen mit  $\sigma_e = \sigma_s$  ergibt, wird wiederum für  $Q_v = 0$  und unter Beschränkung auf die Balkenaxe dargestellt:

$$Q_B = -\sigma_{hz.Br.} \cdot b_0 \cdot h = -\left[ \frac{\sigma_N}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_N}{2}\right)^2 + \tau_{ho.Br.}^2} \right] b_0 h$$

$$\tau_{ho.Br.} = \frac{Q S}{b I} = \frac{Q}{b_0 h} c = \tau c$$

$$\frac{Q_B}{Q} = \left[ -\frac{\sigma_N}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_N}{2}\right)^2 + (c \tau)^2} \right] \frac{1}{\tau}$$

Untere und obere Schubspannungsgrenze:

$$\tau_{u,o} = \frac{1}{c} \sqrt{\sigma_{hz.Br. u,o}^2 - \sigma_{hz.Br. u,o} \sigma_N}$$

Mit  $c = 1,2$ ,  $\beta_w = 300 \text{ kg/cm}^2$  resp.  $\sigma_{hz.Br. u} = -16 \text{ kg/cm}^2$  (kein Nachweis der Schubarmierung) und  $\sigma_{hz.Br. o} = -32 \text{ kg/cm}^2$  sowie  $\sigma_N = 0, 25, 50, 75 \text{ kg/cm}^2$  ergeben sich die in Bild 15a dick gestrichelten Linien. Die dünn gestrichelten Linien entsprechen der Vorschrift in DIN 4227, dass, wenn  $\sigma_{hz.Br.} > \sigma_{hz.Br. u}$  bereits in den Bereichen wo  $\sigma_{hz.Br.} \geq 0,75 \sigma_{hz.Br. u}$  alle Hauptzugspannungen durch Stahleinlagen abzudecken sind.

Das Ergebnis entspricht im grossen und ganzen demjenigen nach der S.I.A.-Norm Nr. 162. Allgemein ergibt sich jedoch eine stärkere Schubarmierung. Die Werte für die Schubspannungen  $\tau_u$ , bis zu welchen keine Schubarmierung verlangt wird, liegen etwas tiefer, die maximal zugelassenen Schubspannungen  $\tau_o$  sind ca. 25% kleiner. Gesamthaft gesehen weist die Schubbemessung nach DIN 4227 ähnliche Unzulänglichkeiten auf wie diejenige nach der S.I.A.-Norm Nr. 162. Sie ist jedoch sicherer, insbesondere im Hinblick auf die häufigen Fälle, wo  $Q_v \neq 0$  ist. Die Gefahr, welche die hohen Werte  $\tau_u$  darstellen, besteht hier jedoch ebenfalls.

*Walther (Spannbeton) [11]*

Der in Bild 15b für  $\beta_w = 300 \text{ kg/cm}^2$  dargestellte Vorschlag [11] entspricht dem Ansatz

$$\frac{Q_B}{Q} = \frac{\tau - \tau_{Riss}}{\tau}, \quad \text{wobei } \tau_{Riss} = \frac{\beta_w}{20}.$$

Bei Balken steht anstelle einer unteren Grenze für den Nachweis der Schubarmierung die Forderung  $Q_B/Q \geq 0,25$  für sämtliche Trägerbereiche. Für Platten hingegen ist  $\sigma_{hz.Geb. u} = -4 \text{ kg/cm}^2$ .  $\sigma_N$  hat keinen Einfluss auf die Bemessung der Schubarmierung. Ebenso wird  $Q_v = V \sin \alpha$  unter Umständen nicht berücksichtigt, wenn es günstig wirkt.

*Leonhardt (Stahlbeton) [12]*

Der in [12] veröffentlichte Vorschlag ergibt, umgeformt auf die hier verwendeten Definitionen:

$$\frac{Q_B}{Q} = \frac{\tau - \tau_{Riss}}{\eta \tau}$$

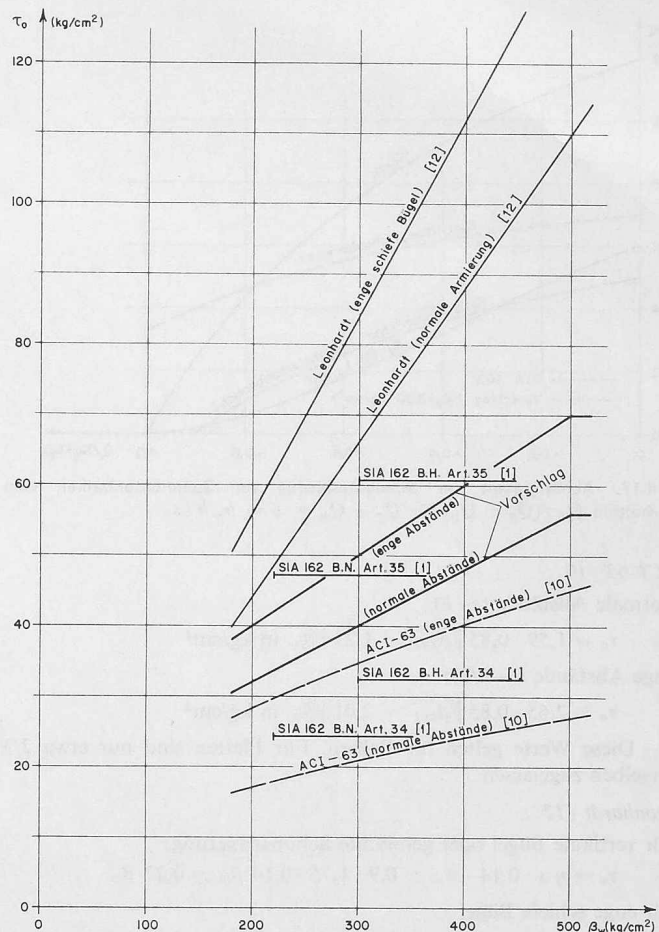


Bild 16. Maximale Schubspannungen für Stahlbeton

Darin wird  $\tau_{Riss}$  wie folgt angesetzt:

$$\text{Einfeldbalken: } \tau_{Riss} = \frac{\beta_w}{20}$$

$$\text{Durchlaufbalken: } \tau_{Riss} = \frac{\beta_w}{28}$$

Die minimale Schubarmierung wird mit  $Q_B/Q \geq 0,2/\eta \approx 0,22$  festgelegt. Die obere Schubspannungsgrenze beträgt mit  $\eta \approx 0,9$

für vertikale Bügel oder

gemischte Schubarmierung:  $\tau_o = 1,75 \cdot 0,14 \eta \beta_w = 0,22 \beta_w$

für enge schiefe Bügel:  $\tau_o = 1,75 \cdot 0,18 \eta \beta_w = 0,28 \beta_w$

Dieser Vorschlag ist in Bild 15c für  $\beta_w = 300 \text{ kg/cm}^2$  und normale Schubarmierung dargestellt.

*Vorschlag (Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen und Spannbeton)*

Nach dem hier formulierten Vorschlag gilt, sobald  $\tau > \tau_1$ , der grössere der beiden Werte

$$\frac{Q_B}{Q} = \frac{Q - Q_C - Q_N}{Q}, \quad \frac{Q_B}{Q} = 0,5 \frac{\tau_1}{\tau}.$$

Die oberen Grenzen sind  $4\tau_1 b_0 h$  bzw.  $5\tau_1 b_0 h$ .

Bild 15d zeigt die entsprechenden Kurven mit  $Q_C = \tau_1 b_0 h$  bzw.  $Q_C = 1,5\tau_1 b_0 h$ , wobei  $\tau_1 = 10 \text{ kg/cm}^2$ , sowie  $Q_N = 0,2\sigma_N b_0 h$ , wobei  $\sigma_N = 0, 25, 50, 75 \text{ kg/cm}^2$  und  $\tau_o = \tau_3 = 5\tau_1 = 50 \text{ kg/cm}^2$ .

### 5.3 Obere Schubspannungsgrenze für Stahlbeton

In Bild 16 sind zu einem weiteren Vergleich die für Stahlbeton zugelassenen maximalen Schubspannungen  $\tau_o$  nach einigen Normen und Vorschlägen aufgetragen. Im einzelnen ergeben sie sich wie folgt: S.I.A.-Norm Nr. 162 [1];

Normale Abstände (Art. 34):

B.N.:  $\tau_o = \eta s \cdot 15 \text{ kg/cm}^2 = 0,9 \cdot 1,8 \cdot 15 \text{ kg/cm}^2 = 24,3 \text{ kg/cm}^2$

B.H.:  $\tau_o = \eta s \cdot 20 \text{ kg/cm}^2 = 0,9 \cdot 1,8 \cdot 20 \text{ kg/cm}^2 = 32,4 \text{ kg/cm}^2$

Sehr enge Abstände (Art. 35):

B.N.:  $\tau_o = \eta s \cdot \frac{35}{18} \cdot 15 \text{ kg/cm}^2 = 0,9 \cdot 1,8 \cdot \frac{35}{18} \cdot 15 \text{ kg/cm}^2 = 47,2 \text{ kg/cm}^2$

B.H.:  $\tau_o = \eta s \cdot \frac{45}{24} \cdot 20 \text{ kg/cm}^2 = 0,9 \cdot 1,8 \cdot \frac{45}{24} \cdot 20 \text{ kg/cm}^2 = 60,7 \text{ kg/cm}^2$



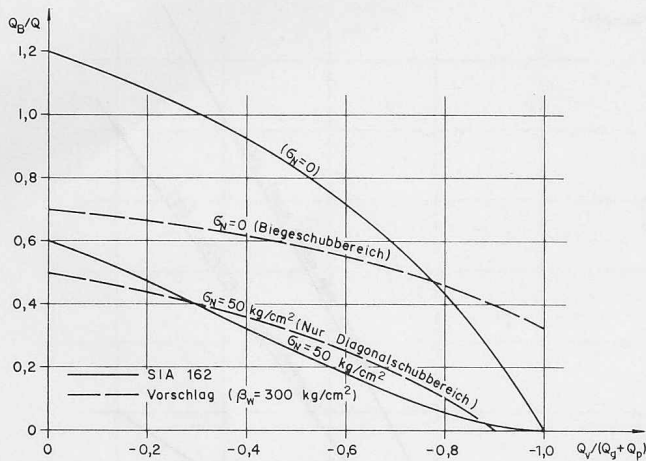


Bild 17. Abhängigkeit der Schubarmierung von Spannbetonbalken vom Verhältnis  $Q_v / (Q_g + Q_p)$  für  $Q_g + Q_p = 5 \tau_1 b_o h / s$

ACI-63 [10]:

Normale Abstände ( $\sim h$ ):

$$\tau_o = 1,59 \cdot 0,85 \sqrt{\beta_{zy1}} = 1,21 \sqrt{\beta_w} \text{ in kg/cm}^2$$

Enge Abstände ( $\sim h/2$ ):

$$\tau_o = 2,65 \cdot 0,85 \sqrt{\beta_{zy1}} = 2,01 \sqrt{\beta_w} \text{ in kg/cm}^2$$

Diese Werte gelten für Balken. Für Platten sind nur etwa 2/3 derselben zugelassen.

Leonhardt [12]:

Für vertikale Bügel oder gemischte Schubarmierung:

$$\tau_o = \eta s \cdot 0,14 \cdot \beta_w \cong 0,9 \cdot 1,75 \cdot 0,14 \beta_w \cong 0,22 \beta_w$$

Für enge schiefe Bügel:

$$\tau_o = \eta s \cdot 0,18 \cdot \beta_w \cong 0,9 \cdot 1,75 \cdot 0,18 \beta_w \cong 0,28 \beta_w$$

Vorschlag:

Für normale Abstände:

$$\tau_o = \tau_2 = 4 \tau_1 (\tau_1 \text{ nach Tabelle 1})$$

Für enge Abstände:

$$\tau_o = \tau_3 = 5 \tau_1 (\tau_1 \text{ nach Tabelle 1})$$

In Bild 16 fällt vor allem der grosse Unterschied zwischen den Vorschriften in den amerikanischen ACI-Normen [10] und den Vorschlägen von Leonhardt [12] auf. Da für derart hohe Werte, wie sie Leonhardt vorschlägt, die praktische Erfahrung noch fehlt, scheint es ratsam, die Werte  $\tau_o$  vorerst noch tiefer anzusetzen. Der hier vorgebrachte Vorschlag stellt eine eher vorsichtige Mittellösung dar, die auch im Rahmen der bisherigen S.I.A.-Vorschriften liegt.

#### 5.4 Abhängigkeit der erforderlichen Schubarmierung vom Verhältnis $Q_v / (Q_g + Q_p)$

Im folgenden wird die Abhängigkeit der Schubarmierung von Spannbetonbalken vom Verhältnis  $Q_v / (Q_g + Q_p)$  untersucht, welche aus der heute gültigen S.I.A.-Norm Nr. 162 (Abdeckung der schiefen Hauptzugspannungen im Gebrauchszustand) und aus dem neuen Vorschlag resultiert. Besteht die Schubarmierung nur aus vertikalen Bügeln und werden die Hauptzugspannungen wiederum in der Höhe der Schweraxe des Balkens berechnet (Bild 10), so ergibt sich:

S.I.A.-Norm Nr. 162:

$$Q_B = -\sigma_{hz} \text{ Gebr. } b_o h \frac{\sigma_{sB}}{\sigma_{zul}} = -\left[ \frac{\sigma_N}{2} - \sqrt{\left( \frac{\sigma_N}{2} \right)^2 + \tau_{ho}^2 \text{ Gebr.}} \right] b_o h \frac{\sigma_{sB}}{\sigma_{zul}}$$

$$\begin{aligned} \tau_{ho} \text{ Gebr.} &= (Q_g + Q_p + Q_v) \frac{S}{b I} = (Q_g + Q_p + Q_v) \frac{c}{b_o h} = \\ &= (Q_g + Q_p) \left( 1 + \frac{Q_v}{Q_g + Q_p} \right) \frac{c}{b_o h} \end{aligned}$$

$$\frac{Q_B}{Q} = \frac{-\frac{\sigma_N b_o h}{2(Q_g + Q_p)} + \sqrt{\left[ \frac{\sigma_N b_o h}{2(Q_g + Q_p)} \right]^2 + c^2 \left[ 1 + \frac{Q_v}{Q_g + Q_p} \right]^2}}{s + \frac{Q_v}{Q_g + Q_p}} \frac{\sigma_{sB}}{\sigma_{zul}}$$

Vorschlag:

$$Q_B = Q - Q_C - Q_N = s(Q_g + Q_p) + Q_v - Q_C - Q_N$$

$$\frac{Q_B}{Q} = \frac{s + \frac{Q_v}{Q_g + Q_p} - \frac{Q_C}{Q_g + Q_p} - \frac{Q_N}{Q_g + Q_p}}{s + \frac{Q_v}{Q_g + Q_p}}$$

Um die obere Schubspannungsgrenze für  $Q_v / (Q_g + Q_p) = 0$  nicht zu überschreiten, wird

$$Q_g + Q_p = \frac{\tau_3}{s} b_o h = \frac{5 \tau_1}{s} b_o h$$

festgesetzt. Mit den weiteren Annahmen  $\tau_1 = 10 \text{ kg/cm}^2$  ( $\beta_w = 300 \text{ kg/cm}^2$ ),  $c = 1,20$ ,  $s = 1,8$ ,  $\sigma_{sB} / \sigma_{zul} = 1,8$  sind die obigen Formeln für  $\sigma_N = 0$  und  $\sigma_N = 50 \text{ kg/cm}^2$  ausgewertet und in Bild 17 dargestellt worden.

Es zeigt sich, dass der neue Vorschlag eine bedeutend «ausgeglichene» Armierung als die S.I.A.-Norm Nr. 162 ergibt. Insbesondere für Werte  $Q_v / (Q_g + Q_p) \rightarrow -1$  wird im sehr häufigen Biegeschubbereich für  $Q_g + Q_p = 5 \tau_1 b_o h / s$  der Wert  $Q_B / Q = 0,33$  nicht unterschritten. Nach der S.I.A.-Norm Nr. 162 hingegen wird keine Schubarmierung verlangt, obwohl bei einer Überbelastung mit dem entsprechenden Anwachsen des Biegemomentes gefährliche Biegeschubrisse entstehen können.

#### 6. Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Der vorliegende Vorschlag für die Schubbemessung gilt für Balken und Platten, die schlaff armiert, voll vorgespannt oder mit einer kombinierten Armierung (Stahlbeton mit Spannzulagen) versehen sind.

Bei der Bemessung der Schubarmierung von Stahlbetonträgern wird die Mitwirkung der Biegedruckzone bei der Schubübertragung berücksichtigt. Bei Spannbetonträgern wird unterschieden zwischen Bereichen, in welchen unter rechnerischer Bruchlast Biegeanrisse auftreten (Biegeschubbereich) und Bereichen, wo infolge der Wirkung schiefer Hauptzugspannungen nur Diagonalarisse im Steg vorhanden sind (Diagonalschubbereich). Die im Biegeschubbereich verlangte Armierung ist etwas geringer als diejenige von entsprechenden Stahlbetonträgern, indem der Schubwiderstand der Biegedruckzone max. 50% höher eingesetzt werden darf. Im Diagonalschubbereich ist eine zusätzliche Verminderung der Schubarmierung infolge der Wirkung von Normalspannungen im Schwerpunkt des Querschnittes infolge Vorspannung möglich.

Der Vorschlag wird verglichen mit der S.I.A.-Norm Nr. 162 [1], der deutschen Norm DIN 4227 [18], der amerikanischen Norm ACI-63 [10], sowie mit weiteren Vorschlägen [11], [12].

Die heute für Spannbeton gültige S.I.A.-Norm Nr. 162 kann wie folgt beurteilt werden:

1. Bei grösseren Normalspannungen wird bis zu recht beträchtlichen, d. h. allzu hohen Schubbeanspruchungen keine Schubarmierung verlangt.
2. Vor allem im Bereich von Biegeschubbrüchen ergibt sich eine zu geringe Schubarmierung
  - bei gegenüber der Balkenaxe stark geneigten Spanngliedern,
  - bei höheren Normalspannungen im Schwerpunkt des Querschnittes infolge Vorspannung.
3. Bei geringen Normalspannungen resultiert unter Umständen eine zu grosse Schubarmierung (z. B. für Rechteckquerschnitte eine bis zu 30% stärkere Armierung als sich nach der Fachwerkanalogie, welche der gültigen S.I.A.-Norm für Stahlbeton zugrunde liegt, ergeben würde).

Der vorliegende Vorschlag bewirkt gegenüber der S.I.A.-Norm Nr. 162 für Stahlbeton eine geringere, für Spannbeton im Mittel eine etwas stärkere Schubarmierung, die nach dem Stand der heutigen Kenntnisse zur Vermeidung von vorzeitigen Schubbrüchen ausreichen dürfte. Der Vorschlag deckt für Spannbeton die aufgezeigten Lücken (1., 2.), verhindert jedoch auch eine allzu starke Überarmierung (3.). Für die praktische Anwendung ist er einfach und übersichtlich.

Zum Schluss möchten die Verfasser der Kommission für die Revision der S.I.A.-Norm Nr. 162 und insbesondere ihrem Präsidenten, M. Birkenmaier, für die Unterstützung und manche wertvolle Anregungen bestens

danken. Wesentliche Erkenntnisse wurden auch aus den Untersuchungen [13] gewonnen, die das Institut für Baustatik dank einer grosszügigen Spende der von Moos'schen Eisenwerke, Luzern, durchführen konnte.

## Bezeichnungen

### Längen, Flächen und Winkel

$l$	Balkenspannweite
$a$	Abstand einer Einzellast vom Auflager eines Einfeldbalkens, sog. Schubspannweite
$b$	Flanschbreite, resp. Breite des Rechteckquerschnittes
$b_0$	Stegbreite des I- und T-Querschnittes
$h$	Nutzhöhe des Querschnittes: Abstand Druckrand bis zum Schwerpunkt der Zugarmierung
$H$	Gesamthöhe des Querschnittes
$y$	Innerer Hebelarm ( $y = \eta h$ )
$d$	$d_1, d_2$ : Definition siehe Bild 12
$t_B$	Horizontaler Abstand der vertikalen Bügel
$t_D$	Horizontaler Abstand der schrägen Schubarmierung
$F$	Querschnittsfläche
$F_e$	Querschnitt der Längsarmierung
$F_B$	Querschnittsfläche eines vertikalen Bugelementes
$F_D$	Querschnittsfläche eines Elementes der schrägen Schubarmierung
$\alpha$	Winkel zwischen Balkenaxe und Armierung (schräge Schubarmierung oder Vorspannarmierung)
$\gamma$	Mittlere Neigung eines Risses gegenüber der Trägeraxe

### Querschnittswerte

$I$	Trägheitsmoment am homogenen Querschnitt
$S$	Statisches Moment am homogenen Querschnitt

### Kräfte und Momente

$g$	Eigengewicht
$p$	Nutzlast
$P$	Äussere Einzellast
$Q$	Querkraft im betrachteten Querschnitt unter rechnerischer Bruchlast
$Q_C$	Schubwiderstand der Biegedruckzone
$Q_C^*$	Abzug im Schubarmierungs-Diagramm
$Q_N$	Teil des Schubwiderstandes der Druckzonen im Diagonalschubbereich
$Q_K$	Totaler Schubwiderstand der Druckzonen im Diagonalschubbereich
$Q_B$	Schubwiderstand der vertikalen Bügelarmierung
$Q_H$	Widerstand der Schubarmierung aus der vollen Abdeckung der schiefen Hauptzugspannungen unter rechnerischer Bruchlast in Höhe der Schweraxe
$Q_D$	Schubwiderstand der Schrägarmierung
$Q_g + Q_p$	Querkraft im betrachteten Querschnitt unter rechnerischer Gebrauchslast (Eigengewicht plus Nutzlast)
$Q_v$	Querkraft im betrachteten Querschnitt infolge gegenüber der Balkenaxe geneigten Spannkabeln: $Q_v = V \sin \alpha$
$Q_z$	Querkraft im betrachteten Querschnitt infolge Zwängungsmomenten aus Vorspannung, Setzungen, Temperaturwirkungen usw.
$Q_r$	Rechnerische Querkraft beim Bruch von Versuchsbalken
$Q_{Br}$	Gemessene Querkraft beim Bruch von Versuchsbalken
$Q(M_{Br})$	Querkraft beim Erreichen des Biegebruchmomentes bzw. der Streckgrenze in der Längsarmierung
$Q_{Riss}$	Querkraft beim Auftreten des ersten Risses
$V$	Vorspannkraft
$V_0$	Initiale Vorspannkraft beim Vorspannen
$V_\infty$	Vorspannkraft nach Schwinden, Kriechen und Relaxation
$Z$	Zugkraft in der Längsarmierung
$Z_s$	Zugkraft in sämtlichen Stahleinlagen der Biegezugzone beim Erreichen ihrer Streckgrenzen ( $Z_s = \sum F_e \sigma_s$ )

$B$	Kraft in der vertikalen Bügelarmierung
$D$	Kraft in der schrägen Schubarmierung
$M$	Biegemoment im betrachteten Querschnitt
$M_{Br}$	Biegebruchmoment resp. Moment beim Erreichen der Streckgrenze in der Längsarmierung

### Festigkeitswerte und Spannungen

$E_e$	Elastizitätsmodul des Stahles
$E_b$	Elastizitätsmodul des Betons
$\beta_w$	Würfeldruckfestigkeit des Betons
$\beta$	Prismendruckfestigkeit des Betons ( $\beta = 0,8\beta_w$ )
$\beta_{zy1}$	Zylinderdruckfestigkeit des Betons ( $\beta_{zy1} = 0,8\beta_w$ )
$\sigma_e$	Stahlspannung
$\sigma_p$	Proportionalitätsgrenze ( $\epsilon_{pl} = 0,005\%$ )
$\sigma_s$	Streckgrenze ( $\epsilon_{pl} = 0,2\%$ )
$\sigma_{sv}$	Streckgrenze der vorgespannten Längsarmierung
$\sigma_{ss}$	Streckgrenze der schlaffen Längsarmierung
$\sigma_{sB}$	Streckgrenze (Minimalwert) der vertikalen Bügel
$\sigma_{sD}$	Streckgrenze (Minimalwert) der Schrägarmierung
$\sigma_{zul}$	zulässige Spannung der vertikalen Bügel gemäss S.I.A.-Norm Nr. 162
$\sigma_v$	Vorspannschubspannung in der Längsarmierung
$\sigma_{hz}$	Schiefe Hauptzugspannung
$\sigma_{hzGebr.}$	Schiefe Hauptzugspannung unter rechnerischer Gebrauchslast
$\sigma_{hzBr.}$	Schiefe Hauptzugspannung unter rechnerischer Bruchlast
$\sigma_N$	Normalspannung in der Schweraxe des Querschnittes infolge der Vorspannkraft
$\sigma_o$	Betonzugspannung am oberen Trägerrand
$\sigma_u$	Betonzugspannung am unteren Trägerrand
$\tau$	Nominelle Schubspannung ( $\tau = Q/b_0h$ )
$\tau_1$	Nominelle Schubspannung, bis zu welcher kein Nachweis einer Schubarmierung nötig ist
$\tau_2$	Maximale nominelle Schubspannung in Balken mit Schubarmierung im gewöhnlichen Abstand ( $\tau_2 = 4\tau_1$ )
$\tau_3$	Maximale nominelle Schubspannung in Balken mit Schubarmierung im engen Abstand ( $\tau_3 = 5\tau_1$ )
$\tau_u$	Untere Schubspannungsgrenze, d. h. nominelle Schubspannung, bis zu welcher kein Nachweis einer Schubarmierung verlangt wird
$\tau_o$	Obere Schubspannungsgrenze, d. h. maximale nominelle Schubspannung
$\tau_{ho}$	Am homogenen Balkenelement berechnete Schubspannung ( $\tau_{ho} = Q S/b I$ )
$\tau_{Riss}$	Nominelle Schubspannung beim Auftreten der ersten Schubrisse

### Dimensionslose Grössen

$\epsilon_v$	Vorspanndehnung in der Längsarmierung
$\epsilon_f$	Fliessdehnung im idealisierten Spannungsdehnungsdiagramm bzw. bei naturhartem Stahl
$\epsilon_b$	Dehnung des Betons auf der Höhe der Längsarmierung
$\epsilon_{pl}$	Plastische Dehnung der Armierung
$\mu$	Längsarmierungsgehalt
$\rho_B$	Schubarmierungsgehalt infolge vertikaler Bügel
$\rho_D$	Schubarmierungsgehalt infolge Schrägarmierung
$\xi$	Verhältnis zwischen Nulllinien-Abstand und Nutzhöhe
$\eta$	Verhältnis zwischen innerem Hebelarm und Nutzhöhe ( $\eta = y/h$ )
$c$	Querschnittsfaktor ( $c = \tau_{ho}/\tau$ )
$k$	Faktor für den zusätzlichen Schubwiderstand infolge der Normalspannungen $\sigma_N$
$K$	Funktion für die Grösse der Querkraft in der Biegedruckzone von Stahlbetonbalken vor dem Bruch
$n$	Verhältnis der Elastizitätsmoduli von Stahl und Beton ( $n = E_e/E_b$ )
$s$	Sicherheitsfaktor (entsprechend S.I.A.-Norm Nr. 162: $s = 1,8$ )



## Literaturverzeichnis

- [1] Normen für die Berechnung und Ausführung der Beton- und Eisenbetonbauten. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein (S. I. A.), Zürich, 1956.
- [2] Warner, R. F., Thürlimann, B.: Design of Stirrup-Reinforcement in Concrete Beams. «Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brücken- und Hochbau», Band 23, Zürich, 1963.
- [3] Leonhardt, F., Walther, R.: Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau. «Beton- und Stahlbetonbau», Heft 12, 1961; Heft 2, 3, 6, 7, 8, 1962; Heft 8, 9, 1963.
- [4] Shear and Diagonal Tension, Report of ACI-ASCE Committee 326. Journal, American Concrete Institute, Proc. Vol. 59, No. 2, February 1962.
- [5] Bresler, B., Scordelis, A. C.: Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. Institute of Engineering Research, University of California, Berkeley, Calif. June 1961.
- [6] Thürlimann, B.: Schubfestigkeit. Generalbericht zum 7. Kongress der Internat. Vereinigung für Brücken- und Hochbau, in Rio de Janeiro, Zürich, 1964.
- [7] Leonhardt, F., Walther, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit und der oberen Schubspannungsgrenze. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, Berlin 1962.
- [8] Clark, A. P.: Diagonal Tension in Reinforced Concrete Beams. Journal, American Concrete Institute, Proc. Vol. 48, October 1961.
- [9] Moretto, O.: An Investigation of Welded Stirrups in Reinforced Concrete Beams. Journal, American Concrete Institute, Proc. Vol. 42, November 1945.
- [10] Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63). American Concrete Institute, June 1963.
- [11] Walther, R.: Ergebnisse und Lehren aus Torsions- und Schubversuchen an vorgespannten Hohlkastenträgern. SBZ 1965, H. 1, S. 4 und H. 2, S. 13.
- [12] Leonhardt, F.: Die verminderte Schubdeckung bei Stahlbetontragwerken. «Bauingenieur» 40, H. 1, Januar 1965.
- [13] Bachmann, H., Thürlimann, B.: Versuche über das plastische Verhalten von zweifeldrigen Stahlbetonbalken, Serie B. Bericht Nr. 6203-2, Institut für Baustatik, ETH, Zürich, Dezember 1965.
- [14] Olesen, S. E., Sozen, M. A., Siess, C. P.: Strength in shear of beams with web reinforcement. University of Illinois, Urbana, Ill., August 1965.
- [15] Hanson, J. M., Hulsbos, C. L.: Overload Behavior of Prestressed Concrete I-Beams with Web-Reinforcement. «Highway Research Record», Nr. 76, National Academy of Science, National Research Council, Washington D. C., 1965.
- [16] Knoll, F.: Grundsätzliches zur Sicherheit der Tragwerke. «Schweizer Archiv», 31. Jahrgang, 1966.
- [17] Leonhardt, F., Walther, R., Dilger, W.: Schubversuche an Durchlaufträgern. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 163, Berlin 1964.
- [18] Deutsche Richtlinien für Bemessung und Ausführung von Spannbetonbauten, DIN 4227. Siehe z. B. Betonkalender 1964, Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin und München.

Adresse der Verfasser: Prof. Dr. Bruno Thürlimann und Hugo Bachmann, dipl. Ing., Institut für Baustatik, ETH, Leonhardstrasse 33, 8006 Zürich.

## Drehstrom – Grundpfeiler der heutigen Energiewirtschaft

DK 621.3.025.3

Rückblick zur 75jährigen Wiederkehr der ersten grossräumigen Kraftübertragung zwischen Lauffen a. N. und Frankfurt a. M.

Von Richard Lössl, dipl. Ing. ETH, Zürich

*Dieser ins Riesenhafte gesteigerte Versuch erbrachte der Welt den Beweis, dass die Fortleitung des elektrischen Stromes auf Hunderte von Kilometern und dessen Übertragung über ganze Provinzen möglich ist. (Gedenktafel im Deutschen Museum in München anlässlich der Internationalen elektrotechnischen Ausstellung in Frankfurt, im Jahre 1891.)*

In unserem energiegeladenen, himmelstrebenden Zeitalter folgen sich Jubiläen in atemraubendem Tempo, und es wird für den Chronisten mitunter schwierig, den «ruhenden Pol in der Erscheinungen Flucht» zu fixieren. Und doch sollen Denkwürdigkeiten wie die vorliegende, welche unsere technische Ära und deren Initianten geprägt hat, auf die Nachwelt übergehen und dieser ein Vorbild von Schaffensfreude, Erfindergeist und kühnem Wagemut bedeuten.

Unbestritten bildet 1891 einen Markstein in der Geschichte der Elektrizitätserzeugung. Vor diesem Zeitpunkt hiess das Lösungswort «Gleichstrom oder Wechselstrom». Reiner Gleichstrom war bereits um das Jahr 1800 aus den Versuchen Galvanis bekannt, ebenso die chemischen, die Licht- und Wärmewirkungen des elektrischen Stromes, und eine Grosszahl von Erfindern suchte nach seiner vielfältigen Verwendung. Aber erst Werner Siemens gelang es 1866, eine selbsterregende Dynamomaschine zu bauen und die Tragweite dieses Prinzips voranzutreiben.

Indessen verstrichen gut 15 Jahre, bis sich Erfolge, zunächst auf dem Gebiet der Beleuchtung, einstellen und an der Elektrizitätsausstellung 1881 in Paris vorgeführt werden konnten. Marcel Deprez, einem Vorkämpfer der Kraftübertragung, gebührt hieran ein besonderes Verdienst.

Um diese Zeit tauchte der Name des jungen Münchener Bauingenieurs Oskar v. Miller auf, der von seiner vorgesetzten Behörde nach Paris entsandt worden war, um den Deprezschen Versuchen beizuwohnen. Angeregt durch diesen Erfolg wurde Deprez auf die Initiative v. Millers nach München berufen, von wo aus eine Gleichstromenergie von 2 PS und 2000 V – allerdings mit einem Wirkungsgrad von nur 22% – nach dem 57 km entfernten Miesbach übertragen wurde. Ein kleiner Wasserfall sollte die Ausnutzungsmöglichkeit der Wasserkraft demonstrieren. Weitere Versuche Deprez' für eine wesentlich stärkere Kraftübertragung zwischen Creil und Paris scheiterten an der Unzulänglichkeit der Maschinen.

Das gelungene Experiment München–Miesbach machte v. Millers Name gleichwohl in der ganzen Fachwelt, bis nach Amerika, bekannt. Immerhin waren der mit einer Kollektormaschine erzeugten Spannung

enge Grenzen gezogen, und vor höheren Spannungen traten wegen der damit verbundenen Gefahren «für Mensch und Tier» ernstliche Bedenken auf.

Um so beachtenswerter ist es, dass die Maschinenfabrik Oerlikon (MFO) im Jahre 1886 auf Anregung von J. Müller-Haiber, dem späteren Leiter der Sphinxwerke, Solothurn, es wagte, eine Gleichstrom-Kraftübertragung auf 8 km von Kriegstetten nach Solothurn, und zwar mit vollem Erfolg in Betrieb zu setzen. Das Verdienst hieran gebührt dem Gründer der MFO, Oberst P. E. Huber, und seinem Chefelektriker C. E. L. Brown. Dieser benützte bereits das Dreileitersystem mit zwei hintereinandergeschalteten Dynamomaschinen und Spannungen bis 2000 V zwischen den Aussenleitern. Aus der Anlage Kriegstetten–Solothurn ergaben sich drei wichtige Folgerungen, nämlich die industrielle Ausnützung einer Wasserkraft, der Dauerbetrieb und ein mittlerer Wirkungsgrad von 76%, ein bis dahin nie erreichter Wert. Die Bilder 1 und 2 zeigen die beiden Oerlikon-Dynamomaschinen für je 1250 A und das Kegelradgetriebe über der Wasserturbine von 50 PS.

In den folgenden Jahren und bereits vor 1891 kamen eine Reihe von Gleichstromanlagen bis zu 600 PS über 15 km Entfernung und mit einem Wirkungsgrad von 70 bis 80% zur Ausführung. An der Weltausstellung 1889 in Paris war die MFO mit einer vollständigen Anlage von 200 kW beteiligt und erhielt hier als Auszeichnung für ihre grundlegenden Arbeiten den Grand Prix.

Der bisher verwendete Gleichstrom bot schon damals den Vorteil der Speicherung sowie der Verwertung in geeigneten Motoren. Nachteilig wirkten vor allem die niedrige Spannung und die dadurch bedingten dicken Kupferleitungen. Demgegenüber wies der Wechselstrom den Vorzug der Transformierbarkeit auf und damit den der Verwendung hoher Spannungen (bis 2000 V und mehr) für die Übertragung sowie von Niederspannungen für die Beleuchtung (110 V). Was fehlte, war ein brauchbarer Motor, und selbst Erfinder wie Werner Siemens und Th. A. Edison betrachteten den Wechselstrom als physikalische Spielerei.

Einen Fortschritt, wenn auch keine Lösung, stellte 1848 der Synchronmotor von Hopkinson dar. Aber erst die Entdeckungen des Drehfeldes durch die Italiener Arago und Ferraris, sowie der zwei, in der Phase um 90° verdrehten Wechselströme durch Tesla, Haselwander und Bradley führten zum Asynchronmotor. Dieses System wurde bis zur Jahrhundertwende in der Schweiz und in Amerika verschiedentlich angewendet, bis es 1890 M. Dolivo-Dobrowolsky,