

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 84 (1966)  
**Heft:** 1

**Artikel:** Kipp-Probleme als zusammengesetzte Stabilitätsaufgaben  
**Autor:** Gut, Jean  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-68808>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Literaturverzeichnis

- [1] H. Vogt: Die Auflagerkräfte von zweiseitig aufgelagerten schiefwinkligen Einfeldplatten, «Beton - und Stahlbetonbau» 1956, Heft 8.
- [2] W. Andrau und F. Leonhardt: Einfluss des Lagerabstandes auf Biegemomente und Auflagerkräfte schiefwinkliger Einfeldplatten, «Beton- und Stahlbetonbau» 1960, Heft 7.
- [3] H. Weise: Ein modellstatischer Beitrag zur Untersuchung punktförmig gestützter schiefwinkliger Platten unter besonderer Berücksichtigung der elastischen Auflagernachgiebigkeit, Diss. TH Darmstadt, 1963.

sichtigung der elastischen Auflagernachgiebigkeit, Diss. TH Darmstadt, 1963.

- [4] K.-H. Hahn: Modellstatische Untersuchung dünner Platten unter besonderer Berücksichtigung ihrer Rand- und Stützbedingungen, Diss. TH Karlsruhe, 1962.

Adresse des Verfassers: Dr. H. von Gunten, Ingenieurbüro Walder & Dr. von Gunten, Egelgasse 72, Bern.

## Kipp-Probleme als zusammengesetzte Stabilitätsaufgaben

Von Jean Gut, dipl. Ing. ETH, S. I. A., Küsnacht ZH

In den folgenden Ausführungen seien Balken mit doppelt-symmetrischem I-Profil betrachtet, welche durch Lasten mit Angriffspunkt an den gedrückten Querschnittsteilen auf Kippen beansprucht werden. Wir fassen diese Stabilitätsaufgaben als Überlagerung von zwei Teilproblemen auf und zeigen, wie man durch diesen Kunstgriff ohne grossen Rechenaufwand aus den Lösungen der Teilprobleme recht engliegende obere und untere Schranken für die gesuchten kritischen Lasten angeben kann. Zur Bestimmung der Teillösungen erweisen sich die von Professor Dr. F. Stüssi mit Meisterschaft entwickelten baustatischen Methoden als besonders nützlich: der erstmals von ihm zur Lösung von solchen Kippaufgaben gewählte Weg der schrittweisen Annäherung (das Engesser-Vianello-Verfahren des Knickstabes) [1] in Verbindung mit der bewährten Seilpolygongleichung [2, 3] zur Integration von linearen Differentialgleichungen.

### Die Differentialgleichung

Zur Herleitung der Differentialgleichung des Problems ist nach S. Timoshenko [4] im Bild 1 ein verformtes Stabelement im Querschnitt und Grundriss herausgezeichnet. Seine horizontale Auslenkung ist mit  $u$  und sein Drehwinkel mit  $\varphi$  bezeichnet; die vertikale Durchbiegung  $v$  aus den planmäßig wirkenden Lasten (Grundzustand) wird entsprechend der klassischen Theorie vernachlässigt. Zwischen den Verformungen  $u$ ,  $\varphi$  und dem Moment  $M_x$ , beziehungsweise dessen Komponenten  $M_\eta$ ,  $M_\xi$ , bezogen auf die Querschnittsachsen  $\eta$ ,  $\xi$  nach der Verformung, bestehen bei Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung die Beziehungen

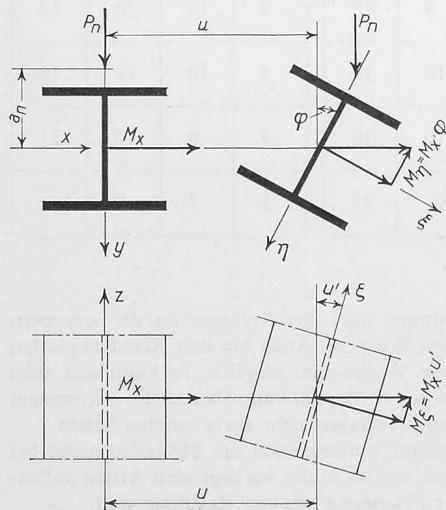


Bild 1. Querschnitt und Grundriss eines Stabelementes vor und nach der Auslenkung

$$(1) EI_y u'' = -M_\eta = -M_x \varphi$$

$$(2) EC_M \varphi''' - GJ_a \varphi'' = m_\xi$$

Hierbei bezeichnet  $EI_y$  die Biegesteifigkeit um die Hauptaxe  $y$ ,  $EC_M$  die Wölbe- und  $GJ_a$  die Drillsteifigkeit des Trägerprofils; die Ableitungen ( $'$ ) beziehen sich auf die Stabaxe  $z$ . In der Torsionsgleichung steht  $m_\xi$  für alle angreifenden Verdrehmomente, welche durch die Verformungen sowohl aus den inneren Ablenkungskräften wie aus den äusseren Lasten entstehen und die nun zu bestimmen sind.

Aus dem Biegemoment  $M_x$  röhrt die Torsionskomponente  $M_\xi = M_x u'$  als Schnittkraft her; das zugehörige Verdrehmoment beträgt

$$(a) m_\xi = -M'_\xi = -M_x u''.$$

Eine Last  $P_n$  mit Angriffspunkt auf der gedrückten Querschnittshälftel erzeugt das Verdrehmoment  $m_\xi = +P_n a_n \varphi_n$ <sup>1)</sup>. Bei mehreren solchen Lasten wirkt an jedem Angriffsort ein solches Verdrehmoment; wir schreiben für die Gesamtheit symbolisch

$$(b) m_\xi = \sum P_n a_n \varphi_n.$$

Aus Gl. (2) wird damit

$$EC_M \varphi''' - GJ_a \varphi'' =$$

$$(2a) = -M_x u'' + \sum P_n a_n \varphi_n.$$

Die Gleichungen (1) und (2a) umschreiben zusammen das Stabilitätsproblem. Setzt man Gl. (1) in Gl. (2a) ein, so folgt daraus die massgebende homogene Differentialgleichung

$$EC_M \varphi''' - GJ_a \varphi'' =$$

$$(3) = \frac{M_x^2}{EI_y} \varphi + \sum P_n a_n \varphi_n$$

mit der alleinigen Variablen  $\varphi$ , welche zusammen mit den Randbedingungen, z. B.

$$(4) \varphi(0) = \varphi(L) = 0 \quad \varphi''(0) = \varphi''(L) = 0$$

bei Gabellagerung (Flanschenden frei drehbar) die ideale kritische Belastung  $P_{ki}$  als kleinsten Eigenwert liefert.

### Lösungsweg

Die Differentialgleichung (3) lautet in konzentrierter Schreibweise

<sup>1)</sup> Bei Lastangriff auf der gezogenen Querschnittsseite wäre  $m_\xi$  negativ, d. h. stabilisierend. Die später benutzten Einschränkungen verlieren für diesen Fall ihre strenge Gültigkeit.

$$M[\varphi] = P^2 \cdot N_I[\varphi] + P \cdot N_{II}[\varphi], \\ \text{wobei}$$

$$M[\varphi] \equiv EC_M \varphi''' - GJ_a \varphi''$$

(5)

$$N_I[\varphi] = \frac{1}{EI_y} \left( \frac{M_x^2}{P} \right)^2 \varphi \equiv \frac{\bar{M}_x^2}{EI_y} \varphi$$

$$N_{II}[\varphi] \equiv \sum \left( \frac{P_n}{P} \right) a_n \varphi_n \equiv \sum \bar{P}_n a_n \varphi_n$$

die von L. Collatz [5] eingeführten Bezeichnungen sind. Die Bezugslast  $P$  erscheint in dieser Gleichung in linearer und in quadratischer Form. Das Verfahren der schrittweisen Annäherung, das wir seiner praktischen Vorzüge wegen anwenden wollen, lässt sich exakt nur auf Gleichungen von der Gestalt

$$(6) M[\varphi] = \lambda \cdot N[\varphi]$$

anwenden<sup>2)</sup>, in welcher der jetzt mit  $\lambda$  bezeichnete Eigenwert linear vorkommt. Zur Lösung der Aufgabe zerlegen wir das gegebene Problem in die folgenden zwei Teilprobleme:

$$(7a) \text{ I } M[\varphi_I] = \lambda_I \cdot N_I[\varphi_I] \text{ mit } \lambda_I = P^2$$

$$(7b) \text{ II } M[\varphi_{II}] = \lambda_{II} \cdot N_{II}[\varphi_{II}] \text{ mit } \lambda_{II} = P.$$

Anschaulich bedeutet das, dass wir die Kräfte, welche die Instabilität verursachen, durch eine Art Belastungsumordnung aus zwei Teilkraftgruppen aufbauen, die zusammen der Gesamtlastgruppe äquivalent sind (vergleiche Bild 2). Im Problem I greifen alle äusseren Lasten in der Schweraxe des Balkens an, wodurch die Instabilität allein durch die Ablenkungskräfte aus dem Moment  $M_x$  verursacht wird. Im Problem II werden die äusseren Lasten durch entsprechende Gleichgewichtsgruppen an ihren tatsächlichen Angriffsort versetzt; die Instabilität erfolgt durch die Verdrehmomente aus diesen entgegengesetzten Kräften.

Jede dieser Teilkraftgruppen lassen wir nun getrennt am System angreifen und ermitteln für jedes Teilproblem den zugehörigen kleinsten Eigenwert  $\lambda$ . Die Iterationsvorschrift

<sup>2)</sup> In [1] und [3] wird ein anderer Weg beschritten.

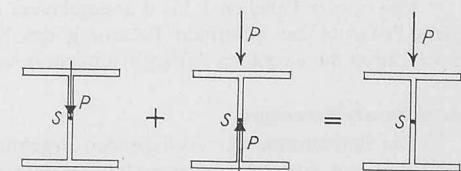


Bild 2. Aufteilung des Gesamtproblems in zwei Teilprobleme

lautet mit den allgemeinen Bezeichnungen der Gl. (6): Man schätzt die Form der Verdrehungskurve  $\varphi_0$ , bildet damit den Ausdruck  $N[\varphi_0]$  und findet durch Integration des Randwertproblems

$$M[\varphi_1] = N[\varphi_0]$$

unter Berücksichtigung der gegebenen Randbedingungen die neue Lösungskurve  $\varphi_1$ . Mit

$$(8) \quad M[\varphi_1] \approx A \cdot N[\varphi_1]$$

zusammen erhält man aus dem Quotienten

$$A \approx \frac{M[\varphi_1]}{N[\varphi_1]} = \frac{N[\varphi_0]}{N[\varphi_1]}$$

an irgendeiner Balkenstelle einen ersten Wert  $A$  für den niedrigsten Eigenwert, der um so genauer ist, je besser  $\varphi_0$  und  $\varphi_1$  in ihrem Verlauf miteinander übereinstimmen. Bei ungenügender Ähnlichkeit ist der Rechnungsgang, ausgehend von der neuen Kurvenform  $\varphi_1$ , zu wiederholen; das Verfahren konvergiert normalerweise gut<sup>3)</sup>. Einen besseren Wert  $A$  erhält man, wenn an Stelle des Ordinatenvergleiches in einem beliebigen Balkenpunkt eine Mittelwertbildung durch Integration über das ganze System tritt. Aus Gl. (8) leitet man leicht den Rayleighschen Quotienten ab

$$(9) \quad A \approx \frac{\int \varphi_1 M[\varphi_1] dz}{\int \varphi_1 N[\varphi_1] dz} = \frac{\int \varphi_1 N[\varphi_0] dz}{\int \varphi_1 N[\varphi_1] dz},$$

welcher für die exakte Lösungskurve den genauen Eigenwert, für Näherungskurven eine obere Schranke für den kleinsten Eigenwert liefert<sup>3)</sup>. Die Integrale erstrecken sich über das Tragwerk bzw. bei den Ausdrücken mit  $N[\varphi]$  so weit, wie die Verdrehmomente reichen; für Einzelmomente entfällt die Integration (siehe Zahlenbeispiel).

Es bleibt noch die Aufgabe, aus den Lösungen der Teilprobleme die kritische Last  $P$  des Gesamtproblems zu bestimmen. Das nichtlineare Überlagerungsgesetz wurde von G. Strigl [6] angegeben. Die Frage lautet: Wie gross dürfen die Teillasten

$$\begin{aligned} \lambda_I &= \alpha A_I \\ \lambda_{II} &= \beta A_{II} \end{aligned}$$

<sup>3)</sup> Die Bedingungen zur Sicherung der Konvergenz des Verfahrens, die Eigenschaften des Rayleighschen Quotienten usw. vgl. L. Collatz [5].

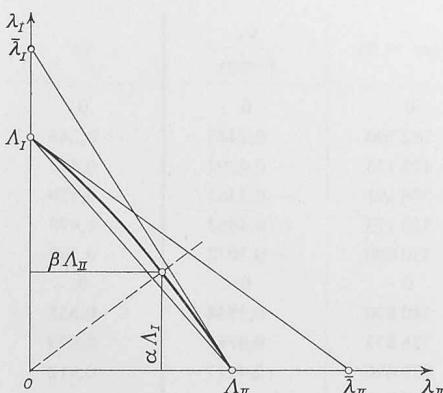


Bild 3. Zusammenhang zwischen den kritischen Lasten der Teilprobleme I, II und des Gesamtproblems

sein, damit bei gleichzeitigem Angriff die Stabilitätsgrenze erreicht wird? Die grundsätzliche Form des Resultates ist im Bild 3 dargestellt. Im  $(\lambda_I, \lambda_{II})$ -Koordinatensystem ist der Zusammenhang durch eine Kurve gegeben, welche die Koordinatenachsen in den Abständen  $A_I$  bzw.  $A_{II}$  vom Nullpunkt schneidet und mit der konkaven Seite stets nach diesem weist. Die Kurve ist um so stärker gekrümmmt, je stärker sich die Eigenfunktionen der Form nach voneinander unterscheiden; im Grenzfall  $\varphi_I \equiv \varphi_{II}$  wird sie zur Geraden. Auf dieser Kurve suchen wir denjenigen Punkt, welcher für beide Teilprobleme den gleichen Wert  $P$  ergibt. Aus den eingeführten Beziehungen zwischen  $A$  und  $P$  in den Gleichungen (7) folgt, dass dieser Punkt auch auf der Kurve mit der Parameterdarstellung

$$\lambda_I = P^2$$

$$\lambda_{II} = P,$$

d. h. auf der Parabel

$$\lambda_I = \lambda_{II}^2$$

liegen muss. Der Schnittpunkt von Parabel und Überlagerungskurve liefert die gesuchte Last  $P$ .

Die Überlagerungskurve kann nach unten durch die sogenannte Dunkerley-Gerade mit der Gleichung

$$\frac{\lambda_I}{A_I} + \frac{\lambda_{II}}{A_{II}} = 1$$

eingeschränkt werden. Eine Abgrenzung nach oben ergibt sich durch die Tangenten in den Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen; den Tangentenabschnitt  $\bar{\lambda}_I$  erhält man durch Einsetzen der Eigenfunktion  $\varphi_{II}$  in den Rayleighschen Quotienten Gl. (9) für das Teilproblem I und umgekehrt:

$$(10) \quad \bar{\lambda}_I =$$

$$= \frac{\int \varphi_{II} M[\varphi_{II}] dz}{\int \varphi_{II} N_I[\varphi_{II}] dz} = \frac{A_{II} \int \varphi_{II} N_{II}[\varphi_{II}] dz}{\int \varphi_{II} N_I[\varphi_{II}] dz}.$$

Damit sind die Schranken für die kritische Last durch quadratische Gleichungen gegeben:

$$P_{\min}^2 + \frac{A_I}{A_{II}} P_{\min} - A_I = 0$$

bzw. analoge Gleichungen für die Schnittpunkte  $P_{\max}$  mit den Tangenten. Die Werte  $P_{\min}$  und  $P_{\max}$  liegen eng zusammen, weil durch die vierfache Integration der Gl. (7) die Verschiedenheit der angreifenden Verdrehmomente in den beiden Teilproblemen stark geglättet werden.

Sie sind ferner um so näher zusammen, je mehr die Werte  $A_I, A_{II}$  der Grösse nach verschieden sind.

#### Zahlenbeispiel

Der untersuchte Träger (Bild 4) liegt an seinen Enden frei auf (Gabellagerung Gl. (4)) und wird in den Abständen  $0,3L$  und  $0,7L$  durch zwei gleiche Querträger in seiner Vertikalebene belastet. Die Einspannung gegen Verdrehen nehmen wir in diesen Punkten als starr an,  $\varphi = 0$ . In Trägermitte wirkt eine Einzellast, die am gedrückten Flansch angreift. Die benötigten Zahlenwerte sind

$$EI_y = 2,17 \cdot 10^6 \text{ tcm}^2$$

$$GJ_d = 62,4 \cdot 10^3 \text{ tcm}^2$$

$$EC_M = 1052 \cdot 10^6 \text{ tcm}^4$$

$$\frac{B}{P} a = \bar{B} a = 34,121 \text{ cm}$$

Als Beispiel zur Berechnung der Teillösungen zeigen wir die Ermittlung von  $A_I$ , wobei wir der Darstellung in [3] folgen. Die auf Normalform gebrachte Gl. (7a) lautet

$$\varphi''' - \frac{GJ_d}{EC_M} \varphi'' - A_I \frac{\bar{M}_x^2}{EI_y \cdot EC_M} \varphi = 0$$

Wir wählen die Knotenpunkte im Abstand von  $\Delta z = 0,05 L = 25 \text{ cm}$ , um die starken Schwankungen von  $\bar{M}_x^2$  ohne grossen Diskretisationsfehler und die resultierende Form der Verdrehungskurve  $\varphi_1$  durch eine ausreichende Anzahl von Teilpunkten zu erfassen. Diese verhältnismässig enge Teilung zwingt uns aus Raumgründen, in einigen Tabellen nur die ersten Zeilen anzugeben und damit die Rechenoperationen anzudeuten.

In einer ersten Integrationsstufe berechnen wir die Werte  $\varphi_1''$  in den Knotenpunkten aus einem dreigliedrigen Gleichungssystem. Die Seilpolygongleichung für den Punkt  $m$  lautet mit der Abkürzung

$$\gamma = \frac{GJ_d}{EC_M} \cdot \frac{\Delta z^2}{12} = 0,003089:$$

$$-\varphi_{m-1}'' + \varphi_m'' \frac{2 + 10 \gamma}{1 - \gamma} - \varphi_{m+1}'' = \\ = -\frac{\Delta z}{1 - \gamma} K_m \left( \frac{\bar{M}_x^2}{EI_y \cdot EC_M} \varphi_0 \right).$$

$K_m$  bedeutet die Knotenlast im Punkt  $m$ , die möglichst statisch gleichwertig die stetige Belastung  $p = \frac{\bar{M}_x^2 \varphi_0}{EI_y \cdot EC_M}$  in  $m$  ersetzen soll.

Die Seilpolygongleichung approximiert die Belastungsfunktion zwischen den Teilpunkten  $m-1, m, m+1$  durch eine Parabel<sup>4)</sup>

$$K_m = \frac{\Delta z}{12} [p_{m-1} + 10 p_m + p_{m+1}] .$$

Die Unstetigkeiten in den Teilpunkten 6 und 10 werden durch Anwendung der Randformel

$$K_{m-1} = \frac{\Delta z}{12} [3,5 p_{m-1} + 3 p_m - 0,5 p_{m+1}]$$

berücksichtigt. In der Tabelle I sind die  $K_m$  ausgehend von den geschätzten Werten  $\varphi_0$

<sup>4)</sup> Die normale Differenzenmethode approximiert die Belastungsfunktion durch eine Treppenlinie und verliert dadurch im Vergleich zur Seilpolygongleichung sehr an Genauigkeit. Vgl. F. Stüssi [3].

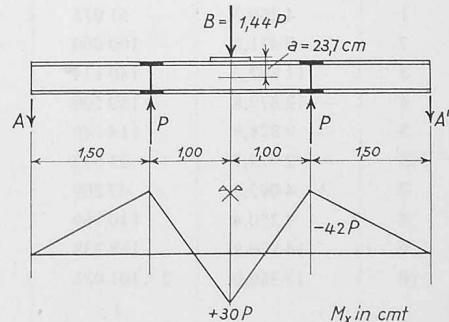


Bild 4. Grundlagen zum Zahlenbeispiel

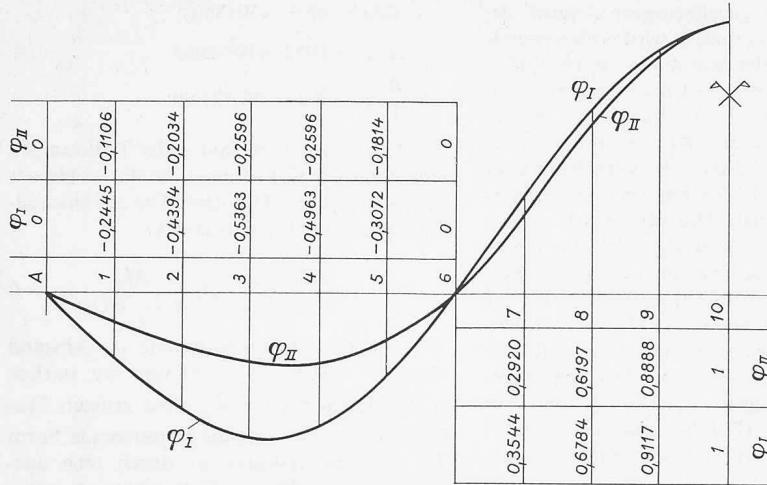


Bild 5. Berechnete Verdrehungskurven der Teilaufgaben

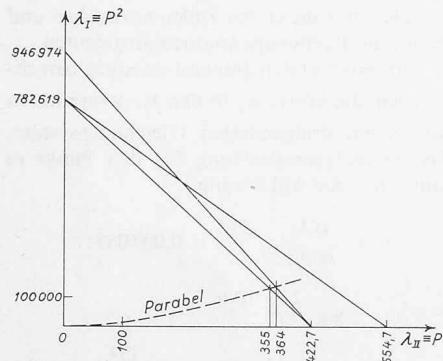


Bild 6. Einschränkung der gesuchten kritischen Last

berechnet, in Tabelle II das Gleichungssystem zur Berechnung der  $\varphi''_1$  angeschrieben. Die Randbedingungen  $\varphi'' = 0$  ersetzen die Gleichungen in den Randpunkten.

Aus den Lösungen  $\varphi''_1$  (vgl. Tabelle III) erhält man  $\varphi_1$  in Analogie zur Beziehung  $M'' = -p$  der Balkenstatik als Seillinie zur stetigen Belastung  $-\varphi''_1$ . In der Tabelle III sind wieder die Knotenlasten  $K_m$  ( $-\varphi_1$ ) und daraus die Momente  $\varphi_1$  in den Knotenpunkten berechnet. Die Randbedingungen  $\varphi = 0$  bestimmen die Schlusslinie.

Nun bemerken wir, dass in den Punkten 6 und 6' die Bedingung  $\varphi_6 = 0$  noch nicht erfüllt ist; wir müssen dort zwei grosse

Verdrehmomente  $X$  ansetzen, welche aus der Elastizitätsgleichung

$$\bar{\varphi}_{6,6} X + \varphi_6 = 0$$

folgen, und die verzerrte Verdrehungskurve  $X \cdot \bar{\varphi}_{x=1}$  überlagern (das lineare Superpositionsgegesetz gilt, weil wir ein gewöhnliches Randwertproblem integrieren).  $\bar{\varphi}_{x=1}$  haben wir mit dem gleichen eben beschriebenen Rechnungsgang ermittelt. Die Werte  $X \bar{\varphi}$  und  $\varphi_{korr} = \varphi + X \bar{\varphi}$  sind in der Tabelle einge|

tragen.

Die Stabilitätsbedingung lautet im Punkt 10 unter Berücksichtigung der ausgeklammerten Konstanten in den Tabellen I und III:

$$\varphi_{0,10} = 1074363 \frac{25^2}{12} A_1 \varphi_{0,10} \cdot \frac{25^2}{12} \cdot \frac{10^{-6}}{1052} \cdot \frac{10^{-6}}{2,17} \cdot \frac{1}{0,99691}$$

woraus

$$A_1 \equiv P^2 \approx 780870 \text{ t}^2$$

Die Auswertung des Rayleighschen Quotienten Gl. (9) mit der Simpsonschen Regel liefert

$$A_1 \approx 782619 \text{ t}^2 \quad (P = 884,7 \text{ t})$$

Tabelle III. Momente  $\varphi_1$  zu den Lasten  $-\varphi''_1$

|    | $-\varphi''$ | $K(-\varphi'')$       | (Q)      | $\varphi$             | $X \bar{\varphi}$       | $\varphi_{korr} \equiv \varphi_1$ | $\frac{\varphi_1}{\varphi_{1,\max}}$ | $\varphi_0$ |
|----|--------------|-----------------------|----------|-----------------------|-------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-------------|
| A  | 0            | —                     | — 164911 | 0                     | 0                       | 0                                 | 0                                    | 0           |
| 1  | — 4260,3     | — 51075               | — 113836 | — 164911              | — 97789                 | — 262700                          | — 0,2445                             | — 0,246     |
| 2  | — 8471,8     | — 100860              | — 12976  | — 278747              | — 193368                | — 472115                          | — 0,4394                             | — 0,442     |
| 3  | — 11882,2    | — 140174              | 127198   | — 291723              | — 284468                | — 576191                          | — 0,5363                             | — 0,539     |
| 4  | — 12879,8    | — 150509              | 277707   | — 164525              | — 368648                | — 533173                          | — 0,4963                             | — 0,499     |
| 5  | — 9828,9     | — 114148              | 391855   | + 113182              | — 443191                | — 330009                          | — 0,3072                             | — 0,308     |
| 6  | — 2979,7     | — 35532               | 427387   | 505037                | — 505037                | 0                                 | 0                                    | 0           |
| 7  | + 4093,8     | + 47209               | 380178   | 932424                | — 551624                | + 380800                          | 0,3544                               | 0,355       |
| 8  | 9250,4       | 110769                | 269409   | 1312602               | — 583729                | 728873                            | 0,6784                               | 0,679       |
| 9  | 14170,8      | 168338                | 101071   | 1582011               | — 602515                | 979496                            | 0,9117                               | 0,912       |
| 10 | 17380,0      | 2 × 101071            |          | 1683082               | — 608719                | 1074363                           | 1                                    | 1           |
|    |              | $\frac{\Delta z}{12}$ |          | $\frac{\Delta z}{12}$ | $\frac{\Delta z^2}{12}$ |                                   | $\frac{\Delta z^2}{12}$              |             |

Tabelle I. Belastungsglieder

|     | $\bar{M}_x$      | $\varphi_0$                  | $\bar{M}_x \varphi_0$        | $\Delta z K(\bar{M}_x^2 \varphi_0)$ |
|-----|------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|
| A   | 0                | 0                            | 0                            | —                                   |
| 1   | — 7              | — 0,246                      | — 12,054                     | — 207,2                             |
| 2   | — 14             | — 0,442                      | — 86,632                     | — 1116,1                            |
| 3   | — 21             | — 0,539                      | — 237,699                    | — 2854,8                            |
| ... | ...              | ...                          | ...                          | ...                                 |
| P   | $\varphi_{0,10}$ | $\bar{M}_x^2 \varphi_{0,10}$ | $\bar{M}_x^2 \varphi_{0,10}$ | $\frac{\Delta z^2}{12}$             |

$$\text{Zusätzlicher Faktor der } K_m: \frac{1}{EI_y} \cdot \frac{1}{EC_M} \cdot \frac{1}{1-\gamma}$$

Tabelle II. Gleichungssystem für  $\varphi''_1$

- 1)  $2,0372 \varphi''_1 — \varphi''_2 = + 207,2$
- 2)  $— \varphi''_1 + 2,0372 \varphi''_2 — \varphi''_3 = + 1116,1$
- 3)  $— \varphi''_2 + 2,0372 \varphi''_3 — \varphi''_4 = + 2854,8$
- ...

Beim Teilproblem II greift ein einziges konzentriertes Verdrehmoment an; damit entfällt das Schätzen und Verbessern der Kurve  $\varphi_0$ . Der kleinste Eigenwert beträgt  $A_{II} = 422,7 \text{ t}$ ; die zugehörige Lösungskurve wie auch die des Teilproblems I ist im Bild 5 dargestellt.

Die Berechnung der Tangentenabschnitte nach Gl. (10) ergibt mit der Simpsonschen Regel

$$\bar{A}_I = \frac{422,7 \cdot \varphi_{II,10}^2 \cdot 34,121}{\int \varphi_{II}^2 \frac{\bar{M}_x}{EI_y} dz} = 946974 \text{ t}^2$$

$$\bar{A}_{II} = \frac{782619 \cdot \int \varphi_1^2 \frac{\bar{M}_x^2}{EI_y} dz}{34,121 \varphi_{I,10}^2} = 554,7 \text{ t}$$

Wir erhalten damit die Schranken (Bild 6)

$$355 \text{ t} < P_{ki} < 364 \text{ t}$$

$$511 \text{ t} < B_{ki} < 524 \text{ t},$$

welche außerordentlich nahe zusammenliegen und sich nach der Abminderung im plastischen Bereich kaum noch unterscheiden.

## Literatur

- [1] F. Stüssi: Die Stabilität des auf Biegung beanspruchten Trägers. Abhandlungen IVBH, Bd. 3, Zürich 1935.
- [2] F. Stüssi: Ausgewählte Kapitel aus der Theorie des Brückenbaus, im Taschenbuch für Bauingenieure, herausgegeben von F. Schleicher. 2. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1955.
- [3] F. Stüssi: Entwurf und Berechnung von Stahlbauten, Bd. 1. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1958.
- [4] S. Timoshenko, J. Gere: Theory of Elastic Stability. 2. Aufl. New York, Toronto, London 1961.
- [5] L. Collatz: Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen. Leipzig 1949.
- [6] G. Strigl: Das nicht lineare Überlagerungsgesetz für die Lösungen von zusammengesetzten Stabilitätsproblemen mit Verzweigungspunkt. «Der Stahlbau», 1955, Bd. 24, S. 33.

Adresse des Verfassers: Jean Gut, dipl. Ing. ETH, S.I.A., Zürichstrasse 44, 8700 Küsnacht ZH.

## Der Sappeur

Von Oberstdivisionär J. J. Vischer, dipl. Bau-Ing. ETH, Waffenchef der Genietruppen, Bern

Für den Uneingeweihten sei zunächst die Vorbemerkung gemacht, dass unter Sappeur zweierlei verstanden werden kann. Einmal ist dies die Bezeichnung des einfachen Soldaten, der in einer Sappeurkompagnie eingeteilt ist. Er soll nicht zimperlich sein und sich in jeder Lage zu helfen wissen, auch wenn er vor eine unerwartete Bauaufgabe gestellt wird und sich mit Mitteln behelfen muss, die er nicht in seiner Ausrüstung findet. Als «Sappeur» fühlt sich aber auch ein Offizier, der aus dieser Truppe hervorgegangen ist und unbekümmert um den Grad, den er erlangt hat. Auch dieser Sappeur weist oft eine rauhe Schale auf und hat das Wort «unmöglich» aus seinem militärischen Vokabular gestrichen. Für jede technische Aufgabe, die ihm gestellt wird, sucht er eine Lösung auf Grund seiner technischen Bildung, seiner praktischen Erfahrung und seines Einfallsreichtums. Es ist deshalb wohl erlaubt, unter diesem Titel das militärische Wirken des Genieobersten *Fritz Stüssi* zu würdigen. Denn Sappeur war und ist er mit Leib und Seele.

Dass der wissenschaftlich hochbegabte Ingenieur sich schon als junger Genieoffizier daran machte, die Grundlagen der militärischen Bautechnik auf ihre Gültigkeit zu untersuchen und sie wenn nötig zu ändern, zu ergänzen oder neu zu schaffen, kann nicht verwundern. Sichtbaren Ausdruck fand diese Absicht vor allem in der «Gesellschaft für militärische Bautechnik», die der Hauptmann Stüssi zusammen mit einigen gleichgesinnten Offizieren, vor allem mit seinem Freunde Max Stahel, 1936 gründete. Zweck dieser Gesellschaft war die Herausgabe eines Mitteilungsblattes für Genieoffiziere, das in aller Bescheidenheit «Technische Mitteilungen für Sappeure, Pontoniere und Mineure» bezeichnet wurde. Dass dieser «Versuch», wie ihn Stüssi in seinem Vorwort zur ersten Nummer bezeichnete, einem wirklichen Bedürfnis entsprach, beweist, dass die Zeitschrift nach bald 30 Jahren immer noch in voller Blüte steht und seit der Gründung jährlich 4 Nummern – auch in schwierigen Zeiten wie Aktivdienst oder Überbeschäftigung infolge Hochkonjunktur – erschienen sind.

Die «Technischen Mitteilungen» wurden zum Forum, auf dem Fritz Stüssi seine Gedanken und Vorschläge, aber auch seine Kritik und Belehrung bekannt geben konnte. An die 30 Aufsätze in diesem Blatt stammten aus seiner Feder.

Es ist naheliegend, dass dem Stahlbauer und Statiker zunächst vor allem der Brückenbau am Herzen lag. 13 Aufsätze sind diesem Thema gewidmet. Beim Notbrückenbau hatte man sich bisher vorwiegend auf das Reglement, die Erfahrungen des Zimmermanns oder das «Gefühl» gestützt. Stüssi machte sich nun daran, die Einzelheiten und das Ganze der Konstruktion ingenieurmäßig zu durchdringen. Eine feldmässige Rammformel, die statische Wirkungsweise von Sattelhölzern, die verdübelten Balken, Zwischengelenke bei Nagelträgerbrücken, die Konstruktion hoher Zwischenstützen, aber auch ganze Brückensysteme vom Klappsteg bis zur schweren Notbrücke mit verdübelten oder genagelten Balken oder zusammengesetzten Fachwerkträgern und anderes mehr wurden untersucht und dargestellt. Er hat Wesentliches dazu beigetragen, den Behelfsbrückenbau von der Handwerks- auf die Ingenieur-Stufe zu heben.

Aber auch die vorbereiteten Kriegsbrücken zog er in seine Betrachtungen ein. Äusserst kritisch würdigte er die im Ausland entwickelten Systeme. Er machte Vorschläge für eine schweizerische Kriegsbrücke, die er für unsere Verhältnisse als besonders geeignet betrachtete. Über den Wert der aufgrund dieser Ideen entwickelten und bei uns eingeführten Kriegsbrücke war die Truppe allerdings geteilter Meinung, da das Material schwer und die Einbauzeiten lang sind. Sie wird daher heute nur noch selten verwendet.

Ein weiteres Gebiet, das ihn fesselte und dem er eingehende Untersuchungen widmete, war die militärische Sprengtechnik. Seit dem Erscheinen des «Handbuchs der militärischen Sprengtechnik»

von B. Zschokke 1911 und des Mineurreglementes 1921 waren bei uns keine grundlegenden Studien und Entwicklungen auf diesem Gebiet mehr durchgeführt worden, und man lebte vom Hergestrichen. Unterstützt von Max Stahel und Jean Pozzi unternahm es Stüssi, die Grundlagen der Zerstörungstechnik neu zu untersuchen und zu überdenken. Theoretische Studien, ergänzt durch praktische Sprengversuche, führten zu vielen neuen Erkenntnissen über die Wirkung des Sprengstoffs auf Holz, Stahl und Beton und über die richtige Form, Lage und Zündung der Ladungen. 11 Aufsätze widmete er diesem Thema. Ganz besonders fesselte ihn schliesslich die «Theorie der Minen». Anknüpfend an die Theorien von Vauban, Béidor, Dambrun, Ricour und andern untersuchte er die Wirkung einer Sprengladung im Boden. Sie führte ihn zu einer einfachen Formel für die «spezifische Ladung» mit Trotyl, in welcher nur 2 Koeffizienten für die Beschaffenheit des zu sprengenden Materials und die Ladungstiefe einzuführen waren, um die Ladungsgröße zu bestimmen. In systematischen Sprengversuchen konnte er die gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis nachweisen. Damit war die mathematische Grundlage geschaffen für die Ermittlung der minimalen Ladungen, der geballten und der gestreckten, die für Erdminen, aber auch für die Sprengung von Holz, Stahl und Beton notwendig sind.

Freilich war diese Formel für den mathematisch mehr oder minder begabten Genieoffizier oder -unteroffizier nicht brauchbar. Das wusste der erfahrene Truppenoffizier Stüssi und schlug daher einfache Tabellen vor, aus denen jedermann und ohne Rechnung ersehen konnte, welche Wirkung mit den praktisch anwendbaren Grössen und Formen von Ladungen in verschiedenem Material zu erzielen sei. Dies bildete die Grundlage für das 1957 erschienene Reglement «Sprengdienst», nach welchem die Genietruppe heute mit Erfolg arbeitet.

Auch andere militär-technische Fragen, wie die Theorie des Tragsseils bei Militär-Seilbahnen und die Feldbefestigung, fanden Stüssis Interesse und wurden in den «Technischen Mitteilungen» behandelt.

Es war naheliegend, dass bei der publizistischen Tätigkeit des Genieoffiziers Stüssi nicht nur der Ingenieur und Wissenschaftler, sondern auch der Hochschullehrer zum Worte kam. So etwa, wenn er dem Aufsatz eines Leutnants über die statische Berechnung einer im WK gebauten Brücke eine kritische Abhandlung «Über die statische Wirkungsweise von Sattelhölzern» folgen lässt, in der er die Irrtümer des Leutnants durch eine wissenschaftlich einwandfreie Darstellung der Probleme richtig stellt. Oder wenn er dem nicht sehr glückten Brückenbau einer Sappeurrekrutenschule einen Nachruf widmet unter dem Titel «Glück und Ende einer Nagelträgerbrücke». Es kam so richtig zum Ausdruck, was Fritz Stüssi zu seinem unablässigen Bemühen um eine seriöse Arbeit in der militärischen Bautechnik trieb, wenn er schrieb: «Auch militärische Notbrücken sind Ingenieurbauwerke, und sie müssen, sofern ihre Spannweite die normalen Streck balkenlängen überschreitet, mit der gleichen Sorgfalt und Gründlichkeit entworfen, berechnet, durchkonstruiert und ausgeführt werden wie zivile Ingenieurbauwerke.» Oder: «Jede Truppe muss im Krieg eine technische Arbeit improvisieren können; mit Erfolg kann sie das aber nur tun, wenn sie vorher mit aller Gründlichkeit und Sorgfalt dazu ausgebildet worden ist.»

Neben der sorgfältigen Pflege des Details und der physikalisch richtigen Erfassung der Probleme vergaß Stüssi aber nicht, den Überblick über das Ganze zu wahren. Das gilt einmal in zeitlicher Hinsicht, indem er es liebte, den Blick in die Vergangenheit, auf die Ursprünge der militärischen Bautechnik zu werfen. So hat er für die Theorie der Minen, wie oben erwähnt, an die bald 300 Jahre zurückliegenden Arbeiten von Vauban angeknüpft. Mit viel Liebe und Sorgfalt widmete er sich aber auch der Brückenbau-Technik von Julius

DK 358.232