

Über die Reform des Mathematikunterrichtes an den Mittelschulen

Autor(en): **Saxer, Walter**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **84 (1966)**

Heft 1

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-68799>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Von Prof. Dr. **Walter Saxer**, ETH, Zürich

Vorbemerkung

Angesichts der Tatsache, dass gegenwärtig eine weitgehende Reform des Mathematikunterrichtes an den Mittelschulen verwirklicht werden soll, dürfte diese Diskussion alle diejenigen interessieren, die in ihrer Tätigkeit mathematische Methoden benutzen, insbesondere Ingenieure. Der folgende Bericht kann nur über die wichtigsten Punkte dieser Diskussion orientieren, wobei ich insbesondere meine Stellungnahme kurz beleuchte.

W. Saxer

«So fängt denn alle menschliche Erkenntnis mit Anschauungen an, geht von da zu Begriffen und endigt mit Ideen.»

Kant

Seminar von Royaumont und seine Folgerungen

David Hilbert, der bedeutendste deutsche Mathematiker der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts, hat dieses schöne Wort von Kant an die Spitze seines berühmten Buches «Grundlagen der Geometrie» gesetzt. In diesem Buch findet man die erste Darstellung eines axiomatischen Aufbaus der Euklidischen Geometrie und bei Nichtbenützung des Parallelenaxioms auch der Nicht-Euklidischen Geometrien. Die Frage des Parallelenaxioms und die vorangegangene Entdeckung der Nicht-Euklidischen Geometrien hat zweifellos Hilbert zum axiomatischen Aufbau der Geometrie veranlasst.

Vor etwa 30 Jahren hat eine Anzahl hoch begabter, junger französischer Mathematiker unter der Leitung von J. Dieudonné eine Arbeitsgruppe gegründet, die unter dem angenommenen Namen N. Bourbaki arbeitete und noch arbeitet und sich zum Ziele setzte, grosse Teile der Mathematik zu überprüfen und sie auf axiomatische Grundlagen zu stellen. Seit Beginn der Tätigkeit der Bourbaki-Gruppe hat sie 31 Hefte publiziert, die sich unter anderem mit Mengentheorie, Topologie, Algebra, Vektorräumen, Funktionen reeller Variablen und Integrationstheorie befassen. Die Arbeit dieser Forschergruppe auf der einen Seite und andererseits die Ergebnisse der Forschung in der angewandten Mathematik, inklusive Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, haben die Mathematik vollkommen umgestaltet. Sie ist auch heute in voller Entwicklung begriffen, also das Gegenteil einer erstarrten Wissenschaft, wofür Laien sie gelegentlich halten. Sie spielt auch heute in allen Natur- und technischen Wissenschaften eine viel wichtigere Rolle als noch vor wenigen Jahren. Selbst die Sprachwissenschaften machen heute von mathematischen Resultaten Gebrauch.

Es ist deshalb erstaunlich, dass diese Tatsache der Entwicklung der Mathematik im Mathematikunterricht der Mittelschulen etwa in den letzten 100 Jahren praktisch nur eine kleine Resonanz, beispielsweise in den Anwendungen, fand. Zwischen dem bisherigen Mathematikunterricht an den Mittelschulen und den Anfängervorlesungen der Universitäten für zukünftige Mathematiker gähnt eine eigentliche Kluft, die nach Ansicht vieler Mathematiker in einem bestimmten Ausmass überbrückt werden sollte, und zwar durch geeignete Reform des Mathematikunterrichts an den Mittelschulen.

Zwecks Abklärung dieses ganzen Fragenkomplexes hat die «Organisation Européenne de Coopération Economique» (O.E.C.E.) im November 1959 in Royaumont ein 14tägiges Seminar organisiert, an dem Delegierte von 20 westeuropäischen Ländern, sowie von den USA und Kanada, teilnahmen. Von der Schweiz waren es L. Pauli, Directeur du Gymnase cantonal, Neuchâtel, nun Professor an der Universität Genf, und W. Saxer, Professor an der ETH, Zürich.

Man war in dieser Kommission der einmütigen Ansicht, dass der Mathematikunterricht an den Mittelschulen möglichst bald einer Reform unterzogen werden sollte; über das Ausmass gingen die Meinungen allerdings auseinander. Das Ergebnis der Beratungen publizierte die O.E.C.E. in einem 266 Seiten starken Bericht. Nach diesem Symposium wurde eine Expertenkommission gewählt, der von der Schweiz L. Pauli angehörte, die konkrete Vorschläge für Mathematik-Lehrpläne an den Mittelschulen auszuarbeiten hatte. Insbesondere wurde gewünscht, dass jedes Land für die Redaktion neuer Lehrbücher Sorge. Diese Expertenkommission hielt verschiedene Sitzungen ab, deren Ergebnisse den am Seminar von Royaumont beteiligten Ländern mitgeteilt wurden.

In der Schweiz hat in erster Linie Prof. Pauli die Verwirklichung der Reform an die Hand genommen und an der von ihm geleiteten Schule, zusammen mit den dort wirkenden Mathematiklehrern, ganz neue Lehrpläne aufgestellt, die in den letzten fünf Jahren in Neuenburg ausprobiert wurden. Vor wenigen Wochen erschienen die entsprechenden Lehrbücher unter dem Titel: «Mathématiques modernes I», verfasst von H. Suter für die Schüler der Oberrealschulen und von A. Calame

für die Gymnasien und Lehrerseminare. Geplant ist noch die Herausgabe der Bände II und III sowie eines speziellen Heftes für angewandte Mathematik und Wahrscheinlichkeitsrechnung. Diese 3 Bände, inklusive Spezialheft, sollen für den Unterricht der letzten 3 Schuljahre am Gymnasium Neuenburg dienen, also etwa für die Altersjahre 16 bis 18 bzw. 17 bis 19 Jahre. Um es vorwegzunehmen; diese Lehrbücher unterscheiden sich radikal von ihren bisher in der Schweiz durch den Schweiz. Mathematiklehrer-Verein herausgegebenen Vorgängern.

Der genannte Verein hat die Frage der Reform des Mathematikunterrichtes aufgegriffen. Sie soll unter anderem durch Ferienkurse, z.B. denjenigen der ETH im Oktober 1965, gefördert werden. Es ist jedoch zu sagen, dass die Verwirklichung einer einheitlichen, weitgehenden Reform wegen des föderalistischen Aufbaues der Schweiz, der sich vor allem im Unterrichtswesen bemerkbar macht, sehr erschwert wird. Einzig die Bestimmungen der eidg. Maturitätsprüfung sorgen im Gymnasialunterricht der schweizerischen Mittelschulen für einen gewissen gemeinsamen Nenner, der allerdings sehr weitherzig interpretiert wird. Es sei zum vornherein erwähnt, dass die Reform des Mathematikunterrichtes im Entwurf der Kommission Schmid btr. Revision der gesetzlichen Bestimmungen der eidg. Maturitätsprüfung noch nicht, oder höchstens in ganz bescheidenem Ausmass berücksichtigt werden konnte.

Reform-Plan von J. Dieudonné

Der Chef der Bourbaki-Gruppe hat schon in Royaumont und daran anschliessend in zahlreichen Vorträgen und Publikationen einen Reformplan (vgl. seinen Vortrag in Münster am 26. Mai 1961, Mathematisch-physikalische Semesterberichte von Münster) entwickelt, der sich selbstverständlich weitgehend auf die Untersuchungen dieser Gruppe stützt. Im folgenden sollen die wichtigsten Ideen dieses Planes zusammengestellt werden; dabei zeigen sich ohne weiteres die wesentlichen Unterschiede zu den gegenwärtig noch benutzten Mathematik-Lehrplänen.

Dieudonné betont, dass nur etwa 20% der Mittelschüler in die Lage kommen, moderne mathematische Resultate zu benutzen. Man müsse trotzdem den Unterricht auf diese Schüler ausrichten, wobei es vernünftiger sei, auch für den übrigen Teil modernen Mathematikunterricht zu erteilen statt eines Unterrichtes mit ausgesprochenem fossillem Charakter. Zu den erwähnten 20% gehören insbesondere Ingenieurstudenten und Studenten der Naturwissenschaften. Schon an dieser Stelle sei die fundamentale Frage aufgeworfen, ob es wirklich klug und rationell sei, zukünftigen Ingenieurstudenten ihren Mittelschulunterricht in Mathematik in wesentlich abstrakterer Form als bisher zu bieten. Gemäss meinen bald 40jährigen Erfahrungen ist diese Frage zu verneinen. Man soll den Unterrichtsstoff modernisieren, aber nach wie vor eine gut verständliche und nicht zu abstrakte Unterrichtsmethode anwenden.

Dieudonné verurteilt die im Unterricht veraltete Sprache, rückständige wissenschaftliche Auffassungen und ungeschickte Methoden. In der Mengentheorie wurden zweckmässige Symbole geschaffen, die jedoch im gegenwärtigen Unterricht noch selten benutzt werden.

Beispiele solcher Symbole:

$$\epsilon, c, n, u, \exists, \forall, \Rightarrow, \Leftrightarrow$$

\forall bedeutet: Für jeden.

Wenn man jedoch eine Gleichung von der folgenden Form im ersten Band des Lehrbuches Suter findet, so ist damit die abstrakte Darstellung nicht nur für 16- bis 17jährige Mittelschüler, sondern sogar für Ingenieurstudenten an Hochschulen zu weit getrieben:

$$\forall P, P \in \mathcal{E}_n^{(P)} \quad n \in \mathbb{N}; \exists \gamma, \gamma \in L(\mathcal{E}_n^{(P)}) \subseteq R; \gamma = L(P)$$

Erklärung Suter dieser Gleichung: Un champ scalaire est une application surjective L d'un espace ponctuel sur un sous-ensemble de R ou sur R lui-même (R ensemble des nombres réels).

Darin kann man jedoch Dieudonné zustimmen, dass der bisherige Mathematikunterricht an den Mittelschulen zu wenig auf die allgemeinen, in den letzten Jahren neu erschlossenen Quellen mathematischer Erkenntnisse aufgebaut ist und deshalb in recht willkürlicher Weise in einzelne Teildisziplinen aufgespalten wurde.

Dieudonné ist auch der Ansicht, dass beim allgemeinen Aufbau des Mathematikunterrichtes das am Anfang dieser Ausführungen

zitierte Wort von Kant Zielschnur sein müsse. Neben den Anwendungen der Mathematik verlangt er vor allem, dass die Schüler die axiomatische Methode handhaben und verstehen lernen. Daneben sind ihnen neue Begriffe wie Gruppe, Ring, Körper, Äquivalenzrelationen, Strukturfragen von Mengen, Abbildungen usw. zu erklären und geläufig zu machen. Entsprechend dem Alter der Schüler sieht er den folgenden *Aufbau des Unterrichtes* vor:

Unter 14 Jahren: Experimenteller Unterricht in Algebra und Geometrie, Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. In der Geometrie sollen Begriffe wie Vektor, Translation, Rotation, Symmetrie, Ähnlichkeit erklärt werden; das Dreieck soll überhaupt aus dem ganzen Geometrie-Unterricht verschwinden.

14–15 Jahre: Weiterführung des vorigen Stoffes. Graphische Darstellung einfacher Funktionen, Erklärung des ersten Axiomensystems, nämlich dasjenige der natürlichen Zahlen.

15–16 Jahre: Anfangsgründe der Differentialrechnung: Kalkül der Ableitungen, der Tangenten, der Maxima und Minima usw. Axiome der Körper der reellen Zahlen. – Der Beginn des Unterrichts über Differentialrechnung in diesem Alter ist ganz entschieden zu früh. Er dürfte auf etwa 1 bis 2 Jahre später verlegt werden, wie dies auch im Lehrgang Suter vorgesehen ist.

16–17 Jahre: Fortsetzung der Differentialrechnung, Behandlung ebener Kurven in Parameterform (Vordiplom-Stoff an der ETH!). Lineare Transformationen, lineare Algebra für 2 Dimensionen und ihre axiomatische Begründung. Matrizenkalkül der Ordnung 2. Vektorrechnung im zweidimensionalen Fall, zweidimensionaler Vektorraum, affine und metrische analytische Geometrie.

17–18 Jahre: Benützung von Polarkoordinaten in der Ebene, Exponentialbegriff. Studium der Drehungsgruppe der Ebene und daraus Herleitung der Trigonometrie und des Kalküls der komplexen Zahlen. Dreidimensionale, lineare Algebra im dreidimensionalen Vektorraum. Einführung in die Theorie der linearen und quadratischen Formen an Stelle des Unterrichtes über Kegelschnitte und Quadriken.

Die angewandte Mathematik, die Wahrscheinlichkeitsrechnung und insbesondere die darstellende Geometrie wurden im obigen Programm nicht berührt.

Vergleichsweise sei nun der *Lehrplan gemäss den Büchern Suter* für die letzten 3 Unterrichtsjahre der Oberrealschule zusammengestellt:

1. Band: Sektion A, Algebra

Einfache Begriffe der Mengenlehre. Axiomatischer Aufbau der Zahlen, beginnend bei den natürlichen Zahlen bis zur Menge aller reellen Zahlen, komplexe Zahlen. Polynome. Einfache Gleichungen, insbesondere Gleichungen 2. Grades.

Sektion B, Geometrie

Zweidimensionaler Vektorraum, affine und metrische zweidimensionale Geometrie. Trigonometrische Funktionen. Dreidimensionaler Vektorraum samt Anwendungen.

2. Band: Noch nicht erschienen.

Beschreibung der axiomatischen Methode, algebraische Strukturen, affine, projektive und metrische Geometrie. Beginn der Analysis.

3. Band: Lineare Algebra und Analysis.

Ergänzungs-Heft: Wahrscheinlichkeitsrechnung, Statistik und angewandte Mathematik.

Gegenüber dem bisherigen traditionellen Lehrprogramm sollen in Zukunft fast die ganze Planimetrie, erhebliche Teile der Geometrie, ausführliche Darstellung des logarithmischen Rechnens wegfallen. An ihre Stelle träte eine Einführung in die Mengenlehre, axiomatischer Aufbau des Zahlbegriffes und der damit verbundenen Algebra, axiomatischer Aufbau der Vektorrechnung und der damit verbundenen

zwei- und dreidimensionalen Geometrie, weitere Behandlung der Analysis als bisher sowie eine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. Wie weit noch andere Gebiete der angewandten Mathematik berücksichtigt werden sollen, ist aus der vorliegenden Dokumentation nicht ersichtlich, insbesondere wird die bisherige darstellende Geometrie überhaupt nirgends erwähnt.

Gegenüber dem Plane Dieudonné wurde die zeitliche Behandlung der einzelnen Gebiete teilweise leicht geändert, beispielsweise die Einführung in die Analysis mindestens um ein Jahr hinausgeschoben. Im übrigen entspricht das Stoffprogramm und insbesondere seine Darstellung ziemlich genau dem Plan Dieudonné.

Würdigung der Reformpläne

Wie bereits gesagt, befindet sich die geplante Reform in allen Ländern noch vollkommen im Fluss. Auch wenn wir im folgenden gewisse Kritiken anbringen, so müssen die Pionierleistungen von Prof. Pauli und seinen Kollegen des Gymnasiums Neuchâtel voll und ganz und mit Dankbarkeit anerkannt werden. Dieses Kollegium hat anlässlich einer Aussprache nach einem Vortrag Dieudonné in der Universität Zürich erklärt, dass sich die geplante Reform gemäss den vorliegenden Erfahrungen an der Neuenburger Schule durchführen lasse.

Wir werden im folgenden unsere Ansicht über die Reform in *Thesen* zusammenfassen.

1. Mit der Streichung der bereits erwähnten Stoffgebiete im bisherigen Programm der Mittelschulen sind wir im wesentlichen einverstanden.

2. Wir befürchten, dass mit der Aufnahme der neu vorgesehenen Gebiete und ihrer axiomatischen Darstellung, unter gebührender Berücksichtigung der Bedürfnisse der angewandten Mathematik, die für den Mathematikunterricht verfügbare Zeit nicht ausreichen wird, selbst unter der Voraussetzung, dass sie gegenüber heute noch etwas erweitert würde.

3. Der Plan Dieudonné und seine Realisierung in den Büchern Suter-Calame würde zweifellos für Mathematikstudenten einen reibungslosen und stetigen Übergang vom Mittelschul- zum Hochschulunterricht ermöglichen. Für die Anfänger-Vorlesungen in Mathematik würde dadurch Zeit gewonnen. Hingegen glauben wir nicht, dass er für die übrigen Studenten der Naturwissenschaften und der Technik, ganz abgesehen vom grossen Haufen der restlichen 80% der Schüler, ohne gehöriges Abstreichen der abstrakten Darstellung für den Unterricht geeignet sei. Beispielsweise müssen die Ingenieurstudenten vor allem lernen, die Resultate der Mathematik anzuwenden, ohne stets ihre Wurzel zu kennen. Bekanntlich gibt es heute ausgezeichnete Lehrbücher für sog. «Ingenieur-Mathematik», die sich genau an das erwähnte Ziel halten.

4. Der Plan Dieudonné ist vollständig auf der axiomatischen Methode aufgebaut; er wirkt deshalb imponierend geschlossen, aber auch einseitig. Das «Erfinden», das «Suchen» nach Lösungen und die Wege dazu sind ebenso wichtige gedankliche Prozesse wie das logische Schliessen. Gerade diese in den Büchern von G. Polya meisterhaft dargestellte Art des mathematischen Denkens kommt in den vorliegenden Lehrbüchern für Schüler zu kurz.

Ich betrachte die Auftauung des bisherigen, erstarrten Mathematikunterrichts an der Mittelschule als eine sehr erfreuliche Tat. Zweifellos wird sie auf den allgemeinen Unterricht bei Lehrern und Schülern befruchtend wirken. Hingegen sollte man bei der Verwirklichung der Reform eine bessere Synthese zwischen Anschauung und Abstraktheit finden, als dies bei den gegenwärtigen Vorschlägen der Fall ist.

Über die Verwendung sehr kleiner Modelle für Winddruck-Versuche

DK 624.042.41.001.5

Prof. Dr. F. Stüssi, ETH, zum 65. Geburtstag freundlichst gewidmet von J. Ackeret und J. Egli, Institut für Aerodynamik ETH, Zürich

Der Winddruck auf Bauwerke ist schon vor langer Zeit als ein wichtiges, in einzelnen Fällen sogar entscheidendes Element der Vorausberechnung erkannt worden. Der Wunsch nach einer Universalformel für die Druckverteilung erwies sich bald als illusorisch; (die früher mehr oder weniger explizit verwendete Newton-Eulersche Formel gab z. B. die Windbeanspruchung eines Flachdaches als Null an!). Es war somit naheliegend, sich durch Modellversuche brauchbare Werte

zu verschaffen; *G. Eiffel* war hier ein Pionier; er hat als einer der ersten den Windkanal dafür benützt und zahlreiche Messergebnisse veröffentlicht. Freilich zeigte sich bald, dass man zwar das allgemeine Verhalten verschiedener Körperformen im Windstrom qualitativ gut verstehen kann (hier wäre vor allem *L. Prandtl* zu nennen), dass aber die Mannigfaltigkeit der baulichen Anordnungen sehr gross ist und daher schon die Darstellung der Versuchsergebnisse Mühe macht.

So ist zwar die S.I.A.-Norm Nr. 160 die vielleicht ausführlichste hinsichtlich des Zahlenmaterials; aber auch hier gibt es Lücken, und es muss immer wieder interpoliert und extrapoliert werden, wenn die Bauformen von den dort zugrunde gelegten stärker abweichen. – Bei den heute im Vordergrund des Interesses stehenden Hochhäusern sind die Kosten für Untersuchungen am Modell im Windkanal relativ zur Bausumme klein. Der Wunsch ist deshalb naheliegend, einfach ein