

Zeitschrift:	Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber:	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band:	82 (1964)
Heft:	53
Artikel:	Gesetze der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in geschlossenen Rohren und offenen Gerinnen
Autor:	Graf, Walter
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-67645

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 23.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Gesetze der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in geschlossenen Rohren und offenen Gerinnen

DK 532.54

Von Dr. Walter Graf, dipl. Ing., Assistant Professor, Hydraulics Department, Cornell University, Ithaca, New York, USA

1. Einleitende Bemerkungen

Nur in ganz wenigen Problemen des Wasserbaues kann man mit laminarer Strömung rechnen. Die weitaus meisten Probleme auf diesem Ingenieurgebiet beschäftigen sich mit turbulenten Strömungen. Leider bereitet aber gerade diese Strömung weitaus mehr Probleme, um gewisse, für den Ingenieur wichtige Gesetzmäßigkeiten aufzustellen. Der mehr oder weniger erste glückliche Versuch, die turbulenten Strömungen analytisch zu erfassen, wurde am Anfang unseres Jahrhunderts von *L. Prandtl* und seiner Schule in Göttingen unternommen. Prandtl konnte ein Gesetz für die turbulenten Schubspannungen aufstellen, und von da war es nicht zu schwer, mit einigen «Prandtlschen» Ansätzen das Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung aufzustellen. Aber Prandtl's Verfahren war semi-empirisch, und *Nikuradse*, ein Schüler Prandtl's, versorgte seinen Professor mit den notwendigen experimentellen Ergebnissen, die er hauptsächlich bei Versuchen mit runden Rohren erhielt. Bereits im letzten Jahrhundert studierte *Bazin* in Frankreich verschiedene Phänomene in offenen Gerinnen und veröffentlichte seine Versuchsergebnisse. *Keulegan*, der in den USA arbeitete, benützte *Bazins* Versuche um festzustellen, dass Prandtl's Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung auch in offenen Gerinnen Gültigkeit hat.

2. Ein universelles Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung

2.1 Analytische Betrachtung

Zwei Verfahren zum Ansatz der allgemeinen Geschwindigkeitsverteilung sollen hier betrachtet werden. Das eine wurde von *Ludwig Prandtl* vorgeschlagen und ist allgemein unter dem Namen «Prandtl'sche Mischungswegformel» bekannt, während das zweite als «Karmansche Ähnlichkeitshypothese» (benannt nach *Theodor von Kármán*), in der Literatur der Strömungslehre zu finden ist. Wenn man die

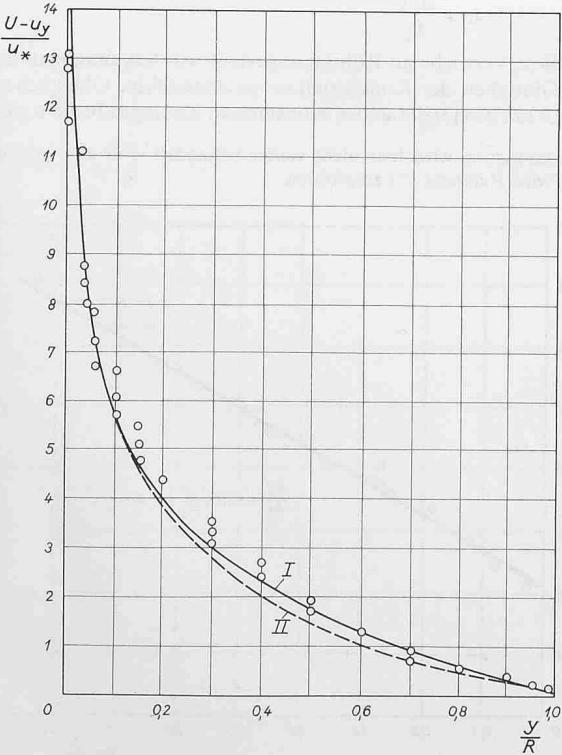


Bild 1. Universelles Geschwindigkeitsverteilungsgesetz für glatte und rauhe Rohre; *Prandtl'sche* Theorie (I) und *Kármans* Theorie (II) verglichen mit Experimenten.

beiden Verfahren vergleicht [1]), so findet man, dass trotz verschiedener Ansätze sehr ähnliche Endgleichungen erhalten werden. Der Leser mag dies nach Bild 1 selbst beurteilen, wo beide Endgleichungen mit Versuchen verglichen sind.

Prandtl [2] nimmt an, dass jeder Flüssigkeitsballen, nachdem dieser einen anderen, auch turbulenten Flüssigkeitsballen trifft, sich um den Weg l quer zur Hauptströmungsrichtung bewegt. Die Distanz l nannte Prandtl den Mischungsweg, und er verwies auf dessen Analogie zur freien Weglänge der kinetischen Gastheorie. Der Flüssigkeitsballen wird in seiner neuen Umgebung einen anderen Impuls vorfinden; er wird seinen eigenen Impuls zu dem seiner Umgebung hinzufügen, was eine Beschleunigung oder eine Verzögerung dieser bestimmten Schicht zur Folge hat.

Die gegenseitige Beeinflussung zwischen zwei Schichten könnte vielleicht so ausgedrückt werden, dass man eine Art von Reibung zwischen diesen annimmt. Man kann auch so zwischen laminaren und turbulenten Strömungen unterscheiden: Bei der laminaren Strömung sind die Moleküle für die Reibung verantwortlich, während im Falle der turbulenten Strömung die Flüssigkeitsballen selbst die Mischung verursachen. Oder, anders ausgedrückt, während der turbulente Strömungsprozess eine makroskopische Erscheinung ist, ist der laminare eine mikroskopische.

Prandtl's Überlegungen führten zur Annahme, dass die Geschwindigkeitskomponenten der Störungsbewegung u' und v' beide proportional zu $l (du/dy)$ sind.

$$(1) \quad u' \approx l \left(\frac{du}{dy} \right)$$

Bereits im vergangenen Jahrhundert hat *O. Reynolds* die turbulenten Schubspannungen wie folgt ausgedrückt:

$$(2) \quad \tau = \varrho \bar{u}' \bar{v}'$$

Nach Einsetzen der Prandtl'schen Überlegungen in obige Gleichung erhält man

$$(3) \quad \tau = \varrho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

Von dieser Gleichung kann bereits gesagt werden, dass die Schubspannung bei turbulenten Strömungen proportional dem Quadrat des Geschwindigkeitsgradienten ist, während die laminare Schubspannung proportional dem Geschwindigkeitsgradienten war. Mit Prandtl's Annahme, die von Versuchen unterstützt ist, dass der Mischungsweg in Wandnähe mit dem Wert $K \cdot y$ ausgedrückt werden kann, erhält man für Gleichung (3) folgendes:

$$(4) \quad \tau_0 = \varrho K^2 y^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

In dieser Gleichung ist τ_0 die Wandschubspannung. Eine weitere sehr fragwürdige Annahme, dass die Schubspannung in der ganzen Strömung konstant wäre, ergibt

$$(5) \quad \tau = \varrho K^2 y^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

Nach mathematischer Behandlung oben genannter Gleichung erhält man

$$(6) \quad \frac{u_y}{u^*} = \frac{1}{K} \left(\ln y + c \right)$$

Hier ist u^* die sogenannte Schubspannungsgeschwindigkeit ($u^* = \sqrt{\frac{\tau}{\varrho}}$) und c ist eine Integrationskonstante. Eine Darstellung von Gleichung (6) gibt Bild 2.

¹⁾ Zahlen in eckigen Klammern verweisen auf das Literaturverzeichnis am Ende des Aufsatzes.

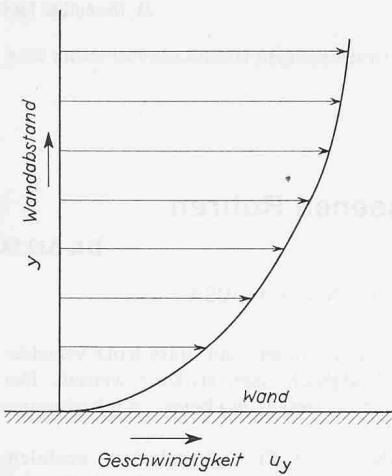


Bild 2. Die Geschwindigkeitsverteilung, dargestellt mit Gleichung (6).

Karmans Annahmen zur Aufstellung seiner Ähnlichkeitshypothese sind a) die lineare Verteilung der Schubspannungen und b) der

Mischungsweg l ist proportional $\frac{du}{dy} / \frac{d^2u}{dy^2}$. In Bild 1 kann man sehen, dass diese möglicherweise besseren Annahmen zu keiner bedeutenden Abweichung von der Prandtlschen Mischungswegtheorie führen.

Gleichung (6) ist das «Gesetz der universellen Geschwindigkeitsverteilung». Die zwei numerischen Werte, d.h. der K -Wert (Karmans K), und die Integrationskonstante c , müssen durch Versuche ermittelt werden. u_y ist die Geschwindigkeit gemessen in einem Abstand y von der Wand.

Die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung beherrscht fast das ganze Strömungsbild, ausser in unmittelbarer Nähe der Wand, wo man laminare Strömung vermuten darf und das Gesetz $\tau = \mu \cdot du/dy$ Gültigkeit hat. Der Bereich, in dem laminare Strömung vorherrscht, hat eine Dicke δ_b und wird allgemein die laminare Unterschicht genannt.

Die Integrationskonstante in Gleichung (6) kann durch die sogenannte *Haft*bedingung bestimmt werden. Man erhält dann für $y = y_0$ die Geschwindigkeit $u = 0$. Ebenso kann man erwarten, dass die Rauigkeit der Wand einen Einfluss auf die Geschwindigkeitsverteilung ausübt.

2.1.1 Glatte Oberflächen

Eine Oberfläche oder Wand wird hydraulisch glatt genannt, sobald die Rauigkeitselemente von der laminaren Unterschicht überdeckt sind. Aus diesem Grunde wird angenommen, dass die Grösse y_0 proportional der laminaren Unterschicht ist, welche selbst wieder proportional der Quantität ν/u^* ist. (ν = kinematische Viskosität). Mathematisch kann man also sagen:

$$(7) \quad y_0 \approx \delta_b \approx \frac{\nu}{u^*}, \quad \text{oder} \quad y_0 = \beta \frac{\nu}{u^*}$$

und

$$(8) \quad \beta = \frac{y_0 u^*}{\nu}, \quad \left(\beta' = \frac{y u^*}{\nu} \right)$$

Die Quantität in Gleichung (8) mag als Reynoldszahl erkannt werden. Wenn man die Gleichungen (8) und (6) zusammenfasst, so erhält man

$$(9) \quad \frac{u_y}{u^*} = \frac{1}{K} \left(\ln \frac{y u^*}{\nu} - \ln \beta \right)$$

Dies ist die allgemeine Form der Geschwindigkeitsverteilung für hydraulisch glatte Oberflächen.

2.1.2 Rauhe Oberflächen

Die Rauigkeitselemente ragen aus der laminaren Unterschicht hervor. Aus diesem Grunde scheint es angebracht, den Abstand y_0 mit der Rauigkeit zu vergleichen. Bedient man sich der Sandrauigkeit nach Nikuradse (K_s), so bekommt man

$$(10) \quad y_0 = \gamma K_s$$

Durch Einsetzen von Gleichung (10) in obige Gleichung (6) erhält man die Gleichung für die Geschwindigkeitsverteilung bei rauhen Oberflächen:

$$(11) \quad \frac{u_y}{u^*} = \frac{1}{K} \left(\ln \frac{y}{K_s} - \ln \gamma \right)$$

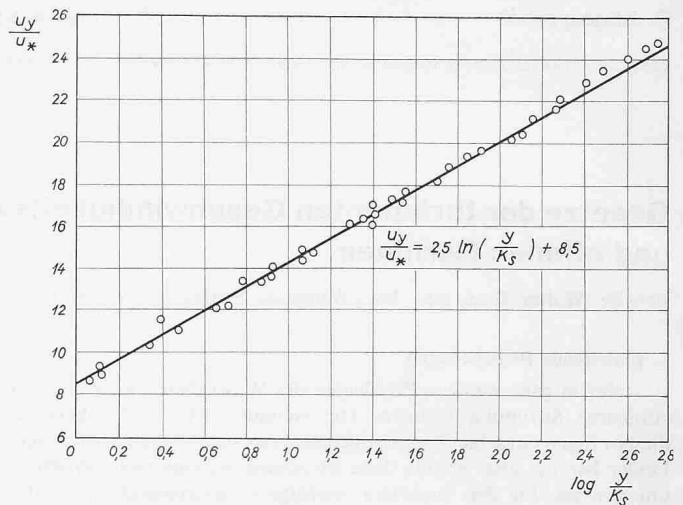


Bild 3. Universelle Geschwindigkeitsverteilung in rauen Rohren (nach Schlichting).

Prandtl zeigte [2], dass es Bereiche gibt, wo die Rauigkeitselemente teils von der laminaren Unterschicht überdeckt sind, teils über diese hinausragen. Dies ist als der Übergangsbereich bekannt. Experimentell konnte gezeigt werden, dass tatsächlich diese drei Bereiche existieren, nämlich der hydraulisch glatte Bereich, eine Übergangszone, und der hydraulisch rauhe Bereich²⁾. In Gleichung (9) und Gleichung (11) hat man insgesamt drei Werte, die durch Versuche erst bestimmt werden sollen. Dies sind Karmans K , die Werte $\ln \beta$ und $\ln \gamma$.

2.2 Experimentelle Resultate

2.2.1 Rauhe Oberflächen. Prandtl's Publikation [2] berichtet von den Versuchen Nikuradses, der, wie schon früher erwähnt, mit Rohren von verschiedenem Durchmesser und verschiedener Wandrauigkeit arbeitete. Die Rauigkeit erhielt er, indem er Sand von verschiedener Korngrösse an die Rohrwände klebte. Auf Grund dieser Versuchsserien konnte man sowohl die Karmansche Konstante als auch die beiden Integrationskonstanten erhalten. In Bild 3 sieht man, dass die experimentellen Resultate auf semilogarithmischem Papier eine gerade Linie bilden, die sich als folgende Gleichung darstellen lässt:

$$(12) \quad \frac{u_y}{u^*} = 2,5 \ln \frac{y}{K_s} + 8,5$$

Manchmal findet man obige Gleichung wie folgt ausgedrückt:

$$(13) \quad \frac{u_y}{u^*} = 5,75 \log \frac{30 y}{K_s}$$

Da jedoch diese Versuche an Rohren angestellt wurden, mag man die allgemeine Gültigkeit der Konstanten etwas anzweifeln. Glücklicherweise erhält Keulegan [3] die selben Konstanten. Keulegan bedient sich

2) Die Übergangszone wird hier nicht weiter behandelt. Für eine genaue Ausführung wird Referenz [1] empfohlen.

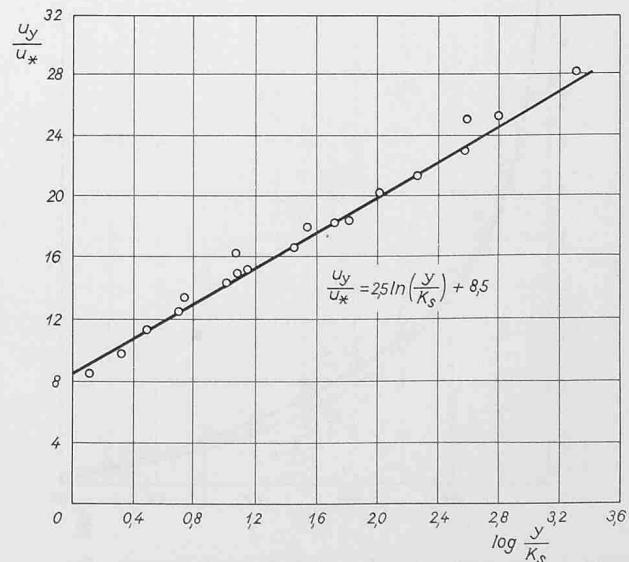


Bild 4. Universelle Geschwindigkeitsverteilung in rauen rechteckigen Gerinnen (nach Keulegan).

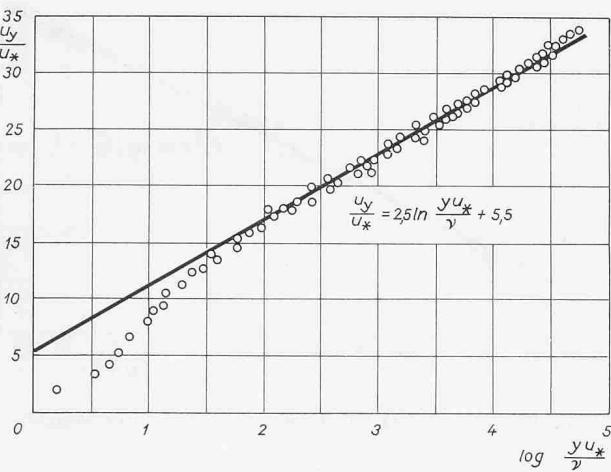


Bild 5. Universelle Geschwindigkeitsverteilung in glatten Rohren (nach Schlichting).

der experimentellen Resultate von Bazin und findet eine ebenso gerade Linie wie Nikuradse, die durch Gleichung (12) dargestellt werden kann. Dies ist hier in Bild 4 gezeigt. Keulegan [3] zeigt ferner die Unabhängigkeit der Versuche von der Reynoldszahl, was die Existenz eines rauhen Kanals bestätigt.

2.2.2 Glatte Oberflächen. Gleichung (9) wurde von Nikuradse [4] geprüft. Bei Versuchen an glatten Rohren fand er folgende Beziehung:

$$(14) \quad \frac{u_y}{u_*} = 2,5 \ln \frac{y u_*}{v} + 5,5$$

oder in anderer Form geschrieben

$$(15) \quad \frac{u_y}{u_*} = 5,75 \log \left(9,05 \frac{y u_*}{v} \right)$$

Wie in Bild 5 gezeigt ist, stimmt diese Gleichung bis auf kleine Reynoldszahlen, wo man sowieso laminare Strömung erwartet und die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung nicht am Platz wäre. J. Laufer [5] arbeitete an einem zweidimensionalen Gerinne und fand, dass im allgemeinen obige Gleichung (14) angewendet werden kann. Weiter beschreibt Laufer die Schwierigkeit, die er hatte, um die Karman-Konstante, die von Nikuradse als $K = 0,4$ vorgeschlagen wurde³⁾, zu erhalten, und zeigt mit seinen Versuchsergebnissen, wie aus Bild 6 ersichtlich ist, dass dieser Wert eigentlich kleiner sein sollte ($K < 0,4$). Diese Feststellung machen aber schon mehrere Hydrauliker, und es bedarf noch intensiverer Forschung, um genaue Informationen über die Karman-Konstante zu erhalten.

2.3 Die mittlere Durchflussgeschwindigkeit

Im vorhergehenden Abschnitt wurde die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung bei turbulenter Strömung sowohl über glatte als auch über rauhe Oberflächen besprochen. Gleichung (12) oder (13) und Gleichung (14) oder (15) geben Information über die Geschwindigkeit, die in einem bestimmten Wandabstand herrscht. Manchmal legt man aber mehr Wert darauf, die mittlere Durchflussgeschwindigkeit zu kennen. Dies soll jetzt entwickelt werden.

2.3.1 Rohrströmungen. Die Geschwindigkeit in der Rohraxe ($y = R$) sei gegeben durch U , und jede beliebige Geschwindigkeit in einer Entfernung y von der Wandung sei gegeben durch u_y . Auf Grund der vorausgegangenen Diskussionen kann man dann sagen, dass gilt:

$$(16) \quad \frac{U - u_y}{u_*} = f \left(\frac{y}{R} \right)$$

Wie aus Bild 1 ersichtlich ist, ist Gleichung (16) sowohl für rauhe als auch für glatte Rohre verwendbar. Aus Bild 1 kann man aber auch erkennen, dass gilt:

$$(17) \quad \frac{U - u_y}{u_*} = 5,75 \log \frac{R}{y}$$

Nach Integration obiger Gleichung über den Querschnitt erhält man die mittlere Durchflussgeschwindigkeit \bar{u} :

$$(18) \quad \bar{u} = U - 3,75 u^*$$

³⁾ Nikuradse erhielt sowohl in glatten als auch in rauen Rohren eine Karman-Konstante von $K = 0,4$.

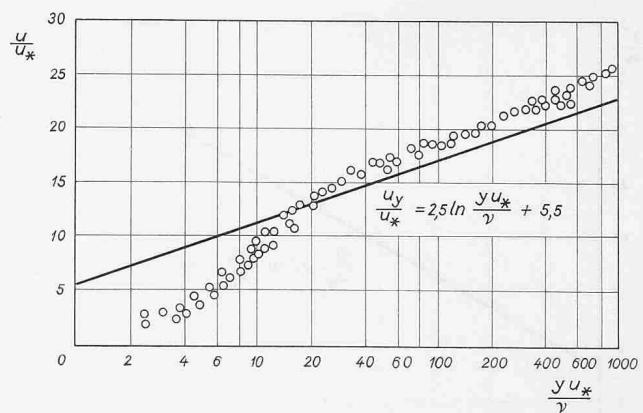


Bild 6. Universelle Geschwindigkeitsverteilung in glatten, zweidimensionalen, rechteckigen Gerinnen (nach Laufer).

Prandtl [2] weiss zu berichten, dass Nikuradses Versuche mit dieser Gleichung fast, aber nicht vollkommen, übereinstimmen.

2.3.1.1 Glatte Rohre. Sobald Gleichung (14) für $y = R$ und $u_y = U$ angeschrieben wird, und man diese Gleichung mit Gleichung (18) zusammenzieht, erhält man

$$(19) \quad \frac{\bar{u}}{u_*} = 2,5 \ln \frac{R u_*}{v} + 1,75$$

Diese Gleichung wurde für glatte Rohre abgeleitet und scheint in tadellosem Einklang mit Nikuradses [4] Versuchen zu stehen. Das ist aus Bild 9 ersichtlich.

2.3.1.2 Rauhe Rohre. Mit ähnlichen Überlegungen wie sie für glatte Rohre angestellt wurden, ergibt sich für rauhe Rohre:

$$(20) \quad \frac{\bar{u}}{u_*} = 2,5 \ln \frac{R}{K_s} + 4,75$$

Nikuradses [6] experimentelle Resultate scheinen, wie Bild 7 zeigt, dies nur zu bestätigen.

2.3.2 Offene Gerinne. Die Idee, dass das logarithmische Geschwindigkeitsprofil auch in offenen Gerinnen gute Resultate zeitigt, wurde von G. Keulegan in seiner Veröffentlichung «Die Gesetze bei turbulenter Strömung in offenen Gerinnen» [3] vorgeschlagen. In ähnlicher Art, wie eben für die geschlossenen Rohre die mittlere Durchflussgeschwindigkeit ermittelt wurde, erhielt G. Keulegan und neuerlich wieder V. T. Chow [7] diese Gleichungen für offene Gerinne. Für ein glattes offenes Gerinne erhält man

$$(21) \quad \frac{\bar{u}}{u_*} = 2,5 \ln \frac{R_h u_*}{v} + 3,25$$

während für ein rauhes offenes Gerinne

$$(22) \quad \frac{\bar{u}}{u_*} = 2,5 \ln \frac{R_h}{K_s} + 6,25$$

erhalten wird. In diesen Gleichungen erscheint R_h als der hydraulische oder Profilradius.

Bazins Versuche für rauhe offene Gerinne scheinen Gleichung (22) zu gehorchen. Dies ist ersichtlich aus Bild 8. Äußerst interessant und

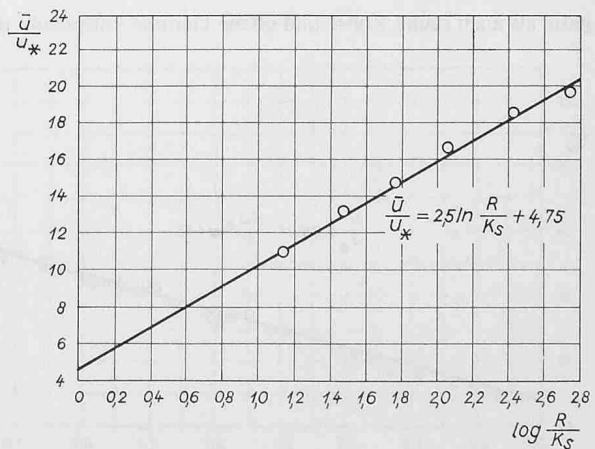


Bild 7. Beziehung von \bar{u}/u^* und R/K_s in rauen Rohren (Experimentelle Ergebnisse von Nikuradse)

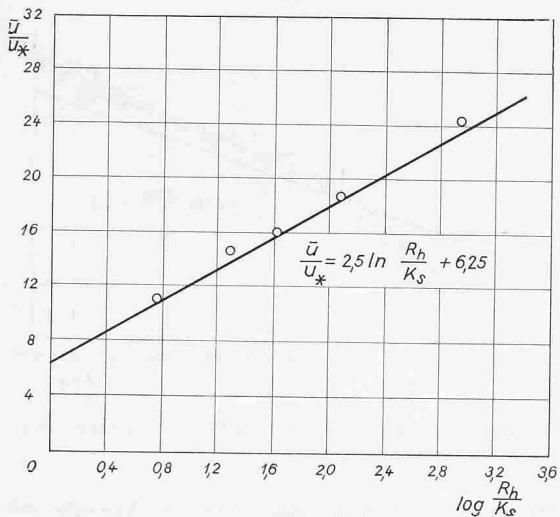


Bild 8. Beziehung von u/u^* und R_h/K_s in rauen, rechteckigen Gerinnen (Experimentelle Ergebnisse von *Bazin*)

wichtig ist Keulegens Feststellung, dass die mittlere Durchflussgeschwindigkeit praktisch unabhängig von der Geometrie des Gerinnes sei. Erst neulich fand *Y. Iwagaki* [8] eine Abhängigkeit des Widerstandes in turbulenten Strömungen in rauen wie auch glatten Gerinnen von der Froudeschen Zahl. Man nimmt an, dass dieses Phänomen seine Ursache im freien Wasserspiegel des offenen Gerinnes hat. *Iwagakis* Versuche zeigen aber eine ziemliche Streuung.

3. Das universelle Widerstandsgesetz

Der Reibungsverlust h , der sich über eine gegebene Länge L ansammelt, kann durch die wohlbekannte Weisbach-Darcy-Formel wie folgt ausgedrückt werden:

$$(23) \quad h = f \frac{L}{D} \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

In der Formel ist f der Reibungskoeffizient und D ist im Falle eines Rohres der Durchmesser oder der doppelte Radius ($D = 2R$), während im Falle eines offenen Gerinnes D als viermal der Profilradius ($D = 4R_h$) zu nehmen ist.

Anderseits kann die Wandschubspannung wie folgt ausgedrückt werden:

$$(24) \quad \tau_0 = \frac{1}{8} f \rho \bar{u}^2$$

Die Quantität $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ wurde bereits vorhin als die Schubspannungsgeschwindigkeit erkannt und mit dem Symbol u^* bezeichnet. Gleichung (24) kann auch wie folgt geschrieben werden

$$(25) \quad \left(\frac{\bar{u}}{u^*} \right) = \sqrt{\frac{f}{\tau_0}}$$

Das Verhältnis $\left(\frac{\bar{u}}{u^*} \right)$ wurde schon im vorigen Abschnitt sowohl für glatte als auch rauhe Rohre und offene Gerinne entwickelt, d.h., eine

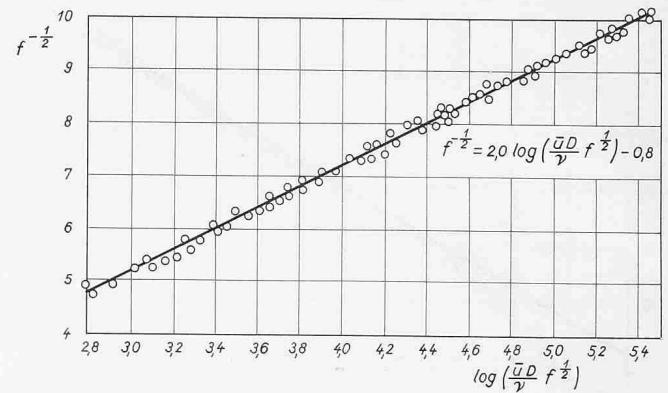


Bild 10. Widerstandsgesetz des glatten Rohres (nach *Prandtl*).

Information über die Quantität $\left(\frac{\bar{u}}{u^*} \right)$ sollte auch Information über den Reibungskoeffizienten geben.

3.1 Die Reibungskoeffizienten in turbulenten Rohrströmungen

3.1.1 *Glatte Rohre*. In Gleichung (19) soll die Reynoldszahl $\frac{R u^*}{v}$ wie folgt ausgedrückt werden:

$$\frac{R u^*}{v} = \frac{1}{2} \frac{\bar{u} D}{v} \frac{u^*}{\bar{u}} = \frac{\bar{u} D}{v} \sqrt{\frac{f}{32}}$$

Setzt man obiges in Gleichung (19) ein und bringt dies mit Gleichung (25) zusammen, so erhält man das «Prandtlsche universelle Widerstandsgesetz für glatte Rohre» [1] wie folgt:

$$(26) \quad f = \left[2,0 \log \left(\frac{\bar{u} D}{v} \sqrt{f} \right) - 0,8 \right]^{-2}$$

3.1.2 *Rauhe Rohre*. Aus der Kombination von Gleichung (20) mit Gleichung (25) erhält man das quadratische Widerstandsgesetz für vollkommen rauhe Rohre [2]

$$(27) \quad f = \left[2 \log \left(\frac{R}{K_s} \right) + 1,74 \right]^{-2}$$

Sowohl Gleichung (26) wie auch Gleichung (27) wurde von Nikuradse experimentell unter Beweis gestellt (Bilder 10 und 11). Nikuradse [1], [2], [4], [6] hatte seine Versuche mit Rohren gemacht, welche künstlich gerauht wurden. Die Anwendung von Nikuradses Resultaten auf technische rauhe Rohre musste erst später untersucht werden, und äquivalente Sandrauhigkeiten wurden studiert. Erst diese Resultate sind für den Ingenieur richtig brauchbar. Sie sind z.B. im Widerstandsdiagramm für technisch rauhe Rohre nach *Moody* [9] zusammengefasst. Formeln für die Übergangszone von hydraulisch glatt zu hydraulisch rauh, wie z.B. die Colebrook-White-Formel, sind auch vorhanden [1] und zeigen Übereinstimmung mit den Versuchen.

3.2 Die Reibungskoeffizienten in turbulenten offenen Gerinnen

Das Übermass an Literatur und Forschung, das für Rohre vorhanden ist, fehlt bei weitem für offene Gerinne. Dies trifft den projektierenden Ingenieur ganz besonders hart. Gute Diagramme, wie das Moody-Diagramm, geben gute Informationen zum Entwurf von Rohrleitungen. Aber nichts oder sehr wenig liegt vor, das sicher und einfach

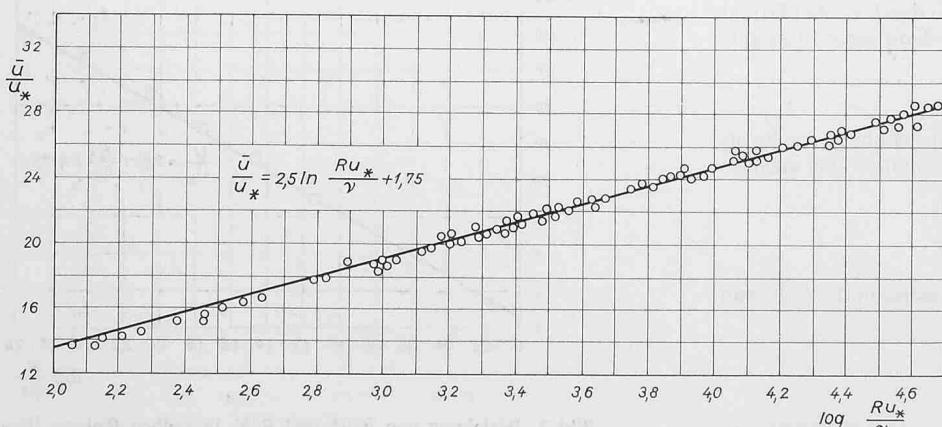


Bild 9. Beziehung von u/u^* und R_u^*/v in glatten Rohren (nach *Nikuradse*).

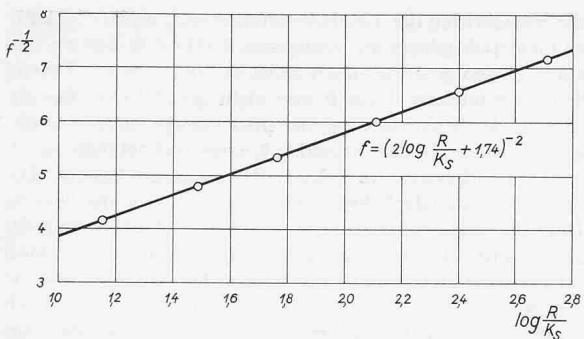


Bild 11. Widerstandsgesetz des rauhen Rohres (nach Prandtl).

Information über den Reibungsverlust in offenen Gerinnen gibt; das gilt ganz besonders für hydraulisch rauhe Gerinne. In ihrem letzten Bericht gab eine Forschungsgruppe der «American Society of Civil Engineers» [10] ihrem Bedauern darüber Ausdruck, dass auf diesem Spezialgebiet der Gerinnehydraulik nicht mehr Forschung unternommen wird.

3.2.1 *Glatte offene Gerinne*. Mit ähnlichen Überlegungen, wie sie vorher angestellt wurden, kann der Reibungsfaktor in glatten offenen Gerinnen aufgestellt werden, und man hat

$$(28) \quad f = \left[2,0 \log \left(\frac{\bar{u} R_h}{v} \sqrt{f} \right) + 0,32 \right]^{-2}$$

wobei das Symbol R_h für den Profilradius eingeführt ist.

V. T. Chow [7] entwickelt eine ähnliche Gleichung und zeigt gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen, die von den Universitäten in Illinois und Minnesota berichtet werden.

3.2.2 *Rauhe offene Gerinne*. Die Beziehung zwischen $\frac{\bar{u}}{u^*}$ und $\frac{R_h}{K_s}$ wurde mit Gleichung (22) gezeigt. Setzt man in diese Gleichung Gleichung (25) ein, so erhält man eine Gleichung, die den Reibungskoeffizienten bestimmt:

$$(29) \quad f = \left[2,0 \log \left(\frac{R_h}{K_s} \right) + 2,2 \right]^{-2}$$

Die Schwierigkeit liegt dabei in der Bestimmung von Nikuradses Sandrauhigkeit. Auch Chow [7] fand dies ziemlich schwierig, als er eine Anzahl von Versuchsergebnissen verwerten wollte. Die Rauigkeit kann eben nicht einfach durch die Korngrösse ausgedrückt werden. Nimmt man Bazins experimentelle Resultate, wie sie Keulegan [3] zusammenfasst, und Nikuradses Sandrauhigkeit, wie Keulegan sie berechnet, so ist man nicht enttäuscht, da beste Übereinstimmung mit Gleichung (29), wie aus Bild 12 ersichtlich ist, zu finden ist.

Aus dem oben Gesagten darf man schliessen, dass, wenn eine Beziehung zwischen natürlicher Rauigkeit und Nikuradses Sandrauhigkeit aufgestellt werden kann, ähnliche Diagramme, wie sie bereits in der Rohrhydraulik in Gebrauch sind, auch für die Gerinnehydraulik angefertigt werden können.

4. Schlussbemerkung

Es wurde zu zeigen versucht, dass die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung nicht nur in geschlossenen Rohren, sondern auch in offenen Gerinnen mit guten Erfolgen angewendet werden kann.

Abschliessend sei darauf hingewiesen, dass die Darcy-Weisbach-Gleichung auch für offene Gerinne verwendet werden kann. Leider ist man aber noch nicht in der Lage, ausreichende Information für den Reibungskoeffizienten zu bekommen. Weitere Forschung auf diesem Gebiete ist notwendig.

Zusammenfassung der verwendeten Symbole

D	Rohrdurchmesser
f	Widerstandsziffer
g	Erdbeschleunigung
h	Reibungsverlust
K	Empirische Konstante der turbulenten Strömung; oder Konstante nach Karman
K_s	Korngrösse der äquivalenten Sandrauhigkeit
L	Länge
l	Mischungsweg

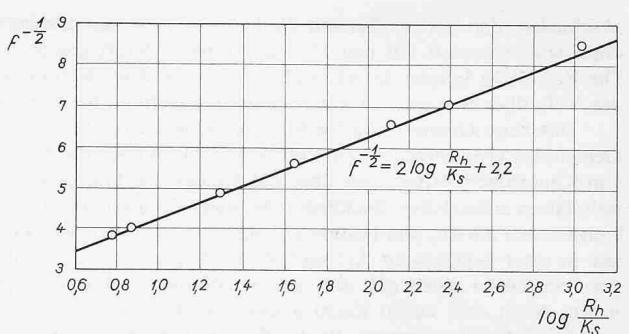


Bild 12. Widerstandsgesetz von rauhen rechteckigen Gerinnen (nach Angaben von Keulegan).

R	Radius
R_h	Hydraulischer oder Profil-Radius
u_y	Geschwindigkeit
U	Maximalgeschwindigkeit in Rohrmitte
\bar{u}	Mittlere Geschwindigkeit
u^*	Schubspannungsgeschwindigkeit
u'	Geschwindigkeitskomponente der Störungsbewegung
v'	Geschwindigkeitskomponente der Störungsbewegung
y	Wandabstand
β	Konstante; abhängig von der Wandbeschaffenheit
γ	Konstante; abhängig vom Charakter der Rauigkeit
δ_b	Dicke der laminaren Unterschicht
μ	Zähigkeitsbeiwert
ν	Kinematische Zähigkeit
ϱ	Dichte (Masse pro Volumeneinheit)
τ	Schubspannung (Kraft pro Flächeneinheit)

Literaturverzeichnis

- [1] H. Schlichting, «Grenzschicht-Theorie», (1958), Verlag G. Braun, Karlsruhe
- [2] L. Prandtl, «Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung», «VDI-Zeitschrift» No. 5, 1933.
- [3] G. Keulegan, «Laws of Turbulent Flow in Open Channels», U. S. Dept. of Commerce, RP 1151 (1938).
- [4] J. Nikuradse, «Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Röhren», VDI-Forschungsheft 35 b, 1932.
- [5] J. Laufer, «Investigation of Turbulent Flow in a Two-dimensional Channel», NACA Report 1058 (1951).
- [6] J. Nikuradse, «Strömungsgesetze in rauhen Röhren», VDI-Forschungsheft 36, 1933.
- [7] V. T. Chow, «Open Channel Hydraulics», McGraw Hill, 1959.
- [8] Y. Iwagaki, «On the Laws of Resistance to Turbulent Flow in Open Rough Channels», Proc. 4th Jap. Nat. Congress of Appl. Mech., 1954.
- [9] L. F. Moody, «Friction factors for pipe flow», Trans. ASME, 1944.
- [10] ASCE, Journal of the Hydraulics Division (HY 2), «Friction factors in open channels», 1963.

Adresse des Verfassers: Dr. Walter Graf, dipl. Ing., Assistant Professor, Hydraulics Department, Cornell University, Ithaca, New York.

Neues Planungsrecht im Kanton Waadt

DK 711.3:34

Das frühere Baugesetz des Kantons Waadt wurde im Februar 1941 erlassen. Obwohl es als eine der fortschrittlichsten Regelungen aller Kantone galt, zeigten sich mit der Zeit schwerwiegende Mängel. Leider wurden gerade die schönsten Punkte überbaut, auch wenn sie weit abseits der bisherigen Dörfer lagen. Mehr und mehr wurden Weinberge in ihrem Bestand bedroht. Skipisten, die für Fremdenverkehrsgebiete die Grundlage des Wohlstandes ganzer Ortschaften bieten, wurden zu Gunsten privater Ferienhäuser geopfert. Kurzum: der Kanton Waadt bot ein Spiegelbild der Situation, wie wir sie in den meisten Kantonen antreffen. In verdienstlicher Weise setzte sich Kantonsbaumeister J. P. Vouga, dem auch das kantonale Planungsamt untersteht, für eine Verbesserung der Vorschriften ein. Die Regierung des Kantons Waadt unterstützte ihn. Im Grossen Rat hingegen wurde um den Entwurf zu einer Abänderung des Baugesetzes aus dem Jahre 1941 mancher harte Kampf gefochten. Schliesslich aber ver-