

**Zeitschrift:** Schweizerische Bauzeitung  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 80 (1962)  
**Heft:** 11

**Artikel:** Die Schubbemessung im Spannbeton auf Grund neuerer Versuche und Erkenntnisse  
**Autor:** Walther, René  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-66120>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Die Schubbemessung im Spannbeton auf Grund neuerer Versuche und Erkenntnisse

Von Dr. R. Walther, dipl. Ing. ETH, Stuttgart <sup>1)</sup>

DK 624.012.47:539.415

## 1. Einleitung

In den S. I. A.-Normen 162, Kapitel E «Vorgespannter Beton», sind für die Bemessung auf Schub drei Kriterien festgelegt:

1. Die Hauptzugspannungen  $\sigma_1$  sollen im allgemeinen kleiner als  $0,5 \sqrt{\beta_d}$  sein.

2. Ueberschreiten die Hauptzugspannungen den Wert  $0,5 \sqrt{\beta_d}$ , so sind die entsprechenden Zugkräfte durch schlaffe Stahleinlagen (Schubbewehrung) zu decken. Dabei dürfen die  $\sigma_1$  aber nicht grösser als  $1,2 \sqrt{\beta_d}$  sein.

3. Die Bruchsicherheit für Biegemomente und Querkraft, bei gleichzeitiger Wirkung von Eigengewicht und Nutzlast, muss mindestens 1,8 betragen.

Die erste Forderung soll die Bildung von Schubrisen im Gebrauchszustand verhindern. Trotz dieser verhältnismässig strengen Begrenzung können feine Risse auftreten, selbst in starken Stegen infolge der zusätzlichen innern Schwindspannungen, die rechnerisch schwer zu erfassen sind. Man sollte daher auch unterhalb dieser Grenze immer eine gewisse Mindestschubbewehrung einlegen.

Mit Hauptzugspannungen in der Grösse von  $1,2 \sqrt{\beta_d}$ , die bei vorschriftsgemässer Schubbewehrung zugelassen sind, kommen wir schon recht nahe an die Betonzugfestigkeit heran, die mit beträchtlichen Streuungen etwa zu  $1,5 \sqrt{\beta_d}$  angenommen werden kann. Wir müssen daher bei voller Gebrauchslast mit einer gewissen Schubrisenbildung rechnen. Dies wird durch die in Bild 1 aufgetragenen Ergebnisse der Versuche an vorgespannten I-Trägern von Sozen [1] und Rüschi-Vigerust [2] bestätigt.

Die deutschen Normen (DIN 4227) sind in dieser Hinsicht bedeutend strenger: sie lassen selbst bei «voller» Schub-sicherung und voller Vorspannung unter Gebrauchslast nur etwa halb so grosse Hauptzugspannungen zu. Nach unserer Ansicht sind jedoch Risse, die bei  $\sigma_1 \leq 1,2 \sqrt{\beta_d}$  auftreten können, unbedenklich, sofern sie durch eine geeignete Bewehrung haarflein gehalten werden. Man darf das Schlagwort «Spannbeton = Rissefreier Beton» nicht allzu wörtlich nehmen. Schliesslich gibt es viele Spannbetonbauten, die an der einen oder anderen Stelle feine Risse aufweisen, ohne dabei Schaden genommen zu haben. Die im Eisenbeton über Jahrzehnte gewonnene Erfahrung, dass feine Risse unschädlich sind, gilt sinngemäss auch für Spannbeton, obwohl hier natürlich wegen der Rostempfindlichkeit der Spannglieder strengere Massstäbe angelegt werden müssen.

Die Frage, ob die Bemessung der Schubbewehrung aufgrund der Hauptzugspannungen im Gebrauchszustand richtig und genügend sei, stellen wir noch zurück und betrachten zunächst das dritte Kriterium, wonach die Bruchsicherheit für Biegung und Querkraft mindestens 1,8 betragen soll.

Dieser Nachweis ist unseres Wissens bisher immer nur für Biegung allein erbracht worden, da der Einfluss der Querkraft theoretisch nicht erfasst werden konnte. Man hat sich daher stillschweigend darauf verlassen, dass die Schub-sicherheit infolge der strengen Begrenzung der zulässigen Hauptzugspannungen und der erforderlichen Schubbewehrung nicht wesentlich unter der Biegebruchsicherheit liege, was bei Spannbeton auch meistens zutrifft. Ganz befriedigt hat diese Annahme allerdings nie.

Im folgenden soll daher eine Schubbruchtheorie hergeleitet werden, die eine gute Uebereinstimmung mit bisher be-

kannten Versuchsergebnissen gezeigt hat. Wir beschränken uns dabei auf eine sehr knappe Darstellung, da im Zusammenhang mit Versuchen, die Prof. Dr.-Ing. Leonhardt zusammen mit dem Verfasser durchgeführt hat, an anderer Stelle näher darauf eingegangen wird.

## 2. Schubbruchtheorie

### 2.1 Grundlagen

Diese Theorie beruht auf folgenden Annahmen:

1. Der Schubbruch erfolge durch Zerstörung des Betons am Druckrand.

2. Nach dem Auftreten eines Schubrisse muss ein Teil der Querkraft durch die verbleibende Betondruckzone aufgenommen werden. Wir berechnen daher zuerst die beim Bruch erreichte Randspannung, die wir als *Schubdruckfestigkeit*  $\beta_d \tau$  bezeichnen. Sie ist gegenüber der Prismendruckfestigkeit um so geringer, je grösser die durch  $Q$  hervorgerufenen Schubspannungen  $\tau$  in der Druckzone sind.

3. Schubrisse dringen weiter gegen den Druckrand vor als vertikale Biegerisse. Die Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte gilt im Schubbereich nicht mehr. Wir formulierten daher für diesen Bereich eine *Schubverformungsbedingung*.

4. Gleichgewichts- und Verformungsbedingungen legen die Nulllinie, d. h. die Grösse der kritischen Druckzone im Schubbereich fest. Damit können die Schnittkräfte im Bruchquerschnitt berechnet und folglich die Schubtragfähigkeit bestimmt werden.

5. Die Schubfestigkeit eines kritischen Querschnittes wird als *Schubbruchmoment*  $M_{su}$  ausgedrückt, das jedoch auch von der Grösse der Querkraft abhängt.

Wir erkennen daraus, dass diese Schubbruchtheorie streng genommen eine Biegetheorie für den durch Schubrisse und die Querkraft geschwächten Bereich darstellt. Es gibt natürlich auch andere Schubbrucharten, z. B. wenn der Steg auf schiefer Druck oder durch Aufspalten zerstört wird. Bei Bauteilen, die nach den Normen bemessen worden sind, kommt ein derartiges Versagen im Bruchversuch kaum vor.

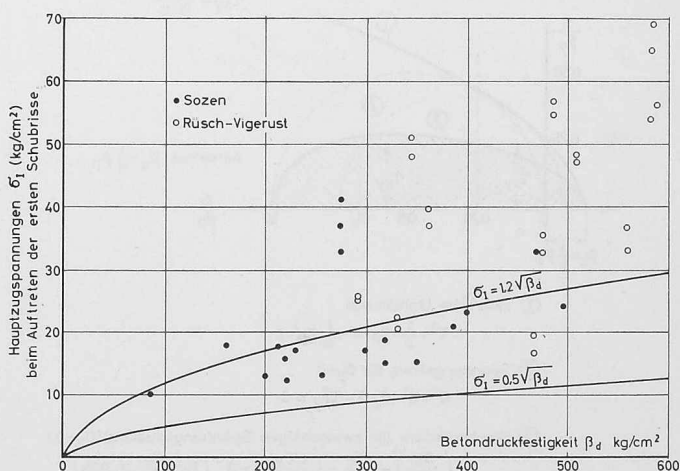


Bild 1. Vergleich der Ergebnisse von Schubversuchen an vorgespannten I-Trägern mit den Bestimmungen der S. I. A.-Normen (● Versuche von Sozen, USA; ○ Versuche von Rüschi/Vigerust, München). Die Gegenüberstellung zeigt, dass bei voller Ausnützung der zul  $\sigma_1 = 1,2 \sqrt{\beta_d}$  mit einer gewissen Schubrisenbildung gerechnet werden muss

<sup>1)</sup> Vortrag, gehalten an der Fachtagung der FGBH und des SYMT über Probleme des Spannbetons und die Versuche an der Brücke Opfikon, Zürich, 27./28. Okt. 1961.

## 2.2 Die Schubdruckfestigkeit

Wir betrachten zunächst die Druckzone (Bild 2) und fragen, wann die dort angreifenden Kräfte  $D$  und  $Q$  zur Zerstörung des Betons führen. Dies wird hier mit Hilfe des Mohr'schen Bruchkriteriums beurteilt, das besagt, dass alle Spannungskreise, die zur Zerstörung des Betons führen, eine gemeinsame Umhüllende haben. Für Beton kann man aufgrund von Versuchen z. B. nach Roß [3] annehmen, dass diese Umhüllende eine Parabel sei, und dass die Betonzugfestigkeit etwa  $1/10$  der Würfel- oder  $1/8$  der Prismendruckfestigkeit betrage. Damit gilt für die Umhüllende

$$(1) \quad \tau^2 + \frac{1}{2} \beta_p \sigma - \frac{1}{16} \beta_p^2 = 0$$

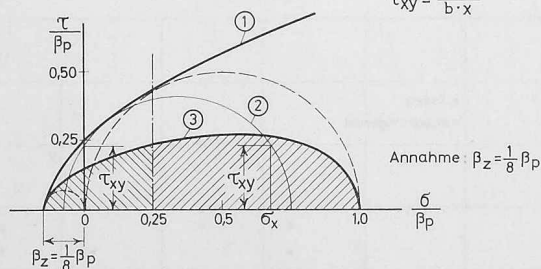
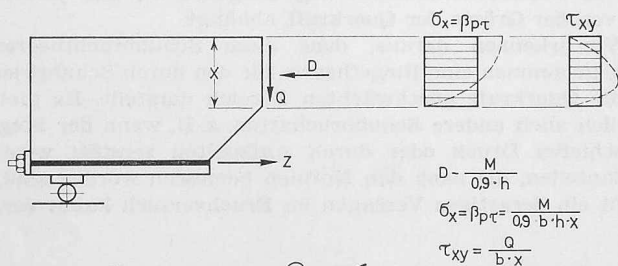
Ein durch die Komponenten  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\tau_{xy}$  gegebener, zweiaxiger Spannungszustand führt nach Mohr zum Bruch, wenn der entsprechende Spannungskreis

$$(2) \quad \sigma^2 + \tau^2 - (\sigma_x + \sigma_y) \sigma + \sigma_y \cdot \sigma_x - \tau_{xy}^2 = 0$$

die Umhüllende berührt, d. h. wenn die Diskriminante des nach  $\sigma$  aufgelösten Gleichungssystems (1) und (2) verschwindet. Wenn wir die in der Lasteintragungszone auftretenden lotrechten Druckspannungen  $\sigma_y$  zunächst vernachlässigen, ergibt sich das Bruchkriterium zu

$$(3) \quad \left( \frac{\sigma_x}{\beta_p} \right)^2 - \frac{\sigma_x}{\beta_p} - \left( \frac{2 \tau_{xy}}{\beta_p} \right)^2 = 0$$

Es fragt sich nun, wie die Spannungen über die Druckzone verteilt sind und ob diese zerstört wird, wenn ein Punkt oder ein ganzer Bereich das Bruchkriterium erfüllt. Eine mögliche Verteilung ist in Bild 2 gestrichelt eingetragen. Massonet [4] hat jedoch statistisch nachgewiesen, dass die Übereinstimmung zwischen rechnerischen und gemessenen Bruchmomenten ziemlich unabhängig von der angenommenen Spannungsverteilung ist. Wir wählen daher die einfachste Möglichkeit, d. h. konstante  $\sigma_x$  und  $\tau_{xy}$  über die ganze Druckzone, womit auch der zweite Teil der Frage beantwortet ist. Im weiteren nehmen wir für diese Betrachtung vereinfachenderweise an, dass der Hebelarm der inneren Kräfte  $0,9 h$  betrage und finden



- ① Mohr'sche Umhüllende  
 $\tau^2 - \frac{1}{2} \cdot \beta_p \cdot \sigma - \frac{1}{16} \beta_p^2 = 0$
- ② Spannungskreis für  $\sigma_y = 0$   
 $\sigma^2 + \tau^2 - \sigma_x \cdot \sigma - \tau_{xy}^2 = 0$
- ③ Bruchkriterium für zweiachsigen Spannungszustand ( $\sigma_y = 0$ )  
 $\left( \frac{\sigma_x}{\beta_p} \right)^2 - \frac{\sigma_x}{\beta_p} - \left( \frac{2 \tau_{xy}}{\beta_p} \right)^2 = 0 \quad (\text{für } \frac{\sigma_x}{\beta_p} \geq 0,25)$

$$\text{Schubdruckfestigkeit} \quad \beta_p \tau = \frac{\beta_p}{1 + 3,2 \left( \frac{Q \cdot h}{M} \right)^2}$$

Bild 2. Herleitung der Festigkeit der Betondruckzone im gerissenen Schubbereich (Schubdruckfestigkeit)

$$(4) \quad \beta_{p\tau} = \sigma_{x\text{Bruch}} = \frac{M}{0,9 h b x}$$

$$(5) \quad \tau_{xy} = \frac{Q}{b x}$$

und damit aus (3) die Schubdruckfestigkeit

$$(6) \quad \beta_{p\tau} = \frac{1}{1 + 3,2 \left( \frac{Q h}{M} \right)^2} \beta_p = \psi \beta_p$$

Diese Beziehung ist in Bild 3 aufgetragen. Es geht daraus hervor, dass die Tragfähigkeit der Druckzone um so geringer ausfällt, je grösser die dort wirksame Querkraft ist. Wir haben damit den Einfluss des in jüngerer Zeit viel behandelten  $M/Q \cdot h$ -Verhältnisses, das wir als *Momenten-Schub-Verhältnis* bezeichnen, auf theoretischem Wege erfasst. Die gestrichelte Linie ergibt sich, wenn man die lotrechten Lasteintragungsspannungen  $\sigma_y$  berücksichtigt.

Wenn im Bruchquerschnitt eine Schubbewehrung vorhanden ist oder das Spannglied geneigt ist, dürfen wir die entsprechenden Querkraftanteile von  $Q$  subtrahieren bzw. unter Beachtung der Vorzeichenregeln addieren und im Bruchzustand bei einer geforderten Sicherheit von 1,8 mit

$$(7) \quad \left( \frac{M}{Q h} \right)_u = \frac{1,8 M_{g+p}}{(1,8 Q_{g+p} + Q_v + Q_{Bue}) h}$$

rechnen, worin

$Q_{Bue}$  = Bügelkraft im geneigten Bruchquerschnitt bei Spannbeton, i. A. klein, kann daher vernachlässigt werden.

$Q_v$  = Vertikalkomponente der Spannkraft bei geneigten Spanngliedern.

## 2.3 Verformungsbedingung

Die Hauptschwierigkeit bei der Lösung des Schubbruchproblems bestand von jeher darin, dass die Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte im Bereich der Schubrisse nicht gilt, und die Lage der Nulllinie daher nicht berechnet werden konnte. Wir stellen daher folgende Verformungshypothese auf (Bild 4):

$$(8) \quad \frac{\Delta s_o}{\Delta s_u} = \frac{x}{h-x} \sin \alpha = \frac{k_x}{1-k_x} \sin \alpha$$

$$k_x = \frac{x}{h}$$

Diese Beziehung besagt, dass die Verformungen  $\Delta s$  in der Umgebung des geneigten Hauptschubbrisses proportional zum Nulllinienabstand sind. Im Unterschied zur reinen Biegung betrachten wir hier endliche Verformungen  $\Delta s$  und nicht Dehnungen  $\varepsilon$ , weil die  $\varepsilon$  im Schubbruchquerschnitt singulär und damit für die Gesamtverformung nicht allein massgebend sind. Die Annahme des Ebenbleibens der Quer-

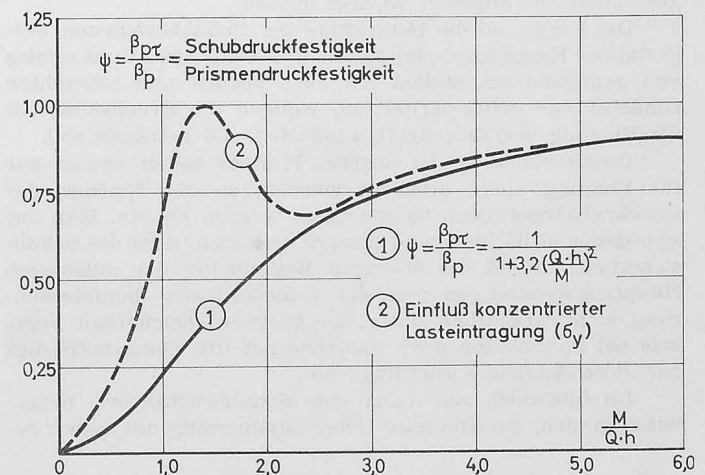


Bild 3. Abhängigkeit der Schubdruckfestigkeit  $\beta_{p\tau}$  vom Momenten-Schub-Verhältnis  $M/Q \cdot h$



schnitte bei Biegung setzt demgegenüber voraus, dass Bruch- und Nachbarquerschnitte etwa gleich beansprucht sind. Dies ist jedoch auch für Biegebrüche nur bei «vollkommenem» Verbund und auch dann nur näherungsweise der Fall.

Für die Verkürzung  $\Delta s_0$  der oberen Betonrandfaser über die Länge  $h$  setzen wir

$$(9) \quad \Delta s_0 = \max \varepsilon_b \cdot h \cdot \frac{\sqrt{k_x}}{2,5}$$

Diese Beziehung wurde aufgrund der angenommenen gleichförmigen Spannungsverteilung  $\sigma(\xi)$  im Keilstumpf (Bild 4) mit einem parabolischen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm für Beton bestimmt.

Die Verformung  $\Delta s_u$  der Zugzone wird angenommen zu:

$$(10) \quad \Delta s_u = k_b \frac{h-x}{\sin \alpha} \varepsilon_{zp}$$

d. h. die Verformung ist um so grösser, je grösser der Verbundkoeffizient  $k_b$ , je grösser die gestörte Zone (ausgedrückt durch die Länge des Schrägrisses  $h-x/\sin \alpha$ ) und je grösser die Stahldehnung  $\varepsilon_{zp}$  ist. Für Eisenbeton ist  $\varepsilon_{zp} = \varepsilon_e$  also gleich der effektiven Stahldehnung, während für Spannbeton nur die Zunahme gegenüber der Vorspann- oder genauer der Spannbettdehnung  $\varepsilon_{zv}^{(0)}$  einen Beitrag an die Schubrotation  $\rho$  liefert.

Mit  $k_b$  berücksichtigen wir den bei Schubbrüchen wichtigen Einfluss des Verbundes. Der Verbundkoeffizient  $k_b$  ist der empirische Parameter der vorliegenden Theorie. Zur Bestimmung dieser  $k_b$ -Werte wurden einige hundert Balkenversuchsergebnisse ausgewertet und dabei wurde die Beziehung gefunden:

$$(11) \quad k_b = \left(1 + 0,2 \mu^{(0/0)} \frac{b}{b_0}\right) \left(1 + \frac{30}{\beta_p (kg/cm^2)}\right) \kappa \sqrt{\frac{\phi}{\phi_0}}$$

wobei:

$$\mu = \text{Bewehrungsgrad} = \frac{100 F_e}{bh} \quad (0/0)$$

$b$  = Flanschbreite

$b_0$  = Stegbreite

$x$  = Rauigkeitsbeiwert

Glatte Stäbe  $\kappa = 1,5$

Schwach profilierte Stäbe  $\kappa = 1,25$

Gut profilierte Stäbe, auch Litzen  $\kappa = 1 \div 0,75$

$\phi_0$  = Bezugsdurchmesser = 25 mm

$\phi$  = tatsächlicher Stab- oder Drahtdurchmesser

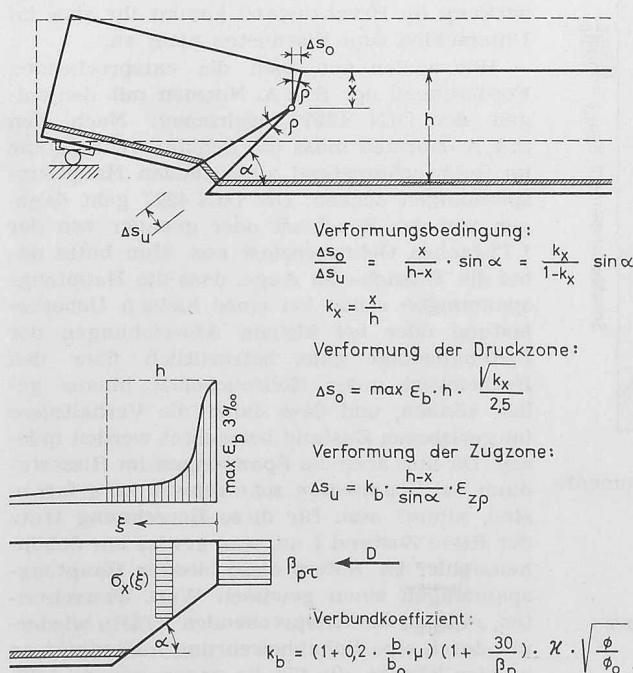


Bild 4. Ideализierte Verformungshypothese für Schubbrüche

Bei konzentrierten Spanngliedern in Hüllrohren ist ein ideeller  $\phi = 4\sqrt{n \cdot \phi}$  einzusetzen ( $n$  = Anzahl der Drähte pro Spannglied). Im weiteren müssen die  $k_b$ -Werte auf das 1,5-fache erhöht werden, wenn die Hauptbewehrung nicht von Bügeln umschlossen ist.

#### 2.4 Gleichgewichtsbedingungen

In Bild 5 sind die inneren Kräfte und Spannungen kurz vor dem Bruch dargestellt. Daraus ergeben sich die Gleichgewichtsbedingungen

$$(12) \quad Z_z = \mu b h (\varepsilon_{zv}^{(0)} + \varepsilon_z \rho) E_z$$

$E_z$  = Sekantenmodul

$$(13) \quad D_H = \beta_{pT} b h k_x$$

$$(14) \quad Z_{Bue} = Q_{Bue} = \mu_{Bue} b_0 h (1 - k_x) \beta_s$$

$\beta_s$  = Streckgrenze der Bügel

$$(15) \quad Q = D_v + Z_{Bue} \quad (\text{eventuell} + Q_v \text{ bei geneigtem Spannglied})$$

$$Z_s = D_H$$

#### 2.5 Das Schubbruchmoment

Die Lage der Nulllinie kann nun wie für Biegung aus Gleichgewichts- und Verformungsbedingungen ermittelt werden. Sie ergibt sich aus (8), (9), (10), (12) und (13) zu

$$(17) \quad \frac{3/2}{k_x} = \frac{\max \varepsilon_b \mu E_z}{2,5 k_b \beta_{pT}} \left[1 + \frac{2,5 k_b \varepsilon_{zv}^{(0)}}{\max \varepsilon_b} \sqrt{k_x}\right]$$

Damit kann auch das Schubbruchmoment  $M_{su}$  berechnet werden:

$$(18) \quad M_{su} = \beta_{pT} b h^2 k_x \left(1 - \frac{k_x}{2}\right) + \frac{\mu_{Bue}}{2} b_0 h^2 (1 - k_x)^2 \beta_s$$

Zur einfacheren Aufstellung von Tafeln beziehen wir das Schubbruchmoment auf  $b h^2 \beta_p$  und finden

$$(19) \quad m_{su} = \frac{M_{su}}{b h^2 \beta_p} = \underbrace{\psi k_x \left(1 - \frac{k_x}{2}\right)}_{m_{su,0}} + \underbrace{\frac{\mu_{Bue}}{2} \frac{\beta_s}{\beta_p} (1 - k_x)^2 \frac{b_0}{b}}_{m_{su,Bue}}$$

Schubbruchmoment des Balkens ohne Bügel      Anteil der Bügel

Der Hauptanteil  $m_{su,0}$  ohne Berücksichtigung der Bügel kann nun direkt aus Bild 6 abgelesen werden. Wir gehen vom gegebenen Bewehrungsgrad  $\mu$  1 aus und projizieren horizontal bis zu der nach Gleichung (6) bestimmten Schubdruckfestigkeit 2. Von hier aus projizieren wir weiter nach 3 (Verbundkoeffizient  $k_b$  nach Gleichung (11)) und finden über die Vorspannung  $\sigma_{zv}^{(0)}$  4 (mit  $k_b$  multipliziert) bei 5 den bezogenen Nulllinienabstand  $k_x$ . Nach Aufsuchen des Punktes 6 kann bei 7 schliesslich das bezogene Schubbruchmoment abgelesen werden.

Der Anteil der Bügel wird aus dem rechten Glied der Gleichung (19) direkt berechnet. Das Verfahren gilt auch für Eisenbeton, indem  $\sigma_{zv}^{(0)} = 0$  gesetzt wird.

Am Otto-Graf-Institut in Stuttgart wurden in den Jahren 1960/61 im Auftrag und unter Leitung von Prof. Leonhardt umfangreiche Versuche zur Ueberprüfung dieser Schubbruchtheorie durchgeführt. In Bild 7 sind einige der

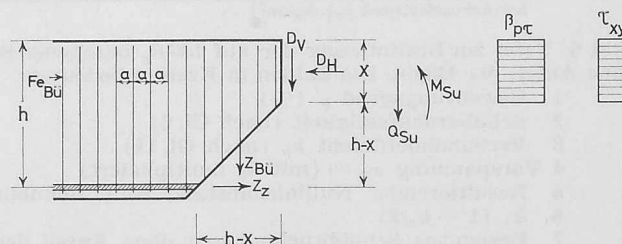


Bild 5. Schnittkräfte beim Schubbruch



geprüften Balken gezeigt. Die Ergebnisse dieser wie auch der vielen in den USA durchgeführten Versuche haben eine gute Uebereinstimmung mit dieser Theorie gezeigt.

### 3. Die Schub sicherheit

Mit der vorliegenden Theorie ist es nun möglich, die Schub sicherheit abzuschätzen, indem das Schubbruchmoment  $M_{su}$  mit dem Gebrauchslastmoment  $M_{g+p}$  verglichen wird:

$$s = \frac{M_{su}}{M_{g+p}}$$

Aus der Nachrechnung verschiedener praktischer Beispiele und auf Grund theoretischer Ueberlegungen können folgende Schlüsse gezogen werden:

1. Die Schub sicherheit von Spannbetontragwerken, die nach den S. I. A.-Normen bemessen wurden, liegt im allgemeinen über 1,8. Kleinere Werte können jedoch auftreten, wenn in einem Querschnitt Moment und Querkraft gleichzeitig sehr gross sind (also unter grossen Einzellasten oder über der Stütze von Durchlaufträgern sowie in Rahmen-ecken) oder wenn keine Schubbewehrung angeordnet worden ist.

2. Schon eine verhältnismässig schwache Bügelbewehrung verbessert den Verbund der Längsbewehrung (Spannglied) beträchtlich und erhöht damit die Schub sicherheit. Der direkte Beitrag der Bügelkräfte an das Schubbruchmoment ist demgegenüber eher gering.

3. Sofern die Schub sicherheit in kritischen Querschnitten wesentlich kleiner als 1,8 ist, kann daher mit einer massiven Verstärkung der Schubbewehrung verhältnismässig wenig gewonnen werden, zumal in diesem Fall die Versuchung besteht, grosse Durchmesser anzuordnen, die sich auf das Risseverhalten bekanntlich ungünstig auswirken. Man wird daher die Querschnitte selbst, vor allem Steg und Druckplatte verstärken müssen.

4. Eine Erhöhung der Schub sicherheit, wie sie wegen der angeblichen Gefahr schlagartiger Brüche hie und da gefordert wird, erscheint nicht gerechtfertigt, da solche Brüche schon durch eine minimale Schubbewehrung (vorzugsweise Bügel) verhindert werden können.

### 4. Die Bemessung der Schubbewehrung

Die Frage nach einer sinnvollen Bemessung der Schubbewehrung hat die Forscher seit Beginn dieses Jahrhunderts beschäftigt, und es bestehen darüber auch heute noch weitgehende Meinungsverschiedenheiten. So weichen denn auch die Normen verschiedener Länder beträchtlich voneinander ab und zwar sowohl für Eisen- als auch für Spannbeton.

Man könnte die Schubbewehrung z. B. nach der hier behandelten Schubbruchtheorie bemessen, indem so viel Bügel oder Schrägstäbe angeordnet würden, bis die geforderte Schub sicherheit erreicht wird. Dieser Weg ist aber für den Spannbeton etwas fragwürdig, da — wie bereits erwähnt — die Bügelkräfte gegenüber den Spanngliedkräften so gering sind, dass kleine Abweichungen in den Berechnungsannahmen zu sehr grossen Unterschieden im erforderlichen Schubbewehrungsgrad führen würden. Zudem wäre theoretisch meistens keine Schubbewehrung notwendig. Es muss aber deutlich hervorgehoben werden, dass dies nicht in der Berechnungsmethode, sondern in den Gegebenheiten des Spannbetons begründet liegt. Die Schubbewehrung hat bei Spannbeton vor allem die Aufgabe, allfällige auftretende Risse klein zu halten; eine nennenswerte Tragwirkung im Bruchzustand kommt ihr aber im Unterschied zum Eisenbeton nicht zu.

Wir wollen nun noch die entsprechenden Forderungen der S. I. A.-Normen mit denjenigen der DIN 4227 vergleichen. Nach den S. I. A.-Normen muss die Schubbewehrung die im Gebrauchszustand auftretenden Hauptzugspannungen decken. Die DIN 4227 geht dagegen von der Bruchlast oder genauer von der 1,75-fachen Gebrauchslast aus. Man hatte dabei die Tatsache im Auge, dass die Hauptzugspannungen schon bei einer kleinen Ueberbelastung oder bei kleinen Abweichungen der Spanngliedlage ganz beträchtlich über den Rechenwert unter Gebrauchslast hinaus gehen können, und dass daher die Verhältnisse im gerissenen Zustand betrachtet werden müssen. Da nun aber die Spannungen im Rissestadium bei Spannbeton sehr schwer zu erfassen sind, nimmt man für diese Berechnung trotz der Risse Zustand I an, was gewiss ein Schönheitsfehler ist. Sofern diese ideellen Hauptzugspannungen einen gewissen Wert überschreiten, müssen die entsprechenden Kräfte wiederum durch eine Schubbewehrung aufgenommen werden können, die für die angenommene 1,75-fache Belastung bis zur Steckgrenze beansprucht werden darf.

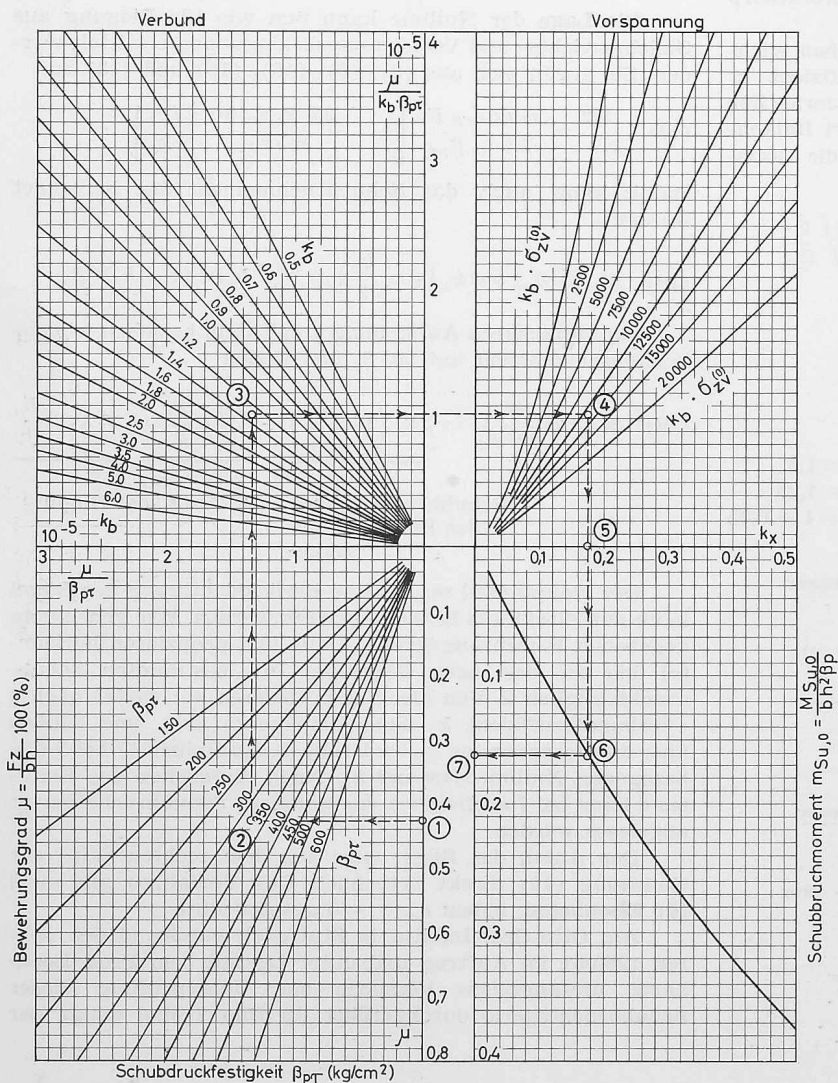


Bild 6. Tafel zur Bestimmung der auf  $bh^2\beta_p$  bezogenen Schubbruchmomente ohne Anteil der Bügel. Die Zahlen in Kreisen bedeuten:

- 1 Bewehrungsgrad  $\mu$  (%)
- 2 Schubdruckfestigkeit (nach Gl. 6)
- 3 Verbundkoeffizient  $k_b$  (nach Gl. 11)
- 4 Vorspannung  $\sigma_{zv}$  (°) (mit  $k_b$  multipliziert)
- 5 Resultierender Nulllinienabstand beim Schubbruch ( $k_x = x/h$ )
- 6  $k_x$  ( $1 - k_x/2$ )
- 7 Bezogenes Schubbruchmoment ohne Anteil der Bügel

$$m_{su,0} = \frac{M_{su,0}}{bh^2\beta_p}$$

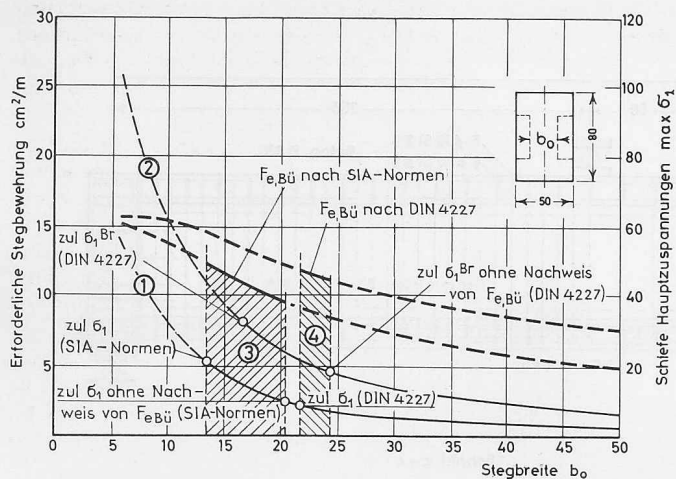


Bild 8. Erforderliche Stegbewehrung nach S. I. A.-Normen und DIN 4227 für verschiedene Stegbreiten im Auflagerbereich (kein Moment wirksam). Annahme:  $Q = 30,0 \text{ t}$ ,  $\beta_d = 300 \text{ kg/cm}^2$ . Zentrische Vorspannung ( $\sigma_v^\infty = \sigma_v^\infty = -60 \text{ kg/cm}^2$ ). Zahlen in Kreis bedeuten:

- 1 Max. Hauptzugspannungen unter Gebrauchslast
- 2 Max. Hauptzugspannungen unter 1,75-facher Gebrauchslast (trotz Rissen homogener Querschnitt angenommen!)
- 3 Erforderliche Stegbewehrung in  $\text{cm}^2/\text{m}$  nach S. I. A.-Normen
- 4 Erforderliche Stegbewehrung in  $\text{cm}^2/\text{m}$  nach DIN 4227

In Bild 8 ist die nach den beiden Normen erforderliche Schubbewehrung für ein praktisches Beispiel ausgewertet. Dabei wurde von einem 80 cm hohen und 50 cm breiten Rechteckbalken mit einer Betonfestigkeit  $\beta_d = 300 \text{ kg/cm}^2$  ausgegangen, der über dem Auflager zentrisch vorgespannt sei, und zwar so, dass sich für  $\sigma_v^\infty = 60 \text{ kg/cm}^2$  ergibt. Die Querkraft betrage 30 t. Wir verkleinern nun die Stegbreite  $b_0$  und berechnen die zugehörigen Hauptzugspannungen  $\sigma_1$  für Gebrauchslast und Bruchlast. Ueber diesen Kurven ist die erforderliche Menge an Schubbewehrung in  $\text{cm}^2/\text{m}$  aufgetragen. Nach DIN 4227 ist unter Bruchlast bis  $\sigma_{1 \text{ Bruch}} = 16,0 \text{ kg/cm}^2$ , also bis zu einer Stegbreite von 23 cm, kein Nachweis der Schubsicherung erforderlich. Sobald der Steg ein wenig verkleinert wird, muss sofort sehr viel Schubbewehrung angeordnet werden. Kleinere Stege als 21,5 cm sind

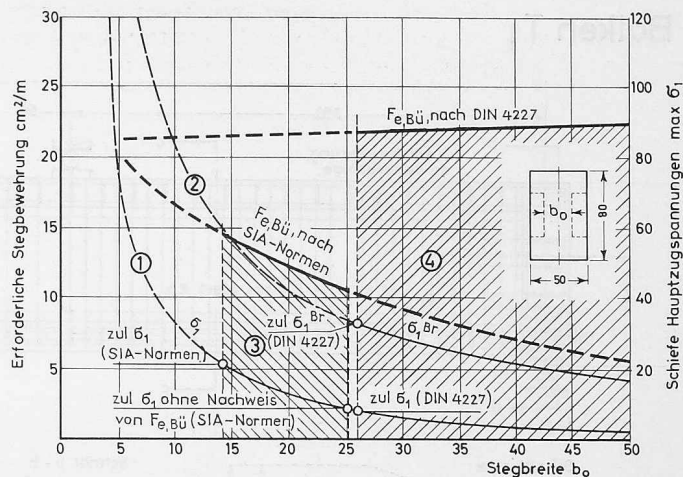


Bild 9. Erforderliche Stegbewehrung nach S. I. A.-Normen und DIN 4227 für verschiedene Stegbreiten bei gleichzeitiger Wirkung von  $M$ ,  $Q$  und  $V$

Annahme:  $M_{g+p} = 100 \text{ mt}$ ,  $Q_{g+p} = 30 \text{ t}$ ,  $\beta_d = 300 \text{ kg/cm}^2$ . Volle Vorspannung ( $\sigma_{g+p+v}^\infty = -120 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_{g+p+v}^\infty = 0$ ). Zahlen in Kreis bedeuten:

- 1 Max. Hauptzugspannungen unter Gebrauchslast
- 2 Max. Hauptzugspannungen unter 1,75-facher Gebrauchslast
- 3 Erforderliche Stegbewehrung in  $\text{cm}^2/\text{m}$  nach S. I. A.-Normen
- 4 Erforderliche Stegbewehrung in  $\text{cm}^2/\text{m}$  nach DIN 4227

andererseits wegen der Beschränkung der  $\sigma_1$  unter Gebrauchslast auf  $8 \text{ kg/cm}^2$  nicht zulässig. Nach den S. I. A.-Normen muss eine Stegbewehrung erst von  $b_0 < 20 \text{ cm}$  angeordnet werden, wobei der Steg aber bis 13 cm verdünnt werden darf.

Noch extremer liegen die Verhältnisse über der Stütze eines Durchlaufträgers oder unter einer grossen Einzellast (Bild 9). Wir gehen wieder vom gleichen Träger aus und verdünnen den Steg sukzessive, wobei die Vorspannung so gewählt wird, dass die Betonspannung am Zugrand unter Gebrauchslast ( $M_{g+p} = 100 \text{ mt}$ ;  $Q_{g+p} = 30 \text{ t}$ ) gleich 0 und am Druckrand gleich der zulässigen Spannung von  $120 \text{ kg/cm}^2$  ist. Die S. I. A.-Normen verlangen hier eine Schubbewehrung von 15 bis 11  $\text{cm}^2/\text{m}$  bei einer Stegbreite von 14 bis 25 cm. Bei dickeren Stegen ist keine Schubbewehrung notwendig,

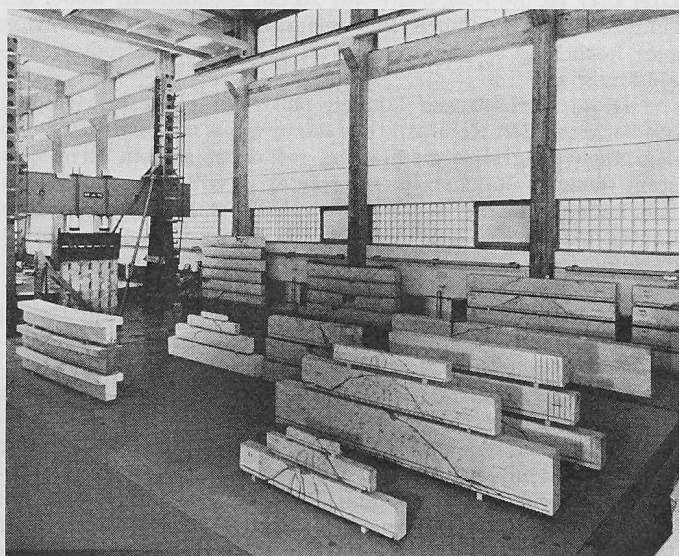


Bild 7. Einige Balken der Schubversuche am Otto-Graf-Institut, Stuttgart

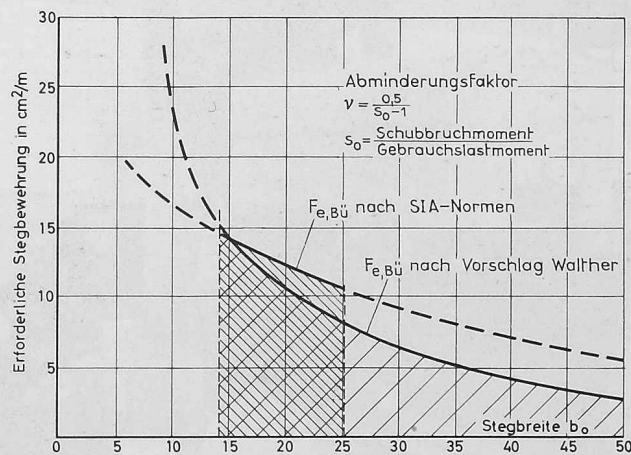


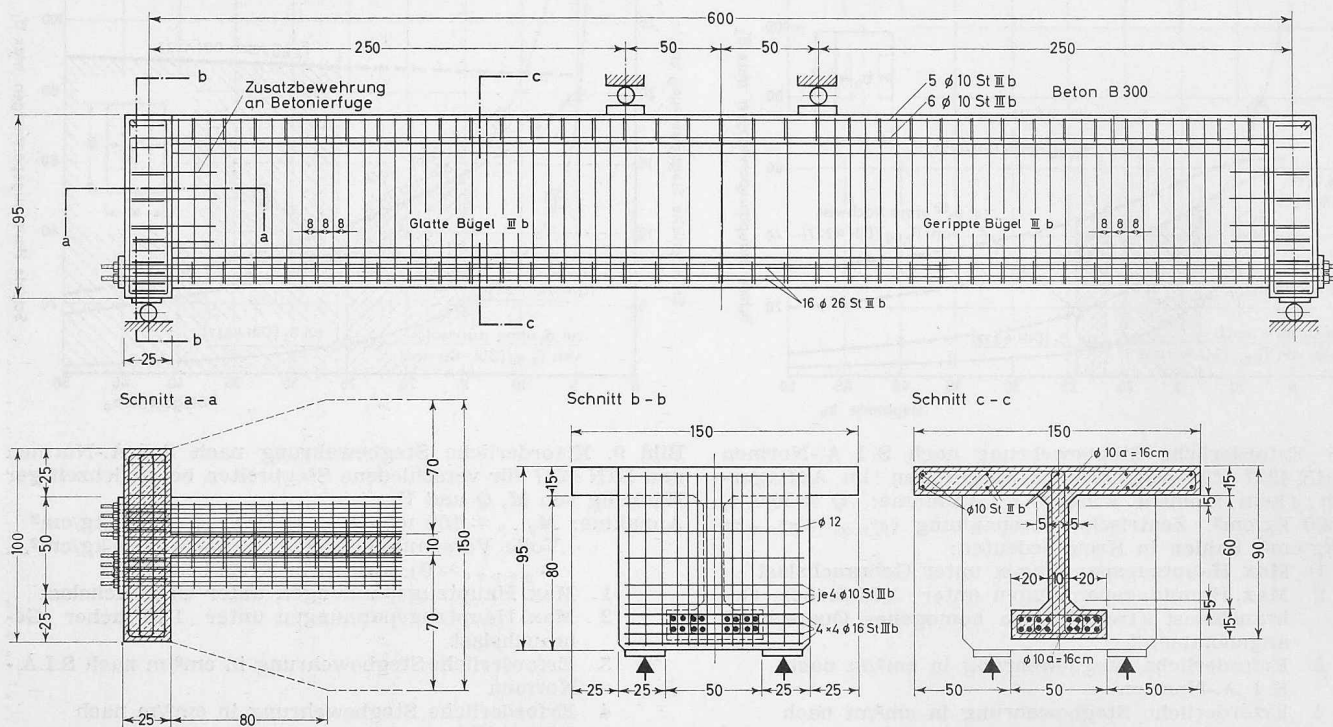
Bild 10. Erforderliche Stegbewehrung nach S. I. A.-Normen und nach Vorschlag R. Walther. Annahmen für Schubbruchmoment:

$$\beta_d = 300 \text{ kg/cm}^2, \frac{M}{Q \cdot h} = 4,5 \rightarrow \psi = 0,86$$

$$\sigma_{zv}^\infty = 8000 \text{ kg/cm}^2, \kappa = 1,25, \sqrt{\frac{\phi}{\phi_0}} = 0,70$$



## Balken T<sub>1</sub>



## Balken T<sub>2</sub>

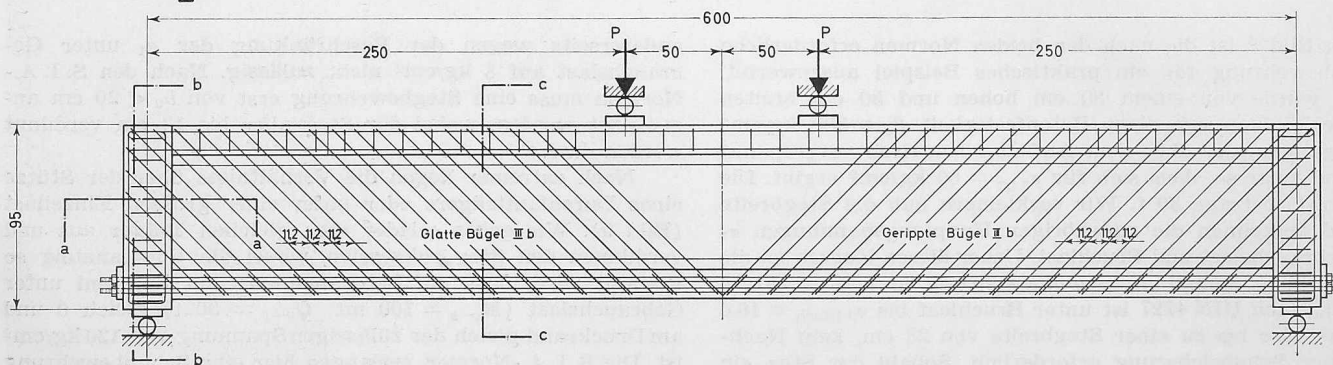


Bild 11. Bewehrungsplan der Plattenbalken zur Ermittlung der oberen Schubspannungsgrenze. Masstab 1:40. Bügel  $\phi 12$  mm

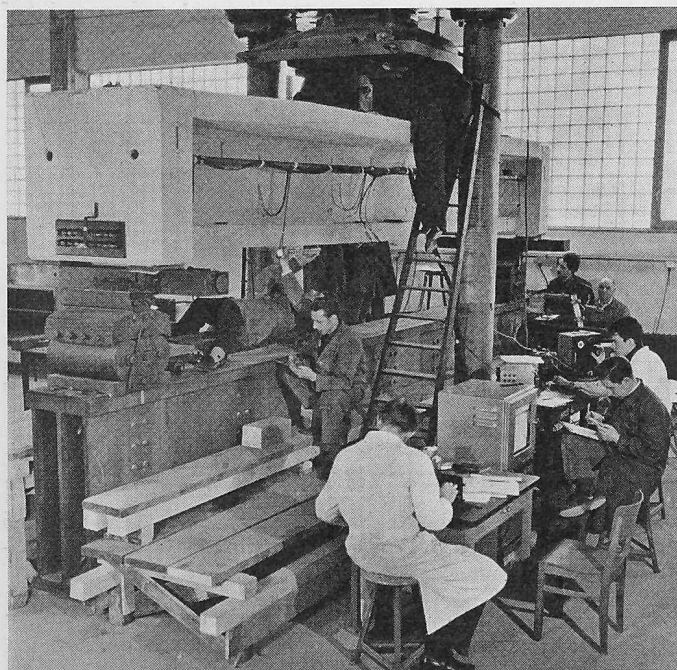


Bild 12. Durchführung der Schubversuche an Plattenbalken

während dünnere nicht ausgeführt werden dürfen. Nach den DIN 4227 ist die Stegbreite mit 26 cm beschränkt, wobei der erforderliche Schubbewehrungsquerschnitt mit 22 cm<sup>2</sup>/m sehr hoch liegt<sup>2)</sup> und zudem von der Stegbreite nahezu unabhängig ist.

Diese Verhältnisse können natürlich nicht befriedigen. Sie verleiten den Konstrukteur dazu, wenn möglich unterhalb der Nachweisgrenze zu bleiben, wo es in seinem Ermessen steht, wieviel Stahl er im Steg zulegen will. Selbstverständlich haben sich die meisten Ingenieure dabei von gesunden konstruktiven Überlegungen leiten lassen, jedoch erscheint es wünschenswert, allgemein gültige Bemessungsregeln aufzustellen. Dies soll im folgenden versucht werden.

Es stellt sich dabei die Hauptfrage, ob dies auf Grund der Hauptzugspannungen im Gebrauchszustand (S. I. A.-Normen) oder mit den ideellen Spannungen unter rechnungsmässiger Bruchlast (DIN 4227) geschehen soll. Der erste Weg ist als Massnahme der Rissesicherung, der zweite jedoch als solche der Bruchsicherheit gedacht. Dies erklärt die scheinbar so unvernünftigen Unterschiede zwischen den beiden Vorschriften. Da wir nun aber im Abschnitt 3 gesehen haben, dass die Schubbruchsicherheit durch eine massive Verstärkung der Stegbewehrung nur verhältnismässig wenig erhöht werden kann, erscheinen die strengen Forderungen

<sup>2)</sup> Bei zweischnittigen Bügeln von  $\phi 12$  mm würde dies einen Bügelabstand von nur 10 cm ergeben.



nach DIN 4227 wenig sinnvoll, zumal dies, nebenbei bemerkt, einen ganz erheblichen Rechenaufwand erfordert. Demgegenüber erscheinen die Bestimmungen der S. I. A.-Normen zweckmässiger, wobei allerdings das sprunghafte Ansteigen der erforderlichen Schubbewehrung beim Ueberschreiten der unteren Hauptzugspannungsgrenze vermieden werden sollte. Dies könnte am einfachsten dadurch geschehen, dass auch die Hauptzugspannungen im unteren Bereich gedeckt werden müssten.

Wir dürfen dabei aber wirtschaftliche und sicherheitsmässige Gesichtspunkte nicht ausser acht lassen. Wir schlagen daher vor, einen Abminderungsfaktor für die Stegbewehrung zuzulassen, der etwa folgende Form hätte:  $\nu = \frac{0,5}{s_0 - 1}$  (siehe Bild 10). Die Grösse  $s_0$  bedeutet den nach der dargelegten Schubbruchtheorie berechneten Sicherheitsgrad ohne Berücksichtigung des Anteils der Bügel. Mit dieser Regelung würde folgendes erreicht:

1. Nachweis einer genügenden Schubbruchsicherheit (bei kleinen  $s_0$ -Werten ergäben sich so hohe Schubbewehrungsgrade, dass eine Verstärkung des Querschnittes selbst wirtschaftlicher würde).

2. Bei ausreichender Schubsicherheit  $s_0$  könnte auch die Schubbewehrung beträchtlich vermindert werden.

3. Es würde dem Umstand Rechnung getragen, dass über den Zwischenstützen von Durchlaufträgern, wo  $M$  und  $Q$  gleichzeitig gross sind, mehr Stegbewehrung angeordnet werden müsste, als z. B. über einem Endauflager. Dies ist sowohl aus Gründen der Risse- wie auch der Bruchsicherheit gerechtfertigt, obwohl dies in den S. I. A.-Normen nicht zum Ausdruck kommt.

## 5. Konstruktive Gesichtspunkte

Es wurde bereits erwähnt, dass die Schubbewehrung bei Spannbeton eher eine konstruktive als eine tragende Funktion hat, d. h. sie soll die breiten, eventuell entstehenden Risse einschränken und schlagartige Brüche vermeiden. Es fragt sich nun, wie die Bewehrung angeordnet werden soll, um diesen Anforderungen am zweckmässigsten zu entsprechen. Da hierüber für Spannbeton keine Versuche vorliegen, möchten wir auf einige Versuche an Eisenbetonbalken hinweisen, die am Otto-Graf-Institut durchgeführt worden sind und sehr interessante, auch für Spannbeton gültige Ergebnisse gezeigt haben [5].

In Bild 11 ist der Bewehrungsplan von zwei grossen Plattenbalken dargestellt, die sich lediglich in der Führung der Schubbewehrung unterschieden: beim Balken  $T_1$  waren vertikale, beim Balken  $T_2$  schräge Bügel jedoch bei konstantem Schubbewehrungsgrad angeordnet. Die Bügel  $\varnothing 12$  mm der rechten Balkenhälfte bestanden aus Rippentorsteel, jene links aus glattem Rundstahl gleicher Festigkeit. Die Versuche waren so angelegt, dass unter der für Biegung massgebenden Nutzlast Schubspannungen in der Grössenordnung von  $70 \text{ kg/cm}^2$  bei einer Würfeldruckfestigkeit von  $300 \text{ kg/cm}^2$  auftraten, was also dem  $3\frac{1}{2}$ -fachen Wert der zuläs-

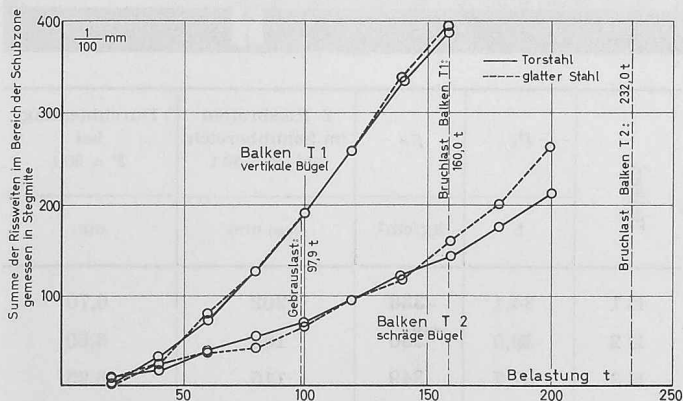


Bild 14. Summe der Rissbreiten im Schubbereich in Stegmitte gemessen. Vertikale Bügel ergaben etwa dreimal grössere Rissbreiten als schräge Bügel

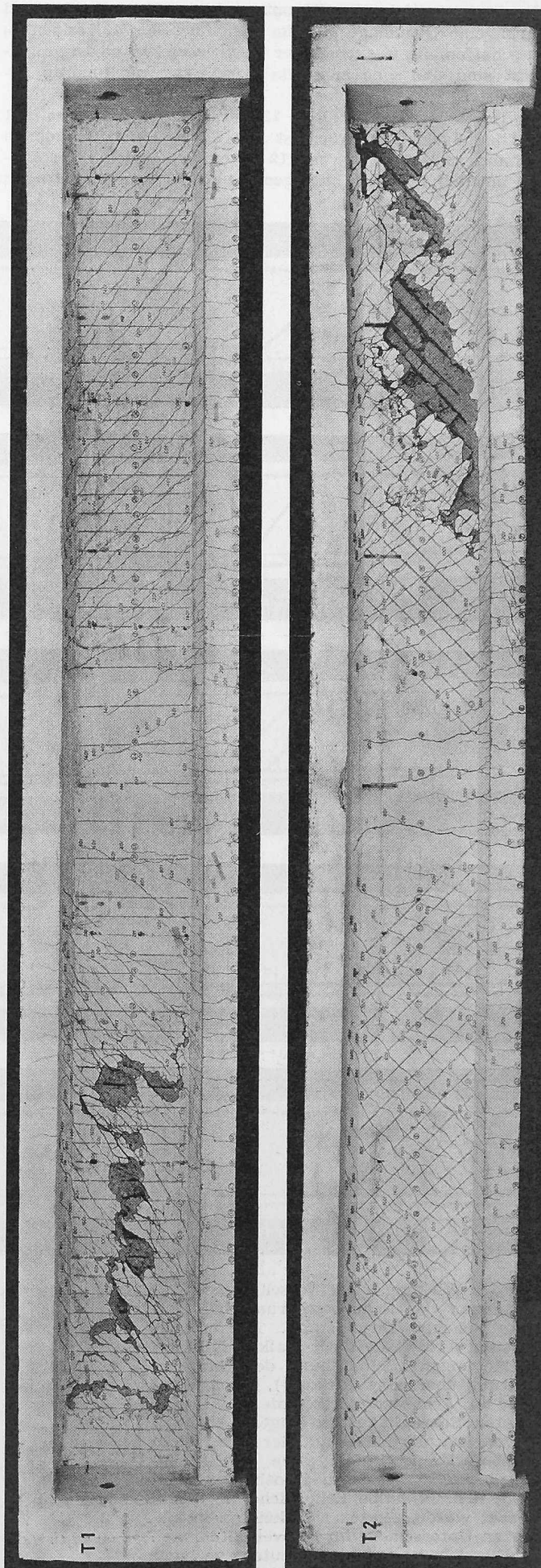


Bild 13. Versuchsbalken nach dem Bruch

sigen  $\tau_0$  entspricht. Der Hauptzweck der Versuche bestand darin, eine Grundlage für die Erhöhung der zulässigen  $\tau_0$  zu schaffen, die ja auch in der Schweiz viel zu niedrig angesetzt sind und eine sinnvolle Bemessung oft unnötig erschweren.

Im Bruchversuch (Bild 12) erreichte der Balken mit Vertikalbügeln eine Bruchlast von  $2P = 160\text{ t}$ , was einem rechnermässigen  $\tau_0$  von  $112\text{ kg/cm}^2$  entspricht. Der Balken mit Schrägbügeln hingegen hat rd. 50 % mehr getragen

( $2P = 232\text{ t}$ ;  $\tau_0 = 160\text{ kg/cm}^2$ ), obwohl die Betonfestigkeit gegenüber  $T_1$  etwas geringer war. Beide Balken wurden erwartungsgemäss auf schiefen Druck im Steg zerstört. Bild 13 zeigt die Balken nach dem Bruch. Noch extremere Unterschiede zeigten sich bei der Rissbildung: wie aus Bild 14 hervorgeht, sind die Summen der Schubrissbreiten bei vertikalen Bügeln rd. dreimal so gross wie bei schrägen Bügeln. Es zeigte sich bei diesen Versuchen auch, dass gerippte Bügel etwas besser wirken als glatte.

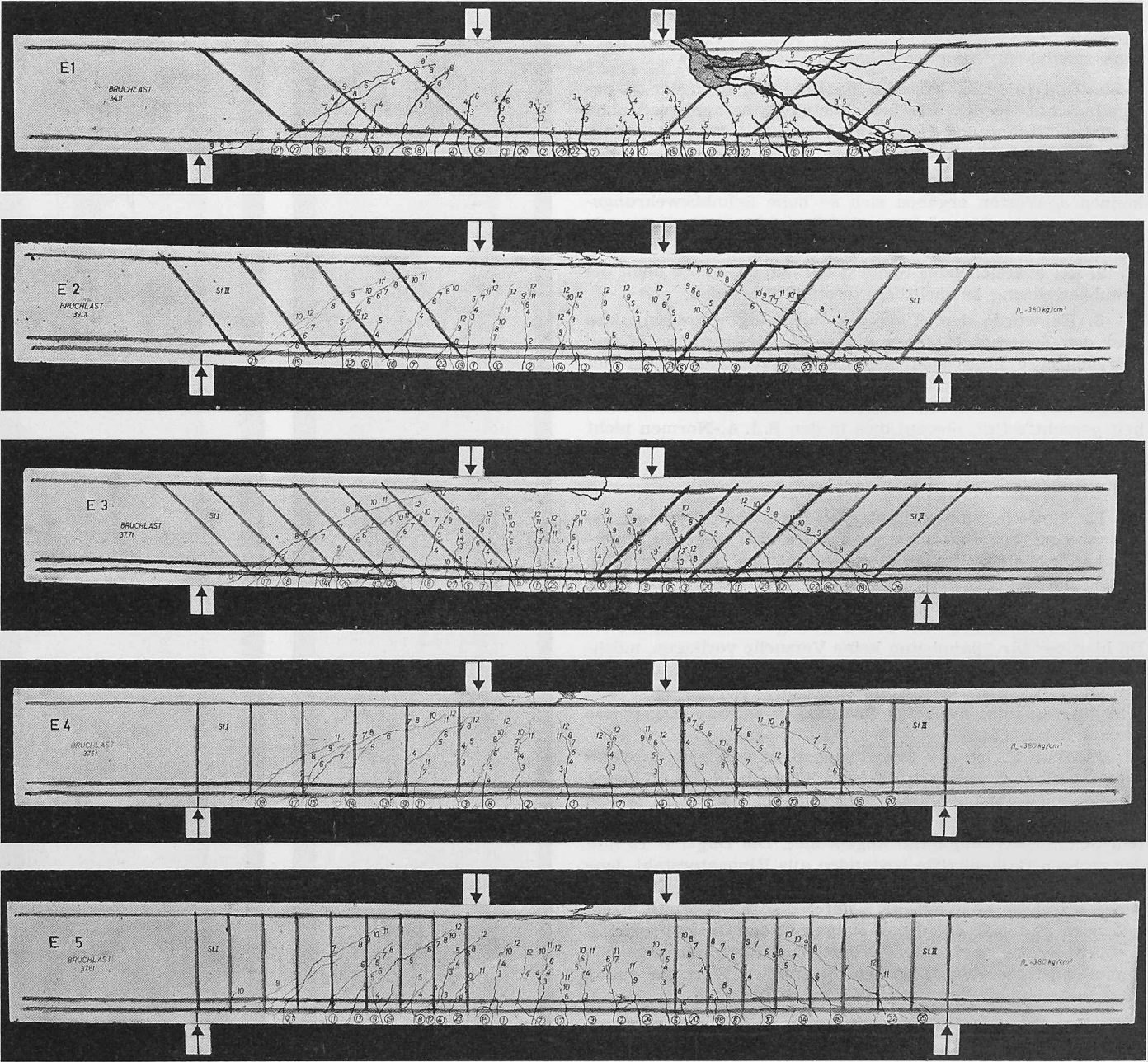
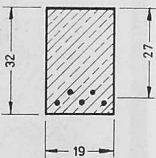


Bild 15. Wirkungsweise verschiedener Anordnungen der Schubbewehrung bei gleichem Schubbewehrungsgrad. Am ungünstigsten verhielt sich der Balken E1 mit Aufbiegungen (Schwächung der Hauptbewehrung über dem Auflager), der als einziger auf Schub zerstört wurde. Am besten wirkten Schrägbügel in engem Abstand. Obwohl für die Bügel auf der einen Seite Rippentorstahl (St III; volle Schubsicherung), auf der anderen jedoch Rundstahl (St I, d. h.  $\infty$  halbe Schubsicherung) verwendet wurde, zeigten sich keine nennenswerten Unterschiede im Rissverhalten, weil die Bügelbeanspruchung bedeutend geringer ausfiel, als nach der klassischen Schubtheorie zu erwarten gewesen wäre.



$2 \phi 20\text{ St III}^b$   
 $3 \phi 16\text{ St III}^b$   
 $\mu = 2,40\text{ ‰}$

Balken	$P_u$	$\beta_{10}$	$\Sigma$ Rissbreiten im Schubbereich bei $P = 30\text{ t}$	Durchbiegung bei $P = 30\text{ t}$
	t	kg/cm <sup>2</sup>	1/100 mm	mm
E 1	34,1	336	202	6,70
E 2	39,0	380	160	6,60
E 3	37,7	349	115	6,25
E 4	37,5	380	165	6,90
E 5	37,8	380	180	6,90



In einer anderen Balkenversuchsreihe (Bild 15) wurden verschiedene Schubbewehrungsarten (Aufbiegungen, schräge und vertikale Bügel mit verschiedenem Abstand, jedoch bei konstantem Schubbewehrungsgrad) miteinander verglichen. Balken E 1 mit Aufbiegungen versagte als einziger auf Schub bei 34,1 t. Da die übrigen Balken auf Biegung zerstört wurden, sagen deren Bruchlasten von ungefähr 38 t wenig über die Wirksamkeit verschiedener Bügelanordnung aus, hingegen lässt sich dies aus den Rissbreiten und den Durchbiegungen ablesen (siehe Tabelle in Bild 15). Wir geben hier nur die hauptsächlichsten Folgerungen aus diesen Versuchen wieder:

1. Die Schubbewehrung wirkt bezüglich der Rissbreiten um so günstiger, je besser sie der Richtung der Hauptzugspannungen angepasst ist.

2. Orthogonale Netze, die von der Richtung der Hauptzugspannungen abweichen, können nicht die gleich gute Wirkung auf die Rissbildung erzielen.

3. Schräge oder vertikale Bügel führen zu kleineren Rissbreiten und grösseren Bruchlasten als aufgebogene Schrägstäbe, weil Bügel einerseits besser verteilt werden können und andererseits die Hauptbewehrung umschliessen, damit gut verankert sind und den Verbund verbessern.

4. Das Risse- und Schubbruchverhalten ist um so besser, je enger die Bügel angeordnet sind.

5. Sofern der Steg auf schiefen Druck nicht gefährdet ist, d.h. wenn die rechnermässigen Schubspannungen unter Gebrauchslast kleiner als etwa  $\beta_d/10$  sind, kann auf die in der Praxis unbeliebte Schrägstellung der Bügel verzichtet werden.

6. Die zulässigen Schubspannungen für Eisenbeton dürfen gegenüber den jetzigen Vorschriften ohne Bedenken auf das 2-fache erhöht werden.

## 6. Zusammenfassung

Beim Spannbeton hat die Schubbewehrung vor allem die Aufgabe, Schubrisse, die trotz der Beschränkung der Hauptzugspannungen unter Umständen auftreten können, möglichst klein zu halten. Dazu eignen sich besonders verhältnismässig dünne Bügel in engem Abstand, die vorteilhaft in

der Richtung der Hauptzugspannungen angeordnet werden. Aufbiegungen mit starken Zulagen aus schlaffem Stahl sind zu vermeiden.

Die Schubbruchsicherheit beim Spannbeton ist meist grösser als 1,8. Wirken jedoch im gleichen Schnitt gleichzeitig grosse Momente und grosse Querkraft, so kann die Schubbruchsicherheit kleiner ausfallen. Es ist daher angezeigt, einen Schubbruchsnachweis z.B. nach der hier aufgestellten Theorie zu führen.

Die Schubbewehrung wird am zweckmässigsten aufgrund der schiefen Hauptzugspannungen im Gebrauchszustand bemessen, wobei die entsprechenden Kräfte auch unterhalb der gegenwärtig gültigen Nachweisgrenze durch Stahlzulagen gedeckt werden sollten. Aus wirtschaftlichen und sicherheitsmässigen Gründen wird ein Reduktionsfaktor für die erforderliche Schubbewehrung auf der Grundlage der Schubbruchtheorie vorgeschlagen.

**Verdankung.** Der Verfasser möchte an dieser Stelle Prof. Dr.-Ing. F. Leonhardt für die freundliche Bewilligung zur Veröffentlichung einiger Ergebnisse aus den unter seiner Leitung durchgeführten Versuchen und Dipl.-Ing. W. Dilger für die wertvolle Unterstützung bei dieser Arbeit danken.

## Literaturverzeichnis

- [1] M. A. Sozen, E. M. Zwoyer and C. P. Siess: Strength in Shear of Beams Without Web Reinforcement. University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin No. 452, Vol. 56, N. 62; April 1959.
- [2] H. Rüschi und G. Vigerust: Schubbruchsicherheit bei Spannbetonbalken ohne Schubbewehrung. DAFSt, Heft 137.
- [3] M. Roß: Die materialtechnischen Grundlagen und Probleme des Eisenbetons im Hinblick auf die zukünftige Gestaltung der Stahlbeton-Bauweise. EMPA — Zürich, Bericht Nr. 162, 1950.
- [4] Ch. Massonnet et P. Moenaert: Calcul du béton armé à la rupture en flexion simple ou composée. Comparaison statistique de diverses théories avec l'ensemble des résultats des recherches expérimentales. Veröffentlichung Nr. I b 3, IVBH 1960.
- [5] F. Leonhardt und R. Walther: Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau, «Beton- und Stahlbetonbau», Dez. 1961, Febr., März, April 1962.

Adresse des Verfassers: Dr. René Walther, dipl. Ing. ETH, Stuttgart-Vaihingen, Dachswaldweg 176.

# Die neuen Industrieanlagen der Firma Gebrüder Sulzer in Oberwinterthur

DK 621.7:725.4

## IV. Die Krane in den Sulzer-Neubauten Oberwinterthur

Von Dr. Aldo Müller, Winterthur

Fortsetzung von Seite 161

## 9. Geschwindigkeitsregulierung

Für den rationellen Einsatz von Kranen sind hohe Geschwindigkeiten notwendig. Dagegen erfordern präzise Arbeiten wie das Eindecken von Kernen, das Ausgiessen von Giesspfannen, das Einsetzen von Werkstücken in Werkzeugmaschinen, das Einsetzen von Kolben in Dieselmotoren usw. Feingänge mit Bruchteilen der normalen Arbeitsgeschwindigkeit. Ferner können, besonders bei schweren Kranen, wesentliche Zeitersparnisse erzielt werden, wenn zum Heben und Senken des leeren oder schwach belasteten Hakens ein Schnellgang zur Verfügung steht.

Zur Lösung dieser Aufgabe wurden drei Reguliersysteme gewählt, nämlich: Der Differential- bzw. Planetenantrieb, die Sachsenwerksteuerung und die Ward-Leonard-Steuerung. Sie seien nachfolgend kurz erläutert. Ihre Wirkung wird auf Grund der Messungen bei den Abnahmeversuchen gezeigt.

Der *Differentialantrieb* (bzw. Planetenantrieb) arbeitet mit mind. zwei, manchmal auch drei Motoren, die entweder einzeln oder zusammen mit addierten Wirkungen oder — durch Umkehr der Drehrichtung — mit Differenzwirkung eingesetzt werden können. Bild 11 zeigt das Prinzip an einem Zweimotoren-Differentialantrieb. Im Feingang läuft Hubmotor I; Hubmotor II ist festgebremst. Die Hauptwelle dreht sich mit kleiner Geschwindigkeit durch Abwälzen der Kegelhäuser. Im Normalgang spielt sich der gleiche Vorgang mit vertauschten Rollen ab, Hubmotor I steht still, II läuft. Der

Hubmotor I kann aber auch weiterlaufen, wodurch sich die beiden Geschwindigkeiten addieren. Auf ähnlichem Prinzip beruhende Drei-Motoren-Differentialgetriebe wurden für die Hubwerke verschiedener Krane gewählt, die einen Normal-

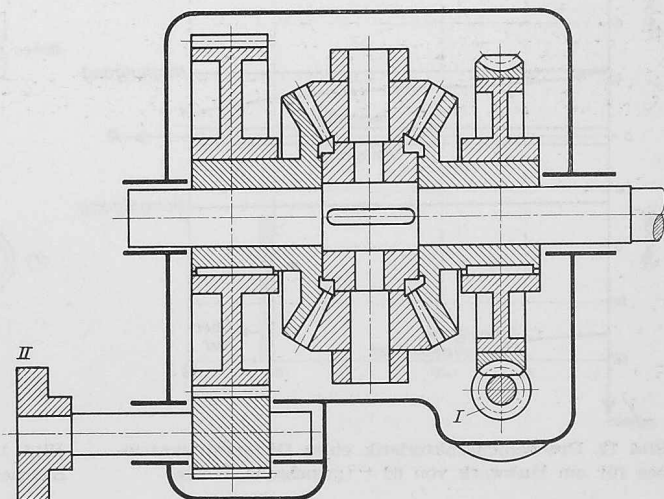


Bild 11. Differentialantrieb mit zwei Hauptgeschwindigkeiten