

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizerische Bauzeitung
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	78 (1960)
<b>Heft:</b>	36
<b>Artikel:</b>	Ein photoelektrisch-interferometrisches Verfahren zur vollständigen Bestimmung von ebenen Spannungszuständen
<b>Autor:</b>	Favre, Henry / Schumann, Walter / Stromer, Edgar
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-64953">https://doi.org/10.5169/seals-64953</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 19.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Ein photoelektrisch-interferometrisches Verfahren zur vollständigen Bestimmung von ebenen Spannungszuständen

Von Henry Favre, Walter Schumann, Edgar Stromer, Laboratorium für Photoelastizität der Eidg. Technischen Hochschule, Zürich

## 1. Einleitung

Die zweidimensionale Photoelastizität befasst sich bekanntlich mit experimentellen Methoden zur Bestimmung eines ebenen Spannungszustandes, bei welchen die Spannungen mit optischen Mitteln an einem zur Hauptausführung ähnlich verkleinerten Modell gemessen werden. Genauer ausgedrückt verwendet man monochromatisches und linear polarisiertes Licht, mit dem ein homogenes, isotropes und durchsichtiges Modell unter Belastung senkrecht durchstrahlt wird (Bild 1). Dabei wird an jeder Stelle der betreffende Lichtstrahl infolge der durch die Spannungen erzeugten optischen Anisotropie in zwei Komponenten zerlegt, welche parallel der beiden Hauptrichtungen 1,2 schwingen und die vor allem die Scheibe mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchlaufen. Die daraus entstehende *relative Phasenverschiebung*  $\delta_3$  ist mit den beiden Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  durch das *Wertheimsche Gesetz*

$$(1) \quad \delta_3 = ce(\sigma_1 - \sigma_2)$$

verbunden, wobei  $e$  die Dicke des Modells,  $c$  eine vom Material und der Wellenlänge des Lichtes abhängende Konstante bedeuten. Bekanntlich kann diese relative Phasenverschiebung — und übrigens auch die Richtung der Hauptspannungen — mit gekreuzten Polarisatoren ermittelt werden.

Neben der Gleichung (1), die bei Messung von  $\delta_3$  nur die Differenz der Hauptspannungen, nicht aber diese selbst zu bestimmen erlaubt, gibt es noch zwei weitere Gleichungen, welche die *absoluten Phasenverschiebungen*  $\delta_1$  und  $\delta_2$  der beiden Komponenten jenseits gegenüber dem Strahl dieses des Modells mit den Hauptspannungen verbinden. Diese lauten [1] <sup>1)</sup>

$$(2) \quad \begin{aligned} \delta_1 &= a e \sigma_1 + b e \sigma_2, \\ \delta_2 &= b e \sigma_1 + a e \sigma_2, \end{aligned}$$

wo  $a$  und  $b$  zwei weitere optische Konstanten bedeuten, deren Differenz gleich  $c$  sein muss, da die Differenz von  $\delta_1$  und  $\delta_2$  gleich der relativen Phasenverschiebung  $\delta_3$  ist. Die Messung

1) Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Ende dieses Aufsatzes.

von  $\delta_1$  und  $\delta_2$  gestattet also, mit Hilfe des Gleichungssystems (2) die Hauptspannungen getrennt zu ermitteln <sup>2)</sup>. Nun können diese absoluten Phasenverschiebungen zweckmäßig aus Interferenzerscheinungen gewonnen werden, wobei etwa ein Interferometer vom Typ *Mach-Zehnder* Verwendung finden mag [1]. *Fabry* hat jedoch anderseits vorgeschlagen, das Modell selbst als «Interferometer» zu benutzen, da ein Lichtstrahl infolge der inneren Reflexionen an der Vorder- und der Rückseite in eine Reihe von Komponenten aufgeteilt wird (Bild 2), die beim Austritt wegen der Ueberlagerung die gewünschten Interferenzerscheinungen erzeugen [2].

Nun brachte die Entwicklung des vergangenen Jahrzehnts verbesserte und genauere Messmethoden von  $\delta_3$  und der Hauptspannungsrichtungen gegenüber früher hervor, da Photozellen eingesetzt wurden [3]; ja man hat diese Mittel sogar schon bei dreidimensionalen Versuchen mit Erfolg benutzt [4]. Diese photoelektrischen Messungen sind übrigens nicht nur wegen ihrer Ueberlegenheit gegenüber subjektiven optischen Beobachtungen vorteilhaft, sondern sie erlauben auch in natürlicher Weise die Erfassung dynamischer Vorgänge; man vergleiche hierzu etwa [5].

Die vorliegende Arbeit gibt gewissermaßen eine Verbindung der photoelektrischen Mittel mit dem von *Fabry* skizzierten Interferenzverfahren. Die theoretischen Grundlagen hierzu wurden dabei schon vor einiger Zeit vom ersten der drei Verfasser veröffentlicht [6], während hier nunmehr die praktische Realisation, sowie die ersten quantitativen Messungen beschrieben werden. Der Gedanke der Erfassung von Interferenzerscheinungen auf photoelektrischem Wege bei belasteten Körpern findet sich übrigens in etwas anderem Zusammenhang bei *Vittoz* [7].

Was die Methode von *Fabry* von einem allgemeineren Standpunkt aus anbetrifft, so sei darauf hingewiesen, dass

2) Neben der Messung von absoluten Phasenverschiebungen gibt es heute noch eine ganze Anzahl anderer gemischter und auch rein optischer Methoden zur vollständigen Bestimmung eines ebenen Spannungszustandes, zum Beispiel diejenigen, wo die Messung von  $\delta_3$  mit Informationen aus Dickenänderungen, graphischer Integration oder schief einfallendem Licht kombiniert wird.

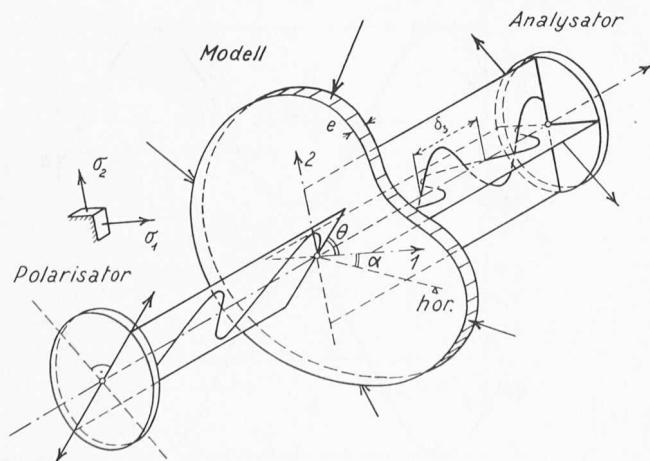


Bild 1. Ebene, am Rand belastete Scheibe, die von einem polarisierten Lichtstrahl senkrecht durchquert wird. Die Achsen von Polarisator und Analysator stehen normal zueinander

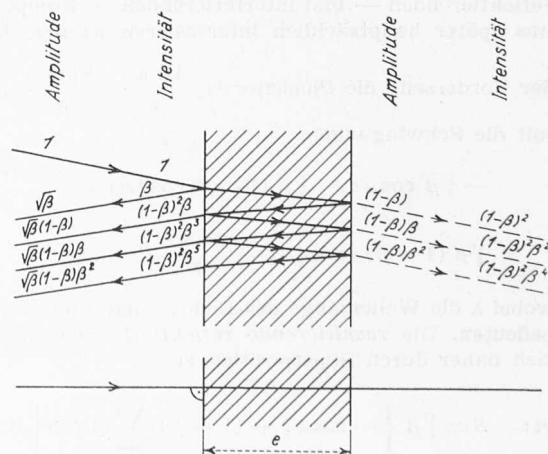


Bild 2. Oben: Schema der inneren Reflexionen eines auf ein planparalleles Modell fallenden Lichtstrahles. Unten: Wirklicher Verlauf des senkrecht einfallenden Strahles

Dose und Landwehr unter Verwendung des sogenannten Moiré-Effektes ein flächenweises Messverfahren entwickelt haben, bei dem im Gegensatz zu dem ursprünglichen punktweisen keine genau planparallelen Modelle verwendet werden müssen, was ein wichtiger Vorteil ist [8]. Schliesslich gab Post noch eine Verbesserung durch Benützung von zwei halbdurchlässigen Spiegeln, welche für die Interferenzerscheinungen die beiden Seitenflächen des Modells ersetzen, und zwar in so geeigneter Weise, dass kein rein monochromatisches Licht mehr gebraucht werden muss [9]. Im Hinblick auf eine spätere Verallgemeinerung auf dreidimensionale Versuche, wie sie am Schluss skizziert wird, und um eine möglichst grosse Genauigkeit anzustreben, haben wir aber trotz des Nachteils der Herstellung planparalleler Modelle und der Forderung monochromatischen Lichtes *punktweise Messungen* ausgeführt und am ursprünglichen Gedanken von *Fabry*, das heisst der Interferenzen mit *inneren Reflexionen* festgehalten.

Diese Untersuchungen wurden vom *Schweizerischen Nationalfonds* im Rahmen eines Forschungsprogramms am *Laboratorium für Photoelastizität der Eidgenössischen Technischen Hochschule* in Zürich finanziert und folgten einer längeren Periode von Vorversuchen am Institut für Hochfrequenztechnik der ETH, welches damals noch unter der Leitung von Prof. Dr. F. Tank stand. Die Verfasser möchten an dieser Stelle Professor Tank und seinem Assistenten, W. Tschopp, dipl. El.-Ing., ihren besten Dank für die zahlreichen Ratschläge bezüglich der elektrischen Einrichtungen aussprechen. Schliesslich sei noch auf die Mitarbeit von Dr. M. Martinola hingewiesen, der jetzt als Ingenieur am Photoelastischen Laboratorium der EMPA tätig ist.

## 2. Berechnung der Lichtintensitätsschwankungen infolge der Belastung eines durchsichtigen Modells bei Berücksichtigung der inneren Reflexionen

Betrachten wir jetzt zunächst einen auf das unbelastete Modell senkrecht einfallenden, polarisierten Lichtstrahl, der parallel zu der nachher durch die Belastung erzeugten Hauptrichtung 1 von  $\sigma_1$  schwingt. Wegen der erwähnten inneren Reflexionen an der Vorder- und der Rückseite der *planparallel* vorausgesetzten Scheibe werden sowohl jenseits als auch diesseits eine ganze Anzahl sekundärer Strahlen entstehen, die zu zwei resultierenden Schwingungen, einer reflektierten und einer durchgehenden, zusammengesetzt werden können (Bild 2). Wählen wir die Lichtintensität des einfallenden Strahles als Einheit, und bedeutet  $n$  den Brechungsindex des unverformten Materials, so wird die Intensität der ersten reflektierten Schwingung, auch Reflexionskoeffizient  $\beta$  genannt, bekanntlich

$$(3) \quad \beta = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}.$$

Die Amplituden und Intensitäten der übrigen sekundären Strahlen sind in Funktion von  $\beta$  in Bild 2 eingetragen. Die reflektierenden — und interferierenden — Komponenten, die uns später hauptsächlich interessieren werden, besitzen an

der Vorderseite die Phasen  $\pi$ <sup>3)</sup>,  $\frac{4\pi ne}{\lambda}$ ,  $\frac{8\pi ne}{\lambda}$ , ... und damit die Schwingungen

$$-\sqrt{\beta} \cos \omega t, \quad \sqrt{\beta} (1-\beta) \cos \left( \omega t - \frac{4\pi ne}{\lambda} \right),$$

$$\sqrt{\beta} (1-\beta) \beta \cos \left( \omega t - \frac{8\pi ne}{\lambda} \right), \dots,$$

wobei  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichtes und  $\omega$  die Kreisfrequenz bedeuten. Die resultierende reflektierte Schwingung ergibt sich daher durch Superposition zu

$$(4) \quad S = \sqrt{\beta} \left\{ -\cos \omega t + (1-\beta) \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \cos \left[ \omega t - \frac{4\pi ne}{\lambda} (i+1) \right] \right\}.$$

3) Die Reflexion eines Lichtstrahles in der Luft an einer Glas- oder Kunsthzoberfläche gibt eine halbe Wellenlänge Phasenverschiebung.

Dieser Ausdruck kann aber durch eine einzige trigonometrische Funktion

$$(5) \quad S = B \cos (\omega t - \psi)$$

dargestellt werden, deren Phase  $\psi$  uns nicht weiter beschäftigt, deren Intensität sich aber zu

$$(6) \quad J = B^2 = \frac{2\beta \left( 1 - \cos \frac{4\pi ne}{\lambda} \right)}{1 - 2\beta \cos \frac{4\pi ne}{\lambda} + \beta^2}$$

berechnen lässt, wie man leicht zeigen kann [10]. Für den resultierenden *durchgehenden Strahl* wurde die Rechnung schon in [6] gegeben; die entsprechende Intensität  $\bar{J}$  lautet — der Querstrich soll von jetzt an den Durchgang von der Reflexion unterscheiden —

$$(7) \quad \bar{J} = \frac{(1-\beta)^2}{1 - 2\beta \cos \frac{4\pi ne}{\lambda} + \beta^2} = 1 - J.$$

Wird jetzt das Modell belastet, so nehmen die Dicke  $e$  und der Brechungsindex  $n$  die neuen Werte  $e'$  und  $n_1$  an. Wir wollen aber die neuen Lichtintensitäten  $J_1$  und  $\bar{J}_1$  nicht in Funktion des optischen Weges  $n_1 e'$ , sondern durch den in Wellenlängen gemessenen Unterschied des optischen Weges für einen Hin- und Hergang

$$(8) \quad \vartheta_1 = \frac{2}{\lambda} (n e - n_1 e')$$

darstellen. Damit erhalten wir für den *reflektierten Strahl*

$$(9) \quad J_1 = \frac{2\beta \left\{ 1 - \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2ne}{\lambda} - \vartheta_1 \right) \right] \right\}}{1 - 2\beta \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2ne}{\lambda} - \vartheta_1 \right) \right] + \beta^2},$$

und für den *durchgehenden Strahl*

$$(10) \quad \bar{J}_1 = \frac{(1-\beta)^2}{1 - 2\beta \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2ne}{\lambda} - \vartheta_1 \right) \right] + \beta^2}.$$

Nun zeigt aber die Beziehung (3), dass  $\beta$  wegen  $n \approx 1,5$  eine kleine Grösse, nämlich ungefähr 0,04 ist, weshalb eine Approximation der beiden Ausdrücke (9) und (10) möglich wird. Vernachlässigen wir alle höheren Glieder von der zweiten Ordnung in  $\beta$  an, so ergibt sich

$$(9') \quad J_1 \approx 2\beta \left\{ 1 - \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2ne}{\lambda} - \vartheta_1 \right) \right] \right\},$$

$$(10') \quad \bar{J}_1 \approx 1 - 2\beta \left\{ 1 - \cos \left[ 2\pi \left( \frac{2ne}{\lambda} - \vartheta_1 \right) \right] \right\}.$$

Diese Approximationen können übrigens etwas anschaulicher hergeleitet werden, indem man von den beiden Gesamtheiten der reflektierten und der durchgehenden Komponenten nur je

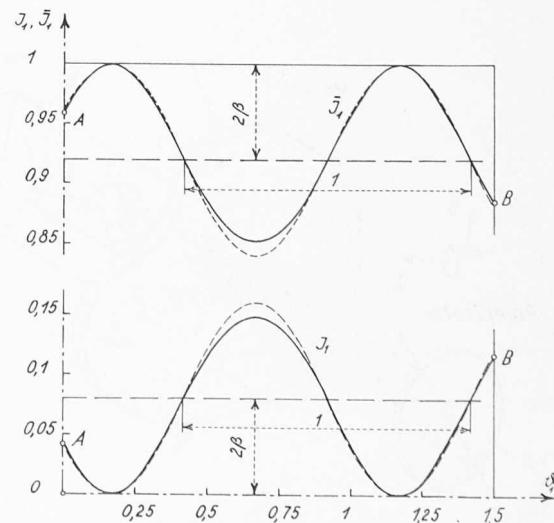


Bild 3. Lichtintensitätsschwankungen  $J_1(\vartheta_1)$  und  $\bar{J}_1(\vartheta_1)$  infolge der Belastung: — exakt, - - - angenähert

die zwei ersten miteinander überlagert, da diese den Hauptanteil der Interferenz ausmachen. Die Funktionen  $J_1(\vartheta_1)$  und  $\bar{J}_1(\vartheta_1)$  aus (9), (10), wie auch ihre Näherungen aus (9'), (10') sind in Bild 3 dargestellt.

Natürlich können die selben Ueberlegungen auch für einen in der Hauptrichtung 2 schwingenden Strahl angestellt werden, man hat nur überall den Index 1 durch 2 zu ersetzen.

Betrachten wir jetzt schliesslich noch die übliche Anordnung eines Modells zwischen Polarisator und dazu gekreuztem Analysator (Bild 1), wo also die vom Polarisator herkommende einfallende Schwingung einen beliebigen Winkel  $\theta$  mit der Hauptrichtung 1 einschliesst. Im Gegensatz zum unbelasteten Zustand wird bei Anwesenheit einer relativen Phasenverschiebung  $\delta_3$  der Analysator im allgemeinen das Licht nicht löschen, und es bleibt daher jenseits einer Schwingung der Amplitude  $\bar{B}_3(\delta_3, \theta)$ , für die genau genommen die inneren Reflexionen ebenfalls mitberücksichtigt werden müssten. Da aber die von  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  herrührenden Intensitätsschwankungen von höherer Ordnung in  $\beta$  als die Intensität  $\bar{J}_3(\delta_3, \theta)$  sind, so dürfen wir in erster Näherung die inneren Reflexionen überhaupt vernachlässigen [6], und man darf daher die wohlbekannte Formel (siehe zum Beispiel [11])

$$(11) \quad \bar{J}_3 = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi \delta_3}{\lambda}$$

anschreiben.

Bei flächenweiser Durchleuchtung eines Modells mit polarisiertem Licht kann man bekanntlich die Intensitätsminima von  $\bar{J}_3(\delta_3, \theta)$  in Form von dunklen Streifen, nämlich die *Isoklinen* für  $\theta = 0^\circ, 90^\circ$  und die *Isochromaten* für  $\delta_3 = 0, \lambda, 2\lambda, \dots$  beobachten. Analog sieht man für den reflektierten Strahl — und zwar schon im unbelasteten Zustand — die Minima von  $J$  als dunkle Interferenzlinien auf dem Modell, weil diese Funktion in erster Linie von der Dicke  $e$  abhängt, und  $e$  sich von Ort zu Ort ein wenig ändert. Bei Belastung zeigen die Interferenzstreifen infolge der Änderung von  $e$  eine Bewegung um  $\vartheta_1 d$ , bzw. um  $\vartheta_2 d$ , wenn  $d$  den Abstand der Streifen bedeutet. Genau genommen wird also das Feld dieser Streifen in zwei Teilfelder zerlegt, da im allgemeinen  $\vartheta_1 \neq \vartheta_2$ , ein Phänomen, das bei genügender Belastung deutlich sichtbar ist. Die Interferenzlinien können übrigens auch — wenn zwar mit einiger Mühe — für durchgehendes Licht als flache Streifen beobachtet werden.

### 3. Die fundamentalen Beziehungen zwischen den optischen Grössen $\vartheta_1, \vartheta_2$ und den beiden Hauptspannungen $\sigma_1, \sigma_2$

Die durch die Belastung erzeugten und in Wellenlängen gemessenen Unterschiede der optischen Wege für einen Hin- und Hergang  $\vartheta_1, \vartheta_2$  müssen mit den Spannungen  $\sigma_1, \sigma_2$  zusammenhängen, da sie sich auch durch die im System (2) vorkommenden absoluten Phasenverschiebungen  $\delta_1, \delta_2$  ausdrücken lassen. Nach [1] gilt nämlich

$$(12) \quad \begin{aligned} \delta_1 &= (n-1)e - (n_1-1)e', \\ \delta_2 &= (n-1)e - (n_2-1)e', \end{aligned}$$

so dass unter Berücksichtigung von (8) und der Beziehung  $\delta_3 = \delta_1 - \delta_2$  die folgenden Gleichungen entstehen:

$$(13) \quad \delta_1 = \frac{\lambda}{2} \vartheta_1 + e' - e, \quad \delta_2 = \frac{\lambda}{2} \vartheta_2 + e' - e,$$

$$(14) \quad \vartheta_1 - \vartheta_2 = \frac{2}{\lambda} \delta_3.$$

Bezeichnen wir weiter mit  $E$  den *Elastizitätsmodul* und mit  $\nu$  die *Poissonsche Zahl*, so lautet das *Hooke'sche Gesetz* für die Dehnung  $(e' - e)/e$

$$(15) \quad \frac{e' - e}{e} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2).$$

Führt man sowohl (2) als auch (15) in die Beziehungen (13) ein, so ergibt sich folgendes Gleichungssystem für die beiden Grössen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$ :

$$(16) \quad \begin{aligned} \vartheta_1 &= a^* e \sigma_1 + b^* e \sigma_2, \\ \vartheta_2 &= b^* e \sigma_1 + a^* e \sigma_2, \end{aligned}$$

worin  $a^*$  und  $b^*$  zwei neue optische Konstanten bedeuten, die sich aus  $a$  und  $b$  wie folgt berechnen lassen:

$$(17) \quad a^* = \frac{2}{\lambda} \left( a + \frac{\nu}{E} \right), \quad b^* = \frac{2}{\lambda} \left( b + \frac{\nu}{E} \right),$$

$$\text{mit } a^* - b^* = \frac{2c}{\lambda}.$$

Gelingt es, nicht nur  $\delta_3$ , sondern auch  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  zu messen, so können unter Verwendung der *Gauss'schen Fehlereichnung* aus (1) und (16) die wahrscheinlichsten Werte von  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  bestimmt werden. Da aber  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  nur sehr wenig voneinander verschieden und die relativen Fehler aller drei Messungen vergleichbar sind, wie wir sehen werden, so empfiehlt es sich, einfach die Summe der beiden Gleichungen (16) mit (1) zu kombinieren, womit eine sehr gute Näherung der wahrscheinlichsten Werte erreicht wird [12]. Wir erhalten dann

$$(18) \quad \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2e(a^* + b^*)} + \frac{\delta_3}{2ec}, \\ \sigma_2 &= \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2e(a^* + b^*)} - \frac{\delta_3}{2ec}. \end{aligned}$$

### 4. Das Prinzip der Messung der drei Grössen $\vartheta_1, \vartheta_2, \delta_3$ und der Hauptspannungsrichtungen

Setzen wir jetzt voraus, die auf das Modell wirkenden, äusseren Kräfte  $P_1, P_2, \dots, P_n$  seien so ausgeübt, dass sie bei der Belastung sämtlich *proportional* zueinander von Null bis zu ihrem Endwert ansteigen. Dann sind alle Spannungen und vermöge der Gleichungen (1) und (16) auch die drei optischen Werte  $\vartheta_1, \vartheta_2, \delta_3$  *proportional* zu einer *charakteristischen Kraft*  $P_i = P$ . Zur Messung der drei optischen Grössen in Abhängigkeit von  $P$  kann alsdann folgendes Prinzip verwendet werden: Die Lichtintensitäten  $J_1, J_2$  und  $\bar{J}_3$  für den reflektierten und den durchgehenden Strahl werden nacheinander mit Photozellen in elektrische Spannungen verwandelt, während anderseits gleichzeitig die charakteristische Kraft  $P$  derselben Transformation mit Hilfe eines auf einem Zugprobestab geklebten elektrischen Dehnungsmesstastens unterworfen wird. Man vergleiche hierzu auch das später noch genauer zu erklärende Schema in Bild 10. Die so verwandelten Lichtintensitäten werden wahlweise auf die vertikale, die Kraft dagegen auf die horizontale Ablenkplatte eines Kathodenstrahlzosillographen gegeben. Lässt man die Kraft  $P$  von Null bis zu ihrem Endwert anwachsen, so erscheint auf dem Schirm des Oszilloskopens ein Diagramm, das zum Beispiel  $J_1$  in Funktion von  $P$  gibt. Da aber  $\vartheta_1$  proportional zu  $P$  ist, kann dieses Oszilloskopogramm direkt als Darstellung der Funktion  $J_1(\vartheta_1)$  aufgefasst werden, wenn mit Hilfe eines Vergleichs aus Bild 3 oder der Formeln (9), bzw. (9') die entsprechenden Maßstäbe aufgetragen werden. Das entstehende Diagramm, das im Prinzip wie die in Bild 3 gezeichnete Kurve von  $J_1$  aussieht, und das natürlich zur Auswertung photographiert werden muss, enthält einen Anfangspunkt  $A$  (Last Null) und einen Endpunkt  $B$  (volle Last  $P$ ). Die Abszisse von  $B$ , die übrigens auch durch die Ordinatendifferenz der beiden Punkte  $A$  und  $B$  bis auf eine ganze Zahl bestimmt ist, gibt die gesuchte optische Grösse  $\vartheta_1$ , die im Fall von Bild 3 zum Beispiel 1,5 betragen würde.

An sich könnten zur Messung von  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  auch die Intensitäten  $\bar{J}_1$  und  $\bar{J}_2$  für den durchgehenden Strahl verwendet werden. Es zeigte sich aber bei den Versuchen, dass die Interferenzen leichter mit dem reflektierten Strahl zu erzeugen waren. Für die Messung von  $\delta_3$  hingegen wurde der durchgehende Strahl benutzt, weil dieser sowieso vorteilhaft in der üblichen Weise zur Bestimmung der Hauptspannungsrichtungen dient, obwohl auch hier grundsätzlich eine Alternative bei Verwendung eines Reflexionspolariskopes besteht.

Die Ermittlung der *Hauptspannungsrichtungen*, die etwa durch einen Winkel  $\alpha$  charakterisiert werden, den die Richtung 1 mit der Horizontalen einschliesst (Bild 1), geschieht durch Feststellung des Intensitätsminimums von

$\bar{J}_3(\delta_3, \theta) \mid \delta_3 = \text{const.}$   
bei variablem  $\theta$ , das heisst unter Pendeln von Polarisator

und dazu gekreuztem Analysator. *Selbstverständlich hat diese Messung zuerst zu erfolgen*, weil für  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  der Polarisator sukzessive in die beiden Lagen  $\Theta = 0^\circ$ ,  $90^\circ$  und für  $\delta_3$  zweckmäßig in die Lage  $\Theta = 45^\circ$  gebracht werden muss, letzteres um in (11) den maximalen Wert von  $\sin^2 2\Theta$  für eine möglichst grosse Amplitude der Intensitätsänderung zu bekommen.

Endlich ist noch zu bemerken, dass die auf dem Schirm des Oszilloskopraphen erscheinenden Diagramme von  $J_1$  und  $J_2$  nur die absoluten Werte  $|\vartheta_1|$  und  $|\vartheta_2|$  zu messen erlauben, da der von  $P$  herrührende Ausschlag stets auf die gleiche Seite stattfindet, was auch die Vorzeichen von  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  sein mögen. Diese Vorzeichen ergeben sich aber mit Hilfe der Gleichung (14) aus demjenigen von  $\delta_3$ , da zum Beispiel be-

kanntlich mit einem Kompensator nicht nur der Betrag, sondern auch der algebraische Wert von  $\delta_3$  gemessen werden kann. Praktisch wird allerdings zweckmäßig so vorgegangen, dass man für alle Messpunkte des betreffenden Modells die gleiche Konvention  $\sigma_1 \geq \sigma_2$  beibehält, so dass  $\delta_3$  immer das gleiche Vorzeichen besitzt, nämlich das negative, weil  $c < 0$  ausfällt. Die Kompensatormessung dient dann nicht zur Entscheidung, ob  $\delta_3$  positiv oder negativ ist, sondern zur korrekten Auswahl einer der beiden aufeinander senkrecht stehenden Hauptrichtungen als Richtung 1.

##### 5. Optische, elektrische und mechanische Einrichtungen

Die optische Einrichtung (Bilder 4 und 5) bestand zunächst einmal aus der üblichen Anordnung mit einem Polarisator  $Po$ , einem Analysator  $An$  und der dazwischen gestellten Druckvorrichtung für das Modell  $Mo$ .

Der Strahlengang für die Messung von  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  (mit Reflexion auf dem Modell  $Mo$ ) ist in Bild 4 durch die vier kleinen, derjenige für die Messung von  $\delta_3$ ,  $\Theta$  (mit Durchquerung des Modells) durch die drei grossen Pfeilspitzen präzisiert. Als Lichtquelle  $Li$  diente eine Quecksilberdampf-Nieder-

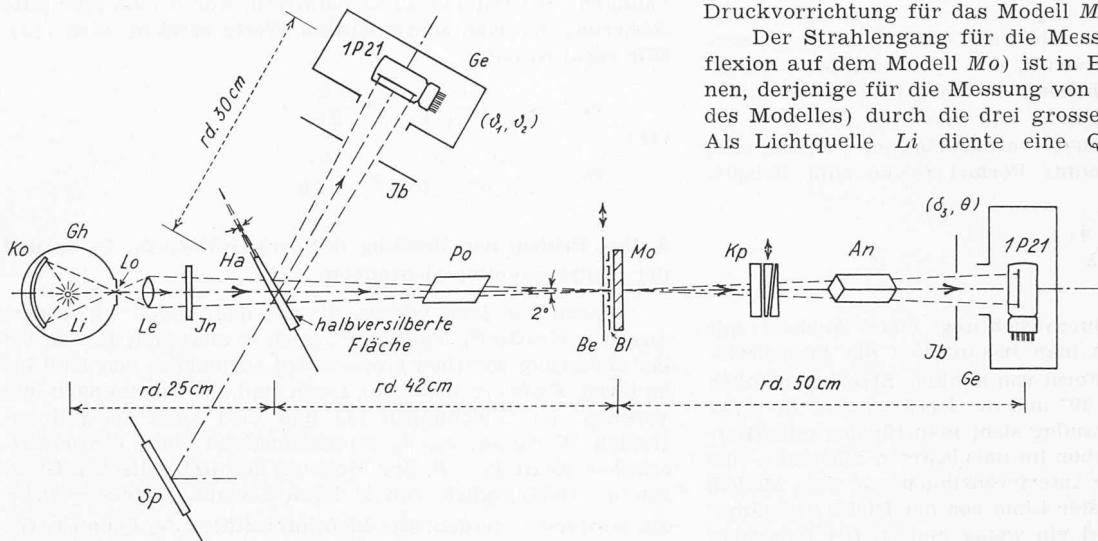


Bild 4. Schema der optischen Einrichtungen. Der Strahlengang für die Messung von  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  (mit Reflexion auf dem Modell  $Mo$ ) ist durch die vier kleinen, derjenige für die Messung von  $\delta_3$ ,  $\Theta$  (mit Durchquerung des Modells) durch die drei grossen Pfeilspitzen präzisiert

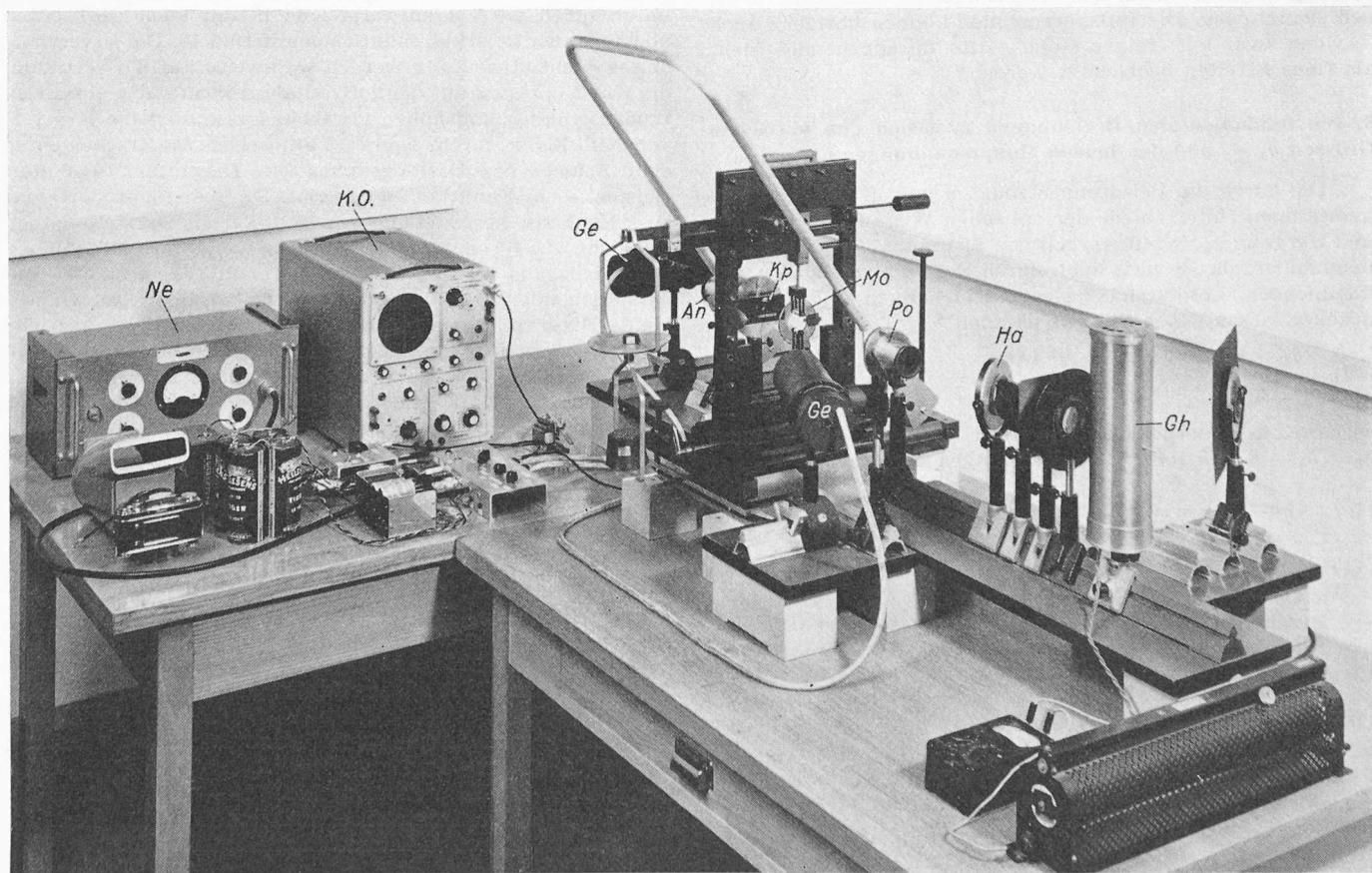


Bild 5. Gesamtansicht der optischen, elektrischen und mechanischen Einrichtungen

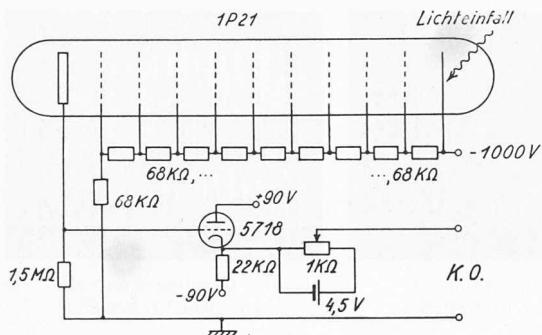


Bild 6. Schaltbild der Sekundärelektronenvervielfacher 1P 21

drucklampe Typ *Philips 93123 E*, weil diese im Gegensatz zu den oft verwendeten Hochdrucklampen rein monochromatisches Licht bezüglich der grünen Linie ( $\lambda = 5461 \text{ Å}$ ) und damit gute Interferenzen erzeugt. Der übrige Teil des Hg-Spektrums wurde durch Vorschalten eines Interferenzfilters *In* eliminiert. Weiter hatte ein Halbsilberspiegel *Ha* das von den Modelloberflächen zurückreflektierte Licht aus dem Strahlengang zur Messung von  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  abzulenken. Die einzelnen Lichtstrahlen des auf das Modell auftreffenden Bündels sollten wegen der Interferenz möglichst senkrecht zur Oberfläche stehen, so dass sein Öffnungswinkel nicht zu gross (rd.  $2^\circ$ ) gewählt werden durfte. Um anderseits trotzdem eine möglichst grosse Lichtintensität zu erhalten, wurde hinter der Lichtquelle ein Konkavspiegel *Ko* aufgestellt. Lampe und Konkavspiegel lagen beide in einem lichtdichten, aber wegen der Erwärmung mit einer schwarzen Luftschieleuse versehenen Gehäuse *Gh*, aus dem das Licht nur durch eine kleine Lochblende *Lo* austreten konnte. Eine sehr nahe an der Lochblende, aber relativ weit weg vom Modell aufgestellte Linse *Le* erzeugte alsdann ein quasiparalleles, auf dem Messpunkt konvergierendes Strahlenbündel. Trotz dieser Verstärkung der Lichtintensität konnten aber wegen der Kleinheit der Blendenöffnung ( $\phi = 0,9 \text{ mm}$ ) keine gewöhnlichen Photozellen gebraucht werden, sondern es kamen in die Gehäuse *Ge* eingebaute Sekundärelektronenvervielfacher, Typ *RCA 1P 21*, auch *Photomultiplier* genannt, zur Anwendung, deren Empfindlichkeit rd. 80 Ampère/Lumen beträgt. Sie bestehen bekanntlich aus einer photoempfindlichen Schicht, deren emittierte Elektronen dank dem Po-

tentialgefälle über verschiedene Stufen (Dynoden) lawinenartig vervielfacht werden (Bild 6).

Die Sekundärelektronenvervielfacher sind übrigens nicht nur wegen ihrer Empfindlichkeit zweckmäßig — die kleinste noch erkennbare Lichtmenge pro sec beträgt einige  $10^{-10}$  Lumen — sondern infolge ihrer Trägheitslosigkeit auch den leistungsfähigen Photowiderständen gegenüber zu bevorzugen. Wegen der grossen Empfindlichkeit mussten aber gewisse Vorsichtsmaßnahmen getroffen werden, um störendes Licht zu eliminieren. Vor jeder Öffnung der Gehäuse *Ge* befanden sich Irisblenden *Jb*, während das Modell nicht nur eine feste Blende *Bl*, sondern noch eine verschiebbare Blende *Be* trug, mit der alle nicht gewünschten Messpunkte, die sehr nahe beieinander lagen, abgedeckt werden konnten (Bild 4). Der Halbsilberspiegel *Ha* war leicht prismatisch geschliffen, damit die nicht versilberte Seite kein zweites Strahlenbündel auf den Elektronenvervielfacher für den reflektierten Strahl senden konnte. Dieser Halbsilberspiegel reflektierte übrigens auch das von der Quelle direkt eintreffende Licht in die entgegengesetzte Richtung vom Elektronenvervielfacher, wo es hätte von einem Gegenstand diffus zurückgeworfen werden können. Deshalb wurde der Strahl mit dem Spiegel *Sp* auf eine weit entfernte schwarze Fläche gelenkt.

Die im Grunde genommen elementare elektrische Einrichtung, die aber der Vollständigkeit halber hier beschrieben sein möge, bestand zunächst aus einem *Netzgerät Typ Cintel 1892* (*Ne* in Bild 5) zur Gewinnung der 1000 Volt Potentialgefälle für die neun Dynoden der Elektronenvervielfacher. Sämtliche übrigen in den Schaltschemen ange deuteten Speisungen inklusive diejenigen für die Heizungen erfolgten mit Batterien. Ausser den zehn Widerständen für die Dynoden waren in den Gehäusen *Ge* noch je ein Kathodenfolger zu Verminderung der Auswirkungen von störenden fremden Feldern eingebaut (Bild 6). Da die Erzeugung von Photonen, wie auch die Emission von Elektronen in den Dynoden Elementarprozesse sind, entstanden bei den vorliegenden geringen Lichtintensitäten statistische Schwankungen um den gesuchten zeitlichen Mittelwert, die mit einem Tiefpassfilter ausgeschaltet werden mussten. Dieses Filter bildet aber im Augenblick noch ein Hindernis zur Erfassung sehr rascher dynamischer Vorgänge; bei grösserer Lichtintensität könnte es aber weggelassen werden. Die elektrische Umwandlung der charakteristischen Kraft *P* geschah mit Hilfe eines Araldit-Probestabes *Pr*, der auf reinen Zug beansprucht und quasi mit dem Modell *Mo* mechanisch in Serie geschaltet war (Bild 7). Auf diesem Stab wurden

vorne und hinten je ein *Dehnungsmessstreifen* Typ *Philips PR 9212* (strain gauge) geklebt, die elektrisch in Serie geschaltet waren, um den Einfluss einer allfälligen Biegung zu verhindern. Die Dimensionierung dieses Stabes war so gewählt worden, dass bei Anbringung entsprechender Zugkräfte auf das Modell und damit auch auf dieses Probestück der Linearitätsbereich der Dehnungsmessstreifen ( $\epsilon < 0,002$ ) nicht überschritten wurde. Die beiden Dehnungsmessstreifen waren in einer Brücke eingebaut (Bild 8), und die am Ausgang entstehende Spannungsänderung wurde

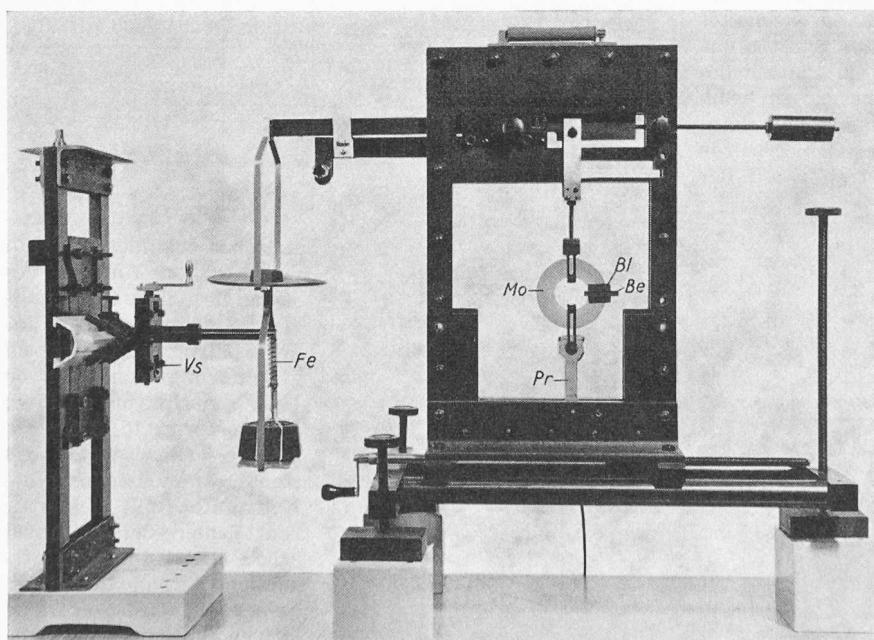


Bild 7. Modell *Mo* mit Probestab *Pr* für die Dehnungsmessstreifen *PR 9212* im Belastungsrahmen sowie eine Vorrichtung *Vs* zu gleichförmiger Belastung (*Bl* ist die feste, *Be* die bewegliche Blende, siehe Bild 4)

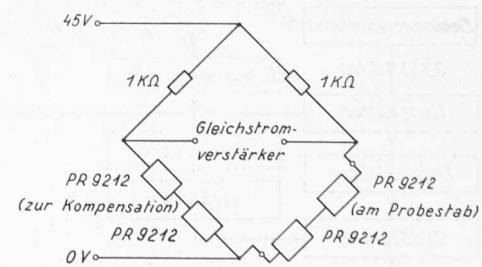


Bild 8. Messbrücke für die zwei auf den Probestab geklebten Dehnungsmessstreifen *PR 9212* und deren Kompensation

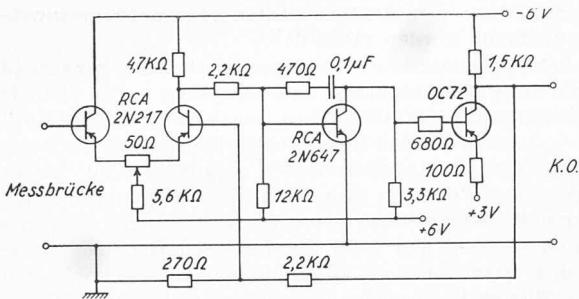


Bild 9. Schaltbild des Gleichstromverstärkers

noch mit einem variablen *Gleichstromverstärker* etwa zehnmal vergrössert (Bild 9). Die beiden von der Lichtintensität und der Kraft herrührenden Spannungsänderungen konnten schliesslich von einem *Kathodenstrahlzosillographen Typ Siemens Oscillar I* (K. O. in Bild 5) registriert werden, wobei zur Aufnahme der Oszillogramme eine Kamera vom Typ *Exakta* benützt wurde.

Die mechanischen Vorrichtungen bestanden aus einem gewöhnlichen Rahmen mit Waagebalken zur Ausübung der äusseren Kräfte und einem vertikalen Schlitten *Vs* (Bild 7), mit dem das an einer Feder *Fe* aufgehängte Gewicht mit ungefähr konstanter Geschwindigkeit auf die Waagschale gelegt werden konnte. Dieses etwas eigenartige System wurde wegen der Genauigkeit einem Dynamometer gegenüber bevorzugt und diente zur Einhaltung gleicher Belastungszeiten.

Zusammenfassend seien in Bild 10 durch ein Schema sowohl das Prinzip der Methode, wie auch die verwendeten Einrichtungen angegedeutet.

#### 6. Beschreibung der Modellversuche, Kontrollen und Vergleich mit den berechneten Werten

Die hier beschriebene photoelektrisch-interferometrische Methode wurde auf den Standardfall eines dünnen Kreisringes angewandt, der am Innenrand durch zwei diametrale Kräfte  $P = 7,865$  kg belastet war (Bild 11), und für den der theoretische Verlauf der Spannungen schon vor längerer Zeit von *Filon* gegeben worden ist [13]. Als Modell wurde ein 3,23 mm dünner *Allite-Ring* gewählt, dessen innerer Radius  $r = 20$  mm, und dessen äusserer Radius 40 mm betrug. Zur Bestimmung der Konstanten  $a^*$ ,  $b^*$  und  $c$  haben wir zuerst an Stelle des Modells mit einem aus dem gleichen Fabrikationsstück herausgeschnittenen *Zugprobestab* der Breite 10 mm und der Dicke 3,23 mm einen Eichversuch vorgenommen, wobei dieser Probestab ebenfalls mit dem Probestab *Pr* der Dehnungsmessstreifen mechanisch in Serie geschaltet war. Da die Firma *Homalite* in den Vereinigten Staaten das *Allite CR 39* in beinahe plan-parallelens grossen Platten liefert, mussten Modell und Probestab nicht besonders bearbeitet werden, sondern konnten einfach aus einem quasi plan-parallelens Gebiet herausgesägt werden. Dieses Gebiet wurde durch Aufsuchen der breitesten Interferenzstreifen auf der Oberfläche gefunden.

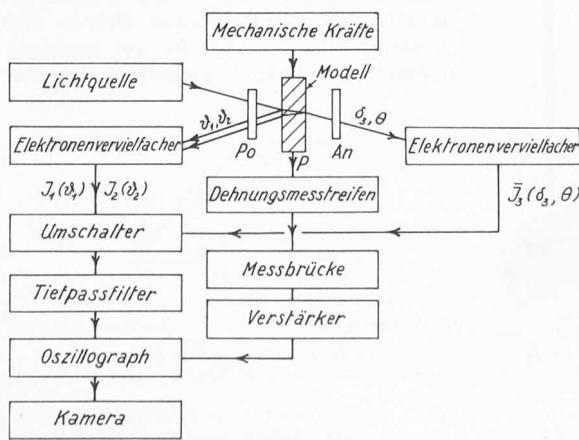


Bild 10. Schema zum Prinzip der Methode

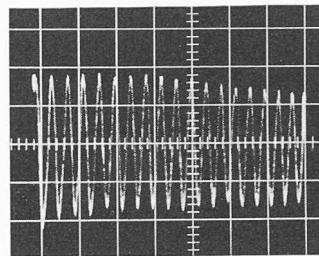


Bild 12. Oszillogramm von  $J_1(\vartheta_1)$  aus dem Probestab

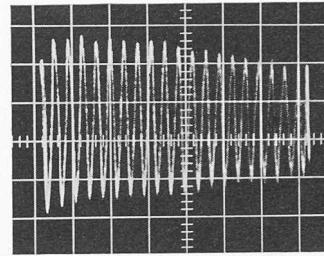


Bild 13. Oszillogramm von  $J_2(\vartheta_2)$  aus dem Probestab

Der Probestab diente nicht nur zur Bestimmung der Konstanten  $a^*$ ,  $b^*$  und  $c$  für das Modell, sondern zunächst einmal zur Abschätzung der Genauigkeit der Messungen einerseits, sowie zum Vergleich dieser Konstanten mit den entsprechenden, durch andere herkömmliche Mittel gewonnenen Werten. Die beiden Konstanten  $a^*$ ,  $b^*$  wurden also erstens mit der neuen Methode photoelektrisch (man vergleiche hierzu die Oszillogramme für  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  in den Bildern 12 und 13), zweitens durch Beobachtung der Interferenzstreifenbewegungen auf der Oberfläche des Probestabes mit einem Fernrohr und drittens indirekt mit der reinoptischen Methode [1] unter Verwendung eines Interferometers und der Umrechnungsformeln (17) bestimmt. Die Umrechnung erforderte allerdings noch die Kenntnis der *Poissonschen Zahl*  $\nu$  und des *Elastizitätsmoduls*  $E$ . Die *Poissonsche Zahl* variiert nur sehr wenig von einem Fabrikationsstück zum andern, so dass wir uns auf den Wert  $\nu = 0,40$  von *Martinola* stützen durften [14]. Hingegen musste der *Elastizitätsmodul* mit einem Biegeversuch des selben Probestabes durch Messung der grössten Durchbiegung mit einer Messuhr ermittelt werden. Dies ergab

$$E = 207,5 \pm 1,0 \text{ kgmm}^{-2}.$$

Die Konstante  $c$  wurde einerseits photoelektrisch aus  $\bar{J}_3(\delta_3, \theta) | \theta = 45^\circ$  (Bild 14), anderseits optisch mit einem Kompensator von *Bravais* ( $K_p$ ) (Bild 4) gemessen. Da Allite

Gemessene optische Grösse	Konstanten in $\text{kg}^{-1} \text{mm}$			
	$a^*$	$b^*$	$a^* - b^*$	$2c/\lambda = a^* - b^*$ (direkte Messung)
$\vartheta_1, \vartheta_2$ photoelektrisch-interferometrisch	11,30 $\pm 0,01$	12,57 $\pm 0,01$	-1,27	
$\vartheta_1, \vartheta_2$ durch Beobachtung der Interferenzstreifen	11,28	12,57	-1,29	
$\delta_1, \delta_2$ mit einem Interferometer (Mach-Zehnder)	11,26	12,48	-1,22	
$\delta_3$ photoelektrisch				1,192 $\pm 0,001$
$\delta_3$ mit einem Kompensator von <i>Bravais</i>				1,212

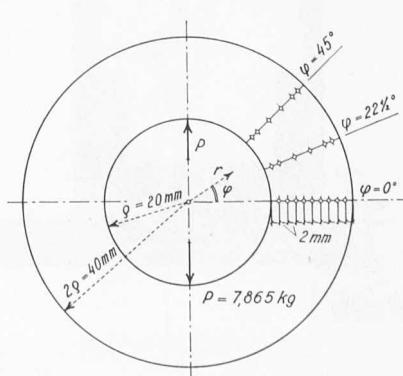


Bild 11. Dimensionen und Messpunkte des Ringes, an dem die Spannungen gemessen und mit den aus der Elastizitätstheorie berechneten verglichen wurden

Kriecherscheinungen aufweist, musste für alle Versuche die gleiche Belastungszeit gewählt werden, und zwar betrug die Zeit für das gleichförmige Ansteigen der Last von Null bis zu ihrem Endwert von 15,73 kg eine Minute. Die Tabelle gibt eine Zusammenstellung aller Konstanten und die mittleren Fehler der arithmetischen Mittel aus zehn Messungen für die elektrisch gemessenen Grössen. Die relativen mittleren Fehler der Einzelmessungen ergaben sich für alle drei Grössen  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  und  $\delta_3$  zu rund 3 %.

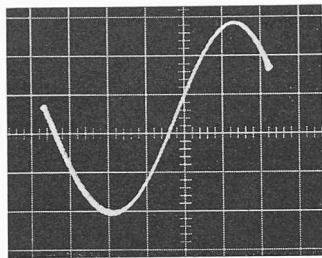


Bild 14. Oszillogramm von  $J_3(\delta_3, \Theta)/\Theta = 45^\circ$  aus dem Probestab

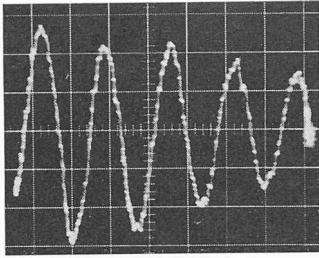


Bild 15. Oszillogramm von  $J_1(\theta_1)$  aus einem Messpunkt des Modells

Natürlich sind hierin keine eventuellen systematischen Fehler enthalten, mit denen die Abweichungen in der Tabelle erklärt werden könnten. Bei noch sorgfältigerer Versuchstechnik, zum Beispiel unter Verwendung von Glasmodellen, würde man aber wahrscheinlich besonders die Genauigkeit von  $\vartheta_1, \vartheta_2$  noch erhöhen können. Die Tatsache, dass der aus den elektrischen Messungen von  $\vartheta_1, \vartheta_2$  entnommene Wert  $a^* - b^*$  nicht so gut mit den aus  $\delta_3$  gewonnenen übereinstimmt wie derjenige aus  $\delta_1, \delta_2$ , darf uns nicht zu einer ungünstigen Beurteilung der neuen Methode verleiten. Da nämlich  $a$  und  $b$  numerisch viel kleiner als  $v/E$  sind, so muss — wie man aus (17) entnimmt — zur Bestimmung von  $a^* - b^*$  aus  $\vartheta_1, \vartheta_2$  im Gegensatz zur analogen Operation aus  $\delta_1, \delta_2$  eine Differenz von zwei grossen Zahlen gebildet werden. Für die Auswertung spielt diese Ungenauigkeit aber eine ganz untergeordnete Rolle, weil in (18) nur die Summe von  $a^*$  und  $b^*$  auftritt.

Das System der Messpunkte auf dem untersuchten *Ring* wurde natürlich einem Koordinatensystem  $(r, \varphi)$  angepasst (Bild 11), und entsprechend haben wir daher die Diagramme der Radialspannungen  $\sigma_r$ , der Tangentialspannungen  $\sigma_t$  und der Schubspannungen  $\tau_{rt}$  für die Schnitte  $\varphi = 0^\circ, 22\frac{1}{2}^\circ, 45^\circ$  gegeben (Bilder 16 bis 18).

Bei diesen Messungen traten gegenüber dem Probestab noch verschiedene zusätzliche Schwierigkeiten auf. Abgesehen von der bekanntlich delikaten Bestimmung der Hauptspannungsrichtungen musste wegen der kleinen Modelldicke und der damit verbundenen kleinen relativen Phasenverschiebung in einigen Messpunkten der Kompensator von Bravais ( $K_p$  in den Bildern 4 u. 5) zu Hilfe gezogen werden. Dort wurde dann nicht das Oszillogramm  $\bar{J}_3(\delta_3, \Theta)|\Theta = 45^\circ$  photographiert, sondern nur die Intensität  $\bar{J}_3$  auf die vertikale Ablenkplatte des Oszillographen gegeben und deren Minimum durch Drehen des Kompensators bestimmt. Ein dickeres Modell konnte bei der vorläufigen Lichttechnik nicht gewählt werden, weil sich bei einem solchen viel schlechtere Inter-

ferenzstreifen ergaben. Die Beschränkung auf dünne Modelle spielt zwar wegen des grossen Effektes von  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  keine Rolle für die Messungen, mag aber wegen Knickens oder Ausbeulens ein Hindernis im Fall von Druckkräften sein. Eine weitere Schwierigkeit entstand durch Verdichtung des Interferenzstreifenfeldes in gewissen Gebieten grosser Spannungsvariationen, welche durch die von Punkt zu Punkt verschiedenen Streifenverschiebungen hervorgerufen wurde. Dies bewirkte, dass die Interferenzstreifen gelegentlich das Loch der Modellblende nicht mehr ganz ausfüllten, wodurch die Intensität  $J_1$  (bzw.  $J_2$ ) reduziert wurde (Bild 15). Selbstverständlich haben wir — auch im Interesse einer möglichst punktweisen Messung — die Löcher der Blende sehr klein gebohrt ( $\phi = 0,9$  mm). Dies erforderte aber eine entsprechende Verstärkung des Lichtsignals, womit die vom Tiefpassfilter nicht eliminierten, niederfrequenten, statistischen Schwankungen sichtbar wurden (Bild 15). Um dies zu verhindern, könnte das Modell so geeignet aus dem quasi parallelen Fabrikationsstück herausgesägt werden, dass die Belastung an den kritischen Stellen keine Verdichtung, sondern im Gegenteil eine Verbreiterung der Interferenzstreifen bewirken würde.

Trotz all dieser Schwierigkeiten zeigen aber die Diagramme der Bilder 16 bis 18 eine gute Uebereinstimmung der gemessenen Werte mit den aus der Theorie von Filon [13] gefundenen. Diese Uebereinstimmung ist natürlich auf dem Schnitt  $\varphi = 0^\circ$  am besten, weil dort keine Winkel  $\alpha$  gemessen werden mussten.

#### 7. Diskussion, Folgerungen und Ausblick auf allgemeinere Fälle

Die ersten Ergebnisse der vorliegenden Methode haben gezeigt, dass damit ein ebener Spannungszustand vollständig, und wie man aus [1] entnimmt, mindestens mit der selben Genauigkeit wie bei der rein optischen Methode gemessen werden kann. Insofern mag das Verfahren vielleicht für gewisse Situationen besonders geeignet sein, zum Beispiel dort, wo aus irgend einem Grund sehr dünne Modelle verwendet werden müssen, oder wo kein Interferometer zur Verfügung steht. Es stellt aber im Augenblick doch nur eine alternative Lösung einer Fragestellung dar, die, wie schon in der Einleitung erwähnt, eine grosse Anzahl anderer, auch nicht interferometrischer Methoden hervorgebracht hat. Es frägt sich daher, inwiefern überhaupt dadurch ein Fortschritt in der Spannungsoptik gewonnen worden ist, und in welcher Richtung sich das Verfahren weiter entwickeln lässt.

Zunächst deutet der sehr grosse Effekt von  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  beim Probestab (Bilder 12 und 13) auf eine mögliche Verbesserung der Genauigkeit hin, wenn etwa, wie schon erwähnt, Glasmodelle mit regelmässigen planparallelen Flächen verwendet werden. Dadurch könnten, wenn an Standardfällen extrem genaue Messungen mit verschiedenen Laststufen ausgeführt würden, die Gleichungen (16) und damit die *Neumannsche Theorie* überhaupt geprüft werden, die ja im Grunde nur einen linearen Ansatz eines Phänomens darstellt, dessen physikalische Erklärung noch nicht restlos ab-

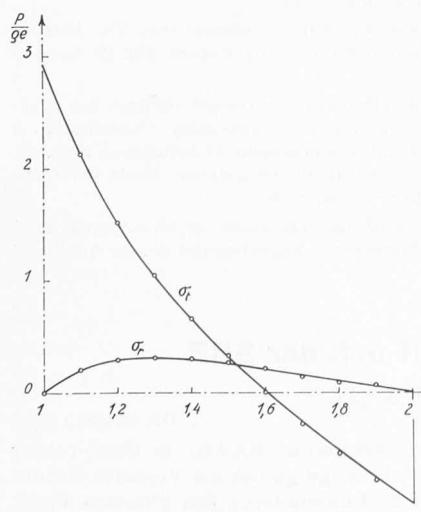


Bild 16. Diagramme der Spannungen  $\sigma_r, \sigma_t$  ( $\tau_{rt} = 0$ ) für  $\varphi = 0^\circ$ ; — berechnete Werte (nach Filon),  $\circ \circ \circ$  Messungen

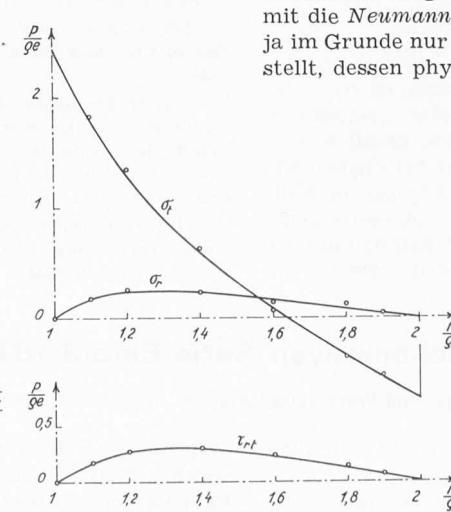


Bild 17. Diagramme der Spannungen  $\sigma_r, \sigma_t$  und  $\tau_{rt}$  für  $\varphi = 22\frac{1}{2}^\circ$ ; — berechnete Werte (nach Filon),  $\circ \circ \circ$  Messungen

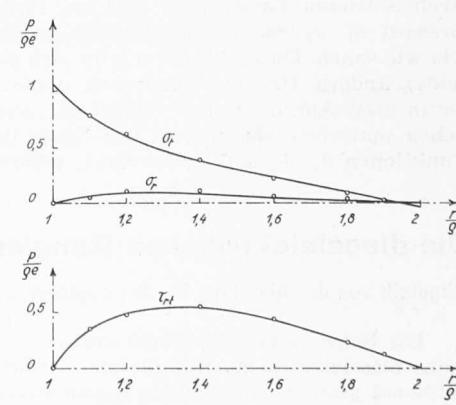


Bild 18. Diagramme der Spannungen  $\sigma_r, \sigma_t$  und  $\tau_{rt}$  für  $\varphi = 45^\circ$ ; — berechnete Werte (nach Filon),  $\circ \circ \circ$  Messungen

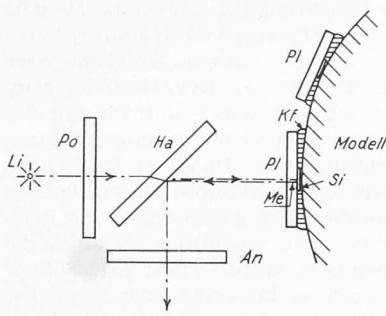


Bild 19. Prinzip des Oberflächenschichtverfahrens

geklärt ist. Im Fall der Kunsthärze im allgemeinen könnten mit der Methode gewisse viskoelastische Theorien genau überprüft werden. Unter Umständen würde sich für derartige Untersuchungen auch eine Kombination der rein optischen Methode [1] mit photoelektrischen Mitteln eignen.

Eine andere für die Praxis von Bedeutung erscheinende Möglichkeit ergäbe sich aus der Verbindung der Methode mit dem bekannten, von *Mesnager* entdeckten Oberflächenschichtverfahren zur Bestimmung der Spannungen am Rand eines *dreidimensionalen* Körpers. Bei diesem Verfahren lässt man kurz gesagt einen polarisierten Lichtstrahl an der Oberfläche eines undurchsichtigen Modells reflektieren, auf dem eine dünne doppelbrechende Schicht Kunsthärz aufgetragen ist. Unter der Annahme, dass in der Schicht die gleichen Dehnungen wie am Rand des Modells auftreten, kann damit von den im Kunsthärz gemessenen Spannungen auf diejenigen an der Oberfläche des untersuchten Körpers geschlossen werden. Diese Annahme ist aber nur richtig, wenn die Schicht vollständig am Körper haftet, und wenn vor allem ihre Dicke grob gesprochen klein ist im Vergleich zu gewissen charakteristischen Dimensionen des Modells, weil nur dann eine konstante Verteilung der Dehnungen über die Dicke gewährleistet wird [15]. Da ferner der Elastizitätsmodul eines Kunsthärzes gewöhnlich viel kleiner als derjenige des etwa aus Metall hergestellten Modells ist, so erhält man einen geringen Effekt für die relative Phasenverschiebung  $\delta_3$ , sofern man sich auf elastische Verformungen beschränkt. Bissher wurden aber unseres Wissens gerade nur relative Phasenverschiebungen gemessen, und die getrennte Bestimmung der beiden tangential zur Oberfläche wirkenden Hauptspannungen erfolgte durch Verwendung von normal und schief einfallendem Licht. Hier ergibt sich nun eine Möglichkeit durch Messung der beiden Größen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$ , die zum Beispiel im Fall  $\sigma_2 = 0$  dem Betrage nach rund zehnmal grösser als ihre Differenz  $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 2\delta_3/\lambda$  ausfallen. Dazu müsste man etwa plan-parallele Plättchen *Pl* auf die Modelloberfläche kleben (Bild 19), deren Breite wesentlich grösser als ihre Dicke, aber klein im Vergleich zu den Krümmungsradien der Oberfläche gewählt würde. Die zu klebende Seite *Si* würde an der Messtelle *Me* leicht versilbert ( $\beta = 0,04$ ), während der Klebstoff *Kf* oder die Modelloberfläche geschwärzt werden müssten, um Reflexionen am gekrümmten Rand zu verhindern.

Was nun die Genauigkeit beim Oberflächenschichtverfahren anbetrifft, so würde man zunächst erwarten, die Messung von  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  ergäbe im Vergleich zu der wertvollen Methode der schiefen Inzidenz gar keinen Gewinn, da die relativen mittleren Fehler aller drei am Probestab gemessenen Größen  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  und  $\delta_3$  gleich gross ausfielen, nämlich 3 %, wie wir sahen. Diese Situation wird sich aber bei kleinen Effekten ändern. Um dies einzusehen, denken wir uns die Fehler in zwei Anteile zerlegt, wobei der erste von den eigentlichen optischen Messungen, das heisst der Ermittlung der Funktionen  $J_1$ ,  $J_2$  und  $J_3$  herrührt, während der zweite die

mechanischen Unvollkommenheiten — nicht zentrierte Kräfte, Drehung des Modells, nicht genau elastisches Verhalten des Werkstoffes usw. — umfasst. Die mechanischen Fehler werden auch bei kleinen Effekten *relativ* dieselben bleiben, wogegen die optische Genauigkeit durch die *absoluten* mittleren, in Wellenlängen angegebenen Fehler bestimmt wird, da diese nicht unter eine gewisse *gemeinsame* Schranke (rd. 0,003) gedrückt werden können. Diese Schranke ist für alle drei Größen  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  und  $\delta_3/\lambda$  die gleiche, weil die Intensitäten  $J_1$ ,  $J_2$  und  $J_3$  alle gerade eine sinusförmige Schwingung pro Wellenlänge besitzen. Stellt man sich jetzt in Gedanken vor, der optische Effekt werde sukzessive verkleinert, so wird, anschaulich gesprochen, die nötige relative Genauigkeit der  $\delta_3$ -Messung früher als diejenige von  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  erschöpft, weil  $\delta_3/\lambda$  viel kleiner als  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  ist. Aus diesem Grund werden Interferenzmessungen möglicherweise eine Verbesserung des Oberflächenschichtverfahrens liefern.

#### Literaturverzeichnis

- [1] *H. Favre*: Sur une nouvelle méthode optique de détermination des tensions intérieures. «Revue d'Optique théorique et instrumentale», mai, juin, juillet et août 1929.
- [2] *Ch. Fabry*: Sur une nouvelle méthode pour l'étude expérimentale des tensions élastiques. «Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences», T. 190, 1930, p. 457 et suiv.
- [3] *A. F. C. Brown* and *V. M. Hickson*: Improvements in Photoelastic technique obtained by the use of a photometric method. «British Journal of Applied Physics», Vol. 1, No. 1, January 1950, p. 39 ff.
- [4] *M. M. Frocht*, *Hui Pih* and *D. Landsberg*: The use of photometric devices in the solution of the general threedimensional Photoelastic problem. «Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis», Vol. XII, No. 1, 1954, p. 81 ff.
- [5] *H. Schwieger* und *H. Dietz*: Polarisationsoptische Versuche zur elastischen Stossstheorie von *B. de Saint-Venant-Flamant*. «Annalen der Physik», Bd. 16, 1955, S. 306 ff.
- [6] *H. Favre*: Etude théorique de l'influence des réflexions intérieures sur la marche d'un rayon lumineux traversant une lame transparente soumise à des forces agissant dans son plan moyen. «Ingenieur-Archiv», Bd. 28, 1959, S. 39 ff.
- [7] *B. Vittoz*: Nouvelle méthode de mesure directe de l'effet piézo-optique, application au quartz. Thèse, Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne, 1956.
- [8] *A. Dose* and *R. Landwehr*: Bestimmung der Linien gleicher Hauptspannungssumme mittels Interferenzen gleicher Dicke. «Ingenieur-Archiv», Bd. XXI, Heft 2, 1953, S. 73 ff.
- [9] *D. Post*: A new Photoelastic Interferometer suitable for static and dynamic measurements. «Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis», Vol. XII, No. 1, 1954, p. 99 ff.
- [10] *H. Bouasse* et *Z. Carrière*: Interférences. Librairie Delagrave, Paris, 1923, p. 12.
- [11] *G. Mesmer*: Spannungsoptik. Springer, Berlin, 1939, S. 52.
- [12] *H. Favre*: Sur l'application de la théorie des erreurs à la résolution d'un système d'équations utilisé en photoélasticité. «Revue d'optique théorique et instrumentale», 1955.
- [13] *L. N. G. Filon*: The stresses in a circular ring. The Institution of Civil Engineers, Selected Engineering Papers, No. 12, London 1924.
- [14] *M. Martinola*: La détermination purement optique des constantes  $E$ ,  $\nu$ ,  $G$  des matières isotropes transparentes. Contribution à l'étude des plaques minces fléchies d'épaisseur brusquement variable. Publication No. 7 du Laboratoire de Photoélasticité, Ecole polytechnique fédérale, Leemann, Zurich 1955, p. 34.
- [15] *J. W. Duffy*: Effects of the Thickness of birefringent coatings. «Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis» (erscheint demnächst).

## Die dieselelektrischen Rangierlokomotiven Serie Em3/3 18801 u. f. der SBB

Mitgeteilt von der Abteilung für den Zugförderungs- und Werkstättendienst bei der Generaldirektion der SBB

DK 625.282 - 833.6

Die Schweizerischen Bundesbahnen haben seit Juli 1959 sechs dieselelektrische Rangierlokomotiven vom Typ Em3/3 in Dienst gestellt. Fünf dieser Lokomotiven sind augenblicklich im Rangierbahnhof Zürich und eine in Basel eingesetzt. Die von der Schweizerischen Lokomotiv- und Maschinenfabrik (SLM) in Winterthur (mechanischer und thermischer

Teil) und den Ateliers de Sécheron (SAAS) in Genf (elektrischer Teil) gebauten Fahrzeuge gelten als Vorserie für die Fabrikation von weiteren 35 Lokomotiven des gleichen Typs, für deren Beschaffung der Verwaltungsrat der SBB im Januar dieses Jahres die notwendigen Kredite bewilligt hat. Die Em3/3 sind für den mittelschweren Rangierdienst bestimmt