

# Das Bestimmen von Näherungsbrüchen mit Hilfe der Curta-Rechenmaschine

Autor(en): **Schilt, H.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **78 (1960)**

Heft 29

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-64926>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Die Büros der Gesellschaft sind auf das Erdgeschoss und fünf Obergeschosse verteilt, wobei im Erdgeschoss in erster Linie den Abteilungen mit starkem Publikumsverkehr untergebracht sind. Im 6. Obergeschoss liegen die Büros der Direktion, die dazugehörigen Sekretariate und die Sitzungszimmer.

Die Kantine mit etwa 250 Sitzplätzen, die Küchenanlage mit einer Leistungsfähigkeit von 400 bis 500 Mahlzeiten und ein Einstellraum für rd. 30 Personenwagen wurden ins 1. Untergeschoss verlegt. Das 2. Untergeschoss enthält Heizung, Kühlanlage, Trafo- und elektrische Verteilanlage, Tankanlage für Heizöl und Archive.

Das ganze Gebäude ist voll klimatisiert, wobei die zentrale Luftaufbereitung im 7. Obergeschoss erfolgt. Durch

Kanäle wird die Luft in Stockwerkszentralen geleitet und dort, entsprechend den Regelzonen, nachbehandelt, um dann durch Kanäle in den Korridordecken den einzelnen Räumen zugeführt zu werden. Der Austritt in die Büros geschieht durch die perforierten Deckenplatten aus Stahlblech, die gleichzeitig als Schallschluckplatten ausgebildet sind. Durch Öffnungen in der Gangwand wird die verbrauchte Luft in Kanälen zu den Stockwerkszentralen zurückgeleitet, um dort entweder wieder aufbereitet oder als Abluft ins Freie ausgeblasen zu werden. Die gesamte elektrische Installation, 220 V und Schwachstrom, bzw. Telefon ist so ausgelegt, dass sie der Umstellung der Raumtrennwände mit Leichtigkeit angepasst werden kann.

Adresse des Verfassers: Suter & Suter, St. Alban-Vorstadt 19, Basel.

## Das Bestimmen von Näherungsbrüchen mit Hilfe der Curta-Rechenmaschine

DK 681.14

Von Dr. H. Schilt, Biel

Es sei die Zahl  $q$  und die Toleranz  $t > 0$  gegeben. Man sucht Brüche  $Z/N$  derart, dass

$$-t < \left( q - \frac{Z}{N} \right) < +t$$

und  $Z$  und  $N$  ganze positive Zahlen sind. Wir multiplizieren die Ungleichung mit  $N$  und erhalten:

$$-Nt < (Nq - Z) < +Nt$$

Die Zahl  $Nq - Z = v$  ist ein echter Dezimalbruch, es ist der Auf-, bzw. Abrundungsbetrag der Zahl  $Nq$ ; die Rundungsmethode sei so gewählt, dass  $-0,5 \leq v < +0,5$  ist. Ein Bruch  $Z/N$  ist dann innerhalb der Toleranz (ein tolerierter Bruch), wenn sein Rundungsbetrag  $v$  zwischen  $-Nt$  und  $+Nt$  liegt. Es gilt nun, auf möglichst rationelle Weise alle tolerierten Brüche zu finden, deren Nenner nicht zu gross sind.

Um die Methode zu erklären, benutzen wir eine geometrische Darstellung. Wir tragen auf der Abszisse die Nenner  $N$  und längs der Ordinate den Rundungsbetrag  $v$  auf. Zu jedem Näherungsbruch  $Z/N$  gehört in dieser Darstellung ein Punkt  $Q_N$  mit den Koordinaten  $x = N$  und  $y = v$ . Die Punkte  $Q_N$  bilden ein Gitter innerhalb des Streifens  $-0,5 \leq y < 0,5$  (vgl. Bild 1).

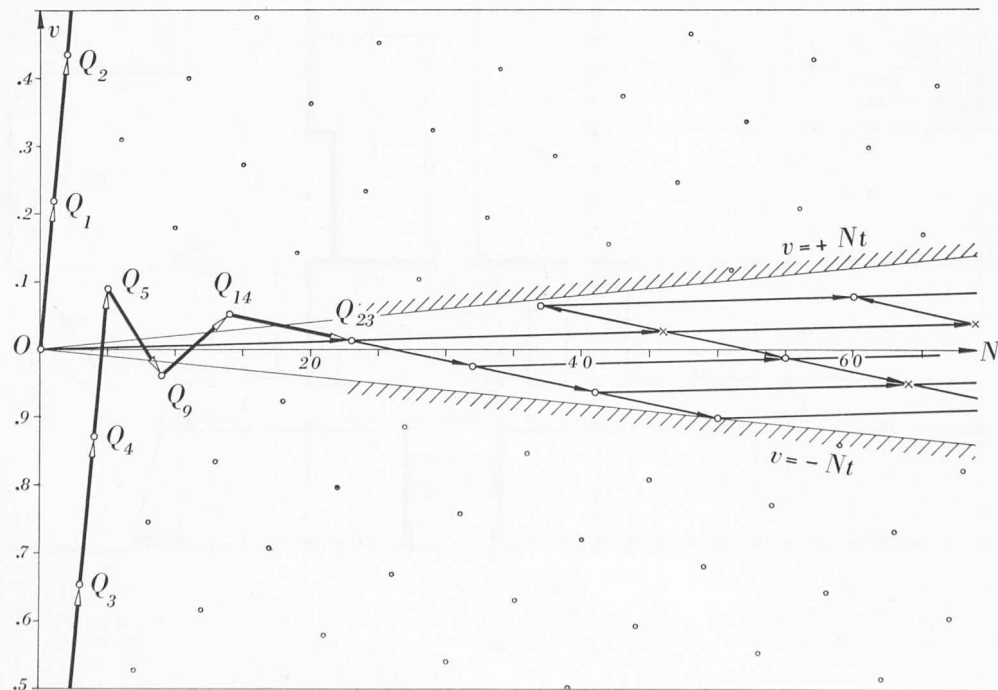


Bild 1.

Wir denken uns nun die Radienvektoren vom Punkte 0 zu den Punkten  $Q_N$  gezogen und nennen diese Vektoren  $\vec{s}_N$ . Bildet man die Fläche  $A$  des Parallelogrammes, das durch die Vektoren  $\vec{s}_{N1}$  und  $\vec{s}_{N2}$  gebildet wird, so findet man:

$$A = N_1 v_2 - N_2 v_1 = (N_1 N_2 q - N_1 Z_2) - (N_2 N_1 q - N_2 Z_1) = N_1 Z_2 - N_2 Z_1$$

Da  $N_k$  und  $Z_k$  ganze Zahlen sind, muss  $A$  auch eine ganze Zahl sein.

Wenn  $A = 0$  ist, so sind die beiden Brüche gleichwertig, der eine ist bloss der erweiterte Bruch des andern;  $\vec{s}_{N1}$  ist parallel zu  $\vec{s}_{N2}$ , oder  $\vec{s}_{N2} = c \vec{s}_{N1}$  ( $c$  ganzzahlig).

Wenn  $A = \pm 1$  ist, dann ist das Parallelogramm eine Elementarzelle, es hat dann weder im Innern noch auf den Seiten, sondern nur in den Ecken Gitterpunkte. Offensichtlich gibt es viele Möglichkeiten, aus dem Gitter Elementarzellen auszuwählen.

Bekanntlich kann man jeden Vektor des Gitters als Linearkombination

$$\vec{s}_N = c_1 \vec{s}_{N1} + c_2 \vec{s}_{N2}$$

zweier geeignet gewählter Vektoren  $\vec{s}_{N1}$  und  $\vec{s}_{N2}$  mit ganzzahligen  $c_1$  und  $c_2$  darstellen. Von Vektoren, die diese Eigenschaft haben, sagt man, sie bilden eine Basis; dazu ist notwendig und hinreichend, dass diese Vektoren eine Elementarzelle des Gitters aufspannen.

Die Eigenschaft des Vektors  $\vec{s}_N$ , eine Linearkombination der Vektoren  $\vec{s}_{N1}$  und  $\vec{s}_{N2}$  zu sein, bedeutet, dass man jeden Näherungsbruch  $Z/N$  als Kombination von zwei geeignet gewählten Brüchen  $Z_1/N_1$  und  $Z_2/N_2$  finden kann:

$$\frac{Z}{N} = \frac{c_1 Z_1 + c_2 Z_2}{c_1 N_1 + c_2 N_2}$$

Hinreichende und notwendige Bedingung, dass man so alle Brüche erhält, ist:

$$N_1 Z_2 - N_2 Z_1 = \pm 1$$

Die Toleranzgrenzen  $v = -Nt$  und  $v = +Nt$  bedeuten in unserer Darstellung Geraden, die von 0 ausgehen und symmetrisch zur Abszissenaxe liegen. Die Gitterpunkte, die

tolerierten Brüchen entsprechen, liegen innerhalb des Winkelraumes, den diese Geraden einschliessen. Die Aufgabe, Näherungsbrüche innerhalb einer bestimmten Toleranz zu suchen, besteht nun in zwei Teilen, nämlich erstens im möglichst rationalen Aufsuchen einer geeigneten Basis für die tolerierten Brüche, und zweitens im Bestimmen aller tolerierten Brüche mit Hilfe dieser Basis.

Zur Lösung des ersten Teiles dient folgender Satz: Sind  $Z_1/N_1$  und  $Z_2/N_2$  gekürzte Brüche, deren  $v$  verschiedene Vorzeichen haben, dann gehört zum Bruch  $(Z_1 + Z_2)/(N_1 + N_2)$  ein  $v$ , dessen absoluter Betrag kleiner ist als der grössere der Beträge  $v_1$  bzw.  $v_2$ . Zum Beweis werde angenommen, dass  $v_1 = a > 0$  und  $v_2 = -b < 0$  sei. Es ist also:

$$N_1 q - Z_1 = a \quad N_2 q - Z_2 = -b$$

Zum Bruch  $(Z_1 + Z_2)/(N_1 + N_2)$  gehöre der Rundungsbetrag  $v$ . Es ist:

$$v = (N_1 + N_2)q - (Z_1 + Z_2) = a - b$$

Da  $a$  und  $b$  positive Zahlen sind, ist  $|a - b|$  kleiner als die grössere der beiden Zahlen  $a$  und  $b$ .

Durch mehrmaliges Anwenden dieses Satzes kann man aus den Näherungsbrüchen  $Z_1/N_1$  und  $Z_2/N_2$  wieder zwei Brüche  $Z_3/N_3$  und  $Z_4/N_4$  finden, deren zugehörige Rundungsbeträge  $v_3$  und  $v_4$  verschiedenen Vorzeichen haben und absolut kleiner sind als der kleinere von  $v_1$  und  $v_2$ .

Geometrisch sagt dieser Satz folgendes aus: Wenn  $\vec{s}_{N1}$  und  $\vec{s}_{N2}$  die Radienvektoren zu den Brüchen  $Z_1/N_1$  und  $Z_2/N_2$  sind, so gehört zum Bruch  $(Z_1 + Z_2)/(N_1 + N_2)$  der Vektor  $\vec{s}_N = \vec{s}_{N1} + \vec{s}_{N2}$ . Da der eine der Vektoren ( $\vec{s}_{N2}$ ) nach unten und der andere ( $\vec{s}_{N1}$ ) nach oben gerichtet ist, nimmt  $\vec{s}_N$  eine Zwischenrichtung ein. Reicht man den Vektor mit dem absolut kleinern  $v$  (es sei  $\vec{s}_{N1}$ )  $c$  mal an den andern, so beschreibt man Gitterpunkte auf einer Gittergeraden, die in der Richtung  $\vec{s}_{N1}$  quer zur Abszissenaxe liegt und diese notwendigerweise schneiden muss. Zum letzten Gitterpunkt dieser Geraden vor dem Ueberschreiten der Abszissenaxe gehöre der Vektor  $\vec{s}_{N3}$  und zum ersten Punkt auf der andern Seite  $\vec{s}_{N4}$ . Falls einer dieser Punkte auf die Axe fällt, stellt der zugehörige Bruch den exakten Wert von  $q$  dar. Da auf dem Differenzvektor  $\vec{s}_{N4} - \vec{s}_{N3}$  und dem Vektor  $\vec{s}_{N3}$  nur je am Anfang und an der Spitze Gitterpunkte liegen können, bilden diese beiden Vektoren eine Basis. Wir können mit diesen Vektoren gleich vorgehen wie mit den Vektoren  $\vec{s}_{N1}$  und  $\vec{s}_{N2}$  und weitere Basen suchen, deren absolute Rundungsbeträge kleiner sind als die der vorhergehenden. So gelangen wir schliesslich zu einem Nenner  $M$ , der zu einem ersten tolerierten Bruch gehört. Es bilden dann der zuletzt benutzte Vektor  $\vec{s}_K$  und der zum Nenner  $M$  gehörende Vektor  $\vec{s}_M$  eine geeignete Basis zum Aufsuchen aller tolerierten Brüche. Damit kommen wir zum zweiten Teil unserer Aufgabe.

Unter den Radien-Vektoren  $\vec{s} = c\vec{s}_K + g\vec{s}_M$  mit positiv ganzzahligem  $g$  und ganzzahligem (positivem oder negativem)  $c$  gibt es solche, deren Endpunkte im Winkelraum zwischen den Geraden  $v = -Nt$  und  $v = +Nt$  liegen; diesen Vektoren entsprechen tolerierte Brüche. Wenn zu  $\vec{s}_K$  der Bruch  $X/K$  und zu  $\vec{s}_M$  der Bruch  $Y/M$  gehört, findet man daher die tolerierten Brüche unter den Kombinationen:

$$\frac{Z}{N} = \frac{cX + gY}{cK + gM}$$

Unter diesen Brüchen sind nur diejenigen zu kontrollieren, für die  $c$  und  $g$  teilerfremd sind, denn die andern sind nur erweiterte Brüche von schon gefundenen. Zum rationalen Aufsuchen macht man sich eine Tabelle, deren Kolonnen mit den bestimmten Werten für  $c$  (z. B.  $c = -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots$ ) überschrieben sind, während die Zeilen zu den Werten  $g = 1, 2, 3 \dots$  gehören. In jedem Feld dieser Tabelle ist

der Bruch mit den bestimmten  $c$  und  $g$  einzutragen; man wird von vorneherein alle Felder durchstreichen, für die  $c$  und  $g$  gemeinsame Faktoren aufweisen (z. B.  $c = 4, g = 2$ , usw.).

Durch Vergleich mit  $Nt$  kann man ausserdem in diese Tabelle die Grenzen der tolerierten gegenüber den nicht tolerierten und auch die Grenze zwischen den Brüchen, die kleiner als  $q$ , und jenen, die grösser als  $q$  sind, einzeichnen. (Vgl. die Tabellen zu den Beispielen.)

Die Theorie lässt sich leicht auf das Rechnen mit einer «Curta»-Rechenmaschine übertragen, die bekanntlich eine bequeme laufende Beobachtung der jeweils auftretenden Zahlenbilder ermöglicht; in unserem Falle sind es die Zahlen  $N, Nq$  und  $Nt$ , die laufend beobachtet werden müssen. Man stellt vorne im Einstellwerk (EW) die Zahl  $q$  und hinten  $t$  ein, wobei die korrespondierenden Stellen von  $q$  und  $t$  sowohl im EW als auch im Resultatwerk (RW) festgelegt werden, solange der Rundwagen sich in Position 1 befindet. Dreht man die Kurbel derart, dass im Umdrehungswerk (UW) der Nenner  $N$  erscheint, so kann man im RW vorne  $Nq = Z + v$  und hinten  $Nt$  ablesen; zu beachten ist dabei, dass negative  $v$  in der Zehnerergänzung erscheinen und dass dann der Zähler  $Z$  durch Aufrunden zu bilden ist. Durch Beobachten des Resultatwerkes können wir den Wechsel des Vorzeichens von  $v$  erfassen (Uebergang der Dezimalen von ,0.. auf ,9.. oder umgekehrt); ferner können wir erkennen, ob  $-Nt < v < +Nt$  ist (Vergleich der Kommastellen von  $Nq$  mit  $Nt$ ).

Um diese Methode zu erläutern, wählen wir zwei Beispiele. Das erste haben wir sehr einfach eingerichtet, damit man es auch graphisch vollkommen überblicken kann. Da das Einstellwerk nur einmal eingestellt werden muss, schreiben wir es nicht in die Kolonnen, ausserdem machen wir keine besondere Kolonne für die Nenner, da diese im UW erscheinen.

1. Beispiel, mit «Curta» Mod. I lösbar:

$q = 0,218; t = 0,002$ . Das EW wird folgende Einstellung erhalten: ,218 00,002 nachher entstehen in den beiden Werken nacheinander die Bilder der Tabelle 1 (vgl. auch Bild 1).

Tabelle 1

UW	RW				Vorzeichenwechsel von	Nenner-sprung	Neuer Nenner
000 000,	000,000	00,000	Z	v	v		
N	Nq	Nt					
1	0,218	0,002	0	,218	nein	1	1 + 1 = 2
2	0,436	4	0	436	nein	1	2 + 1 = 3
3	0,654	6	1	654	nein	1	3 + 1 = 4
4	0,872	8	1	872	nein	1	4 + 1 = 5
5	1,090	10	1	090	ja	4	5 + 4 = 9
9	1,962	18	2	962	ja	5	9 + 5 = 14
14	3,052	28	3	052	ja	9	14 + 9 = 23
23	5,014	46	5	014	nein	9	23 + 9 = 32

Bei der Bestimmung des Nennersprunges beachte man folgendes: Falls in der Kolonne «Vorzeichenwechsel von  $v$ » ein «Nein» steht, verwende man den eben benutzten Nennersprung nochmals; steht dort jedoch «ja», so benutze man den vorletzten Nenner als neuen Nennersprung.

Unsere Methode zum rationalen Aufsuchen des ersten tolerierten Näherungsbruches hängt mit der Entwicklung der Zahl  $q$  in einen Kettenbruch zusammen<sup>1)</sup>. Alle Näherungsbrüche in unserer Darstellung, die unmittelbar vor einem Vorzeichenwechsel von  $v$  erscheinen, sind identisch mit den Näherungsbrüchen des Kettenbruches von  $q$ . In unserem Beispiel sind es die Brüche  $1/4, 1/5, 2/9, 5/23 \dots$ . Ferner sind die Teilnenner des Kettenbruches gleich der Anzahl der Schritte mit gleichem Nennersprung. In unserem Beispiel haben wir viermal den Sprung 1, je einmal den Sprung 4 und 5 und zweimal den Sprung 9 benutzt; der Kettenbruch

<sup>1)</sup> Ueber Kettenbrüche vgl. etwa Hardy-Wright: Einführung in die Zahlentheorie, übersetzt von H. Ruoff, S. 149 ff., München, Verlag R. Oldenbourg.

Tabelle 2

g	c	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4	+5
1				3/14	5/23	7/32	9/41	11/50	13/59	
2		×		8/37	×	12/55	×	16/73	×	20/91
3		×	11/51	13/60	×	17/78	19/87	×	23/105	25/114
4		14/65	×	18/83	×	22/101	×	26/119	×	30/137

Brüche kleiner als q                      Brüche grösser als q

von q lautet daher:

$$q = \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$$

Der letzte Näherungsbruch ( $5/23$ ) liegt schon innerhalb der Toleranz, da  $v = 0,014 < 0,046 = Nt$  ist. Die beiden letzten Näherungsbrüche  $3/14$  und  $5/23$  bilden eine Basis; man erkennt das aus der Tatsache, dass  $5 \cdot 14 - 3 \cdot 23 = 1$  ist. Auch  $2/9$  und  $5/23$  würden eine Basis bilden, denn  $5 \cdot 9 - 2 \cdot 23 = -1$ ; dagegen bilden  $1/5$  und  $5/23$  keine Basis, denn es ist  $5 \cdot 5 - 1 \cdot 23 = 2$ . Theoretisch ist es belanglos, welche von den beiden Basen man benützt, praktisch wird man zu  $5/23$  einen Bruch wählen, der einen möglichst kleinen Nenner hat, also in diesem Falle  $2/9$ .

Wenn man beachtet, dass aufeinanderfolgende Näherungsbrüche eines Kettenbruches immer eine Basis bilden,

Tabelle 3

UW	RW		Vorzeichenwechsel von	Nenner-sprung	Neuer Nenner	
00000000,	0000,000'000'00000'	N	Nq = Z + v	Nt	Z	v
1	0,577 351	15	1	nein	1	1 + 1 = 2
2	1,154 702	30	1	ja	1*	2 + 1 = 3
3	1,732 053	45	2	ja	2	3 + 2 = 5
5	2,886 755	75	3	nein	2	5 + 2 = 7
7	4,041 457	105	4	ja	5	7 + 5 = 12
12	6,928 212	180	7	ja	7	12 + 7 = 19
19	10,969 669	285	11	nein	7	19 + 7 = 26
26	15,011 126	390	15	ja	19	26 + 19 = 45
45	25,980 795	677	26	ja	26	45 + 26 = 71
71	40,991 921	1065	41	nein	26	71 + 26 = 97
97	56,003 047	1455	56	ja	71	97 + 71 = 168
168	96,994 968	2520	97	ja	97	168 + 97 = 265
265	152,998 015	3975	153	nein	97	

Tabelle 4

g	c	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1						153/265	209/362	265/459	321/556	377/653						
2		×		×	250/433	×	362/627	×	474/821	×	586/1015	×	698/1209	×	810/1403	×
3			×	347/601	403/698	×	515/892	571/989	×	683/1183	739/1280	×	851/1474	907/1571	×	1019/1765
4		×		×	556/963	×	668/1157	×	780/1351	×	892/1545	×	1004/1739	×	1116/1933	×
5			597/1034	653/1131	709/1228	×	821/1422	877/1519	933/1616	989/1713	×	1101/1907	1157/2004	1213/2101	1269/2198	×

Brüche grösser als q                      Brüche kleiner als q

kann man die lästige Kontrolle vermeiden. In unserem Beispiel erkennen wir, dass  $1/5$  und  $5/23$  keine aufeinanderfolgenden Näherungsbrüche für den Kettenbruch sind, dagegen sind  $2/9$  und  $5/23$  zwei solche. Unter den Brüchen:

$$\frac{Z}{N} = \frac{2c + 5g}{9c + 23g}$$

findet man nun alle tolerierten Näherungsbrüche, wobei man mit der «Curta» leicht bestimmen kann, wo die Grenzen liegen. Wir haben die Ergebnisse in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2 kann man beliebig fortsetzen. Da man eine Basis zu Grunde gelegt hat, ist man auch sicher, dass man auf diese Weise alle Näherungsbrüche innerhalb der bestimmten Toleranz erhalten kann. Welchen von den vielen tolerierten Näherungsbrüchen man nun für das bestimmte Problem benutzen will, hängt von den Umständen ab. Handelt es sich beispielsweise um die Bestimmung von Zähnezahlen bei Zahnrädern, wird man denjenigen Näherungsbrüchen den Vorzug geben, deren Zähler und Nenner gebräuchlichen Zähnezahlen entsprechen oder sich in solche bequem faktorisieren lassen.

Die Beziehungen der Tabelle 2 zu Bild 1 dürften dem Leser leicht fallen und ihm die im theoretischen Teil dargelegten Gesetzmässigkeiten klären helfen.

Als 2. Beispiel wählen wir  $q = 0,577351$  mit einer Toleranz  $t = 0,000015$ . Hier ist zur Bestimmung der Näherungsbrüche «Curta» Modell II notwendig. Wir setzen ins Einstellwerk: ,577'351'000 15". In der Tabelle lassen wir die Kolonne mit den v aus, da v unmittelbar in den Dezimalstellen aus Nq erkennbar ist.

Aus unserer Tabelle können wir wieder leicht die Näherungsbrüche des Kettenbruches von q ablesen, diese lauten:  $1, 1/2, 3/5, 4/7, 11/19, 15/26, 41/71, 56/97, 153/265 \dots$  und die Kettenbruchentwicklung heisst:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \dots}}}}}}}}$$

Der Bruch  $153/265$  ist innerhalb der Toleranz; um ihn zu einer Basis zu ergänzen, können wir entweder  $97/168$  oder  $56/97$  nehmen. Wir wählen den zuletzt genannten und füllen Tabelle 4 aus; die dazu notwendigen Rechnungen und Kontrollen können wir wieder mit der gleichen Einstellung im EW besorgen.

\*) Zählt als neuer Schritt, weil in der gleichen Zeile ein «Ja» steht. Vgl. dazu den Kettenbruch.



Man kann sich fragen, welche Vorteile das beschriebene Verfahren gegenüber dem üblichen Kettenbruchverfahren aufweist. Zunächst ist zu bemerken, dass die Näherungsbrüche eines langen Kettenbruches unbequem zu berechnen sind. Ausserdem ist auch die Berechnung der Teilnenner mit Hilfe des euklidischen Teilverfahrens nicht bequem, da die verschiedenen Divisionen im allgemeinen immer andere Divisoren haben, so dass man die Rechenmaschine immer neu einstellen muss; demgegenüber kommt man beim oben beschriebenen Verfahren mit einer einzigen Einstellung aus.

Dennoch gibt es Fälle, wo unser Verfahren unbequem ist, nämlich dann, wenn die Teilnenner des Kettenbruches grössere Zahlen sind. In diesen Fällen und oft auch zur Kontrolle ist es nützlich, das euklidische Teilverfahren zu verwenden. Es sei  $q$  die gegebene Zahl; davon spalten wir den ganzzahligen Teil  $A_0$  ab,  $q - A_0 = r_0$ , und bilden  $a_1 = 1/r_0$ . Der ganzzahlige Teil davon sei  $A_1$ , also ist  $a_1 - A_1 = r_1/r_0$  der neue Rest. Mit ihm bilden wir  $a_2 = r_0/r_1$ . Davon ist wieder der ganzzahlige Teil  $A_2$  abzuspalten,  $a_2 - A_2 = r_2/r_1$  und  $a_3 = r_1/r_2$  zu bilden usw.; der Kettenbruch von  $q$  lautet dann:

$$q = A_0 + \frac{1}{A_1 + \frac{1}{A_2 + \frac{1}{A_3 + \dots}}}$$

Dazu gehören die Näherungsbrüche

$$\begin{aligned} \frac{Z_0}{N_0} &= A_0 \\ \frac{Z_1}{N_1} &= A_0 + \frac{1}{A_1} = \frac{A_1 A_0 + 1}{A_1} \\ \frac{Z_2}{N_2} &= \frac{A_2 Z_1 + Z_0}{A_2 N_1 + N_0} \\ \frac{Z_3}{N_3} &= \frac{A_3 Z_2 + Z_1}{A_3 N_2 + N_1} \end{aligned}$$

Wie oben setzen wir  $Nq - Z = v$  und erhalten:

$$v_0 = r_0; \quad v_1 = -r_1; \quad v_2 = +r_2; \quad v_3 = -r_3 \dots$$

Das euklidische Teilverfahren kann man für die Rechenmaschine «Curta» programmieren [vgl. dazu Tabelle 5 und die Ausführungen in SBZ 76. Jahrg., Heft 21 (24. Mai 1958), S. 319 ff].

Der Leser möge selber versuchen, die Beispiele nach beiden Methoden zu rechnen; er wird leicht feststellen, dass sie sich gut ergänzen, da wo die eine bequem ist, gibt die andere eine umständliche Rechnung und umgekehrt.

Die Kombinationen zum Bestimmen der tolerierten Näherungsbrüche kann man auch mit Hilfe der Kettenbrüche darstellen. Es sei  $Z_M/N_M$  der erste tolerierte Näherungsbruch, wozu der Teilnenner  $A_M$  gehöre.  $Z_K/N_K$  sei der unmittelbar vorangehende Näherungsbruch mit dem Teilnenner  $A_K$ . Es sind dann die oben bestimmten Kombinationen:

$$\frac{g'Z_M + cZ_K}{gN_M + cN_K} = A_0 + \frac{1}{A_1 + \frac{1}{A_2 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{A_K + \frac{c}{A_M + \frac{c}{g}}}}}}$$

Daraus ist ebenfalls ersichtlich, dass so die tolerierten Brüche auf die rationellste Weise erhalten werden.

Adresse des Verfassers: Dr. H. Schült, Höhweg 5, Biel.

Tabelle 5

Programm für Curta I

EW	H	UW	RW	Z/N	$v = Nq - Z$
,00000000	↓	000,000	,000000...	$A_0$	$r_0$
$r_0$		$A_1 \leftarrow r_1$		$\frac{Z_1}{N_1} = A_0 + \frac{1}{A_1}$	$-r_1$
$r_1$		$+ \rightarrow r_1 + r_0$			
		$- \rightarrow r_0$			
$r_2$		000,000 ↓		$\frac{Z_2}{N_2} = \frac{A_2 Z_1 + A_0}{A_2 N_1 + 1}$	$+r_2$
		$A_2 \leftarrow r_2$			
		$+ \rightarrow r_2 + r_1$			
		$- \rightarrow r_1$			
		000,000 ↓		$\frac{Z_3}{N_3} = \frac{A_3 Z_2 + Z_1}{A_3 N_2 + N_1}$	$-r_3$
		$A_3 \leftarrow r_3$			
		...		usw.	

Beispiel:  $q = 3,14159265$

$A_0 = 3$

$r_0 = ,14159265$

Curta I

EW	H	UW	RW	Z/N	$Nq - Z$
,00000000	↓	000,000	,00000000...	3	$+ 0,14159265$
14159265					
		7 ← 00885145		$3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7}$	$- 0,00885145$
00885145		$+ 15044410$			
		$- 14159265$			
		000,000 ↓		$\frac{15 \cdot 22 + 3}{15 \cdot 7 + 1} = \frac{333}{106}$	$+ 0,00882090$
		15 ← 00882090			
		$+ 01767235$			
		$- 00885145$			
00882090		000,000 ↓		$\frac{333 + 22}{106 + 7} = \frac{355}{113}$	$- 0,00003055$
		1	00003055		
				usw.	

$$3,14159265 = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

## Mitteilungen

**Die erste Gasturbinenlokomotive Russlands.** Die von den Kolonna Lokomotivwerken erstellte Einheit stellt die eine Hälfte einer Doppellokomotive von 7000 PS dar, mit welcher Züge von 3000 t auf ebener Strecke mit einer maximalen Geschwindigkeit von 100 km/h befördert werden sollen. Die einzelne Einheit wiegt 140 t, ist rd. 20 m lang und ruht auf zwei dreiachsigen Triebdrehgestellen, deren Räder 1050 Millimeter Durchmesser aufweisen. Die Gasturbine arbeitet nach dem offenen Verfahren ohne Wärmeaustauscher und leistet bei 15° C und 760 mm Hg 3500 PS bei 8500 U/min. Die höchste Gastemperatur bei Turbineneintritt beträgt 727° C, der Brennstoffverbrauch bei Vollast 327 g/PSch, was beim verwendeten Schweröl einem thermischen Wirkungsgrad von 20,8 % entspricht. Der zwölfstufige Axialkompressor arbeitet mit einem Luftdurchsatz von 23,6 kg/s. Es bestehen sechs ringförmig angeordnete Verbrennungskammern. Die an sie anschliessende Turbine ist vierstufig. Sie treibt über ein Reduktionsgetriebe zwei Haupt- und einen Hilfsgenerator an. Jeder Hauptgenerator versorgt zwei parallelgeschaltete Traktionsmotoren von je 340 kW bei 545 V, 670 A und 705 U/min. Eine Beschreibung des neuartigen Fahrzeugs findet man in «The Railway Gazette» vom 10. Juni 1960, S. 683.

**Zusammenarbeit Gardy/Feller.** Die beiden führenden Fabrikations-Firmen Gardy S. A., Genf, und Feller AG., Horgen, sind übereingekommen, auf dem gesamten Gebiete der Apparate für elektrische Hausinstallationen enger zusammen zu arbeiten und eine Rationalisierung der Fabrikation durch Aufteilung der Fabrikationsprogramme vorzunehmen. Die Firma Gardy S. A. konzentriert in Zukunft ihre Kräfte