Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 78 (1960)
Heft: 22

Artikel: Durch das Läuten von Glocken verursachte Störungen an Kirchtürmen
Autor: Geiger, Jos.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-64899

und drei Einzimmer-Wohnungen für Ehepaare und 37 Einzimmerwohnungen für Alleinstehende. Ferner waren ein geruhsamer Aufenthaltsraum, ein Zimmer für mehrere Zwecke, ein Sprechzimmer, zwei Normalbäder, ein Sitzbad, Douchen, Bastelraum, Trockenraum, Wäscheraum und verschiedene Nebenräume zu planen.

Die Wohnungen sowie die Kellerabteile sind im Haupttrakt untergebracht, während sich alle anderen Räumlichkeiten im Nebentrakt befinden. Der Zugang zu den Wohnungen erfolgt über offene Laubengänge. Jede Wohnung verfügt über eine mit elektrischem Herd ausgerüstete Küche sowie über einen eigenen Abort. Auf Wunsch des Mieters wird ein einbaubarer Kleinkühlschrank von 40 l in Miete abgegeben. Auf die Installation von Warmwasser wurde verzichtet, hingegen erhielt jede Wohnung einen Telefon- und Rundspruchanschluss, von dem bis heute über 80 % der Mieter Gebrauch gemacht haben. Die Gebühren und Betriebskosten sind vom Mieter zu tragen.

Durch die rechtwinklige Anordnung von Haupt- und Nebentrakt ergibt sich ein nach Südwesten offener, geräumiger und geschützter Gartenhof, der von dem ebenerdig gelegenen, gemeinschaftlichen Arbeits- und Aufenthaltsraum erreicht werden kann. Die Anordnung der Wohnungen in vier Stockwerken machte den Einbau eines Personenliftes erforderlich. Die Siedlung verfügt über keinen eigenen Hauswart; dessen Funktion wird von einem Mieter übernommen.

Gebäudekosten 1 029 000 Fr., Mobiliar 22 000 Fr., Umgebung 95 000 Fr., Kubikmeterpreis 124,70 Fr., Kosten pro Wohnung 29 863 Fr., Kosten pro Bett 26 206 Fr.

Adresse der Architekten: *Hächler und Pfeiffer*, Architekten, Zürich, Schönbergstrasse 15. Ingenieurarbeiten: *M. Meyer-Zuppinger*, Zürich, Bleicherweg 56.

Durch das Läuten von Glocken verursachte Störungen an Kirchtürmen

DK 539.433 : 624.074.6

Von Dr. **Jos. Geiger,** Augsburg

In neuerer Zeit sind in einer Reihe von Fällen gefährlich starke Schwingungen von Kirchtürmen aufgetreten, die beim Läuten von Glocken entstanden sind und zum Teil erhebliche Risse im Mauerwerk verursachten *). Diese haben sich trotz Ausbesserns in Bälde wieder gezeigt. Sie veranlassten den Verfasser, sich sowohl messtechnisch als auch theoretisch mit diesem Problem näher zu beschäftigen. Man hört manchmal, es sei ganz natürlich, dass ein Glockenturm beim Läuten etwas schwinge. Dem ist durchaus beizustimmen, solange es sich um kleine Schwingungen handelt. Wenn aber das Kirchturmkreuz nicht um Bruchteile von Millimetern, sondern um 10 cm und mehr hin und her schwankt, wenn man beim Anlehnen unten an den Fuss des Kirchturms auffallend starke Schwingungen sofort fühlt oder wenn die in der Höhe der Glockenplattform gemessenen Beschleunigungen über 5 % der Erdbeschleunigung ausmachen, so geht das entschieden zu weit.

1. Zur Theorie der Glockenschwingung

Man ist geneigt, eine Kirchenglocke als ein physikalisches Pendel anzusehen. In jedem elementaren Physikbuch wird die Pendelschwingung als der Typus einer reinen harmonischen Schwingung geschildert. Man denkt daher auch bei einer Glocke an eine reine sinusförmige Schwingung. Man erwartet, dass auch die von ihr verursachte Turmschwingung ebenfalls rein harmonisch sei und ihre Frequenz mit der Glockenfrequenz übereinstimme. Das würde dann zutreffen, wenn die Glocke nur kleine Ausschläge von $\pm 1°$ bis $\pm 5°$ machen würde. Die tatsächlichen Winkelausschläge der Glocken schwanken aber zwischen $\pm 60°$ und $\pm 90°$. In diesem Falle kann man bei weitem nicht mehr von einer harmonischen Schwingung sprechen. Die Schwingungsdauer ist stark vom Winkelausschlag abhängig. Für die Dauer einer Viertelschwingung ergibt sich die in Bild 1 dargestellte Abhängigkeit vom Ausschlagwinkel. Für die zahlenmässige Berechnung sei nur erwähnt, dass zum Ausdruck $\sqrt{l/g}$ noch ein sogenanntes elliptisches Integral 1. Gattung hinzutritt, während bei kleinen Winkelausschlägen die Dauer einer Viertelschwingung bekanntlich

$$t = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}$$

ist (l ist die Pendellänge, g die Erdbeschleunigung). Das elliptische Integral lautet:

$$\int_0^{\alpha/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha}{2}\,\sin^2\psi}}$$

$$\text{wobei } \sin\psi = \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

ist. Die Bezeichnungen α und φ gehen aus Bild 2 hervor.

Die von einer Glocke mit dem Gewicht G bei einem Winkelausschlag α erzeugte waagerechte Kraftkomponente ergibt sich nach Bild 3 zu $G \sin\alpha \cos\alpha$. Um festzustellen, aus welchen harmonischen Anteilen sich diese waagerechte Kraft zeitlich zusammensetzt, ist diese Kraft nicht abhängig vom Weg oder vom Winkelausschlag, sondern abhängig von der Zeit aufzutragen. In Bild 4 ist dies für einen Winkelausschlag von $\pm 90°$ für eine Viertelschwingung dargestellt: Beim Erreichen des Winkelausschlags 90° ist die waagerechte Glockenkraft Null; desgleichen ist sie Null, wenn die Glocke durch die Mittellage hindurchschwingt. Bei einem Winkelausschlag von 45°, d. h. für $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 0{,}5$ ist der Grösstwert erreicht. Dieser tritt aber zeitlich nicht nach der

* Ueber Messungen von Kirchturmschwingungen in Zürich berichteten Dr. *P. Koenig*, Bern, in Bd. 100, S. 195, und Prof. Dr. *M. Ros*, Zürich, in Bd. 115, S. 222.

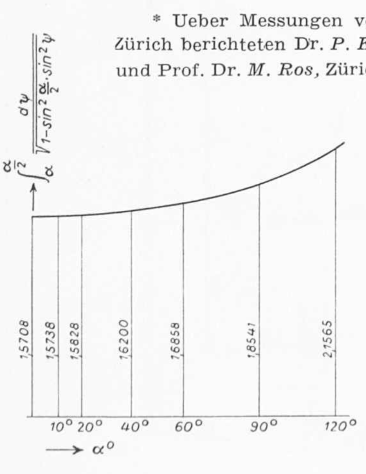

Bild 1. Abhängigkeit der Dauer einer Viertelschwingung eines Pendels vom Winkelausschlag α

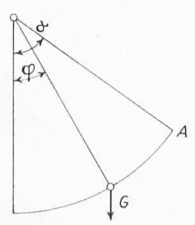

Bild 2. Schema eines ausgelenkten Pendels

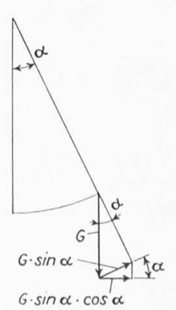

Bild 3. Waagrechte Kraftkomponente beim ausgelenkten Pendel

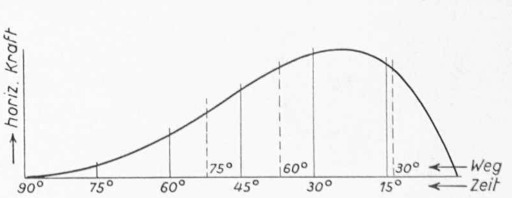

Bild 4. Abhängigkeit der waagrechten Kraftkomponente von der Zeit (nicht vom Winkelausschlag) für einen grössten Winkelausschlag von ±90°

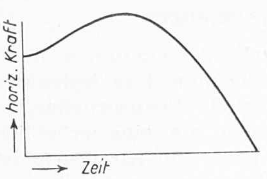

Bild 5. Abhängigkeit der waagrechten Kraftkomponente von der Zeit für einen grössten Winkelausschlag von ± 70 °

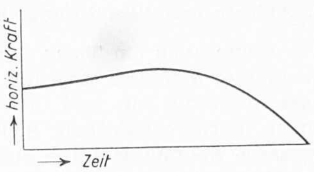

Bild 6. Wie Bild 5, jedoch für einen grössten Winkelausschlag von ± 62 ° 40′

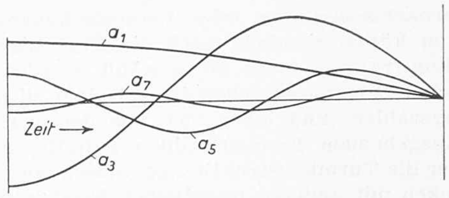

Bild 7. Harmonische Analyse für den Fall mit einem grössten Winkelausschlag von ± 90 °. a_1 ist die mit der Pendelzahl übereinstimmende Kraftkomponente; a_3 die harmonische Kraft dritter Ordnung, die also dreimal so rasch wie die Pendelzahl wechselt, a_5 die harmonische Kraft fünfter Ordnung, a_7 jene siebenter Ordnung

Hälfte einer Viertelschwingung, also 45° von der Ruhelage aus gemessen, sondern zwischen 20° und 25° Zeitwinkel auf.

Für einen andern Winkelausschlag einer Glocke ergibt sich natürlich eine andere Abhängigkeit der waagerechten Glockenkraft von der Zeit. Für ± 70° findet sich z. B. die in Bild 5 dargestellte Kurve, für 62° 40′ die in Bild 6 wiedergegebene Beziehung.

Es ist jetzt dieses Kraft-Zeit-Diagramm harmonisch zu analysieren. Bild 7 stellt das Ergebnis für einen Glockenwinkel von ± 90° dar. a_1 ist die im Takt der Glockenschwingung wechselnde sinusförmig verlaufende waagerechte Kraftkomponente; ausserdem sind aber vorhanden eine dreimal (a_3), eine fünfmal (a_5) und eine siebenmal (a_7) so rasch wie die Glockenschwingung wechselnde Komponente. Von den noch rascher wechselnden Anteilen sehen wir wegen ihrer Geringfügigkeit ab.

Geradzahlige Komponenten, etwa eine doppelt so rasch wie die Glockenpendelung wechselnde, sind nicht vorhanden, was sich mathematisch gut erklären lässt. Unsere ganz besondere Aufmerksamkeit verdient aber die Harmonische 3. Ordnung, die nicht, wie man vielleicht zu erwarten geneigt wäre, klein gegenüber der Grundharmonischen ist. Sie ist im Gegenteil um über 34 % grösser. Sogar die Harmonische 5. Ordnung beträgt noch über 47 % der Grundharmonischen. Natürlich sind diese Zahlen bei anderen Glockenwinkelausschlägen wieder anders.

Jedes Bauwerk besitzt aber bestimmte Eigenschwingungszahlen. Bevor wir auf diese eingehen, sei bemerkt, dass es zur Vermeidung von Störungen entscheidend darauf ankommt, *Resonanz* zwischen der Frequenz irgend einer Harmonischen irgend einer der im Turm aufgehängten Glocken und irgend einer Eigenschwingungszahl des Turmes zu vermeiden. Um dies besonders zu unterstreichen, sei nur ein Fall herausgegriffen, der aber für viele andere typisch ist: Ein Glockenturm hat vier Glocken mit folgenden minutlichen Pendelzahlen: I 27,2, II 28,6, III 30,0, IV 31,5. Glocke I ist weitaus die schwerste, Glocke IV die leichteste. Es wäre naheliegend, zu erwarten, dass von der schwersten Glocke auch die stärksten Turmschwingungen herrühren. Das ist aber ganz unrichtig. Die Messungen haben im Gegenteil gezeigt, dass die von den beiden grössten Glocken I und II herrührenden Turmschwingungen gegenüber jenen, die von der kleinsten Glocke IV verursacht werden, viel kleiner sind. Es wäre weiter gewiss sehr naheliegend anzunehmen, dass die von der Glocke IV erzeugten Turmausschläge wenigstens im Takt der Glockenpendelung wechseln. Aber auch das trifft nicht zu. Die im Takt der Glockenpendelung wechselnden Turmausschläge sind unbedeutend gegenüber den im dreifachen Takt wechselnden. Zum Beweis bringen wir die Bilder 8 und 9. Bild 8 gibt das Diagramm der Schwingungen wieder, wenn nur mit der grössten Glocke I allein geläutet wird. Bild 9 zeigt das entstandene Diagramm für die gleiche Messtelle und unter den selben Bedingungen (Richtung, Vergrösserung), wenn nur mit der kleinsten Glocke IV allein geläutet wird. Trotzdem die Glocke I 3,36 mal schwerer als Glocke IV ist, beträgt der Ausschlag der im Takt der Glokkenpendelung von I erfolgenden Turmschwingung nur 33,7 Prozent der im dreifachen Takt der Glockenpendelung von IV erfolgenden Turmschwingung. Es erklärt sich dies dadurch, dass der Turm eine Biegeeigenschwingungszahl besitzt, welche ganz nahe bei der dreifachen Pendelzahl der Glocke IV liegt und dass sich infolgedessen das System, trotzdem es ein Ziegelbau ist, gewaltig hochschaukelt.

In diesem Zusammenhang muss darauf hingewiesen werden, dass die in der Literatur sich findende Anweisung, nach der man bei Stössen einen Zuschlag von 25 bis 100 % machen soll, bei Schwingungen vollkommen unbrauchbar ist. Ich habe durch zahlreiche Messungen an verschiedenen ausgeführten Bauwerken festgestellt, dass Ziegelbauten bei Resonanz sich auf das 35fache hochschaukeln können, so dass hier ein Zuschlag von 3500 % in Frage kommt (natürlich nur im Fall der Resonanz). Es handelt sich also gegenüber der Literaturangabe um einen ganz ausserordentlich grossen Unterschied. Bei Maschinenteilen aus Edelstahlsorten wurde sogar eine Aufschaukelung bis auf das 120-fache festgestellt. Ein Backsteinmörtelverband hat freilich eine grössere Hysterese als etwa Federstahl; sie ist aber bei den in Frage kommenden Beanspruchungen keineswegs so gross, dass nicht beträchtliche Aufschaukelungen eintreten können.

2. Vorgehen bei Turmprojekten

Es sind zunächst für die in Aussicht genommenen Glokken deren Gewichte, Winkelausschläge und insbesondere ihre minutlichen Pendelzahlen anzugeben. An Hand der Entwurfszeichnungen des Turmes sind seine Biegeeigenschwingungszahlen und unter Umständen auch seine Verdrehеigenschwingungszahlen zu berechnen. (Die Berechnung der Biegeeigenschwingungszahlen ist für einen beliebig abgesetzten Turm im Anhang geschildert. Es handelt sich hier um ein streng mathematisches Verfahren, das ohne irgend

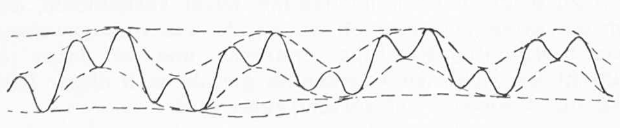

Bild 8. Originaldiagramm; es stellt die Grösse und den Verlauf der in Richtung der Glockenpendelung erfolgenden Turmschwingung dar, gemessen auf der Turmplattform, wenn mit der grössten Glocke (I) allein geläutet wird. Man beachte die langsamen und die sich darüber lagernden, dreimal so rasch wechselnden Schwingungen, die von der Harmonischen dritter Ordnung stammen

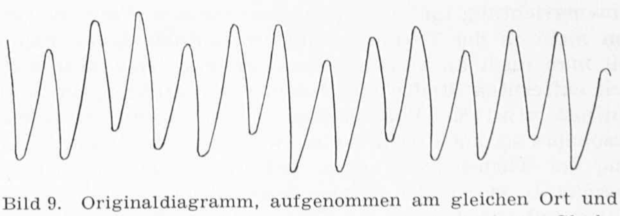

Bild 9. Originaldiagramm, aufgenommen am gleichen Ort und unter genau gleichen Umständen, wenn mit der kleinsten Glocke (IV) allein geläutet wird. Die dreimal so rasch wie die Glockenpendelung erfolgenden Turmschwingungen sind hier viel stärker als die von der Glocke I herrührenden (ein Pendel ist hier noch nicht eingebaut)

welche Vernachlässigungen oder Vereinfachungen auch in verwickelten Fällen ziemlich rasch die Ergebnisse liefert.) Die Turmkonstruktion muss so gewählt werden, dass in keinem Fall Resonanz zwischen irgend einer dieser Eigenschwingungszahlen und einer der von den verschiedenen Glocken ausgehenden Frequenzzahlen auftritt; andernfalls ist entweder die Turmkonstruktion zu ändern oder aber man wählt Glocken mit anderen minutlichen Pendelzahlen.

Man wird jetzt fragen, ob sich die Turmeigenschwingungszahlen genügend zuverlässig rechnen lassen. Bei einem gotischen Turm mit vielen Durchbrechungen und Zieraten, der mit der Kirche zusammengebaut ist, ist allerdings eine gewisse Vorsicht angebracht. Die Kirchtürme, welche heute gebaut werden, sind aber gewöhnlich von wesentlich einfacherer Konstruktion, wenn sie auch mehrfach durchbrochen und nach oben hin stark verjüngt sein können. Zum Beweis, dass starke Verjüngung in beliebiger Art, auch wenn an der Spitze eine Verdickung folgt, trotzdem eine zuverlässige Vorausberechnung auch einer höheren Eigenschwingungszahl ermöglicht, sei folgender Fall aus der Praxis geschildert:

Ein Fabrikkamin, der innen ein Futter besass, sollte 50 m hoch werden. Beim Erreichen von 19 m Höhe traten so starke Schwingungen auf, dass die Kaminbauer sich weigerten weiterzubauen, weil sie befürchteten, dass der Mörtel nicht mehr abbinde. Ich stellte fest, dass die Schwingungen von einer etwa 50 m vom Kamin entfernten Dampfmaschine herrührten, dass aber am Kaminfuss die Schwingungen auch bei gespanntester Aufmerksamkeit nicht spürbar waren. Die Berechnung der Eigenschwingungszahlen zeigte, dass bei 19 m Höhe die Biegeeigenschwingungszahl des Kamins gerade mit der Frequenz der von der Dampfmaschine ausgehenden Massenkräfte zusammenfiel. Die Rechnung zeigte weiter, dass beim Erreichen von 47 m Kaminhöhe Resonanz zwischen der Biegeeigenfrequenz zweiten Grades des Kamins und der Frequenz der Massenkräfte zu erwarten war. Ich empfahl sofort weiter zu bauen und beim Erreichen von 47 m Höhe mich zu verständigen. Nach Erreichen dieser Höhe wurde mir mitgeteilt, die Schwingungen seien jetzt eher noch stärker als zuvor bei 19 m Höhe. Ich empfahl wieder, sofort weiter zu bauen. Bei 50 m Höhe, also dem endgültigen Kaminmass, waren dann die Schwingungen auch an der Spitze des Kamins so gering geworden, dass man sie auch bei gespannter Aufmerksamkeit kaum noch fühlen konnte.

3. Messung der Schwingungen

Die Art der Messung ist vom Verfasser in SBZ 1953, Nr. 51, S. 743 unter dem Titel «Dynamische Einwirkungen auf Gebäude» geschildert worden. Es sei daher darauf verwiesen und nur noch besonders auf die Forderung aufmerksam gemacht, dass die Eigenschwingungszahl der Messanordnung viel tiefer als die niedrigste Glockenpendelzahl liegen soll. Wenn es sich um besonders grosse Glocken mit einer Pendelzahl von etwa 20/min handelt, ist dies allerdings nicht immer leicht zu erreichen. Man muss dann den Einfluss der Verzerrung, der durch die Nähe der Eigenschwingungszahl der Messanordnung zur niedrigsten Glockenpendelzahl entsteht, berücksichtigen. Stets aber sollte diese Eigenschwingungszahl nicht mehr als die Hälfte der Glockenpendelzahl betragen.

Um den Einfluss jeder Glocke festzustellen, sollte die Messung nicht nur durchgeführt werden, wenn alle Glocken zusammen geläutet werden, sondern auch beim Läuten jeder Glocke einzeln. Man soll weiter sowohl in der Glockenschwingrichtung als auch quer dazu messen. Falls die Glokken nicht in der Turmaxe, sondern seitlich davon hängen, soll man auch an von der Turmaxe möglichst verschieden weit entfernten Stellen die Messung durchführen, um so den Einfluss etwaiger Verdrehungsschwingungen festzustellen. Besonders sei noch darauf hingewiesen, dass für die Ermittlung der Turmschwingungen auf alle Fälle registrierende Messgeräte verwendet werden müssen, da ausser dem Ausschlag unbedingt auch die Frequenz und die Schwingungsform bestimmt werden muss. Die Ermittlung der Turmschwingungen etwa durch Beobachtung mit Hilfe eines Theodoliten von unten aus ist ein Versuch mit untauglichen Mitteln.

4. Abhilfe und Beseitigung der Schwingungen

Wenn auch ein Turm durch starke Schwingungen nicht in einigen Monaten einstürzt, so wolle man doch bedenken, dass dauernd hin und her wechselnde Beanspruchungen einem Turm wesentlich mehr schaden als eine erheblich grössere Spannung durch statische Last. Ein Kirchturm ist ein Bauwerk, von dem man eine Lebensdauer von mehreren Jahrhunderten verlangt. Für die wechselnden Beanspruchungen kommt es aber nicht nur auf ihre Grösse, sondern auch auf die absolute Zahl der Lastwechsel an. Es wäre nicht zu vertreten, wenn ein Kirchturm nach 15 Jahren Risse bekäme oder nach 60 Jahren so baufällig würde, dass nicht mehr geläutet werden darf; denn dann wird er seinem Zweck, die Gläubigen zusammenzurufen und freudige und traurige Ereignisse zu verkünden, nicht mehr gerecht.

Zur Beseitigung gefährlicher Turmschwingungen ist vorgeschlagen worden, den Turm wesentlich zu verstärken. Eine solche Verstärkung ist namentlich dann am Platze, wenn mehrere Glocken starke Schwingungen erzeugen, was allerdings recht selten ist. Wenn nur eine oder zwei Glocken die Ursache bilden, führt zwar diese Massnahme, wenn sie sinnvoll ausgeführt wird, auch zum Ziel; nur ist sie reichlich teuer. Solange es sich nur um ein Turmprojekt handelt, soll es so ausgelegt werden, dass Resonanz vermieden wird. Es kann aber in diesem Fall unter Umständen sogar statt einer Verstärkung eine Verschwächung angebracht sein.

Eine andere ebenfalls sicher zum Erfolg führende Massnahme, die man aber nicht ernstlich ins Auge fassen sollte, würde darin bestehen, den Turm um einen Drittel oder die Hälfte abzutragen. Abgesehen von den Kosten scheidet diese Massnahme aus architektonischen Gründen und auch deshalb aus, weil die Glocken den Schall weit fortragen und daher hoch hängen sollen.

Ein steifes Stahlgerüst im Turminnern kann bei richtiger Konstruktion zum Erfolg führen, ist aber noch teurer als die zuerst genannte Massnahme und ist in vielen Fällen nicht durchführbar.

Weiter ist vorgeschlagen worden, unter dem Turm eine Anzahl Betonpfähle anzuordnen. Abgesehen von den sehr hohen Kosten und der Schwierigkeit der Durchführung sei noch bemerkt, dass diese Massnahme nur dann Aussicht auf Erfolg hat, wenn einwandfrei nachgewiesen ist, dass nicht die Biegeelastizität des Turmes, sondern vielmehr die ungewöhnlich starke Nachgiebigkeit des Untergrundes für die Lage der Eigenschwingungszahl des Turmes massgebend ist. Das ist aber wohl nur ganz selten der Fall, weil man stets bestrebt sein wird, einen Kirchturm auf gutem tragfähigem Baugrund zu errichten. Bei der Projektierung eines Turmes sollte es selbstverständlich sein, sich über den Baugrund sorgfältig zu unterrichten und gegebenenfalls die Kosten für ein paar Bohrungen nicht zu scheuen.

Eine weitere Möglichkeit zur Verringerung der Schwingungen besteht darin, die Richtung, in der die Glocken schwingen, um 90° zu ändern. Bei einem freistehenden nach beiden waagrechten Richtungen symmetrischen Turm ist diese Massnahme natürlich zwecklos. Ein Turm, der mit der Kirche zusammengebaut ist, hat aber wegen der Versteifung durch die anschliessende Kirchenmauer möglicherweise in der Längsrichtung der Kirche eine andere Biegeeigenschwingungszahl als quer dazu, so dass in diesem Fall eine solche Richtungsänderung einen gewissen Erfolg bringen kann. Voraussetzung ist natürlich hier die zuverlässige Berechnung der Längs- und der Quereigenschwingungszahl. Weiter ist hier auf die Lage der Kirchgemeinde zum Turm Rücksicht zu nehmen. Es kann nämlich leicht vorkommen, dass sich die Kirchgemeinde von der Kirche aus vorzugsweise in einer bestimmten Richtung erstreckt und es daher erwünscht ist, wenn der Glockenton gerade nach dieser Richtung hin besonders gut fortgetragen wird.

Damit kommen wir zu mehr maschinenbaulichen Massnahmen. Eine solche besteht in einer Kröpfung bei der Glockenaufhängung. Durch eine solche wird der Schwerpunkt der Glocke näher an die Drehachse herangerückt. Erstens wird dadurch die Eigenschwingungszahl der Glocke geändert, so dass man von der Resonanz mit der Turmeigenschwingungszahl wegkommen kann, und zweitens werden

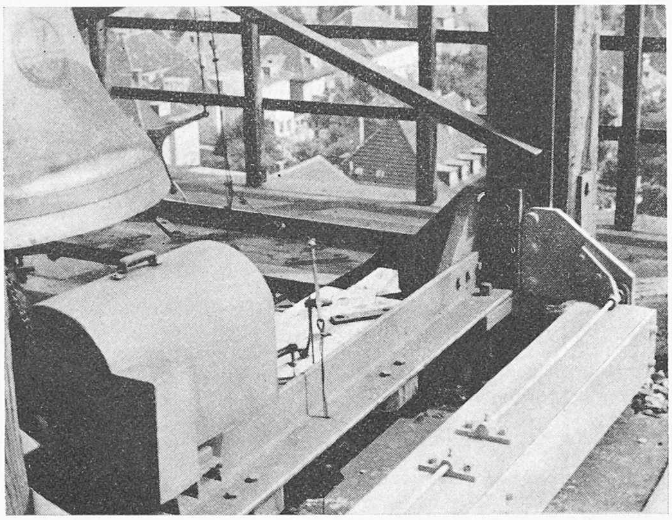

Bild 10 (links). Anordnung eines Pendels zur Bekämpfung der gefährlichen Turmschwingungen auf der Turmplattform. Die Verschalung ist abgenommen. Als Pendel wirkt der viereckige Klotz rechts im Bild. Der rundliche Kasten links dient zum Läutwerkantrieb und hat mit dem Pendel nichts zu tun

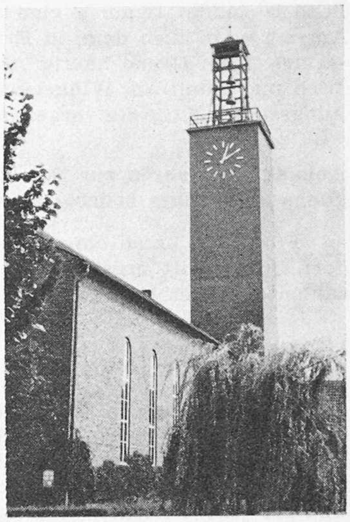

Bild 11 (rechts). Kirche und Kirchturm. Das Pendel ist von unten nicht zu sehen und beeinträchtigt weder das architektonische Aussehen des Turmes noch die Fortpflanzung des Glockentones

bei gleichem Winkelausschlag der Glocke die Pendelwege des Glockenschwerpunktes und damit deren waagrechte Massenkräfte verkleinert, wodurch wegen der kleineren erregenden Kräfte auch die Turmschwingungen verkleinert werden.

Bevor aber eine solche Massnahme durchgeführt wird, muss unbedingt ein Tonsachverständiger sich hiezu äussern. Es kann nämlich leicht die Schönheit des Zusammenklanges der Glocken dadurch sehr empfindlich beeinträchtigt werden; auch beim Läuten der einzelnen Glocke kann statt eines vollen Tones ein klägliches Gebimmel entstehen.

Schliesslich sei noch auf eine erstmals vom Verfasser angewendete Vorrichtung hingewiesen. Diese besteht aus einem Pendel, dessen Eigenschwingungszahl genau mit der Schwingungszahl der zu bekämpfenden Turmschwingung übereinstimmt. Dieses Pendel steht mit der Glocke selbst oder deren Antrieb in keiner Verbindung, beeinflusst also die Klangschönheit der Glocke in keiner Weise. Es wird im allgemeinen zweckmässig unten am Glockenstuhl angebracht. Durch die Turmschwingungen wird es infolge Resonanzwirkung zu grossen Ausschlägen angefacht, die in der Phase um 180° den Turmschwingungen nacheilen und ihnen so entgegenwirken.

Ausdrücklich sei hervorgehoben, dass dieses Pendel nur dann in Frage kommt, wenn Resonanz irgend einer Glokkenfrequenz mit einer Turmeigenfrequenz vorliegt oder man sich in deren Nähe befindet. Auf andere Frequenzen als jene, welche mit der Pendeleigenfrequenz übereinstimmen, wirkt dagegen das Pendel nicht oder kaum ein. Für den Fall der Resonanz stellt es aber eine ausserordentlich einfache und offenkundig die billigste Massnahme dar. Bild 10 zeigt das Pendel mit abgenommener Verschalung auf der Plattform eines Turmes, und zwar ist es auf der rechten Seite unten als viereckiger Klotz erkenntlich. Es muss natürlich eine bestimmte Grösse aufweisen, beeinträchtigt aber den Platz auf der Plattform nur recht wenig. Der rundliche Kasten links dient zum Läutwerkantrieb und hat nichts mit dem Pendel zu tun. Die Pendeldrehachse ist am Fuss des Glokkenstuhls angeordnet. Von unten ist das Pendel auch dann, wenn man genau weiss, wo es angebracht ist, nicht zu erkennen. Eine Beeinträchtigung des Aussehens des Turmes findet daher nicht statt, wie Bild 11 erkennen lässt.

5. Erfahrungen mit dem Pendel

Bild 9 gibt die Grösse der Turmschwingungen vor Einbau des Pendels für den Fall des Läutens mit der die gefährlichen Schwingungen verursachenden kleinsten Glocke

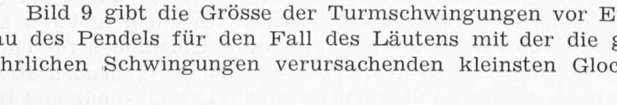

Bild 12. Originaldiagramm, unter genau gleichen Verhältnissen wie Bild 9 an der selben Messtelle auf der Turmplattform aufgenommen, aber nach Einbau des Pendels

IV wieder. Die Messtelle befand sich auf der Turmplattform; gemessen wurde in Richtung der Glockenschwingung. Bild 12 zeigt unter genau den gleichen Verhältnissen, also gleicher Messtelle, gleicher Messanordnung, gleicher Vergrösserung und alleiniges Läuten mit der gleichen Glocke IV die Turmschwingungen nach Einbau des Pendels. Man erkennt die erhebliche Verringerung, trotzdem an der Vorrichtung die Dämpfung noch nicht angebracht war, auf die wir noch zu sprechen kommen. Dass die Turmschwingungen ganz auf Null verringert werden, darf man nicht erwarten; denn wenn die Turmschwingungen verschwinden würden, würde auch jede Anregung durch den Turm, das Pendel in Schwingungen zu versetzen, wegfallen. Theoretisch wäre es am richtigsten, das Pendel dort anzuordnen, wo die erregende waagrechte Glockenkraft angreift, also an der Drehachse der Glocke. Abgesehen vom mangelnden Platz hätte dies aber bedeutet, dass man das Pendel von unten aus gesehen hätte, was aus architektonischen Gründen vermieden wurde.

Sehr wichtig ist, dass die Einstellung des elektrischen Läutwerksantriebs immer die selbe bleibt. Durch diese kann nämlich der Schwingungsausschlag der Glocke verändert werden; dieser ändert aber wieder, wie bereits eingangs erläutert, die Schwingungszahl der Glocke. Das Pendel wirkt jedoch nur dann, wenn seine Eigenschwingungszahl mit der zu bekämpfenden Glockenschwingzahl genau übereinstimmt. Schon ein Unterschied um 1 oder 2 % macht sich sehr nachteilig bemerkbar. Das bedeutet freilich nicht, dass man den Winkelausschlag der Glocke nicht ändern darf; nur muss man sich darüber klar sein, dass man dann auch die Eigenschwingungszahl des Pendels entsprechend ändern muss, damit wieder genau Resonanz vorhanden ist.

Am Pendel ist noch eine Dämpfungsvorrichtung angebracht, die den Zweck hat, nach Aufhören des Läutens das Pendel rasch zur Ruhe zu bringen. Hier sei eine auf biologischem Gebiet liegende Erfahrung geschildert, die nicht vorauszusehen war. Nach vielmonatlichem Betrieb war nämlich aufgefallen, dass das Pendel nicht mehr so grosse Ausschläge ausführte, also nicht mehr so günstig wirkte wie bei der ersten Einstellung. Der Grund war der folgende: Durch viele Tausende von Eintagsfliegen hatte sich die Dämpfungsvorrichtung zugesetzt und bremste so durch mechanische Reibung das Pendel. Nachdem diese unerwartete Ursache gefunden und beseitigt war, schwang es wieder genau so wie bei der ersten Montage. Es ist eben bei einem solchen Pendel auf Verringerung der Reibung sehr zu achten.

Es besteht aber auch die Möglichkeit, das Pendel vom Läutwerk aus anzutreiben, in welchem Falle die Reibung eine geringe Rolle spielt. Allerdings erhöhen sich aber die Kosten durch den Antrieb. Diese Antriebsmöglichkeit ist ausdrücklich auch dann vorhanden, wenn die Frequenz der Turmschwingung nicht mit der Glockenpendelzahl, sondern mit deren dreifachem oder fünffachem Wert zusammenfällt. Man braucht hiebei nicht zu denken, dass der Läutwerksmotor wesentlich verstärkt werden müsste; zum Antrieb des

Pendels genügt nämlich eine geringe Kraft. Ein solcher Antrieb wäre auch dann in Erwägung zu ziehen, wenn aus irgend einem Grund häufig Aenderungen am Läutwerksantrieb und damit am Winkelausschlag und der Eigenschwingungszahl der Glocke vorgenommen werden.

Anhang. Verfahren zur Berechnung der Biegeeigenschwingungszahlen eines beliebig abgesetzten Turmes

Für einen unten eingespannten Stab mit gleichbleibendem Querschnitt ergeben sich die Biegeeigenschwingungszahlen nach der Formel

$$(1)\quad n_l = \frac{30}{\pi}\,\frac{\beta^2}{l^2}\sqrt{\frac{E\,I\,l\,g}{G}}$$

wobei l die Länge, E den Elastizitätsmodul, I das äquatoriale Trägheitsmoment, g die Erdbeschleunigung und G das Gewicht bedeuten. Ferner ist für die Eigenschwingung ersten Grades $\beta_1 = 1{,}876$, für jene zweiten Grades $\beta_2 = 4{,}694$ und für jene dritten Grades $\beta_3 = 7{,}855$.

Für verjüngte Dampfturbinenschaufeln wurde vom Verfasser ein auf vielen Versuchen beruhendes Annäherungsverfahren [1]) bekanntgegeben. Dort ist der Uebergang von einem Querschnitt in den andern stetig, bei Kirchtürmen kommen aber plötzliche Uebergänge mehrfach vor. Im folgenden wird ein Verfahren geschildert, das auch bei einem ganz beliebig und beliebig oft abgesetzten Kirchturm anwendbar ist und doch eine strenge Lösung erlaubt.

In der Formel (1) ersetzen wir lediglich der kürzeren Schreibweise wegen β/l durch α. Für jeden Absatz muss dann, da alle Absätze ein zusammengehöriges Ganzes bilden und daher gemeinsame Eigenschwingungszahlen haben, die Beziehung gelten:

$$(2)\quad \alpha_1^2\sqrt{\frac{E_1 I_1 l_1 g}{G_1}} = \alpha_2^2\sqrt{\frac{E_2 I_2 l_2 g}{G_2}} = \alpha_3^2\sqrt{\frac{E_3 I_3 l_3 g}{G_3}}$$

Hierbei beziehen sich die Fusszeichen 1, 2, 3 auf die angehörigen Absätze. Für den ganzen Turm gilt die Beziehung (1), wobei $\alpha_t = \beta/l$ unbekannt ist und geschätzt werden muss. Hierbei werde auch der durchschittliche Wert des Trägheitsmomentes I und, falls der Turm in seinen einzelnen Abschnitten aus Baustoffen mit verschiedenem Elastizitätsmodul besteht, der entsprechende Mittelwert geschätzt. Aus den Beziehungen (1) und (2) folgt:

$$(3)\quad \alpha_1 = \alpha_t\sqrt{\frac{E_t\,I_t\,l_t\,G_1}{E_1\,I_1\,l_1\,G_t}}$$

wobei der Index t sich auf den ganzen Turm bezieht. Bei geschätztem α_t kann man also daraus α_1 und ebenso α_2 usf. ermitteln. Am Fuss des Turmes tritt, wenn er hin und herschwingt, eine waagrechte Querkraft Q_F und ein Moment M_F auf. Beide lassen sich anhand der allgemeinen Differentialgleichung eines schwingenden Balkens allgemein ermitteln. Diese lautet bekanntlich

$$(4)\quad EI\,\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\frac{G}{g\,l}\,\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Ihre Lösung lautet, abgesehen von dem von der Zeit abhängigen Faktor

$$(5)\quad y = A\cos\alpha x + B\sin\alpha x + C\cosh\alpha x + D\sinh\alpha x$$

Damit wird:

$$(6)\quad y' = \alpha(-A\sin\alpha x + B\cos\alpha x + C\sinh\alpha x + D\cosh\alpha x)$$

$$(7)\quad y'' = \alpha^2(-A\cos\alpha x - B\sin\alpha x + C\cosh\alpha x + D\sinh\alpha x)$$

$$(8)\quad y''' = \alpha^3(+A\sin\alpha x - B\cos\alpha x + C\sinh\alpha x + D\cosh\alpha x)$$

An seinem Fuss ist der Turm fest eingespannt, wobei wir von einer etwaigen Nachgiebigkeit seines Untergrundes zunächst absehen. Die Höhe x rechnen wir von diesem Fuss an. Es wird also für $x = 0$

1) Siehe «Werft — Reederei — Hafen» 1943 S. 49—58; Ermittlung der Eigenschwingungszahlen von beliebig verjüngten Turbinenschaufeln.

$$(9)\quad y_1 = 0 = A_1 + C_1 \quad\text{woraus}\quad C_1 = -A_1 \quad\text{und}$$

$$(10)\quad y_1' = 0 = B_1 + D_1 \quad\text{woraus}\quad D_1 = -B_1$$

Für das obere Ende (I) des untersten Absatzes von der Länge l_1 ergibt sich damit

$$(11)\quad y_1 = A_1(\cos\alpha_1 l_1 - \cosh\alpha_1 l_1) + B_1(\sin\alpha_1 l_1 - \sinh\alpha_1 l_1)$$

$$(12)\quad y_1' = \alpha_1[-A_1(\sin\alpha_1 l_1 + \sinh\alpha_1 l_1) + B_1(\cos\alpha_1 l_1 - \cosh\alpha_1 l_1)]$$

$$(13)\quad E_1 I_1 y_1'' = E_1 I_1 \alpha_1^2[-A_1(\cos\alpha_1 l_1 + \cosh\alpha_1 l_1) - B_1(\sin\alpha_1 l_1 + \sinh\alpha_1 l_1)]$$

$$(14)\quad E_1 I_1 y_1''' = E_1 I_1 \alpha_1^3[A_1(\sin\alpha_1 l_1 - \sinh\alpha_1 l_1) - B_1(\cos\alpha_1 l_1 + \cosh\alpha_1 l_1)]$$

Für den Fuss des Turmes ergibt sich aus den Gl. (7) bis (10) als Moment

$$(15)\quad M_F = -2E_1 I_1 \alpha_1^2 A_1$$

und als waagrechte Querkraft

$$(16)\quad Q_F = -2F_1 I_1 \alpha_1^3 B_1$$

Sowie als M_F und Q_F gegeben sind, sind auch die Werte für das Moment und die Querkraft am oberen Ende des ersten Absatzes nach Gl. (13) und (14) gegeben. Wir schätzen jetzt M_F und Q_F und können so für das obere Ende des ersten Absatzes, d. h. damit auch für das untere Ende des zweiten Absatzes von der Länge l_2 das Moment M_2 und die Querkraft Q_2, zahlenmässig ermitteln. Desgleichen können wir auch nach Gl. (11) und (12) den Ausschlag y_1 und die Neigung y_1' der elastischen Linie dortselbst berechnen. Für den Ast l_2 sind also jetzt unter Hinweis auf die vier Gleichungen (5) bis (8) die Grössen y_2, y_2', $E_2 I_2 y_2''$, $E_2 I_2 y_2'''$ gegeben, wobei am Fuss dieses Astes x_2 gleich Null ist. Es ergibt sich also

$$(17)\quad y_2 = A_2 + C_2$$

$$(18)\quad y_2' = \alpha_2(B_2 + D_2)$$

$$(19)\quad M_2 = \alpha_2^2(-A_2 + C_2)$$

$$(20)\quad Q_2 = \alpha_2^3(-B_2 + D_2)$$

Aus diesen vier Gleichungen lassen sich leicht die Unbekannten A_2 bis D_2 ermitteln. Damit kann man dann auch für das obere Ende des Astes II und damit übereinstimmend für das untere Ende des Astes III die Grössen y_3, y_3', M_3 und Q_3 angeben. So kann man weiterfahren zur Spitze des Turmes, d. h. zum oberen Ende des Astes n.

An dieser Spitze werden im allgemeinen ein Moment M_n und eine Querkraft Q_n übrigbleiben. In Wirklichkeit müssen im Zustand der Eigenschwingung beide Null sein. Man beachte aber, dass die Grösse A_1 [Gl. (15)] linear abhängig von M_F ist und dass ebenso B_1 linear von Q_F abhängig ist. Damit sind aber auch die Grössen A_3 bis D_3 usf. linear abhängig von M_F und Q_F.

Man braucht jetzt nur für die Turmspitze die Gleichung (21) für das dort vorhandene Biegemoment aufzustellen:

$$(21)\quad 0 = \alpha_n^2(-A_n\cos\alpha_n x_n - B\sin\alpha_n x_n + C_n\cosh\alpha_n x_n + D_n\sinh\alpha_n x_n)$$

wobei die Werte A_n bis D_n durch M_F und Q_F ausgedrückt sind, und man findet

$$(22)\quad 0 = k_M M_F + k_Q Q_F \quad\text{oder}\quad M_F = -\frac{k_Q}{k_M}Q_F$$

als Bedingung dafür, dass an der Spitze das Biegemoment M_n Null sein muss. Damit findet sich für den angenommenen Wert α_t die an der Turmspitze übrigbleibende Querkraft Q_n.

Jetzt führen wir das Verfahren für einen anderen angenommenen Wert α_t durch und unter Umständen für einen dritten oder vierten Wert. Diese so sich ergebenden Restwerte Q_n tragen wir als Kurve abhängig von α_t auf und finden so diejenigen Stellen, wo die Kurve die Nullinie schneidet, d. h. die den Eigenschwingungszahlen n_{eI}, n_{eII} usf. entsprechenden Werte.

Falls es sich um viele voneinander verschiedene Absätze handelt, ist allerdings eine ziemliche Rechenarbeit nicht zu umgehen. Es kommt jedoch keineswegs ein Rechenaufwand von vielen Wochen in Frage. Zu beachten ist nämlich, erstens dass es sich gewöhnlich nur um die erste Biegeeigenschwingungszahl handelt, zweitens dass die Kurve der Restwerte Q_n vom Ursprung ($\alpha_t = 0$) aus tangential an die Nullinie verläuft, drittens dass der Restwert Q_n nach Ueberschreiten der ersten Eigenschwingungszahl positiv und nach Ueberschreiten der zweiten negativ ist, so dass man sofort weiss, ob man mit einem angenommenen Wert α_t sich über oder unter der ersten bzw. zweiten Biegeeigenschwingungszahl befindet. Schliesslich kommt als besonders wichtig noch hinzu, dass, wer oft solche Rechnungen durchführt und sich ausserdem auf viele Messungen stützen kann, im allgemeinen ziemlich gut die Lage der ersten Biegeeigenschwingungszahl zu schätzen weiss, so dass er mit zwei oder drei verschieden angenommenen Werten von α_t auskommt.

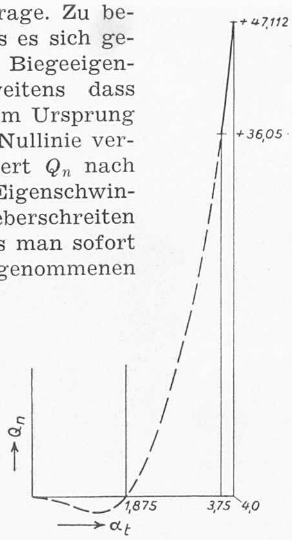

Bild 13. Kurve der Restwerte Q_n abhängig von α_t, für einen unten eingespannten Stab von gleichbleibendem Querschnitt, wobei angenommen ist, dass der Berechner über die ungefähre Lage der Eigenschwingunszahl noch vollkommen im unklaren ist

Um aber dem Leser zu zeigen, dass man auch andernfalls nicht allzu oft probieren muss, bringen wir den Fall eines unten eingespannten Stabes von gleichbleibendem Querschnitt, für den sich bekanntlich die Eigenschwingungszahl ersten Grades zu

$$(23) \qquad \eta_{eI} = \frac{30}{\pi} \frac{1{,}875^2}{l^2} \sqrt{\frac{E\,I\,g}{G}}$$

ergibt. Wir nehmen jetzt an, diese Formel wäre unbekannt und denken uns den Stab in zwei gleiche Teile von der Länge $l_1 = l/2$ eingeteilt. Die gesamte Länge l habe die Grösse 2. Ebenso seien die Grössen E, I, G so, dass sich für die Quadratwurzel gerade 3 ergibt. Es werde jetzt $\alpha_t = 4{,}0$ geschätzt, womit sich die Querkraft an der Stabspitze zu $+ 47{,}1\, Q_F$ ergibt. Während die erste Biegeeigenschwingungszahl dieses Stabes in Wirklichkeit bei 100,72/min liegt, haben wir sie zu 459/min, also viel zu hoch geschätzt.

Als zweite Schätzung nehmen wir an $\alpha_t = 3{,}75$, d. h. $\eta_{eI} = 403$, also wieder weit vom richtigen Wert entfernt. Damit wird die restliche Querkraft an der Stabspitze $+ 36{,}05\, Q_F$.

Beide restlichen Querkräfte tragen wir abhängig von α_t auf. Der genügend sichere Teil der Kurve ist in Bild 13 ausgezogen, der andere gestrichelt dargestellt. Ausserdem ist der richtige Wert $\alpha_t = 1{,}875$ eingetragen. Man sieht, dass man bei der dritten Schätzung von α_t schon nahe an den richtigen Wert herankommen muss, obwohl wir die beiden ersten Werte absichtlich weit ab davon geschätzt haben.

Schlussbemerkungen

Es ist klar, dass man bei einem ganz beliebig und beliebig oft abgesetzten Turm mit beliebiger Aufeinanderfolge der Trägheitsmomente, der Gewichte, der Längenstücke und der Elastizitätsmoduln nicht mit einer einfachen Formel auskommt. Das geschilderte Verfahren bietet aber nicht nur den Vorteil, dass man auch in solchen Fällen mit einem vertretbaren Aufwand an Arbeit und Zeit die Biegeeigenschwingungszahlen genau ermitteln kann, sondern noch folgenden weitern: Greift am Turm an irgend einer Stelle eine erregende Kraft P oder auch ein Moment M an, also eine sinusförmig verlaufende waagrechte Kraftkomponente irgend einer Glocke, so kann man mit dem gleichen Verfahren die unter dem Einfluss dieser Kraft (oder dieses Biegemomentes) für irgend eine beliebige Stelle des Turmes den Schwingungsausschlag und, was noch wichtiger ist, das Biegemoment und damit die Biegebeanspruchung ermitteln.

Adresse des Verfassers: Dr. *Jos. Geiger*, Nibelungenstr. 25, Augsburg.

Zwei neue Bände der «Kunstdenkmäler der Schweiz»

DK 72.01

Diese beiden Bände des Jahres 1959 [1]) sind ein ungetrübtes Vergnügen. Beide beschlagen ausgesprochen katholische Gegenden und machen wieder einmal deutlich, in welchem Mass die Reformation gerade auch in ländlichen Gegenden die Kunstfreude gelähnt hat, die freilich z. T. in Bahnen lief, die die katholische Kirche heute selbst bekämpft, wenn sie etwa in Einsiedeln und anderen Wallfahrtsorten die Votivgaben und verwandte Zeugen einer naiven Volksfrömmigkeit verschwinden lässt.

Die pièce de résistance des Luzerner Bandes sind das Städtchen Willisau und das Kloster St. Urban. Willisau hat wenigstens den einen seiner Stadttürme erhalten, der andere wurde 1854 von Fortschritsbegeisterten abgebrochen. Die stattliche Pfarrkirche ist 1804 bis 1810 von Jos. Purtschert in einem klassizistisch ausgeräumten und abgekühlten Barock als lichte Hallenkirche erbaut worden;

1) Die Kunstdenkmäler der Schweiz, Band 41, 1959: Die Kunstdenkmäler des Kantons Luzern, Band V: Das Amt Willisau mit St. Urban. Von *Adolf Reinle*. 454 S., 379 Abb., hieraus die Bilder 1 bis 4. Band 42, 1959: Les monuments d'Art et d'Histoire du Canton de Fribourg, Tome III: La Ville de Fribourg, les monuments réligieux, deuxième partie. Par *Marcel Strub*. 448 S., 427 Abb., hieraus die Bilder 5 bis 7. Basel 1959, Birkhäuser Verlag.

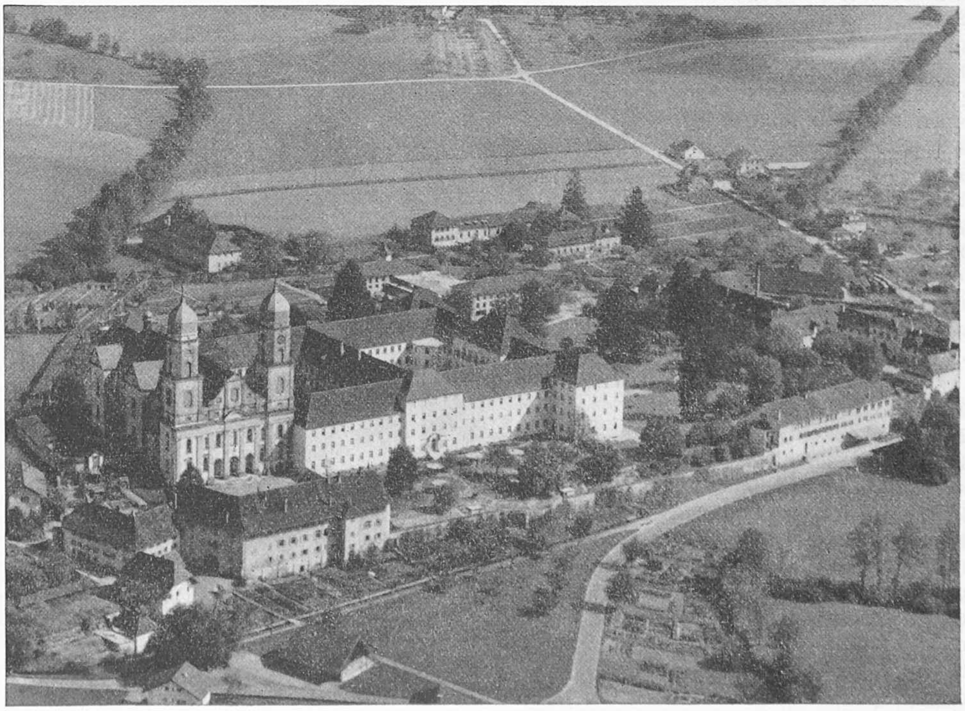

Bild 1. Das Kloster St. Urban, Flugaufname von Nordwesten