Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 77 (1959)

Heft: 15: Schweizer Mustermesse Basel, 11. bis 21. April 1959

Artikel: Das Verhalten von Spannbetonquerschnitten zwischen Risslast und Bruchlast

Autor: Birkenmaier, M. / Jacobsohn, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-84239

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

halten. Die technischen Arbeiten werden ausschliesslich in Winterthur ausgeführt, während die Fabrikation und die Montage der Leitungen in enger Zusammenarbeit mit Sulzer Bros., Leeds (London), und der Firma Marshall & Anderson in Motherwell erfolgen. Das Pumpspeicherwerk Ffestiniog wird die erste Grossanlage dieser Art in England sein. Sie ist für einen Normalbetrieb während der Wintermonate vorgesehen, mit einer Betriebszeit zur Stromerzeugung von täglich etwa viereinhalb Stunden an den fünf Werktagen. Der Pumpbetrieb dauert sechseinhalb Stunden während jeder der fünf Nächte. Schätzungsweise wird die jährliche Leistung der Anlage unter Einbezug der Erzeugung von zusätzlichem Notstrom rund 300 Mio kWh betragen. Die Zentrale wird dem ebenfalls gegenwärtig im Bau stehenden 275 kV Verteilnetz der Central Electricity Authority angeschlossen werden.

Das Verhalten von Spannbetonquerschnitten zwischen Risslast und Bruchlast

Von **M. Birkenmaier** und **W. Jacobsohn**, dipl. Ingenieure, Zürich

DK 624.012.47.001.2

1. Allgemeines

Bei der Bemessung einer Spannbetonkonstruktion hat man normalerweise die folgenden Nachweise zu erbringen:

– Nachweis der Spannungen im Stahl und Beton unter Gebrauchslast, d.h. für minimale (M_{min}) und maximale (M_{max}) Beanspruchung. Dieser Nachweis ist sowohl für den Zustand bei Aufbringen der Vorspannkraft ($t = 0$) als auch für den Endwert der Vorspannkraft ($t = \infty$), unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden des Betons, durchzuführen. Die Berechnung der Spannung erfolgt unter Zugrundelegung des homogenen Querschnittes.

– Nachweis einer sog. Rissesicherheit (S.I.A.-Norm Nr. 162), wobei die für Eigengewicht, minimale Vorspannung und 1,25fache Nutzlast ermittelte Randspannung die 0,5fache Biegezugfestigkeit des Betons nicht überschreiten darf.

– Nachweis der Bruchsicherheit.

Die von den Normen verlangten Nachweise beschränken sich also auf die Untersuchung des ungerissenen Zustandes und des Grenzzustandes beim Bruch. Dagegen wird der Zwischenbereich, bei welchem der Querschnitt gerissen ist und die Stahl- und Betonspannungen rascher anwachsen, nicht genauer untersucht. Die folgenden, für die Beurteilung des Tragverhaltens wichtigen Fragen, können jedoch nur bei einer genaueren Betrachtung auch dieses Zwischenbereiches beantwortet werden:

– Frage der teilweisen Vorspannung, d.h. es werden im Gebrauchszustand Zugspannungen im Beton zugelassen, wobei sich unter Umständen Risse bilden können.

– Frage des Einflusses der Festigkeitseigenschaften des Spannstahles, d. h. inwiefern verhält sich z. B. ein Stahl mit ausgeprägter Streckgrenze anders als ein Stahl ohne solche.

– Frage der Ueberlastung einer Spannbetonkonstruktion. Wenn z. B. durch irgendwelche Umstände ein Tragwerk momentan überlastet wird, können sich Risse bilden und der Stahl kann sich plastisch verformen. Dadurch geht ein Teil der Vorspannung verloren und damit ändert auch das Tragverhalten.

– Frage der Sicherheit gegen Ermüdungsbruch.

Nachfolgend sollen nun eine genaue Berechnung dieses Zwischenbereiches dargelegt und die aus dieser Rechnung sich ergebenden Konsequenzen an einigen Beispielen diskutiert und mit Versuchsergebnissen verglichen werden.

2. Grundlagen einer genauen Berechnung

Im Grunde genommen ist ein Spannbetonträger nichts anderes als ein Eisenbetonträger, in welchen künstlich eine Normalkraft eingeleitet worden ist. In der Eisenbetontheorie steht zur Berechnung auch für den Fall der Biegung mit Normalkraft die sogenannte n-Methode zur Verfügung. Es stellt sich hier die Frage, ob diese Methode auch zur zuverlässigen Beantwortung der oben skizzierten Probleme herangezogen werden kann, oder ob sie dafür in irgendeiner Weise modifiziert werden muss. Zu diesem Zweck ist es notwendig, dass wir uns die Grundlagen der n-Berechnung ins Gedächtnis rufen und einer kritischen Betrachtung unterziehen. Das n-Verfahren ist im wesentlichen auf den folgenden drei Voraussetzungen aufgebaut:

– die Querschnitte bleiben eben (= Bernoullische Hypothese) oder anders ausgedrückt: die spezifischen Dehnungen ε sind über den verformten Querschnitt linear verteilt.

– die Zugfestigkeit des Betons wird nicht berücksichtigt.

– Beton und Stahl verhalten sich rein elastisch. Diese Eigenschaft wird charakterisiert durch die Elastizitätsmoduli E_e und E_b beider Baustoffe, bzw. durch deren Verhältnis $n = \frac{E_e}{E_b}$ welches der ganzen Berechnungsweise den Namen gegeben hat.

Die erste dieser Voraussetzungen — das Ebenbleiben der Querschnitte — wurde in allen bisher bekannt gewordenen Versuchsresultaten festgestellt, und zwar auch nach erfolgter Rissebildung [1].

Die Zugfestigkeit des Betons ist zweifellos zunächst in ihrer vollen Grösse vorhanden und wirksam. Infolge von sekundären Einwirkungen wie zum Beispiel Temperaturänderungen und Schwinden oder durch eine einmalige Ueberlastung des Tragwerkes kann sie jedoch aufgebraucht werden und ist danach auch im völlig unbelasteten Zustand nicht mehr vorhanden. Eine sichere und zuverlässige Beurteilung eines Tragwerkes darf die Zugfestigkeit des Betons somit nicht berücksichtigen.

Die ersten beiden Voraussetzungen des n-Verfahrens müssen also auch in eine genauere Berechnung mit übernommen werden. Anders dagegen verhält es sich mit der dritten Voraussetzung, nämlich derjenigen über das elastische Verhalten der Baustoffe: Es ist allgemein bekannt, dass die n-Methode die tatsächlichen Verhältnisse im Tragwerk nur dann gut erfasst, wenn die Beanspruchungen relativ gering sind, d. h. solange sowohl der Beton als auch der Stahl noch einigermassen angenähert dem Hookschen Gesetz folgen. Danach wird sie immer ungenauer und versagt für die Beurteilung des Bruchzustandes vollkommen. Eine zuverlässige Erfassung des von uns gerade ins Auge gefassten Bereiches zwischen der Gebrauchslast und dem Bruchzustand ist somit nur möglich, wenn man die konstanten

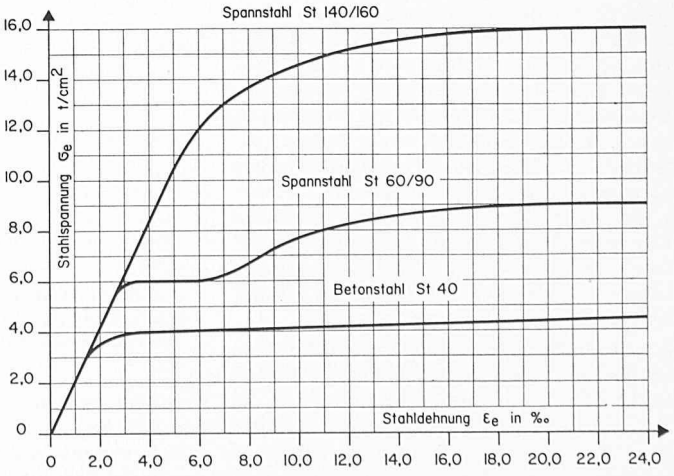


Bild 1. Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Stähle

Elastizitätsmoduli der n-Berechnung ersetzt durch die wirklichen Spannungs-Dehnungs-Diagramme von Beton und Stahl.

Während diese Diagramme für alle Stahlsorten bekannt sind (Bild 1), waren über die Verformungen des Betons in der Biegedruckzone bis vor kurzem nur unvollkommene Angaben vorhanden. Eine sehr umfangreiche Versuchsserie über diese Frage wurde von Prof. *Rüsch* in München durchgeführt und in Heft 120 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton veröffentlicht [2]. Der Grundgedanke dieser Versuchsreihe wird von Prof. Rüsch folgendermassen formuliert: «Bei einem auf Biegung belasteten Balken ist an der Stelle des grössten Momentes die Querkraft Null. Man kann deswegen in der in Bild 2 angegebenen Weise die Biegedruckzone durch einen längs der neutralen Axe geführten Schnitt vom Balken trennen, ohne dabei das Spannungsbild zu stören. Die beiden senkrecht zur Axe geführten Schnitte bleiben nach der Bernoulli'schen Hypothese eben. Baut man das dergestalt aus dem Balken gelöste Prisma in eine Prüfpresse mit sehr steifen Druckplatten ein, die das Ebenbleiben der Endquerschnitte gewährleisten und belastet es derart exzentrisch, dass die Verformung am freien Schnittrande gerade Null wird, so entsteht in diesem Prisma ein Abbild des Spannungszustandes der Biegedruckzone.» In einem exzentrisch gedrückten Prisma lassen sich im Versuch die folgenden Grössen feststellen (siehe Bild 3):

– die Grösse der Druckresultierenden D.

– der Abstand a der Druckresultierenden D vom oberen Rand, wenn gleichzeitig die Dehnung am unteren Rand gleich Null ist. Dieser Wert a wird im allgemeinen eine Funktion von D sein. Im rein elastischen Material ist $a = x/3$ und nimmt mit zunehmender Plastifizierung des Materials ebenfalls zu.

– die Betonstauchung ε_b am oberen Rand in Funktion von der Grösse der Druckresultierenden D (ebenfalls für den Fall, dass gleichzeitig am unteren Rand die Dehnung gleich Null ist).

Der Versuch liefert also a und ε_b in Funktion von D. Er liefert uns lediglich die Randstauchung ε_b, aber nicht die Randspannung σ_b, da wir Spannungen überhaupt nicht messen können. Um die Versuchsresultate unabhängig zu machen von den zufällig gewählten Querschnittsgrössen b und x des Prismas, definieren wir [1]):

(1) $\alpha = a/x$ oder: $a = \alpha \cdot x$

(2) $k = D/b \cdot x$ oder: $D = k \cdot b \cdot x$

Die Grössen α und k können für alle praktisch vorkommenden Betonfestigkeiten in Funktion von ε_b aus der Arbeit von Prof. Rüsch [2] entnommen werden. Für einen Beton mit einer Würfeldruckfestigkeit von ${}_w\beta_d = 450$ kg/cm² sind sie im Diagramm Bild 3 zusammengestellt. Mit den beiden Kennziffern α und k ist die Druckzone eindeutig charakterisiert.

Aus diesen Versuchsresultaten ergibt sich nun die ungewohnte Konsequenz, dass der Beanspruchungsgrad der Druckzone nicht durch die Randspannung σ_b, sondern durch die mittlere Druckspannung $k = D/b \cdot x$ definiert wird. Wie bereits bemerkt, lässt sich die Randspannung σ_b eben nicht messen. Um nun aber doch eine Beziehung zwischen σ_b und der Randstauchung ε_b herzustellen, nehmen wir an, dass das Spannungs - Dehnungs - Diagramm, das man bei einem zentrisch gedrückten Prisma messen kann, auch für die Randspannung σ_b der Biegedruckzone gilt. Dieses Diagramm wurde deshalb auch noch in Bild 3 eingetragen. Es zeigt sich dabei sofort, dass diese Annahme in der Nähe des Bruchzustandes nicht stimmen kann, da beim Versagen des exzentrisch gedrückten Prismas eine Randstauchung von 2,82‰ gemessen wurde, während der entsprechende Wert beim zentrisch gedrückten Prisma nur 1,90 ‰ betrug. Wäre unsere Annahme richtig, so müsste die σ_b-Linie auch bis $\varepsilon_b = 2{,}82$ ‰ laufen.

[1]) Die Abkürzungen wurden gegenüber dem Bericht von Prof. Rüsch geändert und den in der Schweiz üblichen Bezeichnungen angepasst.

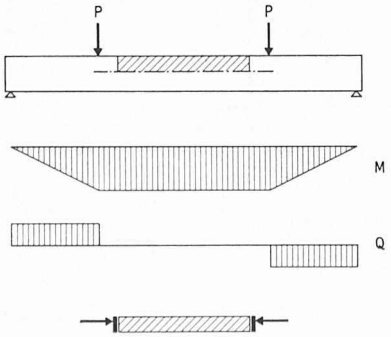


Bild 2. Versuche von Prof. Rüsch über das Verhalten der Biegedruckzone

3. Allgemeine Biegetheorie

Wir legen unseren Ueberlegungen den in Bild 4 dargestellten Plattenbalkenquerschnitt zugrunde. Prinzipiell lässt sich die Theorie jedoch auch auf jeden anderen Querschnitt anwenden. Die totale Armierung f_e setzt sich zusammen aus dem mit σ_{ev} vorgespannten Anteil f_{e1} und der nicht vorgespannten Zulagearmierung f_{e2}. Infolge der Vorspannung allein erhält der Beton die Randspannungen σ_{ov} und σ_{uv}. Es wird ferner vorausgesetzt, dass beide Armierungen in vollem Verbund sind, d. h. es treten keine Relativverschiebungen zwischen Beton und Stahl auf.

Wenn wir den Beton wieder völlig spannungslos machen wollen, dann müssen wir auf die Vorspannarmierung eine äussere Zugkraft anbringen von der Grösse $Z_0 = \sigma^0_{ev} \cdot fe_1$. Zwischen σ_{ev} und σ^0_{ev} besteht die folgende Beziehung [3]:

$$(3) \qquad \sigma^0_{ev} = \frac{\sigma_{ev}}{1 - n\left(\frac{f_{e1}}{F_i} + \frac{f_{e1}\, s^2}{J_i}\right)}$$

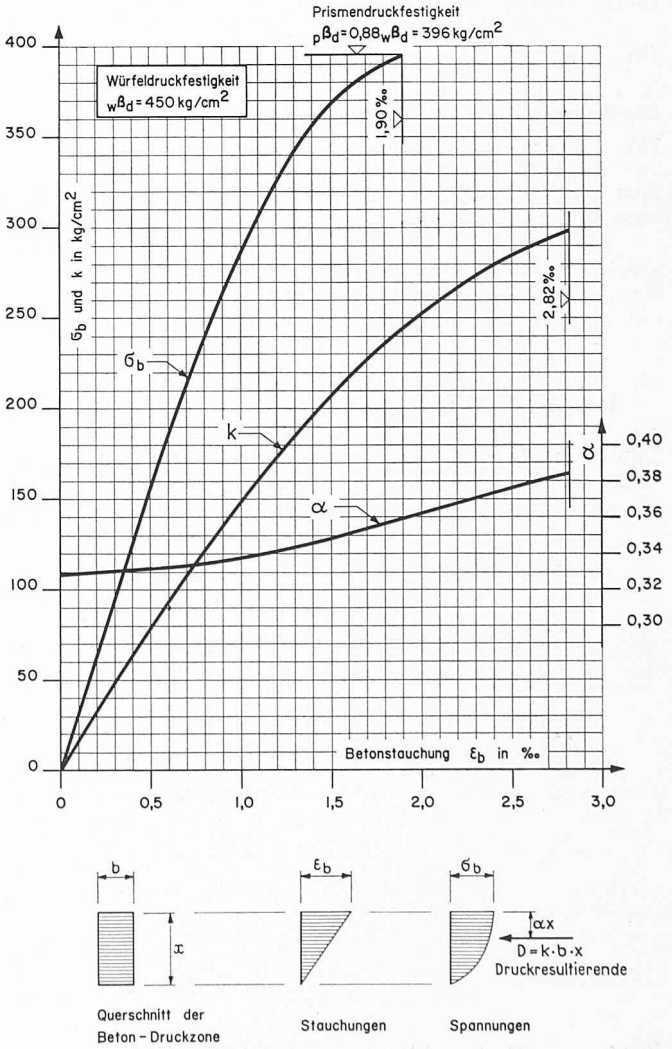


Bild 3. Festigkeits-Kennwerte der Biegedruckzone

Hierin bedeuten:

F_i = Querschnitt
J_i = Trägheitsmoment } des ideellen Querschnittes, der aus der ganzen Betonfläche und dem n-1fachen Armierungsquerschnitt (fe) besteht.

fe_1 = Querschnitt der vorgespannten Armierung.
s = Abstand der Armierung vom Schwerpunkt des ideellen Querschnittes.

Dieser Zustand entspricht genau demjenigen im Spannbett. Wir bezeichnen deshalb σ^0_{ev} als Spannbettspannung und die zugehörige — aus dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Stahles zu ermittelnde — Dehnung ε^0_{ev} als Spannbettdehnung.

Dieser Begriff der Spannbettdehnung ε^0_{ev} hat für unsere folgenden Ueberlegungen eine ganz besondere Bedeutung: Es ist die Dehnung der Vorspannarmierung, bei welcher der Betonquerschnitt spannungslos und damit auch ohne Dehnungen ist. Da wir ausserdem einen vollen Verbund voraussetzen, ergibt sich folgendes: Wenn der Querschnitt infolge einer beliebigen Beanspruchung in der Faser neben der Vorspannarmierung die Dehnung $\Delta\varepsilon_e$ hat (Bild 4c), ist die totale Dehnung der Vorspannarmierung:

(4) $\varepsilon_{e1} = \varepsilon^0_{ev} + \Delta\varepsilon_e$

Da die nicht vorgespannte Armierung fe_2 im Spannbettzustand spannungslos ist, gilt analog:

(5) $\varepsilon_{e2} = \Delta\varepsilon_e$

Wir betrachten nun eine beliebige Dehnungsverteilung im Querschnitt (Bild 4c), welche durch die Vorspannung und ein äusseres Biegemoment M hervorgerufen wurde. Zwischen den Dehnungen und der Lage der Nullinie besteht zunächst folgende Beziehung:

(6) $x_1 = \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_e} h$

Die Zugresultierende ist:

(7) $Z = Z_1 + Z_2 = fe_1 \cdot \sigma_{e1} + fe_2 \cdot \sigma_{e2}$

Aus $\Delta\varepsilon_e$ folgt nach Gl. (4) + (5): ε_{e1} bzw. ε_{e2} und daraus nach Bild 1 σ_{e1} und σ_{e2}.

Die Druckresultierende D kann man sich zusammengesetzt denken aus der Druckresultierenden D_1 über dem Rechteck $B \cdot x_1$ minus der Resultierenden D_2 über $(B - b) \cdot x_2$. Mit Gleichung (2) ergibt sich dann:

(8) $\begin{cases} D_1 = k_1 \cdot B \cdot x_1 \\ D_2 = k_2 \cdot (B - b) \cdot x_2 \\ D = D_1 - D_2 \end{cases}$

Dabei sind k_1 und k_2 die zu ε_1 und ε_2 gehörigen k-Werte (Bild 3). Der Abstand a der Druckresultierenden D vom oberen Rand ergibt sich analog zu:

$$a = \frac{D_1\, \alpha_1\, x_1 - D_2\, (d + \alpha_2\, x_2)}{D}$$

oder mit:

$$A_1 = D_1 \cdot \alpha_1 \cdot x_1$$

$$A_2 = D_2\, (d + \alpha_2 \cdot x_2)$$

(9) $a = \dfrac{A_1 - A_2}{D} = \dfrac{A}{D}$

Im Falle eines reinen Biegemomentes muss $Z = D$ sein.

(10) $Z = D$

Weiter ergibt sich der Hebelarm der inneren Kräfte zu:

(11) $y = h - a$

und das vom Querschnitt aufgenommene Biegemoment zu:

(12) $M = Z \cdot y = D \cdot y$

Mit diesen Gleichungen (1) bis (12) sowie den Diagrammen Bild 1 und 3 ist eine eindeutige Beziehung zwischen dem Biegemoment und den Spannungen bzw. Dehnungen im Beton und Stahl hergestellt, und zwar eine Beziehung, die allein auf den gemessenen materialtechnischen Eigenschaften der Baustoffe aufgebaut ist.

Es stellt sich nun die weitere Frage, wie dieses Gleichungssystem am zweckmässigsten ausgewertet werden kann. Zur Beantwortung der im 1. Abschnitt formulierten Probleme benötigen wir in erster Linie den Zusammenhang zwischen Biegemoment und Stahl- bzw. Beton-Randspannung, und zwar vom Moment Null bis zum Bruch. Dabei ist es uns gleichgültig, ob wir zu einem vorgegebenen Moment die Spannungen berechnen oder umgekehrt z. B. das zu einer vorgegebenen Stahlspannung gehörende Biegemoment. Es zeigt sich nun, dass dieser zweite Weg numerisch viel einfacher zum Ziele führt. Wir gehen deshalb von einer gegebenen Stahlspannung σ_{e1} aus und berechnen das zugehörige Moment. Im einzelnen wird dieser Berechnungsgang im folgenden Abschnitt an einem numerischen Beispiel gezeigt.

4. Beispiele

Das Verhalten des in Bild 5 dargestellten Plattenbalkenquerschnittes wurde für drei verschiedene Vorspannarmierungen untersucht, und zwar für das

1. Beispiel:
St. 140/160 fe_1 = 25 cm² mit einer Vorspannung σ_{ev} = 10,0 t/cm²

2. Beispiel:
St. 60/90 fe_1 = 44,5 cm² mit einer Vorspannung σ_{ev} = 5,0 t/cm²

3. Beispiel:
St. 140/160 fe_1 = 12,5 cm² mit einer Vorspannung σ_{ev} = 10,0 t/cm²
St. 40 fe_2 = 50 cm² nicht vorgespannt.

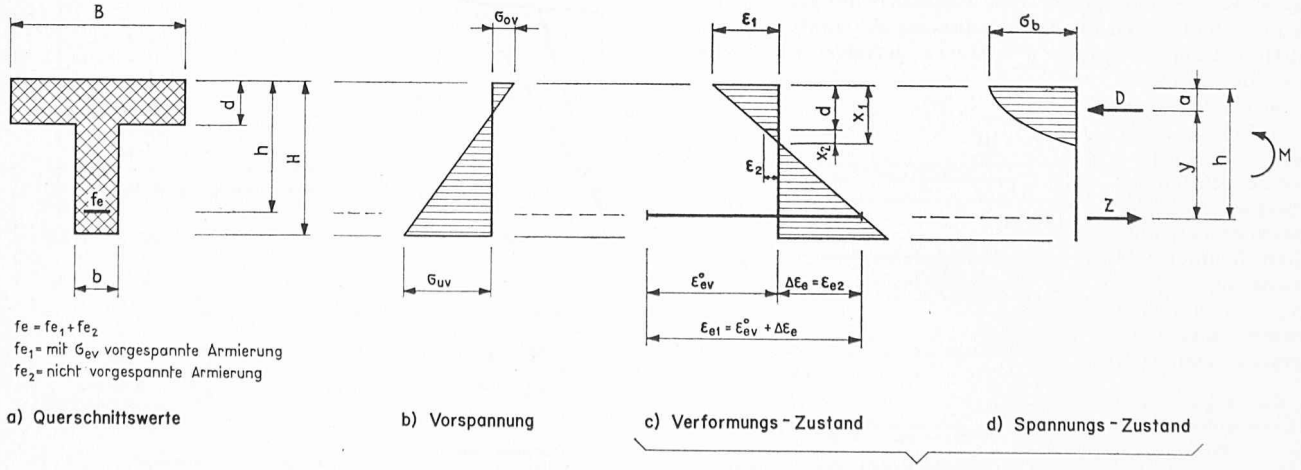


Bild 4. Allgemeine Biegetheorie; Plattenbalkenquerschnitt

Die Spannungs - Dehnungs - Diagramme für diese drei Stähle wurden entsprechend Bild 1 angenommen, die Festigkeitswerte der Biegedruckzone entsprechend Bild 3. Der Armierungsquerschnitt wurde so gewählt, dass sich für alle drei Beispiele das gleiche rechnerische Bruchmoment ergibt, nämlich $M_{Br} = 307$ mt. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in den Diagrammen Bilder 7 bis 9 zusammengestellt und werden im fünften Abschnitt diskutiert. Im folgenden wird zunächst die vollständige Berechnung des 1. Beispiels wiedergegeben.

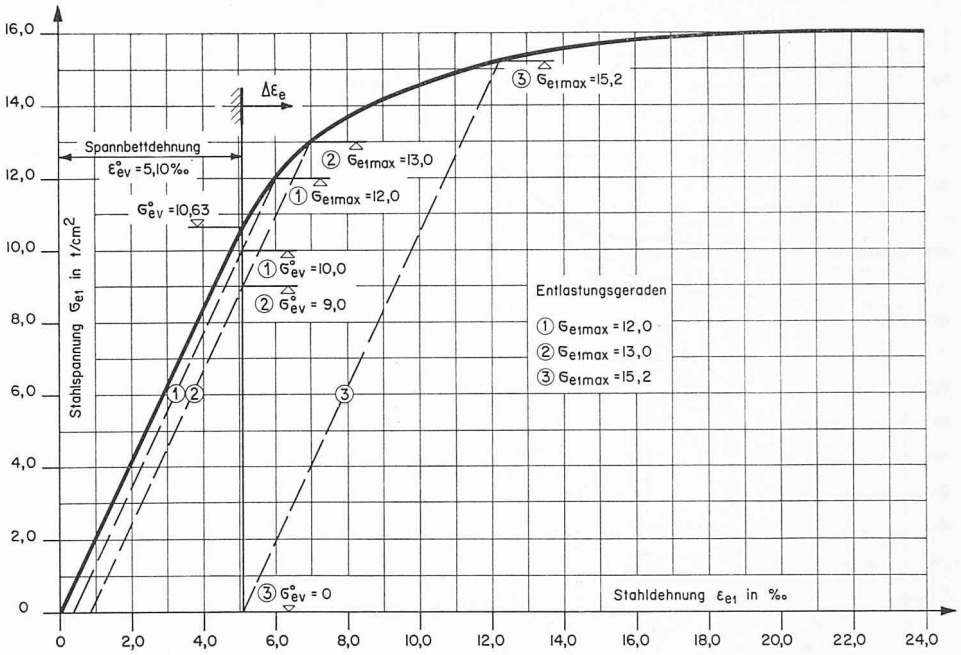


Bild 6. Spannungs-Dehnungs-Diagramm für St. 140/160 zum 1. Berechnungsbeispiel

a) Spannungen im ungerissenen Querschnitt

Wenn das äussere Moment — von $M = 0$ beginnend — anwächst, kann man die Spannungen zunächst am ungerissenen, ideellen Querschnitt ermitteln. Diese Berechnungsart ist solange richtig, bis die untere Randspannung im Beton $\sigma_u = 0$ wird. Die idellen Querschnittswerte wurden berechnet und sind für das 1. Beispiel in Bild 5 eingetragen. Damit wird nach Gl. (3) das Verhältnis zwischen Vorspannung und Spannbettspannung:

$$\frac{\sigma_{ev}}{\sigma^0{}_{ev}} = 1 - n\, fe_1 \left(\frac{1}{F_i} + \frac{s^2}{J_i}\right) = 0{,}94$$

und $\sigma^0{}_{ev} = \dfrac{10{,}0}{0{,}94} = 10{,}63$ t/cm²

nach Bild 6 entspricht dem eine Spannbettdehnung $\varepsilon^0{}_{ev} = 5{,}1$ ‰.

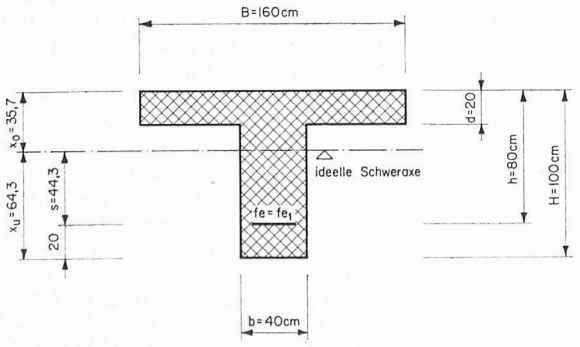
Infolge der Vorspannung allein treten im Beton die folgenden Randspannungen auf:

$$(13) \quad \sigma_{ov} = -\,\sigma^0{}_{ev}\, fe_1 \left(\frac{1}{F_i} - \frac{s}{W_0}\right) = -\,\frac{\sigma^0{}_{ev}\, fe_1\, (s - k_u)}{W_0}$$

$$(14) \quad \sigma_{uv} = \sigma^0{}_{ev}\, fe_1 \left(\frac{1}{F_i} + \frac{s}{W_u}\right) = \frac{\sigma^0{}_{ev}\, fe_1\, (s + k_0)}{W_u}$$

Die Spannungen bei einem äusseren Biegemoment M betragen:

$$(15) \quad \sigma_0 = \sigma_{ov} + \frac{M}{W_0}$$



fe = fe₁ = 25,0 cm² St. 140/160 σ_{ev} = 10,0 t/cm²

Ideelle Querschnittswerte (berechnet mit n = 5)

F_i = 65,0 dm²	$W_0 = J_i/x_0$ = 168,3 dm³	Kernweiten:
J_i = 601,0 dm⁴	$W_e = J_i/s$ = 135,7 dm³	$k_u = W_0/F_i$ = 26,0 cm
	$W_u = J_i/x_u$ = 93,5 dm³	$k_o = W_u/F_i$ = 14,4 cm

Bild 5. Querschnittswerte zum 1. Berechnungsbeispiel

$$(16) \quad \sigma_u = \sigma_{uv} - \frac{M}{W_u}$$

$$(17) \quad \sigma_e = \sigma_{ev} + n\,\frac{M}{W_e}$$

Wir bezeichnen das Moment, bei welchem $\sigma_u = 0$ wird, mit M_0. Dann wird nach Gleichung (16) + (14):

$$(18) \quad M_0 = \sigma_{uv} \cdot W_u = \sigma^0{}_{ev} \cdot fe_1\ (s + k_0)$$

Numerisch:

$$\sigma_{ov} = -\,\frac{10\,630 \cdot 25 \cdot (44{,}3 - 26{,}0)}{168\,300} = -\,29 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{uv} = \frac{10\,630 \cdot 25 \cdot (44{,}3 + 14{,}4)}{93\,500} = +\,167 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_0 = 10630 \cdot 25\ (44{,}3 + 14{,}4) = +\,156 \text{ mt}$$

bei $M = M_0$ ist:

$$\sigma_o = -\,29 + 93 = +\,64 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_u = +\,167 - 167 = 0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = 10{,}0 + 0{,}58 = 10{,}58 \text{ t/cm}^2$$

Zwischen $M = 0$ und $M = M_0$ sind sämtliche Spannungen linear von M abhängig (Bild 7).

b) Spannungen im gerissenen Querschnitt

Für $M > M_0$ erfolgt die Berechnung nach den Gleichungen (1) bis (12). Sie wird anhand der Tabelle 1 nachstehend erläutert.

Wir wählen zunächst in Kolonne 1 ganz willkürlich ein σ_{e1}; z. B. $\sigma_{e1} = 11{,}0$ t/cm². Dem entspricht nach Bild 6: $\varepsilon_{e1} = 5{,}3$ ‰ (Kolonne 2).

Gl. (4) $\Delta\varepsilon_e = \varepsilon_{e1} - \varepsilon^0{}_{ev} = 5{,}3 - 5{,}1 = 0{,}2$ ‰ (Kolonne 3)

Gl. (7) $Z = fe_1 \cdot \sigma_{e1} = 25{,}0 \cdot 11{,}0 = 275$ t (Kolonne 4)

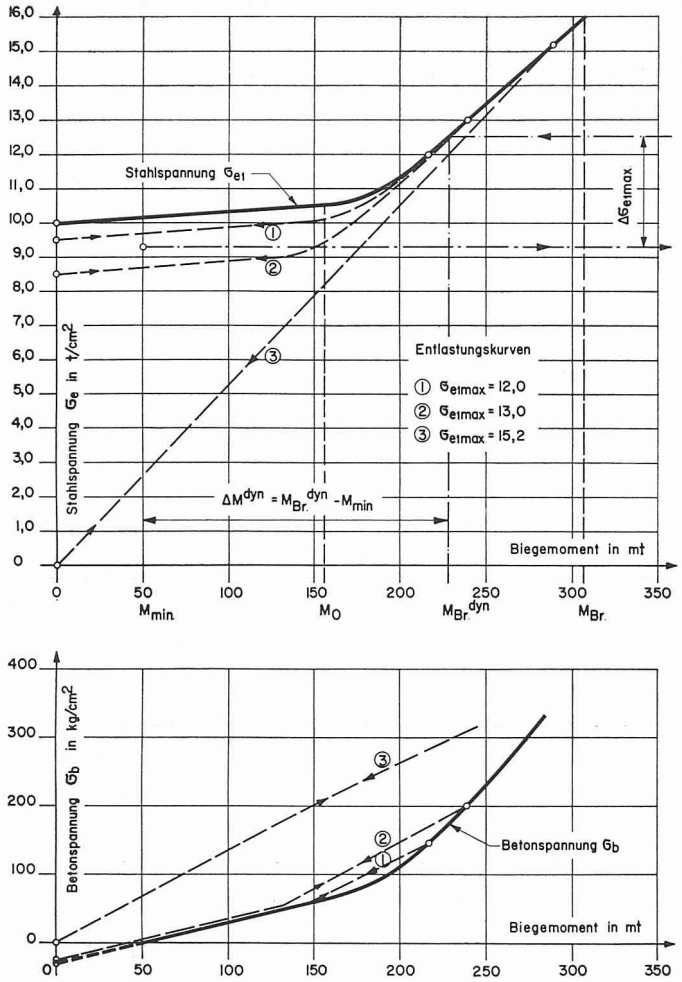
In Kolonne 5 beginnt nun ein Probieren, indem man ε_1 beliebig schätzt, z. B. $\varepsilon_1 = 0{,}30$ ‰. Dann folgt nach

$$(6) \quad x_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_e}\, h = \frac{0{,}3}{0{,}3 + 0{,}2}\, 80 = 48{,}0 \text{ cm} \quad \text{und nach}$$

Bild 4 und 5: $x_2 = x_1 - 20 = 28{,}0$ cm (Kol. 6)

$$\varepsilon_2 = \frac{x_2}{x_1}\, \varepsilon_1 = 0{,}175 \text{ ‰} \quad \text{(Kol. 5)}$$

Nach Bild 3 entsprechen diesen beiden ε:
$k_1 = 48{,}5$ kg/cm² und $k_2 = 30$ kg/cm² (Kol. 7).



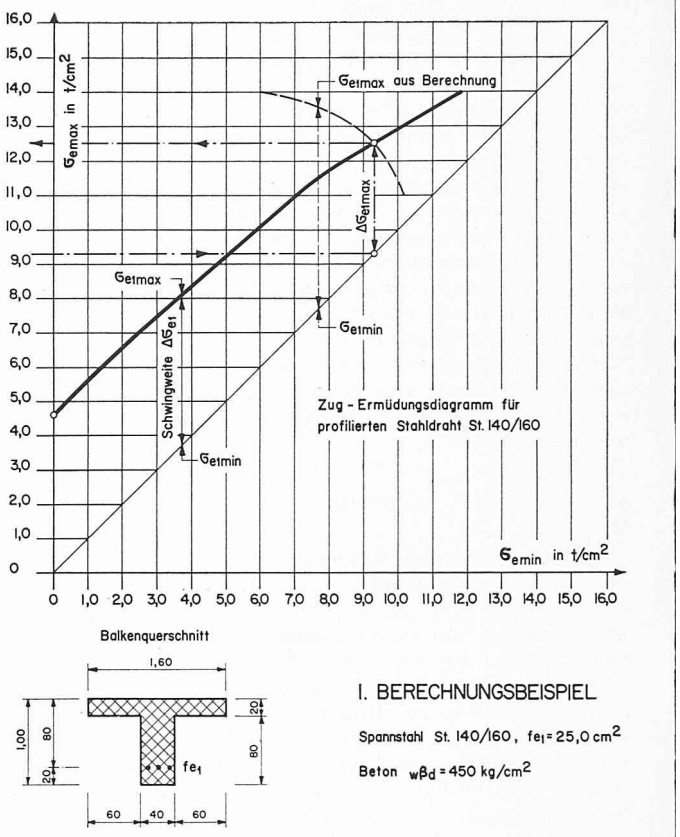


Bild 7. Ergebnisse des 1. Berechnungsbeispiels

Gl. (8) $D_1 = k_1 \cdot B \cdot x_1 = 48{,}5 \cdot 160 \cdot 48{,}0 = 373\,000$ kg

$D_2 = k_2\ (B - b) \cdot x_2 = 30 \cdot 120 \cdot 28{,}0 = 101\,000$ kg

$D = D_1 - D_2 = 373 - 101 = 272$ t (Kol. 8)

Nach Gl. (10) muss $D = Z$ sein. Wir haben $D = 272$ t und $Z = 275$ t. Dieser Grad von Uebereinstimmung ist ausreichend. Ergibt das gewählte ε_1 ein D, das von dem in Kolonne 4 berechneten Z stark abweicht, so ist die Rechnung mit einem verbesserten ε_1 zu wiederholen, bis man den gewünschten Grad von Uebereinstimmung zwischen Z und D hat.

Nun folgen in Kol. 9 die zu ε_1 und ε_2 nach Bild 3 gehörigen α_1 und α_2 und in Kol. 10 bis 12 nach Gl. (9) und (11)

$$A_1 = D_1 \cdot \alpha_1 \cdot x_1 = 373 \cdot 0{,}330 \cdot 48{,}0 = 5910 \text{ cmt}$$

$$A_2 = D_2\ (d + \alpha_2 \cdot x_2) = 101\ (20 + 0{,}329 \cdot 28{,}0) = 2950 \text{ cmt}$$

$$a = \frac{A_1 - A_2}{D} = \frac{A}{D} = \frac{2960}{272} = 10{,}9 \text{ cm}$$

$$y = h - a = 80 - 10{,}9 = 69{,}1 \text{ cm}$$

Gl. (12): $M = Z \cdot y = 275 \cdot 0{,}691 = 190$ mt in Kol. 13.

Schliesslich ist noch in Kolonne 14 das zu ε_1 gehörige σ_b nach Bild 3 eingetragen.

Die Rechnung wurde für verschiedene σ_{e1} durchgeführt. Wenn die Nullinie in die Druckplatte fällt ($x_1 \leqq 20$ cm), vereinfacht sich die Berechnung ziemlich stark, da dann alle Grössen mit dem Index 2 wegfallen und $a = \alpha_1 \cdot x_1$ ist.

An dieser Stelle sei noch eine Bemerkung über die erforderliche Genauigkeit des Iterationsverfahrens angebracht: Wenn das ε_1 (Kolonne 5) falsch gewählt ist, ergibt sich auch ein falsches a (Kolonne 11). Das uns eigentlich interessierende Biegemoment errechnet sich nach Gl. (11) und (12) zu: $M = Z \cdot (h - a)$. Der Abstand a der Druckresultierenden vom oberen Rand (Bild 3) ist nun im allgemeinen ganz bedeutend kleiner als h. In der Tabelle 1 schwankt a z. B. zwischen 3,2 und 10,9 cm, während $h = 80$ cm beträgt. Die für die Berechnung von M erforderliche Differenz $h - a$ ist somit sehr unempfindlich gegenüber einem Fehler in a.

c) Spannungen bei einer Entlastung

Wir nehmen an, der Querschnitt des 1. Beispieles werde bis zu einer Stahlspannung $\sigma_{e1\,max} = 12{,}0$ t/cm² beansprucht. Da diese Spannung bereits über der Proportionalitätsgrenze liegt (Bild 6), werden bei der nun folgenden Entlastung die Spannungen nicht mehr der ursprünglichen Spannungs-Dehnungs-Linie folgen, sondern der Entlastungsgeraden 1 (Bild 6). Das gleiche gilt für eine erneute Belastung. Es wurden in Bild 6 die Entlastungsgeraden eingezeichnet, welche den Maximalspannungen $\sigma_{e1\,max} = 12{,}0$ bzw. 13,0 bzw. 15,2 t/cm² entsprechen. Die Schnittpunkte dieser Geraden mit der Ordinate zur Spannbettdehnung $\varepsilon^0_{ev} = 5{,}1$ ‰ ergeben die neuen Spannbettspannungen. Diese fallen ab von $\sigma^0_{ev} = 10{,}63$ t/cm² auf 10,0 bzw. 9,0 bzw. 0 t/cm². Die Berechnung der Momente bietet an sich nichts prinzipiell Neues. Für die Entlastung von $\sigma_{e1\,max} = 13{,}0$ t/cm² ist sie in Tabelle 1 enthalten. Der einzige Unterschied gegenüber der ersten Berechnung besteht darin, dass nun für ein gewähltes σ_{e1} das zugehörige $\Delta\varepsilon_e$ auf der Entlastungsgeraden 2 (Bild 6) abgelesen werden muss.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Bild 7 graphisch dargestellt. Bei einer Beanspruchung der Vorspannarmierung bis zu $\sigma_{e1\,max} = 13{,}0$ bzw. 15,2 t/cm² treten Betonspannungen von $\sigma_b = 200$ bzw. rd. 340 kg/cm² auf. Dabei wird sich der Beton natürlich auch plastisch verformen und bei der Entlastung nicht mehr dem Belastungs-Diagramm folgen. Dieser Effekt wurde in der Berechnung nicht berücksichtigt, da uns keine zuverlässigen Angaben über die plastischen Verformungen der Biegedruckzone bei Entlastung bekannt waren. Prinzipiell aber könnte auch dieser

Einfluss ohne einen Mehraufwand an Rechenarbeit mitberücksichtigt werden, sobald die dem Bild 3 entsprechenden Entlastungsdiagramme einmal ermittelt sind.

5. Diskussion

a) Bei Betrachtung der Resultate des *1. Berechnungsbeispieles* (Bild 7) stellen wir fest, dass bei Belastung des Querschnittes im homogenen Bereich, d. h. zwischen $M = 0$ und $M = M_0 = 156$ mt die Stahlspannung σ_{e1} nur wenig anwächst. Bei Weiterbelastung über M_0 hinaus reisst der Querschnitt und die Spannungen σ_{e1} und σ_b wachsen jetzt rascher an. Das Bruchmoment $M_{Br} = 307$ mt wird durch die Bruchstauchung des Betons $\varepsilon_1 = 2{,}82$ ‰ bestimmt, wobei die zugehörige Stahlspannung sich zu 16,0 t/cm² errechnet. Sowohl für σ_{e1} wie auch für σ_b ergibt sich ein stetiger Uebergang von Null bis zum Bruch.

Von besonderem Interesse ist der Verlauf von σ_{e1} und σ_b bei Ueberlastung und Wiederentlastung des Querschnittes, wie die gestrichelten Kurven des Bildes 7 zeigen. Man sieht, dass z. B. bei einer einmaligen Ueberlastung bis $M = 217$ mt $= 1{,}39\ M_0 = 0{,}707\ M_{Br}$, wobei $\sigma_{e1} = 12{,}0$ t/cm², bei Entlastung auf $M = 0$ die Stahlspannung auf $\sigma_{e1} = 9{,}5$ t/cm² absinkt (Kurve 1), da ein Teil der Vorspannung durch bleibende Dehnung des Stahles aufgebraucht wurde. Bei Wiederbelastung folgt nun σ_{e1} wiederum dieser gestrichelten Linie, d. h. durch eine einmalige Ueberlastung wird das Tragverhalten wesentlich geändert, wobei die Höhe der Ueberlastung ($\sigma_{e1\,max}$) massgebend ist. Es ist dabei auch wichtig, zu wissen, bei welcher Ueberlastung die Vorspannung durch bleibende Stahldehnung überhaupt aufgehoben wird, da sich dann der Querschnitt bei erneuter Belastung wie ein nicht vorgespannter Eisenbetonquerschnitt verhält. Im vorliegenden Beispiel liegt (wie man aus dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Stahles entnehmen kann) diese Stahlspannung bei $\sigma_{e1} = 15{,}2$ t/cm², wobei $M = 289$ mt $= 1{,}85\ M_0 = 0{,}94 \cdot M_{Br}$ ist. Die Vorspannung wird also hier erst bei Ueberlastung bis nahe an den Bruch vollständig aufgehoben.

Die Ueberlastung des Querschnittes beeinflusst ebenfalls die Betonrandspannung σ_b. Je höher die Ueberlastung gesteigert wird, d. h. je mehr die eingetragene Vorspannung abgebaut wird, um so mehr nähert sich die σ_b-Linie dem ohne Vorspannung sich ergebenden geradlinigen Verlauf.

Die Diagramme auf Bild 7 lassen auch eine klare Beurteilung bei teilweiser Vorspannung zu. So beträgt für ein zulässiges Biegemoment von $M_{zul} = 171$ mt $= M_{Br}/1{,}8$ die im homogenen Querschnitt berechnete Betonzugspannung $\sigma_u = 16$ kg/cm². Diese Betonzugspannung gibt nun aber kein richtiges Mass für die Beurteilung der Konstruktion, da u. U. die effektive Biegezugfestigkeit des Betons damit schon überschritten wird. Bei Ausserachtlassung der Zugfestigkeit des Betons entnimmt man Bild 7 eine Stahlspannung von $\sigma_{e1} = 10{,}7$ t/cm² $= 0{,}64\ \beta_Z$. Diese Stahlspannung liegt also noch im Bereich, wo praktisch keine bleibende Dehnung im Stahl eintritt, d. h. die allenfalls auftretenden Risse schliessen sich wieder vollständig.

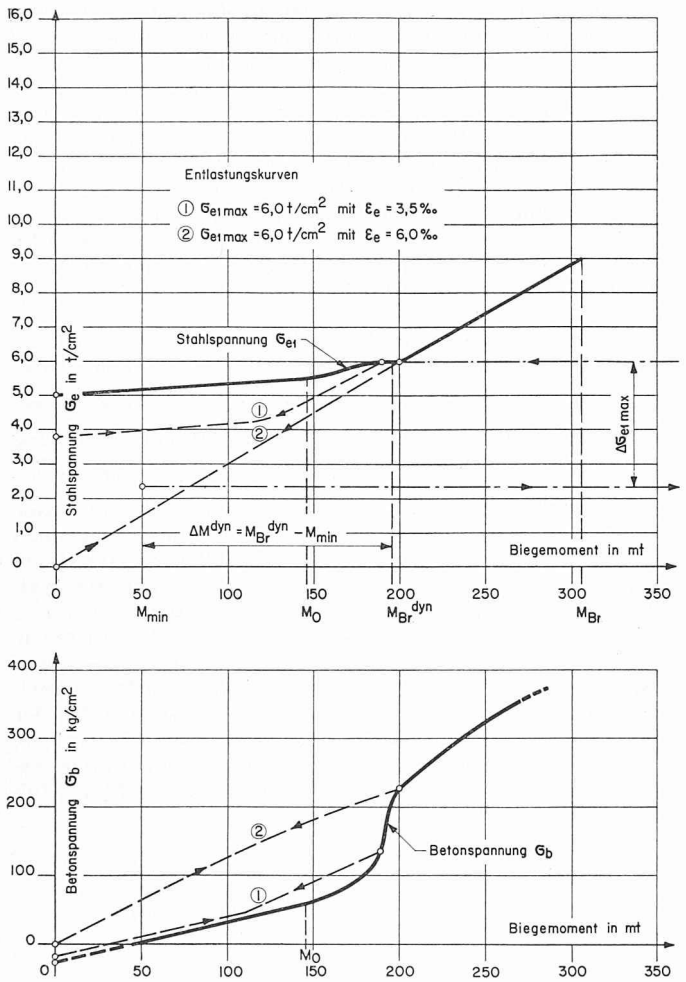
Von besonderer Bedeutung sind nun die Diagramme von Bild 7 für die Ermittlung des dynamischen Bruchmomentes $M_{Br.}^{dyn}$. Darunter verstehen wir dasjenige grösste Biegemoment des Querschnittes, das beliebig oft eine Belastung zwischen M_{min} und $M_{max} = M_{Br.}^{dyn}$ erträgt. Praktisch beschränkt man sich dabei auf zwei Millionen Lastwechsel. Das durch Versuche ermittelte Zug-Ermüdungs-Diagramm des Stahldrahtes ist auf Bild 7 in der üblichen Darstellung wiedergegeben. Die bei Belastung des Querschnittes zwischen M_{min} und M_{max} entstehenden Stahlspannungen $\sigma_{e1\,min}$ und $\sigma_{e1\,max}$ können wir wiederum dem Bild 7 entnehmen. Dabei gehört zu jeder Spannung bei der obern Lastgrenze σ_{e1max} eine andere Spannung σ_{e1min} bei der konstant gehaltenen untern Lastgrenze M_{min}, denn wir müssen den bei der Ueberlastung entstehenden Spannungsabfall berücksichtigen, da dadurch die Schwingweite $\Delta\sigma_e = \sigma_{e1\,max} - \sigma_{e1\,min}$ vergrössert wird. Für $M_{min} = 50$ mt entnehmen wir aus Bild 7 folgende Stahlspannungen:

M_{max} mt	$\sigma_{e1\,min}$ t/cm²	M_{min} mt	$\sigma_{e1\,max}$ t/cm²
190	11,0	50	10,2
217	12,0	50	9,7
240	13,0	50	8,7
289	15,2	50	2,6

Tragen wir nun die zueinander gehörigen Werte $\sigma_{e1\,max}$ und $\sigma_{e1\,min}$ im Zugermüdungsdiagramm des Stahles ein (gestrichelte Linie), so legt der Schnittpunkt dieser Kurve mit

Tabelle 1. Berechnung für das erste Beispiel

	1 σ_{e1} t/cm²	2 ε_e ‰	3 $\Delta\varepsilon_e$ ‰	4 Z t	5 ε_1 ε_2 ‰	6 x_1 x_2 cm	7 k_1 k_2 kg/cm²	8 D_1 D_2 D t	9 α_1 α_2	10 A_1 A_2 A cmt	11 a cm	12 y cm	13 M mt	14 σ_b kg/cm²
Belastung bis zum Bruch	11,0	5,3	0,2	275	0,30	48,0	48,5	373	0,330	5910				
					0,175	28,0	30	101	0,329	2950				
								272		2960	10,9	69,1	190	95
	12,0	6,0	0,9	300	0,46	27,1	72	312	0,332	2810				
					0,12	7,1	20	17	0,329	380				
								295		2330	7,9	72,1	217	145
	13,0	7,0	1,9	325	0,65	20,4	100	326	0,334		6,8	73,2	238	200
	14,0	8,6	3,5	350	0,90	16,4	134	351	0,337		5,5	74,5	261	263
	15,0	11,4	6,3	375	1,24	13,2	179	375	0,342		4,5	75,5	283	333
	16,0	29,3	24,2	400	2,82	8,3	299	398	0,384		3,2	76,8	307	—
Entlastung von $\sigma_{e1\,max} = 13{,}0$ t/cm²	12,0	6,55	1,45	300	0,55	22,0	85	299	0,332		7,3	72,7	218	171
	11,0	6,05	0,95	275	0,45	25,8	70	289	0,332	2480				
					0,10	5,8	18	13	0,330	290				
								276		2190	7,9	72,1	198	142
	10,0	5,55	0,45	250	0,33	33,9	53	288	0,330	3220				
					0,14	13,9	24	40	0,329	990				
								248		2230	9,0	71,0	177	106
	9,0	5,10	0	225										



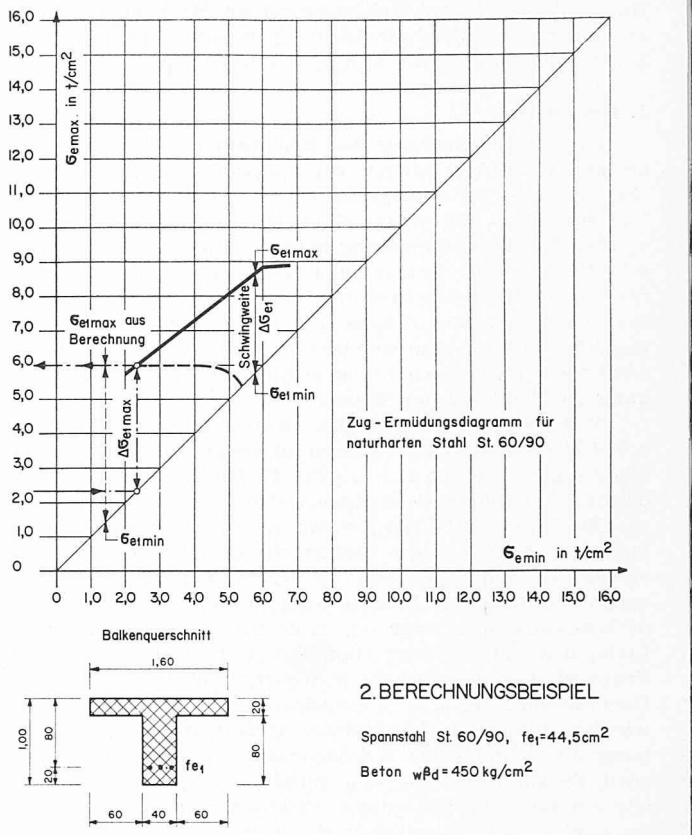


Bild 8. Ergebnisse des 2. Berechnungsbeispiels

dem Ermüdungsdiagramm des Stahles den grösstmöglichen Wert $\sigma_{e1\,max} = 12{,}5$ t/cm² und auch $\sigma_{e1\,min} = 9{,}2$ t/cm² fest. Uebertragen wir $\sigma_{e1\,max}$ ins σ_e-M-Diagramm, so wird $M_{Br.}^{dyn} =$ 228 mt $= 1{,}46\ M_0 = 0{,}743\ M_{Br}$ bestimmt.

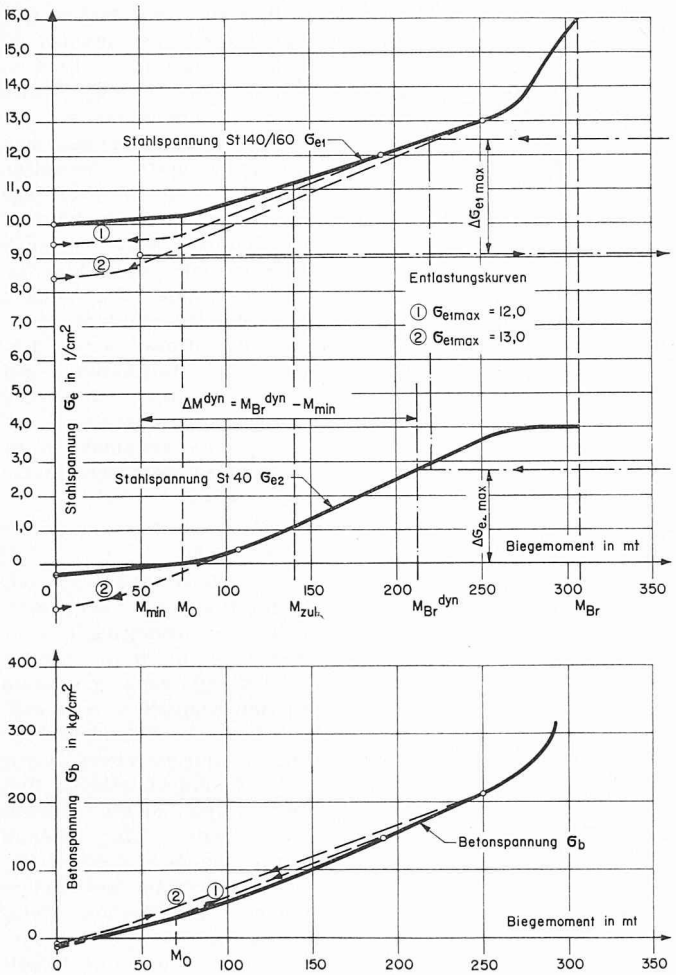
Wir müssen hier noch den Vorbehalt machen, dass wir für die Ermittlung von $M_{Br.}^{dyn}$ die gleiche σ_e-M-Linie wie für die statische Belastung benutzt haben. Richtig sollte man die Spannungsdehnungslinien des Stahles und Betons für dynamische Belastung der Berechnung zu Grunde legen. Durch eigene Versuche wurde festgestellt, dass die Spannungs-Dehnungslinie des hier angewendeten Stahles bei dynamischer Belastung nahezu gleich bleibt wie die Linie bei statischer Belastung. Hingegen ist bekannt, dass die Betonstauchungen bei wiederholter Belastung gegenüber den Werten beim statischen Versuch anwachsen. Es bestehen nun aber zur Zeit noch keine systematischen Untersuchungen über die dynamische Verformbarkeit der Biegedruckzone, so dass hier die am Kurzzeitversuch gewonnenen Ergebnisse [2] auch für die Ermittlung von $M_{Br.}^{dyn}$ angewendet wurden.

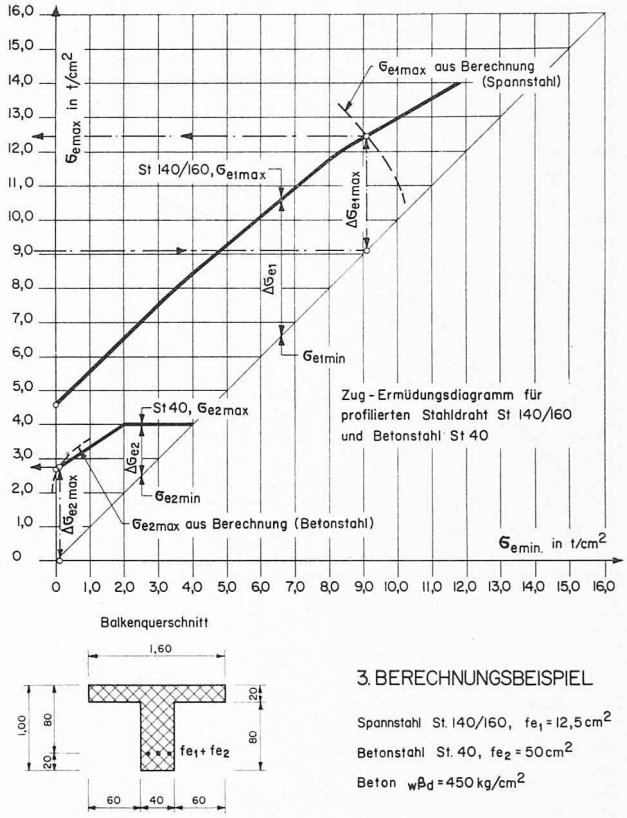
Wir müssen nun aber trotzdem noch näherungsweise nachprüfen, ob nicht schon vor dem Ermüdungsbruch des Stahles ein Ermüdungsbruch des Betons eintritt. Wir halten uns dabei vorläufig an die Resultate von Ermüdungsversuchen mit Betonprismen. Nach EMPA-Bericht Nr. 162 [1] kann das Druckermüdungsdiagramm des Betons gemäss Bild 10 angenommen werden. Man kann nun wie beim Stahl aus dem σ_b-M-Diagramm die zu M_{max} und M_{min} gehörigen Werte $\sigma_{b\,max}$ und $\sigma_{b\,min}$ im Druckermüdungsdiagramm eintragen und den möglichen Höchstwert $\sigma_{b\,max}$ ermitteln. Im vorliegenden Beispiel sieht man aber sofort, dass beim Eintragen der Ursprungsfestigkeit ${}_u\sigma_b = 268$ kg/cm² im σ_b-M-Diagramm ein Moment $M_{Br.}^{dyn} = 264$ mt festgelegt wird, welches grösser ist als das oben für den Stahl ermittelte Moment. Somit ist bei diesem Beispiel das am Stahl ermittelte Moment von $M_{Br.}^{dyn} = 228$ mt massgebend.

b) Für das *2. Berechnungsbeispiel* (Bild 8) wurde ein naturharter Spannstahl (St 60/90) mit ausgeprägtem Streckbereich gewählt. Das Moment bei voller Vorspannung beträgt $M_0 = 146$ mt. Bei Ueberlastung bis $M = 190$ mt $= 1{,}3\ M_0 = 0{,}618\ M_{Br}$ erreicht der Stahl die Streckgrenze, d. h. es treten bleibende Stahldehnungen auf, und die Betonspannungen σ_b wachsen stark an. Bei Entlastung von $M = 190$ mt auf $M = 0$ sinkt die eingetragene Vorspannung von 5,0 t/cm² auf 3,8 t/cm² ab. Wird auf $M = 200$ mt $= 1{,}37\ M_0 = 0{,}65\ M_{Br}$ überlastet, so sinkt bei Entlastung auf $M = 0$ die Stahlspannung σ_{e1} auf Null ab, d. h. bei Wiederentlasten verhält sich der Querschnitt wie ein nicht vorgespannter Stahlbetonquerschnitt. Der statische Bruch bei $M_{Br} = 307$ mt wird durch Erreichen der Bruchstauchung $\varepsilon_1 = 2{,}82$ ‰ eingeleitet, wobei die zugehörige Stahldehnung $\varepsilon_e = 27$ ‰ und die Stahlspannung $\sigma_{e1} = 9{,}0$ t/cm² beträgt.

Die Ermittlung des Ermüdungs-Bruchmomentes erfolgt in gleicher Weise wie beim 1. Beispiel und ergibt $M_{Br.}^{dyn} =$ 196 mt $= 1{,}34\ M_0 = 0{,}64\ M_{Br}$. Beachtenswert ist hier, dass bei Erreichen der Streckgrenze $\sigma_{e1\,max} = 6{,}0$ t/cm² die untere Spannung $\sigma_{e1\,min}$ derart rasch absinkt, dass trotz der guten Ermüdungsfestigkeit des Stahles die obere Spannung nicht über $\sigma_{e1\,max} = 6{,}0$ t/cm² ansteigen kann. Das 2. Beispiel zeigt, dass bei Spannstählen mit ausgeprägter Streckgrenze die im Gebrauchszustand vorhandene Stahlspannung genügend weit von dieser Streckgrenze entfernt liegen muss, ansonst eine einmalige Ueberlastung die Vorspannung u. U. vollständig aufheben kann.

c) Beim *3. Beispiel* wurde der gleiche Querschnitt mit einer gemischten Armierung, nämlich schlaffer Betonstahl $fe_2 = 50$ cm² St. 40 und vorgespannter Stahl $fe_1 = 12{,}5$ cm² St. 140/160 versehen. Solche gemischte Konstruktionen wur-





3. BERECHNUNGSBEISPIEL

Spannstahl St. 140/160, $fe_1 = 12{,}5\,cm^2$

Betonstahl St. 40, $fe_2 = 50\,cm^2$

Beton $_w\beta_d = 450\,kg/cm^2$

Bild 9. Ergebnisse des 3. Berechnungsbeispiels

den bisher in der Schweiz kaum angewendet, da sie nach den derzeit gültigen Normen nicht zugelassen sind. Auf Bild 9 sind wiederum die Zusammenhänge zwischen σ_e und M (je eine Kurve für Betonstahl St. 40 und Spannstahl St. 140/160) bzw. σ_b und M aufgetragen. Die gestrichelten Linien zeigen den Verlauf von σ_e bzw. σ_b bei Ueberlastung und Wiederentlastung. Der statische Bruch wird durch die Betonstauchung $\varepsilon_1 = 2{,}82\,‰$ bestimmt, wobei sich die Spannung im Spannstahl zu $\sigma_{e1} = 16{,}0$ t/cm², im Betonstahl zu $\sigma_{e2} = 4{,}0$ t/cm² und das Bruchmoment zu $M_{Br} = 307$ mt errechnet. Auch bei dieser gemischten Armierung wachsen also die Spannungen im Stahl und im Beton stetig bis zum Bruch an. Würde man hier z. B. ein Moment von $M = 140$ mt als zulässig erachten, so entsteht im homogenen Querschnitt eine Betonzugspannung von $\sigma_u = 65$ kg/cm². Aus Bild 9 entnehmen wir für dieses M_{zul} im Betonstahl eine Spannung von $\sigma_{e2} = 1{,}10$ t/cm², im Spannstahl eine Spannung von $\sigma_{e1} = 11{,}2$ t/cm² $= 0{,}7\ \beta_Z$. Letztere Spannung ist nach den derzeitigen S. I. A.-Normen gerade noch zulässig. Die Ermittlung des dynamischen Bruchmomentes $M_{Br.}^{dyn}$ muss hier sowohl für den Spannstahl wie auch für den Betonstahl durchgeführt werden, wobei dann der kleinere Wert massgebend ist. Trotz den sehr hohen Spannungen im Spannstahl tritt hier der Ermüdungsbruch zuerst im Betonstahl ein und ergibt $M_{Br.}^{dyn} = 212$ mt. Das entsprechende dynamische Bruchmoment für den Beton ist hier wiederum grösser als das-

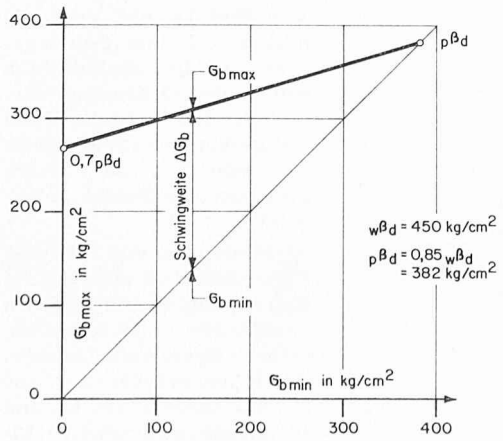


Bild 10. Druck-Ermüdungsdiagramm für Betonprismen nach [1]

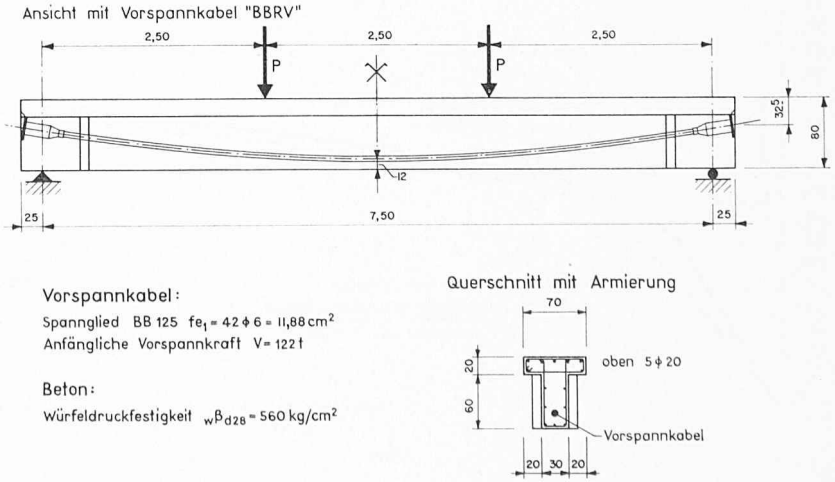


Bild 11. Versuchsbalken

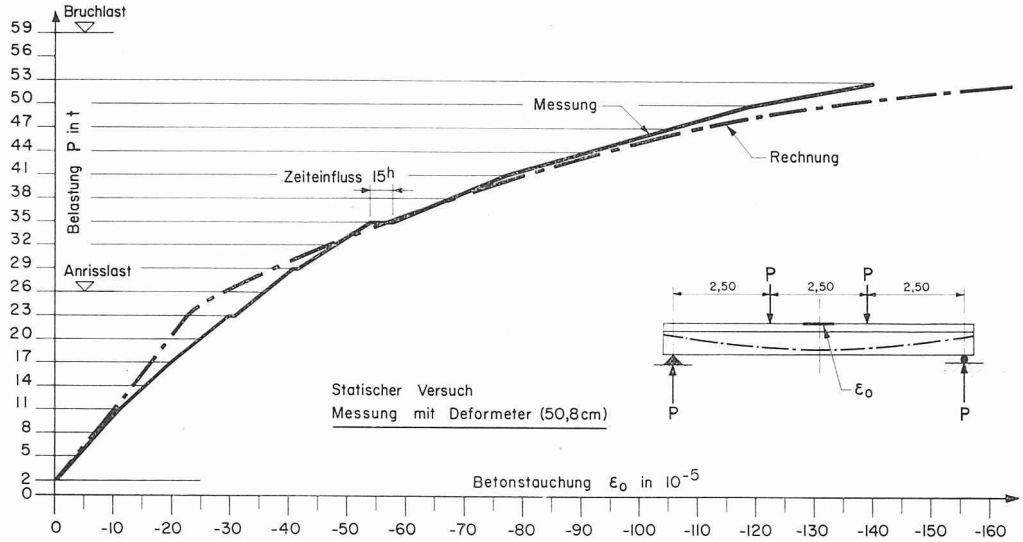


Bild 12. Statischer Versuch, Betonstauchungen am obern Rand

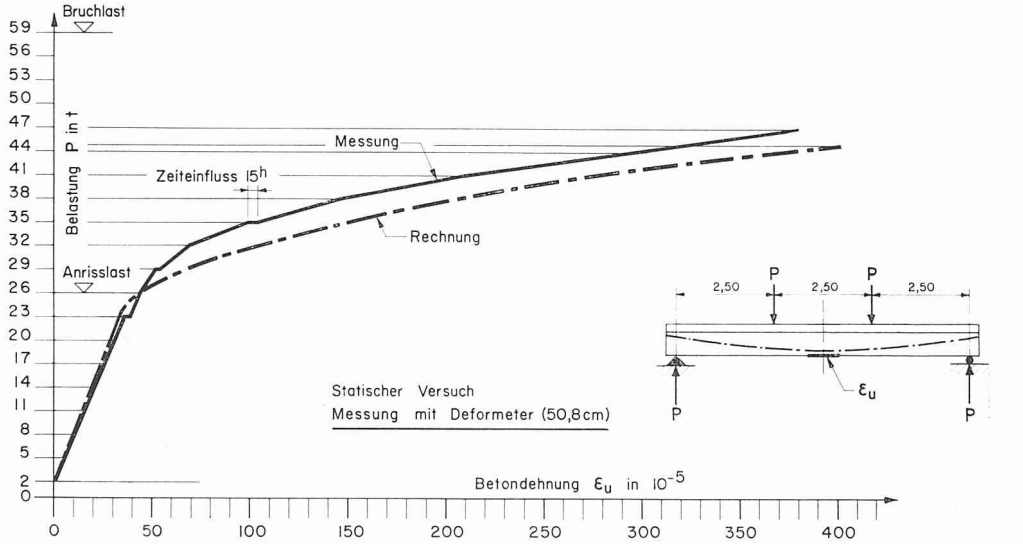


Bild 13. Statischer Versuch, Betondehnungen am untern Rand (über die Risse hinweg gemessen)

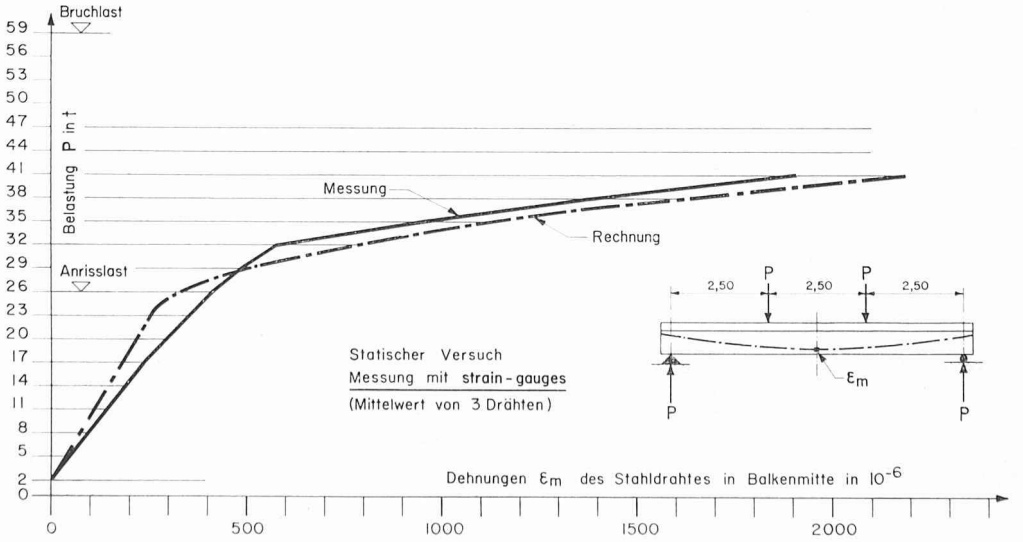


Bild 14. Statischer Versuch, Dehnung der Stahldrähte

jenige für den Stahl. Das hier absichtlich etwas extrem gewählte Berechnungsbeispiel zeigt, dass solche Querschnitte mit gemischten Armierungen sich durchaus normal verhalten und daher auch praktisch angewendet werden können. Gegenüber einer reinen Eisenbetonkonstruktion haben sie immer den Vorteil, dass die Rissebildung günstig beeinflusst wird, d. h. dass bei Entlastung auf M_{min} die Risse sich wieder schliessen. Allerdings ist jeweils eine genauere Untersuchung solcher Querschnitte notwendig.

6. Versuche

Im Zusammenhang mit dem Bau der Weinlandbrücke in Andelfingen wurden 1956 durch die EMPA Zürich mit zwei grösseren Spannbetonbalken sehr ausführliche Belastungsversuche durchgeführt. Auf Bild 11 sind Abmessung und Bewehrung dieser Balken angegeben. Ein Balken wurde einem statischen Belastungsversuch, der andere einem dynamischen Belastungsversuch unterworfen. Es sollen nun einige Resultate dieser Versuche mit den oben dargelegten theoretischen Untersuchungen verglichen werden.

a) Statischer Versuch

Die gemäss Bild 11 in den Drittelspunkten angreifende Belastung P (die Belastung wirkte beim Versuch von unten nach oben) wurde stufenweise um 3 t erhöht, wobei jeweils nach 6 t eine Entlastungsstufe eingeschaltet wurde. Auf Bild 12 und 13 sind die in Balkenmitte am obern und untern Rand gemessenen Betondehnungen ε_o und ε_u aufgetragen. Auf Bild 14 sind noch die mittels Dehnungsmessgebern an drei Stahldrähten gemessenen Dehnungen dargestellt. Der statische Bruch des Balkens wurde bei einer Last von $P = 55$ t durch Stauchen des Betons eingeleitet.

Führt man nun für diese Versuchsbalken eine gleiche Berechnung wie für das oben ausführlich besprochene erste Berechnungsbeispiel durch, so ergeben sich die in den Bildern 12, 13 und 14 mittels gestrichelten Linien dargestellten, berechneten Dehnungen. Der Ver-

gleich mit den gemessenen Dehnungen zeigt, dass die hier vorgeschlagene Berechnungsmethode Resultate liefert, die sehr gut mit den Messungen übereinstimmen. Die berechnete Bruchlast ergab für eine Bruchstauchung des Betons von $\varepsilon_1 = 2{,}16\,‰$ den Wert $P_{Br} = 54{,}6$ t.

b) Dynamischer Versuch

Die Versuchsanordnung war gleich wie beim statisch geprüften Balken. Vorerst wurde ein statischer Vorversuch durchgeführt, wobei die Belastung sukzessive bis $P = 20$ t gesteigert wurde. Hierauf wurde der Balken mit einer Lastwechselfrequenz von 250/min den auf Bild 15 angegebenen Lastwechseln unterworfen.

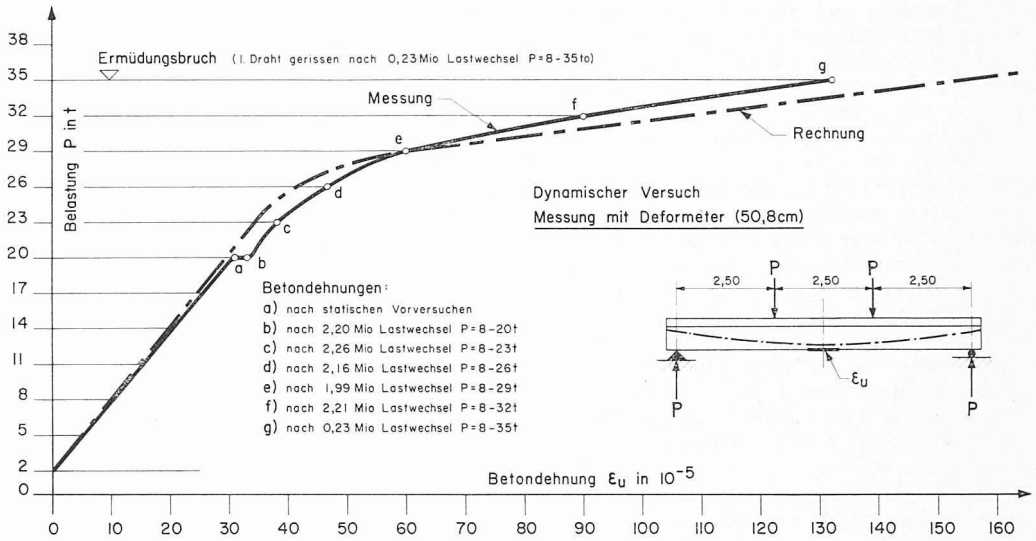


Bild 15. Dynamischer Versuch. Betondehnungen am untern Rand (über die Risse hinweg gemessen)

Zwischen den einzelnen Schwellbelastungen wurden statische Zwischenversuche eingeschaltet und Durchbiegungen und Dehnungen gemessen. Auf Bild 15 sind die am unteren Rand gemessenen Betondehnungen aufgetragen und den berechneten Werten gegenübergestellt. Man sieht, dass auch beim dynamischen Versuch die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Messung gut ist. Bei der zuletzt angegebenen Schwellbelastung $P = 8$ bis 35 t trat der Ermüdungsbruch an einen Stahldraht auf. Obwohl die Erregerfrequenz der Belastung (4,2 Hertz) von der Balkeneigenfrequenz (26 Hertz) sehr verschieden war, wurden bei gleicher Lasteinstellung gegenüber dem statischen Versuch bis zu 17 % grössere dynamische Durchbiegungen festgestellt. Unter der Annahme der gleichen Beanspruchung des Balkens bei gleichen statischen und dynamischen Durchbiegungen wurden deshalb bei Beginn des Ermüdungsversuches die dynamischen Lasten derart herabgesetzt, dass die Durchbiegungen aus diesen dynamischen Belastungen denjenigen der statischen Belastungen entsprachen.

Berechnet man nun, wie beim ersten Berechnungsbeispiel dargelegt, die dynamische Bruchlast dieses Balkens, so erhält man $P_{Br}^{dyn} = 38$ t. Die gemessene dynamische Bruchlast war also um rund 10 % kleiner als die berechnete Last. Dieser Unterschied erklärt sich nun daraus, dass, wie schon erwähnt, bei der Versuchsdurchführung die dynamischen Belastungen anfänglich zu hoch waren und nach Anlaufen der betreffenden Laststufe entsprechend vermindert werden mussten. Das heisst nun aber, dass der Balken jeweils anfänglich über die obere Laststufe hinaus bis zu 17 % überlastet wurde, womit sich aber auch sofort eine andere Entlastungs- und Wiederbelastungskurve der Stahlspannung ergibt. Der Versuch sowie auch die theoretischen Untersuchungen zeigen also sehr schön, dass sich eine einmalige, kurzfristige Ueberlastung eines solchen Spannbetonbalkens deutlich auf die dynamische Bruchlast auswirkt [2]).

7. Zusammenfassung

Im vorliegenden Aufsatz wurde eine Berechnungsmethode für Spannbetonquerschnitte gezeigt, welche den Bereich zwischen Riss- und Bruchlast erfasst. Es wurden drei Beispiele mit dieser Methode durchgerechnet und ausführlich besprochen. Die zum Vergleich herangezogenen Versuchsresultate haben eine gute Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch gezeigt. Obwohl die durchgerechneten Beispiele keinen Anspruch auf Allgemeingültigkeit haben, ermöglichen sie, die eingangs des Aufsatzes gestellten Fragen zu beantworten. Ein Vergleich des 1. und 2. Beispiels zeigt, welch grosse Bedeutung die Spannungs-Dehnungslinie des Stahles hat, wenn der Querschnitt überlastet wird. Während beim 1. Beispiel erst bei Ueberlastung bis $M = 0{,}94 \cdot M_{Br}$ der Stahl durch bleibende Verformung seine Vorspannung verliert, wird beim 2. Beispiel (Stahl mit ausgeprägter Streckgrenze) die Vorspannung schon bei Ueberlastung bis $M = 0{,}65 \cdot M_{Br}$ vollständig aufgehoben. Man sieht, dass für beide Stahlsorten der Festlegung einer zulässigen Stahlspannung auf $0{,}85 \cdot \sigma_s$ (σ_s = Streckgrenze) nach S. I. A.-Norm 162 ganz verschiedene Bedeutung zukommt. Das 3. Beispiel hat dargelegt, dass Eisenbetonquerschnitte, bei welchen nur ein Teil der Armierung vorgespannt ist (sog. teilweise Vorspannung), sich in jeder Hinsicht normal verhalten und daher von der Praxis nicht ausgeschlossen werden sollten. Im weitern hat die Untersuchung gezeigt, dass das Ermüdungsbruchmoment M_{Br}^{dyn} eines Spannbetonquerschnittes zuverlässig bestimmt werden kann. Dabei hat sich ergeben, dass für die Bestimmung von M_{Br}^{dyn} nicht nur das Zug-Ermüdungsdiagramm, sondern auch die Spannungs-Dehnungslinie des Stahles massgebend ist.

Adressen der Verfasser: *Max Birkenmaier*, dipl. Ing., Oberdorfstrasse 8, Zürich 1 und *Wolfgang Jacobsohn*, dipl. Ing., Langfurren 8, Zürich 6/57.

Literatur:

[1] *M. Roš:* Die materialtechnischen Grundlagen und Probleme des Eisenbetons im Hinblick auf die zukünftige Gestaltung der Stahlbeton-Bauweise. Bericht Nr. 162 der EMPA, Zürich 1950.

[2] *H. Rüsch:* Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 120, Berlin 1955. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn.

[3] *E. Mörsch:* Spannbetonträger, S. 43. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart 1943.

2) Die hier beschriebenen Zusammenhänge wurden unseres Wissens erstmals 1954 anlässlich von dynamischen Versuchen mit vorgespannten Balken an der Empa Zürich festgestellt. Versuchsleitung durch Ing. *Dr. A. Voellmy*, Versuchsdurchführung und Auswertung durch *B. Bernardi*, dipl. Ing.

Schweiz. Energie-Konsumenten-Verband

Schluss von S. 215

übrig. Der Referent kommt auf Grund dieser Perspektiven zum Schluss, dass für die allernächste Zeit der Bau thermischer Kraftwerke zu befürworten ist, wenn eine ausreichende Stromversorgung auch in trockensten Wintern gewährleistet werden soll. In den sehr rationellen Industriekraftwerken mit Gegendruckturbinen oder Dieselmotoren mit Abwärmeverwertung, deren Bau durch geeignete Verträge zu fördern ist, kann nur ein Teil der Fehlleistung erzeugt werden. Die europäische Produktion ist in allen Brennstoffen bei weitem ungenügend, so dass auch Ueberseerohstoffe beigezogen werden müssen. Ausreichende Gebrauchs-